This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

Gen Lib.

Gen Sch

The University of Chicago
Libraries

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

REALE ISTITUTO LOMBARDO
DI SCIENZE E LETTERE

RENDICONTI

SERIE II

VOLUME LI

ULRICO HOEPLI
Libraio del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere
MILANO
—
1918

Digitized by Google

Digitized by Google

753767

Adunanza solenne del 10 gennaio 1918

L'adunanza è presieduta dal senatore prof. Pasquale Del Giudice, presidente.

Siedono pure al tavolo della presidenza il conte Cesare Pongileone, Consigliere di Prefettura, in rappresentanza del Prefetto di Milano, e i Segretari accademici prof. Giuseppe Zuccante per la Classe di lettere, scienze morali e storiche, prof. Oreste Murani per la Classe di scienze matematiche e naturali.

Sono presenti il rappresentante del Procuratore del Re presso il Tribunale, il prof. Zingarelli, il prof. Veneroni in rappresentanza del R. Istituto Tecnico C. Cattaneo, il professore Faè in rappresentanza del R. Liceo A. Manzoni, l'ingegnere Pugno, presidente del Circolo Filologico milanese, Mons. Gramatica prefetto della Biblioteca Ambrosiana; i Membri effettivi dell'Istituto: Buzzati, Colombo, Del Giudice, Fantoli, Franchi, Gerbaldi, Gobbi, Gorini, Jorini, Jung, Mangiagalli, Murani, Paladini, Pascal C., Scherillo, Tansini, Taramelli T.. Villa, Vivanti, Zuccante. E i Soci corrispondenti: Arnò, Barassi, Bellezza, Bordoni-Uffreduzi, Brizi, Cisotti, Coletti, De-Marchi M., Gabba L., Molinari, Patroni, Rocca, Salmoiraghi, Verga, Volta, Zuretti. Numerosi invitati e signore.

Scusarono la loro assenza S. E. il Cardinal Arcivescovo Ferrari, S. E. il Generale Angelotti, comandante del Corpo d'Armata di Milano, il Procuratore Generale del Re presso la Corte d'Appello di Milano, gli onorevoli Sioli Legnani e Venino, i senatori Celoria, Forlanini, Ponti, il prof. E. Lattes.

I MM. EE. Segretari Zuccante e Murani danno relazione dei lavori delle rispettive Classi durante l'anno 1917.

L'ufficiale di segreteria dott. Rosnati proclama i risultati dei concorsi scaduti, mentre dalla presidenza vengono distribuiti ai premiati i premi loro conferiti.

Digitized by Google

Il M. E. prof. Giulio Vivanti pronuncia il discorso inaugurale sull'argomento: *La matematica e il mondo reale.*

Il presidente, sen. Del Giudice, bandisce infine i temi per i nuovi concorsi, già stampati, e, dopo aver ringraziato gl'intervenuti, toglie l'adunanza alle ore 16.

Digitized by Google

Adunanza del 17 Gennaio 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. P. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Del Giudice, Franchi, Gabba B., Golgi, Jorini, Jung, Murani, Oberziner, Pascal C.

E i SS. CC.: Barassi, Bellezza, Bordoni-Uffreduzi, Cisotti, Jona, Patroni, Rocca, Supino F., Verga, Zuretti.

Giustificano la loro assenza per motivi di salute i MM. EE. Celoria, Forlanini, Lattes E., per ragioni di ufficio il M. E. Zuccante.

L'adunanza è aperta alle ore 13,45.

Il presidente invita il segretario M. E. prof. Murani a leggere il verbale dell'adunanza precedente. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario da comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti.

Per la Classe di lettere, scienze morali e storiche:

Annali bibliografici e Catalogo ragionato delle edizioni di Barbèra, Bianchi e Comp., e di G. Barbèra, con elenco di libri, opuscoli e periodici stampati per commissione (1854-1880). Addenda & Corrigenda. Firenze, 1918.

Centenario (Per il primo) della Commissione centrale di beneficenza in Milano, fondatrice e amministratrice della Cassa di Risparmio delle provincie lombarde, 1816-1916. Milano, 1917.

Mercati G. Una preghiera antichissima degli eucologi medievali, Roma 1917.

— Un autografo del Bessarione. Roma, 1917.

Whitney-Warren. Les justes revendications de l'Italie. La question de Trente, de Trieste et de l'Adriatique. Paris, 1917.

Vidari G. Giuseppe Mazzini e l'ora presente. Torino, 1918.

Digitized by Google

E per la Classe di scienze matematiche e naturali:

BERLESE A. Su una nuova specie di trombidide appartenente ad un nuovo genere supposta parassita, allo stato di larva, delle cavallette, in Puglia. Firenze, 1918.

GIORDANO F. Per un carburatore nazionale. Milano, 1917.

Il M. E. prof. C. Pascal presenta in omaggio i seguenti volumi della collezione di classici latini, di cui egli dirige la pubblicazione:

CICERONE M. T. Pro Milone, pro Archia. Additis argumentis Asconii et Scholiastae Gronoviani ad Milonianam, Scholiastae Bobiensis ad utramque. Recensuit, praefatus est, appendice critica et indicibus instruxit Sixtus Colombo. Torino, 1917.

VIRGILIO P. M. Bucolicon liber; accedunt poematia duo, falso Vergilio adtributa, Moretum, Copa. Recensuit Carolus Pascal. Torino, 1917.

TACITO C. Dialogus de Oratoribus. Recensuit F. G. Wick. Torino, 1917.

OVIDIO P. N. Tristia. Recensuit Carolus Landi. Torino, 1917.

SENECA L. A. Thyestes, Phaedra. Recensuit, praefatus est, appendicem criticam addidit Humbertus Moricca. Torino, 1917.

[VIRGILIO P. M.]. Catalepton, Maecenas, Priapeum « Quid hoc novi est ». Recensuit, praefatus est, appendicem criticam et indicem verborum addidit Remigius Sabbadini. Torino, 1917.

TACITO C. De vita Iulii Agricolae liber. Recensuit, praefatus est, appendice critica instruxit Caesar Annibaldi; accedunt de Cornelio Tacito testimonia vetera a Carolo Pascal conlecta. Torino, 1917.

Questi volumi appartengono al Corpus scriptorum latinorum che si vien pubblicando sotto la direzione del prof. Pascal presso la Casa editrice G. B. Paravia. Egli illustra brevemente il fine della collezione che è quello di redimere l'Italia, in fatto di edizioni di classici latini, dalla soggezione delle edizioni straniere, ed il criterio cui la Collezione è informata di un ossequio alla più genuina tradizione dei manoscritti antichi, escludendo dall'opera dei classici ogni arbitrio congetturale.

Si passa indi alle letture.

In assenza del S. C. prof. A. Groppali, il segretario Murani legge un breve sunto della nota « *I principi generali del diritto e l'interpretazione della legge. II* ».

Digitized by Google

Il S. C. dott. Ettore Verga legge la sua nota « *Un caso di coscienza di Filippo Maria Visconti duca di Milano, 1446* ».

Essendo assente il dott. Rocco Serini, il S. C. prof. Cisotti riassume brevemente la nota « *Deformazioni longitudinali e trasversali di un corpo elastico omogeneo* ». La nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in seduta privata per la trattazione degli affari.

Il M. E. prof. Golgi legge la relazione sul concorso scaduto della Fondazione Cagnola « Miasmi e contagi » La Commissione, composta del M. E. Golgi e dei SS. CC. Bordoni-Uffreduzi e Sormani relatore, non ritiene nessuno dei concorrenti meritevole di premio; propone però che sia accordato un assegno d'incoraggiamento di L. 500 al concorrente dott. Sangiorgi. L'Istituto approva le conclusioni e la proposta della Commissione.

Il M. E. prof. C. Pascal a proposito de' documenti sottratti dagli austriaci dall'Archivio di Mantova, di cui ha parlato il M. E. Luzio in un lavoro presentato all'Istituto, ricorda che dalla stessa Mantova furono asportati gli arazzi così detti di Raffaello; e ricorda pure che questo fatto formò oggetto di esame da parte del Contenzioso diplomatico, del quale il Governo, a suo tempo, richiese il parere.

Segue al riguardo uno scambio di idee, dopo di che l'Istituto ritiene conveniente che la questione sia fatta presente al Governo, perchè non sia trascurata quando si tratterà degli oggetti d'arte nel futuro trattato di pace; e per unificare e concretare un'azione in tal senso, crede opportuno ch'essa sia collegata con quella riguardante i documenti asportati di cui il Luzio ha dato notizia. All'uopo l'Istituto decide di dare al M. E. A. Luzio l'incarico di scrivere una breve relazione sull'argomento per la quale egli di certo possiede sicuri elementi, per presentarla al Governo sia direttamente, sia anche per mezzo dell'Istituto.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente

P. DEL GIUDICE

Il Segretario

O. MURANI.

Digitized by Google

RISULTATO DEI CONCORSI A PREMI

PREMIO DELL'ISTITUTO

Recenti ricerche hanno messo in rilievo come lo strumento del « Calcolo differenziale assoluto » di Ricci e Levi-Civita sembri particolarmente adatto alle ricerche che si collegano colla teoria della relatività.

Scaduto il 31 marzo 1917. Nessun concorrente.

FONDAZIONE CAGNOLA

Premio proposto dall'Istituto:

Discutere le varie teorie sull'origine dell'elettricità atmosferica, e illustrare possibilmente la questione con nuove esperienze.

Scaduto il 31 marzo 1917. Un sol concorrente. Non fu conferito il premio.

Temi permanenti designati dal fondatore; scaduti il 31 dicembre 1916;

1. Una scoperta ben provata nella cura della pellagra.
   Un sol concorrente. Non fu conferito il premio.
2. Sulla natura dei miasmi e contagi.
   Un sol concorrente.
3. Sulla direzione dei palloni volanti (dirigibili).
   Nessun concorrente.
4. Sul modo di impedire le contraffazioni di uno scritto.
   Nessun concorrente.

FONDAZIONE BRAMBILLA

Un premio a chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina o qualsiasi processo industriale, o altro miglioramento, da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e provato.

Scaduto il 31 marzo 1917. Cinque concorrenti.

Premio di I° grado di L. 1000 e medaglia d'oro alla Società Anonima " Sanitaria „ con sede in Milano, per pro-

Digitized by Google

duzione di cotone idrofilo e garze per medicazione antisettica nei suoi stabilimenti in Olgiate Olona e Marnate.

Premio di II° grado di L. 500 e medaglia d'oro alla Ditta R. Subinaghi & C. di Affori, per produzione di olii eterei ed essenze.

Premio d'incoraggiamento di L. 400 al dott. Pietro Nava di Legnano, per il suo prodotto denominato « Dissetante Nava ».

Assegno d'incoraggiamento di L. 300 a Bergonzi Adelina, di Milano, per la fabbricazione dei piega-baffi.

FONDAZIONE FOSSATI

Quali aiuti le ricerche sull'anatomia del sistema nervoso, allo stato presente, hanno fornito alle nostre conoscenze fisiologiche. Scaduto il 31 marzo 1917. Nessun concorrente.

FONDAZIONE CIANI

Il miglior libro di lettura per il popolo italiano, originale e non ancora pubblicato per le stampe.

Scaduto il 31 dicembre 1916. Sette concorrenti.

Premio d'incoraggiamento di L. 2500 all'autore del manoscritto intitolato: *Breviario spirituale*, distinto col motto: *vita somnium breve*.

FONDAZIONE ZANETTI

Un premio di italiane lire 1000 (mille) da conferirsi a concorso libero di quesito a quello fra i farmacisti italiani che raggiungerà un intento qualunque che venga giudicato utile di progresso della farmacia e della chimica medica.

Scaduto il 31 marzo 1917. Due concorrenti.

Assegno d'incoraggiamento di L. 250 al sig. Vincenzo Macri, farmacista di Olmo al Brembo.

FONDAZIONE AMALIA VISCONTI TENCONI

Una borsa di studio da conferirsi ad un giovane di nazionalità italiana di scarsa fortuna e che, avendo già dato prova di ingegno non comune, di rettitudine e buona volontà, si avvii agli studi in materia di elettricità industriale, prevalentemente per perfezionamento all'estero.

Scaduto il 31 marzo 1917. Nessun concorrente.

Digitized by Google

FONDAZIONE ERNESTO DE ANGELI

Invenzioni. studi e disposizioni aventi per iscopo la sicurezza e l'igiene degli operai nelle industrie.

Scaduto il 31 marzo 1917. Tre concorrenti.

Non fu conferito il premio.

Digitized by Google

TEMI DEI CONCORSI A PREMI

NORME GENERALI PER I CONCORSI

eccettuati

quelli per i quali sono accennate prescrizioni speciali

Può concorrere ogni nazionale o straniero, eccetto i Membri effettivi del Reale Istitituto Lombardo, con memorie manoscritte e inedite, in lingua italiana o francese o latina. Queste memorie dovranno essere trasmesse, franche di porto, nel termine prefisso, alla Segreteria dell'Istituto, nel palazzo di Brera in Milano e, giusta le norme accademiche, saranno anonime e contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore. Si raccomanda l'osservanza di queste discipline, affinchè le memorie possono essere prese in considerazione.

A evitare equivoci, i signori concorrenti sono ancora pregati di indicare con chiarezza *a quale* dei premi proposti dal l'Istituto intendano concorrere.

I premi verranno conferiti nella solenne adunanza dell'anno successivo a quello di chiusura dei concorsi.

Tutti i manoscritti si conservano nell'archivio dell'Istituto per uso di ufficio e per corredo dei proferiti giudizi, con facoltà agli autori di farne tirar copia a proprie spese.

È libero agli autori delle memorie non premiate di ritirare la scheda entro un anno dalla aggiudicazione dei premi.

Digitized by Google

PREMIO DELL'ISTITUTO

Tema per il 1918, pubblicato l'11 gennaio 1916

Le dottrine sensistiche nel ducato e alla corte di Parma nel secolo XVIII.

Scadenza 1 aprile 1918, ore 15.

Premio L. 1200.

MEDAGLIE TRIENNALI

per il 1918

Il R. Istituto Lombardo, secondo l'art. 28 del suo regolamento organico, aggiudica ogni triennio due medaglie d'oro di L. 500 ciascuna, per promuovere le industrie agricole e manifatturiere: una destinata a quei cittadini italiani che abbiano concorso a far progredire l'agricoltura lombarda col mezzo di scoperte o di metodi non ancora praticati; l'altra a quelli che abbiano fatto migliorare notevolmente o introdotto, con buona riuscita, una data industria manifattrice in Lombardia.

Chi crede di poter concorrere a queste medaglie è invitato a presentare la sua istanza in bollo da lire una, accompagnata dagli opportuni documenti, alla segreteria dell'Istituto nel palazzo di Brera in Milano, non più tardi delle ore 15 del 31 dicembre 1918.

PREMI DI FONDAZIONE CAGNOLA

sopra temi proposti dall'Istituto

Le memorie premiate nei concorsi di fondazione Cagnola, che devono essere presentate anonime e inedite, restano proprietà degli autori; ma essi dovranno pubblicarle entro un anno, prendendo i concerti colla segreteria dell'Istituto per il testo e i caratteri, e consegnandone alla medesima cinquanta esemplari; dopo di che soltanto potranno ricevere il numerario.

Digitized by Google

Tanto l'Istituto, quanto la rappresentanza della fondazione Cagnola, si riservano il diritto di farne tirare, a loro spese, quel maggior numero di copie, di cui avessero bisogno a vantaggio della scienza.

Tema per il 1918, pubblicato l'11 gennaio 1917

Contributo sperimentale alle indagini di terapia sperimentale, con particolare riguardo al moderno indirizzo chemoterapico.

Scadenza 1 aprile 1918, ore 15.

Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

Tema per il 1919, pubblicato il 10 gennaio 1918

Il miglior lavoro di chimica organica che teoricamente e sperimentalmente possa portare incremento sicuro all'industria chimica in Italia.

Scadenza 1 aprile 1919, ore 15.

Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

PREMI DI FONDAZIONE CAGNOLA

sopra temi designati dal fondatore, pubblicati il 10 gennaio 1918

Le memorie dei concorrenti potranno anche essere presentate non anonime, purchè non pubblicate prima della data di questo programma. Anche per questo premio si ritiene obbligato l'autore della memoria premiata a consegnare all'Istituto cinquanta esemplari e lasciarne tirare maggior numero di copie all'Istituto e alla rappresentanza della fondazione Cagnola.

Una scoperta ben provata:

Nella cura della pellagra, o

Sulla natura dei miasmi e contagi, o

Sulla direzione dei palloni volanti (dirigibili), o

Sui modi di impedire la contraffazione di uno scritto.

Scadenza 31 dicembre 1918, ore 15.

Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

Digitized by Google

PREMIO DI FONDAZIONE BRAMBILLA

Concorso per l'anno 1918

A chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina, o qualsiasi processo industriale, o altro miglioramento, da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e provato.

La domanda dovrà esser presentata in carta da bollo da lire una, coll'indirizzo del concorrente e da lui firmata.

Il premio sarà proporzionato all'importanza dei lavori che si presenteranno al concorso, e potrà raggiungere, in caso di merito eccezionale, la somma di lire 4000.

Scadenza 1 aprile 1918, ore 15.

PREMI DI FONDAZIONE FOSSATI

Il concorso ai premi della fondazione Fossati è aperto a tutti gli italiani e potrà essere fatto tanto con manoscritti quanto con opere pubblicate; ma fra queste ultime saranno escluse quelle anteriori ad un quinquennio e quelle già altrimenti premiate.

I manoscritti premiati saranno restituiti all'autore, perchè ne curi a sue spese la pubblicazione; dell' opera pubblicata dovranno consegnarsi, insieme al manoscritto, tre copie al R. Istituto Lombardo, una delle quali destinata alla biblioteca dell'Ospedale Maggiore, ed una a quella del Museo civico di storia naturale; dopo di che soltanto potrà il premiato ritirare la somma assegnata al premio.

Tema per il 1918, pubblicato il 13 gennaio 1916

Illustrare con ricerche originali, eseguite coi metodi perfezionati di tecnica, la fina organizzazione della retina negli animali superiori, anche dal punto di vista dello sviluppo.

Scadenza 1 aprile 1918, ore 15.

Premio L. 2000.

Tema per il 1919, pubblicato l'11 gennaio 1917

Illustrare con ricerche personali qualche fatto di anatomia macro o microscopica del sistema nervoso degli animali superiori.

Scadenza 1 aprile 1919, ore 15.

Premio L. 2000.

Digitized by Google

Tema per il 1920, pubblicato il 10 gennaio 1918

Illustrare con osservazioni e ricerche originali l'importanza che le ferite di guerra del sistema nervoso centrale e periferico hanno avuto sui progressi della conoscenza intorno a talune questioni scientifiche e di importanza pratica riguardanti l'anatomia, la fisiologia e la patologia del sistema nervoso.

Scadenza 1 aprile 1920, ore 15.

Premio L. 2000.

PREMIO DI FONDAZIONE KRAMER

La nobile signora Teresa Kramer-Berra, con suo testamento 26 marzo 1879, segnava L. 4000, da conferirsi ad ogni biennio in premio a quell'ingegnere italiano, che avrà dato la migliore soluzione di un tema di scienze fisico-matematiche. A questo concorso non sono quindi ammessi che gli italiani, patentati ingegneri in Italia o fuori, esclusi i Membri effettivi e onorari dell'Istituto Lombardo.

Le memorie dovranno essere manoscritte, inedite e scritte in italiano; si spediranno franche di porto e raccomandate, nel termine prefisso dall'avviso di concorso, alla segreteria dell'Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera, in Milano: saranno anonime e contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore e la copia autentica del documento, dal quale emerge la sua qualità di ingegnere.

Della memoria premiata dovrà consegnarsi una copia, manoscritta o stampata, all'amministrazione dell'opera pia Kramer; dopo di che soltanto potrà il premiato ritirare la somma assegnata al premio.

Tema per il 1919, pubblicato il 10 gennaio 1918

Al concorso indetto nel 1844 da questo Istituto sulla questione del rimboschimento, corrisposero due Memorie Meguscher e Caimi, che ebbero plauso dall'Istituto e produssero riconosciuti benefici effetti.

Digitized by Google

Riprendere la trattazione dell'argomento sulle norme a seguirsi per il rimboschimento delle falde montane, tenendo conto degli avvenuti progressi nelle cognizioni di scienze fisico-chimiche, climatologia e biologia vegetale che all'argomento si connettono e svolgere l'argomento con speciale riguardo alle condizioni fisico-naturali di regioni d'Italia.

Scadenza 31 dicembre 1919, ore 15.

Premio L. 4000.

PREMIO DI FONDAZIONE SECCO-COMNENO

La memoria premiata rimane proprietà dell'autore; ma egli dovrà pubblicarla entro un anno dall'aggiudicazione, consegnandone otto copie all'amministrazione dell'Ospedale Maggiore di Milano, e una all'Istituto, per il riscontro col manoscritto; dopo di che soltanto potrá conseguire il premio.

Tema per il 1919, pubblicato il 13 gennaio 1916

Sulle modificazioni indotte dal Pneumotorace nel polmone normale e nel tisico.

Scadenza 1 aprile 1919, ore 15.

Premio L. 864.

PREMIO DI FONDAZIONE PIZZAMIGLIO

Può concorrere ogni italiano con memorie manoscritte e inedite.

La memoria premiata rimarrà proprietà dell'autore; ma egli dovrà pubblicarla entro un anno insieme col rapporto della Commissione esaminatrice e presentarne una copia al R. Istituto Lombardo; dopo di che soltanto potrà conseguire la somma assegnata al premio.

Tema per il 1919, pubblicato il 10 gennaio 1918

Melchior Gioia: il filosofo e l'economista.

Scadenza 31 dicembre 1919, ore 15.

Premio L. 1000.

Digitized by Google

PREMI DI FONDAZIONE CIANI

La fondazione letteraria dei fratelli Giacomo e Filippo Ciani, istituita nel 1871 dal dott. Antonio Cabrini, assegnava per via di concorso due premi; il primo *straordinario di un titolo di rendita italiana 5 % di L. 500* (ora convertito in un titolo di rendita italiana 3.50 % di L. 350) a un *Libro di lettura per il popolo italiano*, originale, non ancora publicato per le stampe, di merito eminente e tale, che possa diventare un libro famigliare del popolo stesso; l'altro *triennale di L. 1500* a un *Libro di lettura stampato e publicato nei periodi sotto indicati*, che possa formare parte di una serie di libri di lettura popolare, amena e istruttiva.

Per il primo di questi premi, cioè per lo straordinario assegno del titolo di rendita italiana già 5 % di L. 500 annue ed ora di L. 350 annue di rendita 3.50 %, all'autore di un

LIBRO DI LETTURA PER IL POPOLO ITALIANO

si riapre il concorso alle seguente condizioni:

L'opera dovrà:

Essere originale, non ancora publicata per le stampe, e scritta in buona forma letteraria, facile e attraente, in modo che possa diventare il libro famigliare del popolo;

Essere eminentemente educativa e letteraria, e avere per base le eterne leggi della morale e le liberali istituzioni, senza appoggiarsi a dogmi o a forme speciali di governo, restando escluse dal concorso le raccolte di frammenti scelti, le antologie, ecc., che tolgono al lavoro il carattere di un libro originale; essere preceduto, per la necessaria unità del concetto, da uno *scritto dichiarativo*, in forma di proemio, che riassume il pensiero dell'autore, i criteri che gli furono di guida e l'intento educativo ch'egli ebbe nello scriverla;

Essere di giusta mole; esclusi quindi dal concorso i semplici opuscoli e le opere di parecchi volumi.

Possono concorrere italiani e stranieri di qualunque nazione, purchè il lavoro sia in buona lingua italiana e adatta all'intelligenza del popolo. I Membri effettivi e onorari del R. Istituto Lombardo non sono ammessi al concorso.

I manoscritti dovranno essere di facile letture e i concorrenti avranno cura di ritirarne la ricevuta dall'ufficio di segreteria o direttamente o per mezzo di persona da essi incaricata.

Digitized by Google

Il tempo utile alla presentazione dei manoscritti sarà fino alle ore 15 del 31 dicembre 1919 e l'aggiudicazione del premio si farà nell'anno successivo.

Un mese dopo pubblicati i giudizi sul concorso, il manoscritto sarà restituito alla persona che ne porgerà la ricevuta rilasciata dalla segreteria all'atto della presentazione.

Il *certificato di rendita perpetua già di lire cinquecento 5 % ed ora di lire trecentocinquanta 3.50 %*, sarà consegnato al vincitore del concorsò quando la pubblicazione dell'opera sia accertata.

Concorso triennale per gli anni 1918, 1921, e 1924.

Il miglior libro di lettura per il popolo italiano, *di genere scientifico con preferenza alle scienze morali ed educative*, pubblicato dal 1° gennaio 1910 al 31 dicembre 1918. Premio L. 1750. Scadenza 31 dicembre 1918, ore 15.

Il miglior libro come sopra *di genere storico*, pubblicato dal 1° gennaio 1913 al 31 dicembre 1921. Premio L. 1500. Scadenza 31 dicembre 1921, ore 15.

Il miglior libro come sopra *di genere narrativo drammatico*, pubblicato da 1° gennaio 1916 al 31 dicembre 1924. Premio L. 1500. Scadenza 31 dicembre 1924, ore 15.

L'opera dovrà essere di giusta mole e avere per base le eterne leggi della morale e le liberali istituzioni, senza appoggiarsi a dogmi o a forme speciali di governo.

L'autore avrà di mira non solo che il concetto dell'opera sia di preferenza educativo, ma che l'espressione altresì ne sia sempre facile e attraente; cosicchè essa possa formar parte d'una serie di buoni libri di lettura famigliari al popolo.

Possono concorrere autori italiani e stranieri, di qualunque nazione, purchè il lavoro pubblicato per le stampe sia in buona lingua italiana e in forma chiara ed efficace.

I Membri effettivi e onorari del R. Istituto Lombardo non sono ammessi al concorso.

L'opera dev'essere originale, non premiata in altri concorsi, nè essere stata pubblicata innanzi al novennio assegnato come termine al concorso.

Gli autori dovranno, all'atto della pubblicazione dell'opera, presentare due esemplari alla segreteria del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, nel palazzo di Brera, in Milano unendovi una dichiarazione firmata dall'editore, del tempo in cui l'opera venne pubblicata. Sarà loro rilasciata una ricevuta d'ufficio del deposito fatto, all'intento di stabilire il tempo utile della pubblicazione, giusta il programma.

Digitized by Google

Le opere anonime o pseudomine dovranno esser contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, la quale contenga il nome, cognome e domicilio dell'autore: questa scheda non sarà aperta, se non quando sia all'autore aggiudicato il premio.

Le opere presentate si conserveranno nella libreria dell'Istituto per corredo dei proferiti giudizi.

L'Istituto, nel caso che non venga presentata alcuna opera che sia riconosciuta degna del premio, si riserva la facoltà di premiare anche opere pubblicate nei periodi come sopra indicati e che rispondono alle altre condizioni del programma, sebbene non presentate al concorso.

PREMIO TRIENNALE DI FONDAZIONE ZANETTI

Tema per il **1919**, pubblicato il 10 gennaio 1918.

Un premio di italiane lire 1000 (mille) da conferirsi a concorso libero di quesito a quello fra i farmacisti italiani che *raggiungerà un intento qualunque che venga giudicato utile di progresso della farmacia e della chimica medica.*

Tempo utile a presentare le memorie fino alle ore 15 del giorno 1 aprile 1919.

Il concorso ai premi della fondazione Zanetti è aperto a tutti gli italiani e potrà essere fatto tanto con manoscritti quanto con opere pubblicate; ma fra queste ultime saranno escluse quelle anteriori di un triennio e quelle già altrimenti premiate.

PREMIO DELLA FONDAZIONE CONTARDO FERRINI

Il Comitato per onoranze al compianto prof. Contardo Ferrini costituito in Milano, deliberava di destinare i fondi raccolti dalla pubblica sottoscrizione a una fondazione, al nome di Contardo Ferrini, collo scopo di conferire una medaglia periodica all'autore italiano di un lavoro in tema di esegesi delle fonti del diritto romano, a seconda delle norme proposte dal R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, e cioè:

Le memorie dovranno essere scritte a mano o a macchina, inedite, in italiano o latino; e si spediranno franche di porto

Digitized by Google

e raccomandate, nel termine fissato dall'avviso di concorso, alla segreteria del R. Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera, in Milano. Esse saranno anonime, contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, che contenga nome, cognome, e domicilio dell'autore e il documento autentico che provi che egli è italiano.

Qualora l'autore faccia stampare la memoria premiata, dovrà premettervi il giudizio della Commissione esaminatrice e consegnarne un esemplare per la biblioteca dell'Istituto Lombardo.

Tema per il **1919**, pubblicato il 7 gennaio 1915.

Le origini e la struttura primitiva della *vindicatio*.
Scadenza 31 dicembre 1919, ore 15.
Premio — Medaglia d'oro del valore di L. 500.

PREMIO DELLA FOND. Avv. GASPARE BORGOMANERI

La signora Michelina Mazzucchelli ved. Borgomaneri, con suo testamento olografo 1 luglio 1905, legava L. 40,000 al R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, perchè i frutti di 3 in 3 semestri vengano assegnati a un italiano, vincitore di un premio in un concorso proposto dalla Classe di lettere e scienze morali e storiche, esclusi i MM. EE. dell'Istituto Lombardo, oppure come borsa di studio a un giovane laureato in lettere o diritto o filosofia o scienze morali o storiche in un'Università o Istituto o Scuola superiore del regno.

Le memorie del concorso a premi dovranno essere in lingua italiana, inedite, e si spediranno franche di porto nel termine prefisso dall'avviso di concorso alla segreteria del R. Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera, in Milano. Saranno anonime e contraddistinte da un motto, ripetuto su di una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore e la prova della sua qualità di nazionale.

Alla borsa di studio può concorrere ogni giovane, che provi con documenti autentici, la sua qualità di nazionale, la sua età e abbia ottenuto un diploma di laurea in lettere o diritto o filosofia o scienze morali o storiche in un'Università o Istituto o Scuola superiore del regno; dovrà dichiarare il concorrente dove e come intende continuare gli studi di perfezionamento pei quali aspira alla borsa.

Digitized by Google

Il vincitore della borsa però, entro il biennio dell'ottenuto sussidio, presenterà una relazione documentata degli studi di perfezionamento ai quali attese

Borsa per il **1918**, pubblicata l'11 gennaio 1917.

Da conferirsi a un giovane laureato in lettere o diritto o filosofia o scienze morali o storiche in una Università o Istituto o Scuola superiore del regno.

Scadenza 1 aprile 1918, ore 15.

La borsa sarà di L. 2000.

PREMIO DELLA FONDAZIONE TULLO MASSARANI

Il senatore Tullo Massarani, già membro effettivo del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, con suo testamento 20 novembre 1900, legava all'Istituto stesso l'annua rendita di lire 1000 del Debito pubblico per un premio biennale a un lavoro in cui si svolgerà alternativamente, a dettame dell'Istituto medesimo, un tema di critica e di storia letteraria, ovvero un tema di critica e di storia dell'arte.

Le memorie del concorso a premio dovranno essere in lingua italiana, inedite, si spediranno, franche di porto nel termine prefisso dall'avviso di concorso, alla segreteria del R. Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera, in Milano; saranno anonime e contraddistinte da un motto, ripetuto su di una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore e la prova della sua qualità di nazionale.

Tema per il **1919**, pubblicato il 10 gennaio 1918.

Il Bramante in Milano e in Roma. Studiare e definire i diversi caratteri dell'architettura del Bramante nel periodo lombardo e nel periodo romano.

Scadenza 31 dicembre 1919, ore 15.

Premio L. 2000.

BORSA DI STUDIO DELLA FONDAZIONE AMALIA VISCONTI TENCONI

La signora Amalia Visconti ved. Tenconi, con suo testamento 21 febbraio 1908, legava L. 40.000 al R. Istituto Lom-

Digitized by Google

bardo di scienze e lettere perchè, depurate dalla tassa di successione, venissero impiegate in un certificato di rendita del Debito pubblico da erogarsi per *una borsa di studio da conferirsi ogni anno a un giovane di nazionalità italiana, di scarsa fortuna e che, avendo già dato prova d'ingegno non comune, di rettitudine e buona volontà, si avvii agli studi in materia di elettricità industriale, prevalentemente per perfezionamento all'estero.*

La borsa sarà di L. 1200,

Le istanze degli aspiranti saranno presentate alla segreteria del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, Milano, palazzo di Brera, per il 1 aprile 1918, ore 15.

Esse saranno accompagnate:

a) da un certificato o attestato di notorietà pubblica, rilasciato dal sindaco del luogo del domicilio a sensi dell'art. 103 della vigente legge comunale e provinciale, nel quale sia dichiarato che la famiglia e il concorrente sono di scarsa fortuna e quest'ultimo è di buona condotta;

b) dai certificati scolastici rilasciati da Istituti italiani di grado superiore, provanti che il concorrente sia d'ingegno non comune, di buona volontà e si sia avviato agli studi in materia d'elettricità industriale e dalla designazione, da parte del concorrente, dell'istituto scientifico presso il quale intende perfezionarsi.

La proclamazione dell'esito del concorso verrà fatta nella seduta solenne successiva alla scadenza del concorso.

Il pagamento sarà fatto alla cassa del R. Istituto Lombardo o direttamente a colui al quale fu aggiudicata la borsa o al suo legale rappresentante s'egli fosse in minor età.

Trascorso l'anno il vincitore della borsa dovrà trasmettere all'Istituto Lombardo la prova degli studi fatti, documentata con una dichiarazione del direttore dell'Istituto presso il quale li ha compiti.

PREMIO DELLA FONDAZIONE ERNESTO DE ANGELI

Il Comitato per onoranze al compianto senatore Ernesto De Angeli, costituitosi in Milano, deliberava di destinare i fondi raccolti dalla pubblica sottoscrizione a una fondazione al nome di Ernesto De Angeli. Il Comitato stesso destinava la

Digitized by Google

rendita di detta fondazione all'assegnamento di un premio triennale perpetuo per: *Invenzioni, studi e disposizioni aventi per iscopo la sicurezza e l'igiene degli operai nelle industrie*, nella misura e a seconda delle norme proposte dal R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.

I concorrenti dovranno presentare domanda di ammissione al concorso alla segreteria dell'Istituto Lombardo di scienze e lettere, Milano, palazzo Brera, corredata da tutti quei documenti e quelle indicazioni che valgano a fornire gli elementi necessari per un sicuro giudizio di merito.

I lavori presentati al concorso non potranno aver data anteriore a più di un triennio da quella della scadenza del concorso stesso, e dovranno essere scritti in lingua italiana o francese o inglese o tedesca.

Potranno concorrere italiani e stranieri, esclusi i MM. EE. del R. Istituto Lombardo. I concorrenti stranieri però dovranno mettere il R. Istituto Lombardo di scienze e lettere in grado di conoscere esattamente quanto presentano al concorso, senza che siano necessari sopraluoghi all'estero.

È concessa facoltà al concorrente di mantenere segreto il proprio nome presentando il lavoro contrassegnato con un motto di riconoscimento e una busta suggellata contenente il nome, cognome e domicilio, da aprirsi nel solo caso che vincesse il premio.

Gli studi, gli apparecchi, le disposizioni, restano di completa proprietà del concorrente, ma il R. Istituto Lombardo avrà facoltà di divulgare a mezzo di pubblicazioni la conoscenza di quel lavoro che avrà ottenuto il premio.

Il premio non potrà mai essere suddiviso fra diversi concorrenti.

Scadenza del concorso 31 marzo 1920, alle ore 15.

Premio L. 5000.

Digitized by Google

Digitized by Google

RENDICONTO DEI LAVORI

DELLA

CLASSE DI LETTERE E SCIENZE MORALI E STORICHE

nel 1917

letto dal M. E. Prof. GIUSEPPE ZUCCANTE

SEGRETARIO DELLA CLASSE

(Adunanza solenne del 10 gennaio 1918)

Onorandi Colleghi, illustri Signori,

Non paia in quest'ora grave, la più grave della nostra storia, in cui tutte le volontà, tutte le energie devono essere rivolte ad un unico fine: la resistenza del paese; non paia, per avventura, poco dicevole al fine, se non anche contraria, l'odierna cerimonia, che vuol essere sovrattutto una festa serena degli studi.

Oltrechè la vita d'un popolo ha, in ogni tempo, le sue necessità e i suoi doveri normali, e importa quindi che, pur in condizioni avverse, continui a svolgersi serenamente; è segno di animi saldi e ben temprati questo attendere in calma, pur nelle ore gravi, alle consuete occupazioni. La stessa commozione degli animi, d'altra parte, elevandosi a dignità e a compostezza per il freno della ragione, dà la misura della forza d'un popolo; senza dire che in questi nostri, che paiono ozi letterari, sta gran parte della cagione intima per cui l'Italia ha potuto riprendere, con sforzo pari al cimento, il suo ufficio secolare nel mondo e affermarsi così altamente di fronte a se stessa, di fronte allo straniero: il segreto lavoro dello scienziato è luce che

Digitized by Google

illumina, è calore che riscalda, è forza viva che si traduce in strumento di grandezza e di gloria.

Celebriamo adunque, in tranquilla coscienza, questa festa degli studi. Se ciascuno di noi, al di fuori di queste mura, partecipa anche più intensamente alla vita del paese, e dà tutto se stesso perchè, di fronte alla sventura che ci ha colpito, si rinsaldi e ritempri l'anima nazionale ed esca vittoriosa dalla prova suprema; non per questo ci straniamo dal paese, qui dentro; non per questo ci isoliamo nella solitudine del nostro pensiero, nell'egoistico godimento della ricerca intellettuale: col nostro lavoro, qui dentro, noi contribuiamo al medesimo intento di saldezza e di resistenza; non foss'altro perchè, in giorni calamitosi, non disperiamo di noi e degli altri e, in così atroce sconvolgimento d'uomini e di cose, serbiamo fede a ciò che è la ragione stessa della vita: il lavoro fecondo, la fede operosa.

Sia adunque permesso a me, nell' inaugurazione del nuovo anno accademico, secondo una tradizione non interrotta e in ossequio a una disposizione precisa, intrattenervi sui lavori che l'Istituto ha compiuto nell'anno or ora finito, in quella delle sue Classi che ho l'onore di rappresentare, la Classe di lettere e scienze morali e storiche: lavori in buon numero, di vario genere, tutti interessanti, taluni eccellenti, che attestano largamente dell' attività della Classe, e ne mostrano, pur nella brevità d'un'enumerazione schematica e date le angustie presenti, assai confortante e decoroso il bilancio intellettuale e morale.

Appartengono al gruppo delle scienze giuridiche o alla loro storia i lavori dei colleghi Bonfante, Groppali, Del Giudice e dei professori Solazzi e Rotondi.

Sopra " *il concetto della derelizione e la sua relazione col possesso* „ discorre il prof. Bonfante, in una prima nota; e, in una seconda, sopra gli " *effetti della derelizione nel diritto romano* „; il prof. Groppali discute su " *i principii generali del diritto e l'interpretazione della legge* „; il prof. Del Giudice sopra " *una recente riforma nel diritto successorio legittimo* „, dovuta al Decreto Luogotenenziale del 16 novembre 1916.

Digitized by Google

Problemi importanti di diritto romano o di filosofia del diritto o di diritto pubblico applicato alle condizioni reali della famiglia nella società presente, la cui soluzione interessa insieme il romanista, il filosofo e l'uomo politico.

Il prof Solazzi e il prof. Rotondi, da parte loro, affrontano altri problemi di diritto romano o romano-ellenico in sè o in rapporto ad altri diritti; il primo, colla nota " *sull'actio rationibus distrahendis* "; il secondo, collo scritto sulla " *Cost. 1 C. Iust. e la Manumissio del servus communis nei diritti orientali* ".

Inizia una ricca serie di lavori nel campo della linguistica, col magnifico discorso inaugurale " *Ladinia e Italia* ", pronunciato l'anno scorso, in un'identica cerimonia, il collega prof. Salvioni: discorso, insieme, di un dotto eminente e di un forte assertore d'italianità, che ha dato tutto, che dà tutto alla patria, la vita dei suoi figli e il fiore del suo pensiero.

Seguono nella serie i lavori dei colleghi Lattes, Guarnerio, Bellezza, dei professori Merlo e Sepulcri.

Con due note su quella ch'egli chiama " *la Sfinge impallidita* ", il prof. Elia Lattes continua infaticabilmente i suoi studi sull'etrusco, in cui non ha chi lo eguagli in Europa, mostrando, anche in questi due saggi, come si avveri per lui ogni giorno più ciò che l'Ascoli, a proposito delle sue « Osservazioni intorno ad alcune iscrizioni etrusche », diceva di lui, fin dal 1870, che aveva fatto impallidire la Sfinge italica.

Il prof. Guarnerio, cultore così benemerito della dialettologia sarda e studioso acuto e diligente di costumi e usi sardi, discorre in un suo scritto dell' origine storica d'uno strumento musicale dei pastori sardi, detto *Launeddas*, e ne propone una sua etimologia, fondata anche sulla distribuzione geografica del nome.

Il prof. Bellezza, in cinque note di « *Enantiosemia* », studia quella sezione speciale della semantica, che è la meno assiduamente studiata fra le discipline costituenti la scienza del linguaggio, e che sta nell'avere alcune parole un significato opposto a quello dell'etimo, oppure due significati opposti fra loro, sia contemporaneamente, sia a distanza di tempo o di luogo. Ricerca assai interessante e sugge-

Digitized by Google

stiva, che getta luce inattesa sulle ime profondità dell'anima del popolo e sul valore filosofico delle lingue!

I professori Merlo e Sepulcri, l'uno con una memoria " *sulla vocale* a *preceduta o seguita da consonante nasale nel dialetto di Molfetta* „, l'altro con uno scritto sul " *Latino camisia, italiano càmice* „ ed altre parole affini, chiudono degnamente questa serie di studi glottologici, onde s'onora il nostro Istituto.

Notevoli scritti abbiamo pure nel campo affine della filogia e della letteratura.

" *Di una lettera acefala di Manuele Crisolora* „, che il Novati lasciò inedita, come d'incerta direzione e di poco interesse, e che invece appare diretta a Coluccio Salutati, accompagnatoria del trattato sugli spiriti greci, provocato dallo stesso Salutati, discorre il collega mons. Giovanni Mercati. Lettera e trattatello appartengono al tempo dell'insegnamento fiorentino del Crisolora, al qual tempo appartiene altresì l'altra lettera, già edita, di cui pure il Mercati discorre, e che il Novati credette scritta da Costantinopoli, prima che il Crisolora venisse in Italia.

Del compianto collega *Attilio De Marchi* tesse una degna commemorazione il prof. Oberziner, chiamato a succedergli nel posto di membro effettivo, rievocando, con affetto d'amico, con serenità di studioso, la nobile austera figura dello scienziato, del maestro, del cittadino scomparso.

Della " *polemica tra Porcelio e il Panormita* „ ci intrattiene il collega prof. Sabbadini, aggiungendo una nuova pagina a quelle sue ricerche sui nostri umanisti, in cui è riconosciuto universalmente maestro.

Una proposta, che tocca insieme l'interesse degli studi e quello del maggior decoro nazionale, fa il collega prof. Pascal in una sua nota: " *Per la resurrezione del latino come lingua internazionale* „. La lingua latina soddisfece, fin quasi al principio del secolo XIX, al bisogno di comunicazione intellettuale fra i dotti di tutto il mondo: depositaria del sacro deposito di tanti secoli di pensiero, risponderebbe anche oggi degnamente, più di qualunque altra lingua, alle esigenze del pensiero moderno.

Seguono altri scritti, pure in questo stesso campo,

Digitized by Google

della signorina Enrica Malcovati, del prof. Concetto Marchesi, del prof. Giuseppe Rotondi, del prof. Ettore Bignone.

La Malcovati in una nota « *Le idee degli antichi sulla umanità primitiva* » studia, negli autori greci e latini e nel loro svolgimento storico e letterario, le due concezioni opposte, di cui l'una pone ai primordi del genere umano l'età dell'oro; l'altra, uno stato di barbarie e di ferocia seguito da un graduale incivilimento.

Dei « *volgarizzamenti dell'ars amatoria nei secoli XIII e XIV* » discorre, in una dotta memoria, Concetto Marchesi, fermandosi in particolar modo sulla prima integra e fedele traduzione dell'*ars*, compiuta in Toscana nel secolo XIV, tuttora inedita, conservata in sette manoscritti fiorentini, che contengono pure un corpo di chiose volgari, compilate nello stesso tempo.

Un'altra dotta memoria ci presenta il prof. Rotondi su « *Federico Frezzi* », l'autore del *Quadriregio*, divisa in tre parti: la prima riguarda la data della morte del Frezzi, un enigma finora; la seconda, i codici del *Quadriregio*; la terza, una canzone, assai probabilmente del Frezzi, contenuta in un codice parmense.

Un « *frammento del comico Damosseno* », interessante egualmente per la storia della letteratura e del pensiero greco, studia il prof. Bignone. La filosofia nell'età alessandrina era penetrata dovunque: studiava l'universo e l'uomo; dava legge alla vita; consolava e spronava gli spiriti. L'arte si vendica e deride l'intrusa. Nel frammento di Damosseno un cuoco si vanta di aver appreso l'arte sua da Democrito e da Epicuro: maestra della vita, perchè la filosofia non dovrebbe essere regina anche fra le pentole e i fornelli? E il curioso frammento getta anche luce inattesa sopra una dottrina di Epicuro, non molta chiara, la così detta *condensazione dei piaceri.*

Lo scritto del Bignone, ricerca filologica con finalità filosofica, segna il trapasso ai lavori propriamente filosofici.

Un buon gruppo di note abbiamo anche in questo campo: dell'ingegnere Eugenio Rignano; del nostro collega Guido Villa; di chi ha l'onore di parlarvi ora,

Digitized by Google

L'ingegnere Rignano, così largamente benemerito della cultura del suo paese per la rivista " *Scientia* " da lui diretta, studia con acume « *le due grandi categorie di mentalità logiche* — i sintetici e gli analitici — *e la parte che ha nel determinarle la natura affettiva dell'individuo* ".

Guido Villa tesse la necrologia di due maestri, scomparsi or non è molto, " *Théodule Ribot* " e " *Tito Vignoli* ", soci l'uno e l'altro del nostro Istituto; professore acclamato nel Collegio di Francia, il primo, direttore della *Revue philosophique*, autore di una serie di opere, tradotte in molte lingue, che esercitò nel suo paese e fuori un'azione poderosa sullo svolgersi di quella disciplina a cui avea consacrato la vita, la psicologia; figura più modesta, meno rappresentativa, il secondo, e tuttavia delle più cospicue del positivismo filosofico italiano e specialmente lombardo, in cui portò una corrente d'idee, derivata dalle scienze biologiche, nelle quali aveva una cultura vasta e profonda. Inutile dire che, nella ricostruzione dell'opera e della dottrina dei due compianti maestri, Guido Villa portò tutto il suo scrupolo di studioso, e la chiara semplicità, la sobria eleganza d'un lucido intelletto.

Sorprendere la genesi del pessimismo come dottrina filosofica, per quanto è possibile, nell'ambiente di pensiero in cui è sorto, fu l'intento d'un mio scritto: " *Correnti di letteratura pessimistica al nascere di A. Schopenhauer* ". La così detta letteratura del *dolore mondiale* doveva essere, fu anzi, piena di ripercussioni sull'anima dello Schopenhauer: importava, adunque, studiarla nelle sue correnti principali. Ciò fu fatto in due note: la prima studia particolarmente quella corrente che mette capo allo *Sturm und Drang*, ne fissa il carattere, ne prende in esame gli scrittori più significativi; la seconda studia la corrente del *Romanticismo*, fermandosi specialmente su Federico Schlegel e lo Schleiermacher; l'uno, il fondatore, si potrebbe dire, letterario del Romanticismo; l'altro, il teorico e il filosofo.

Una messe anche più ricca di lavori, e sui più svariati argomenti, abbiamo nel campo delle antichità e dei papiri, della storia antica, moderna e modernissima.

" *Un dipinto vascolare pestano del Museo di Como*,

Digitized by Google

Eros e Sirena „ illustra il nostro collega Giovanni Patroni in due note, recando un notevole contributo allo studio delle credenze degli antichi intorno all'oltretomba. Nella Sirena (l'uccello-anima delle credenze popolari) l'autore riconosce l'anima che giunge agli Elisi; nel giovane alato che coglie un fiore per offrirlo ad essa, un sincretismo di Eros con l'*eidolon*. E lo stesso prof. Patroni, prendendo occasione da una recente pubblicazione di David Viollier, vice-direttore del Museo nazionale di Zurigo, illustra in un altro scritto dottissimo « *le tombe elvetiche dell'età de la Tène ed i Gallo-italici* ».

Il prof. Arturo Solari in una nota « *sui nomi greci nelle iscrizioni latine* » mette in evidenza, colla scorta di numerose epigrafi della settima regione italica, il considerevole influsso esercitato sulla cultura etrusca dai Greci asiatici trasferitisi in Etruria per ragioni commerciali: particolare non rilevato dalla tradizione letteraria.

Dei « *riflessi della corte Tolemaica nei papiri greci dei primi tre secoli av. Cr.* » discorre il professore Aristide Calderini. Nel IV. volume, recentemente pubblicato, dei « *Papiri della Società italiana* „ sono 125 documenti tratti dall' « Archivio di Zenone », un funzionario vissuto nel 3° secolo av. Cr. a *Theadelphia* nel Fajúm, il primo nucleo d'un' interessante corrispondenza. I più notevoli fra tali documenti sono quelli in cui si accenna all'autorità e alla vita dei sovrani nei loro contatti specialmente col popolo; e questi appunto studia nella sua nota il professor Calderini, uno dei più fervidi e valorosi cultori della papirologia in Italia.

Anche una nota papirologica presenta la dott. Maria Luisa de Courten a illustrazione di una curiosa « *lettera ad un medico e una ricetta in un papiro del IV secolo d. Cr.* ».

Quattro note presenta il nostro collega avv. Bassano Gabba « *a proposito di due ricorrenze anniversarie* ». Nell'anno 1916 si sono verificate due ricorrenze anniversarie, che la cattolicità non poteva lasciare e non lasciò inosservate: il 15 luglio si compiva il settecentesimo anno dalla morte di Innocenzo III°, il *grande papa*, come fu chiamato per antonomasia; e il 15 maggio il venticin-

Digitized by Google

quesimo anniversario della promulgazione della famosa enciclica di Leone XIII, *Rerum novarum*. Da tale coincidenza coglie occasione l'avv. Bassano Gabba per assurgere a uno studio, in cui sono confrontati i due grandi pontefici nella loro opera religiosa, politica, sociale.

Restano gli scritti di Alessandro Luzio, il nostro collega così meritamente insigne per le sue ricerche intorno alla storia del nostro Risorgimento.

In una nota « *Il processo di Antonio Sciesa* » il Luzio raccoglie da una requisitoria austriaca, fortunatamente conservata in Italia, nell'Archivio di Stato di Milano, sui processi del 6 febbraio 1857, molti passi interessanti, relativi all'eroico popolano, fucilato il 2 agosto 1851. L'Auditor Militare, nel formulare le sue conclusioni innanzi al giudizio statario sui contumaci Gaetano Assi e dott. Guttierez, risale, in quella requisitoria, alle affissioni di manifesti rivoluzionari, dovute ad essi sino dal 1851, e porge solenne testimonianza del tetragono silenzio opposto allora dallo Sciesa all'inquisizione austriaca: non una sillaba egli aveva pronunciato che potesse compromettere i congiurati: onde la frase leggendaria, a lui attribuita, *tirem innanz*, anche se ne potesse storicamente contestare l'autenticità, corrisponde perfettamente alla sua attitudine magnanima; identica a quella del primo martire di Belfiore, Don Giovanni Grioli.

Dei « *documenti degli Archivi di Mantova asportati dall'Austria* » a varie riprese, discorre lo stesso Luzio in una successiva memoria. Si dividono in tre gruppi tali documenti. Il primo, e più importante, comprende gli atti riservati della Delegazione (Prefettura) di Mantova dal 1815 al 1866: cinquant'anni di storia, dei più ricchi e drammatici, del nostro Risorgimento; trafugati ad Innsbruck, dove tuttora si conservano, da un imperiale regio impiegato, che, nel suo zelo, avea oltrepassato gli ordini stessi del suo governo. Il secondo è costituito da documenti sull'antica dominazione dei Gonzaga, asportati a Vienna fino dal 1710. Il terzo comprende centotrenta autografi di insigni personaggi, politici, poeti, artisti, quali, per esempio, lettere dei Re d'Ungheria, di Polonia, dei Sultani, dei

Digitized by Google

Sovrani di Bosnia, di Cosimo de' Medici, di Ferrante Gonzaga, di Antonio Ferrer, di Eleonora d'Este, di Pietro Bembo, del Mantegna, di Tiziano, dell'Ariosto, dei due Tasso, e così via; trasportati a Vienna nel 1830, dove arricchiscono tuttora le collezioni della Biblioteca imperiale. A quando il nostro patrimonio sarà ricostituito *in integrum*, annullando prepotenti annessioni, vere rapine e ruberie, che ahimè! si rinnovano ora? Per il mondo sconvolto dalla più orribile guerra il futuro trattato di pace dovrà segnare la restaurazione completa d'ogni diritto nazionale calpestato, d'ogni principio di giustizia e d'equità manomesso; e rientreranno in questa solenne opera riparatrice anche le disposizioni che il patrimonio scientifico d'un popolo non possa essere sottratto nè distratto *ad libitum* della forza.

E qui finisce l'enumerazione dei lavori della Classe; e sarebbe anche finito il compito mio, se un pietoso dovere non s'aggiungesse e non richiamasse il nostro pensiero a quei nostri colleghi che in questi tragici mesi ci hanno lasciato per sempre.

E lungo è purtroppo l'elenco dei morti!

Théodule Ribot, nostro socio straniero dal febbraio 1909, moriva negli ultimi giorni del 1916: figura insigne di filosofo, fra i più insigni della Francia contemporanea, aveva, pure nel nostro paese, larghi consensi e ammiratori fedeli: piaceva sopratutto a noi quel suo chiaro spirito latino, così affine al nostro; e a lui, maestro insuperato nelle scienze psicologiche, a lui e alle sue geniali monografie, tornavamo volentieri, come a fonte di ristoro, come ad oasi di riposo, dopo le aspre fatiche intorno a quell'arida psicologia formalistica, che la Germania ci ammanniva e che era venuta a sazietà nella stessa Germania.

E un altro socio straniero, pur egli francese, e insigne del pari, ma in altro campo, moriva a Parigi il 7 settembre del 1917: Paul Meyer. Apparteneva al nostro Istituto da un ventennio ormai; amava l'Italia; era direttore dell'*École des Chartes* e professore emerito di lingue e letterature romanze nel Collegio di Francia.

Digitized by Google

In alacre e verde vecchiezza moriva a Pisa, dopo breve malattia, il 16 marzo, il nostro socio corrispondente, professore Alessandro Paoli. Apparteneva all'Istituto dal 1900 insegnava con onore storia della filosofia nell' Università pisana: pregevoli specialmente i suoi studi sulla *Scuola di Galileo*; di Galileo e della filosofia galileiana si occupava con amore anche negli ultimi giorni di vita.

Reduce da un viaggio in Francia, dopo un convegno con cospicue personalità di quel paese, che a lui, fervido patriota, interventista della prima ora, aveva rinsaldato in cuore la fede nella vittoria, si spegneva improvvisamente, il 29 aprile, nella casa della madre, presso Sestri Ponente, il nostro socio corrispondente, Domenico Oliva. Uomo politico, pubblicista, letterato, critico d'arte, a quest' ultimo titolo sovrattutto era dovuta la sua assunzione all'Istituto, a cui apparteneva dal 2 giugno 1898. L'opera critica, profusa durante decenni di lavoro in riviste e giornali, costituisce la personalità letteraria di Domenico Oliva, il campo in cui si affermarono e si svolsero le sue migliori qualità di scrittore; e il valore di quell'opera è mostrato da un segno sicuro: essa è potuta sopravvivere al rapido fato del giornale, consegnata in onesti volumi, di sempre fruttuosa e piacevole lettura.

Ed altri lutti, più domestici lutti, colpivano la grande famiglia dell'Istituto. Moriva a Rapallo il 26 agosto il membro effettivo Livio Minguzzi; moriva a Frascati il 10 settembre il membro non residente Vincenzo Simoncelli.

Dell'uno e dell'altro hanno detto qui degnamente il nostro Presidente e il prof. Buzzati; e poco io potrei aggiungere alle loro nobili parole. Apparteneva il Minguzzi all'Istituto dal giugno del 1899: assiduo, come pochi altri forse, alle nostre tornate, a noi pare di vedere ancora al posto consueto l'alta persona, così schiva e piena di riserbo, e pure, insieme, così fine e garbata; a noi pare di sentire ancora quella sua parola tranquilla, inspirata mai sempre a un senso di dignità e di decoro. Professore di diritto costituzionale nell'Università di Pavia, ebbe fama d' insegnante chiaro, elegante, efficace; e lascia opere che attestano largamente della sua dottrina di giurista, dell'onesta

Digitized by Google

sincerità della sue convinzioni di studioso. Una sua nota, e fu l'ultima, letta il 10 giugno 1915, mostrava, in base a informazioni e documenti recenti, come l'Austria meditasse di lunga mano, pur a dispetto del trattato d' alleanza, di aggredirci nel momento propizio. " *L'animus nei trattati internazionali* „ era il titolo della nota; e l'*animus* dell'Austria, pur a dispetto del trattato, era quella di una perfida nemica!

Vincenzo Simoncelli apparteneva all' Istituto dal 2 marzo 1896; prima, socio corrispondente; poi, membro effettivo; in ultimo, quando dall' Università di Pavia fu chiamato a quella di Roma, membro non residente. Anche lontano, però, egli era sempre dei nostri: e fra noi ebbe sempre salde, fidate amicizie. Gli è che in lui l' uomo era pari allo scienziato: alta e nobile la figura dello scienziato; alta e nobile la figura dell'uomo! In mirabile armonia si fondevano in lui le più elette qualità dello spirito, onde quella sua personalità completa, che irradiava intorno a se luce e calore: luce di pensiero, calore d'affetto! Professore di diritto civile, fu dei pochi, come fu detto giustamente, che fanno della cattedra un altare tutto dedicato alla scienza, in cui non ardono altri incensi che a questa: documento di ciò i suoi scritti, fra i più notevoli della nostra letteratura giuridica; due fra questi massimamente, il volume sull'*Enfiteusi* e il trattato d'*Istituzioni civili.*

E moriva Giacomo Barzellotti, professore di storia della filosofia nell'Università di Roma, senatore del Regno, nostro socio corrispondente fin dal 1883; moriva il 19 settembre nella pace della sua rustica casa, presso l' Amiata, ch'egli prediligeva e a cui il suo nome resta legato per uno dei suoi scritti più luminosi, " *David Lazzaretti* „ ; in quella casa, in cui a lui piaceva talora, come ai vecchi Toscani del Rinascimento, accogliere qualche amico e discepolo a discorrere di filosofia e d'arte. Filosofia ed arte, pensiero e bellezza, proprio come degli uomini del Rinascimento, erano la passione, erano l'ambizione di Giacomo Barzellotti. E questo spiega, questo fa intendere e valutare giustamente la sua visione del mondo e dello spirito, la sua concezione della filosofia e della storia. Egli era un filosofo e un artista, o,

Digitized by Google

meglio, era filosofo e artista insieme, per un'esigenza profonda della sua mente e della sua anima, che l'educazione e lo studio dell'umanesimo e del classicismo italico aveano anche meglio svolto e rinvigorito. Le sue opere, perciò, sono opere insieme di pensiero e di bellezza; e rimangono documento insigne d'un'alta intelligenza, d'una nobile vita.

E moriva il 7 dicembre Pasquale Villari, nostro socio dal 1879. Non tocca a me dire del glorioso vegliardo, che tutta Italia onorava; non tocca a me dire di questo grande maestro della scuola e della vita. Ogni parola sarebbe impari al soggetto. Avea raggiunto l'età più canuta; ma la vecchiezza non aveva assiderato il suo spirito; a scatti, a fiotti, la vita rigorgogliava nel suo cuore, il pensiero riaccendeva il suo cervello; il fuoco interiore rifiutava ostinatamente di spegnersi. In questo fuoco interiore, chiarità mirabile d'intelligenza, ardore invincibile d'opere, era tutto Pasquale Villari. Non un programma predesignato nel Villari scrittore. I suoi scritti uscirono tutti dalla passione, furono impulsi appassionati di scrutare la realtà lontana o vicina, abbracciamenti di figure eroiche attraverso il tempo o lo spazio. Nè meno insigni per questo. Ed egli non fu, quindi, solo l'uomo della cattedra — rifuggiva dal tono cattedratico, dal cipiglio professionale —; fu l'uomo della vita; e il suo più bell'insegnamento è stato il suo apostolato patriottico e sociale. Non dimentichiamolo in quest'ora grave della patria; non dimentichiamo sovrattutto le sue parole ammonitrici: " non orgogli presuntuosi, non scoramenti senza confini „; si riaccenda alla sua gran luce la fiamma delle virtù operose, l'ardore della riscossa.

Digitized by Google

RENDICONTO DEI LAVORI

DELLA

CLASSE DI SCIENZE MATEMATICHE E NATURALI

nel 1917

letto dal M. E. Prof. ORESTE MURANI

SEGRETARIO DELLA CLASSE

(Adunanza solenne del 10 gennaio 1918)

Signori,

Riprendemmo a novembre le consuete nostre adunanze in una settimana di passione, nell'ora amarissima della improvvisa, incredibile sventura della Patria. Sino a quei giorni, avevamo con fervidi voti seguito i nostri valorosi soldati, che nella fronte orientale, superando ostacoli e resistenze formidabili che niun esercito conobbe mai, toglievano, ogni giorno più, terreno e speranza al nemico. Li seguiamo ora, con amore più intenso che mai, sugli Altipiani e sul Piave, dove essi combattono contro l'iniqua sopraffazione straniera, contro le violenze della più feroce barbarie, per la salvezza della Patria, pel trionfo della civiltà umana e della giustizia.

Il blocco barbarico, in preda al delirio di una facile oscura vittoria, abbacinato dalla visione di un lembo di questa terra così divinamente bella, si mostrava sicuro di progredire con la stessa baldanza; era in vista la fine della guerra italiana. Ma ben altra esperienza esso doveva fare del valore italiano, e invano con la sua rabbia ha urtato contro la nuova, improvvisata barriera: una fiamma d'amor patrio corse per l'Esercito e la penisola, e il ne-

Digitized by Google

mico ha trovato un paese che nella sciagura erge la fronte indomita.

Questa resistenza eroica contro un nemico superiore di forze e di numero, imbaldanzito dalla vittoria e dalla defezione della Russia, basta a riscattare un'ora di dolore e di sventura.

*
* *

Gli animi nostri che non seppero l'odio, perchè nella guerra han veduto non lo scatenarsi di selvagge passioni, ma solo il mezzo estremo per le rivendicazioni nazionali e per la difesa della libertà del mondo, oggi che la Patria è calpestata e vilipesa dallo straniero, attingono nel danno e nell'offesa una forza invincibile. L'offesa più pericolosa è quella che il nemico tenta per via d'insidie contro l'onore e la resistenza della Nazione. Questa in unità di spirito, di fede, di volontà, saprà opporre valida difesa, e ridurre all'impotenza gl'inimici interni che quelle insidie favoriscono. Pur troppo vi sono sciagurati che rinnegano la Patria, e vedono indifferenti il nemico violarne il suolo, invaderne le belle contrade, le città, altra volta consacrate dall'eroismo, dal martirio, dal sangue de' padri.

*
* *

Questa guerra del mondo fu voluta dai tedeschi, ed è da essi combattuta senza pietà, senza misericordia, pur contro popolazioni inermi. Ricordiamo, -- e gioverà ricordarlo in avvenire — che donne e fanciulli d'Italia sono assassinati da bombe germaniche; che i nostri soldati feriti sono massacrati negli ospedali da bombe germaniche; che insigni monumenti d'arte sono distrutti da bombe germaniche. Ed è stata la Germania a iniziare questi esecrabili metodi di guerra. La crudeltà degli antichi barbari era inconsapevole, la crudeltà di questi è meditata, disciplinata. Vogliono essi l'abolizione di una grande civiltà in profitto di un'altra che non la vale, di tutta una grande coscienza a favore di un'altra che si rivela ogni giorno più bassa. Che vorrebbe dire il trionfo della Germania?

Digitized by Google

Questo certamente, la supremazia della forza bruta sul diritto; e con ciò la disperazione del medio evo ricadrebbe di nuovo, come un mare di tenebre, sulla terra. No, non è possibile farsi illusioni: il pangermanesimo e la latinità sono due concezioni politiche, intellettuali e morali, due psicologie antitetiche. La gentilezza del latin sangue si ritemprerà in questa prova suprema; tutti i cuori, tutte le menti diano materia a questa tempra; da ogni luogo salga alla fronte un'onda calda di passione confortatrice.

*
* *

Continuare, pur in tanta tragicità di eventi, la tradizione gloriosa degli studi; serbar fede, con invitto animo, al lavoro fecondo che è la ragione stessa della vita; contribuire con l'opere e gli scritti all'alta cultura; eccitare quelle energie nazionali che devono fare la patria più grande e rispettata; difendere e custodire la italianità del pensiero; tali gli scopi del nostro Istituto, e la poderosa arma di progresso di cui esso dispone.

E bisogna aggiungere, come ben l'ha fatto notare il collega prof. Bonfante, che i paesi che s'isolano nel lavoro scientifico non offrono il loro contributo alla civiltà generale, e non ne ricevono. I paesi più fecondi e progrediti sono quelli che più liberalmente si aprono al commercio d'idee con l'Estero. Gli Istituti Superiori di cultura, de' quali le Accademie sono gli esponenti, rappresentano il tramite più agevole di questa reciproca penetrazione. Uno straniero che abbia attinto alle fonti della cultura di un paese, resta bene spesso legato a quel paese dalla più viva simpatia, e diventa l'organo più naturale per la diffusione della sua cultura, del suo spirito, de' suoi ideali.

Si pensa da molti, ancora oggi, che le nostre Accademie altro non siano che rifugi di gente tranquilla, dedita soltanto ad una sterile contemplazione di verità astratte e fuori della vita, e che, come le antiche, esse non siano che una perdita di tempo o quasi. No, o Signori, il nostro Istituto non è fuori della vita: esso con le realtà della vita ha mantenuto e mantiene i più stretti legami, e a

Digitized by Google

questa vuol partecipare con le molteplici sue efficienze. Scienza è libertà, quindi anche tenace sforzo contro ogni iniquo tentativo di sopraffazione, di conculcazione de' più legittimi diritti.

*
* *

Io devo dirvi, o Signori, dei lavori della Classe di scienze matematiche e naturali, durante l'anno 1917; lo farò con la maggior brevità, giacchè non sarebbe possibile, il più delle volte, di entrare nei particolari di ciascun lavoro.

Inizia la serie de' nostri studi un buon numero di note di matematiche superiori, che onorano molto i loro autori:

Prof. Emilio Veneroni: " Sulle corrispondenze piane simmetriche [22] della classe zero (3 note) ".

S. C. prof. Umberto Cisotti: " Sulle azioni dinamiche di masse fluide in movimento ".

" Sulle onde superficiali progressive di tipo permanente ".

Prof. Filippo Sibirani: " Sulle radici delle curve gobbe ".

Prof. A. Del Re: " Hamiltoniani e gradienti particolari nell'analisi ad n dimensioni di Grassmann ".

M. E. prof. Luigi Berzolari: " Le configurazioni $(10_6, 15_4)$ di punti e piani ".

A prima vista, alcuni di questi lavori sembrerebbero non essere altro che un esercizio intellettuale, ingegnoso senza dubbio, ma in definitiva artificiale e sterile. E il più delle volte si sarebbe disposti a pensare che la natura non offre le complicazioni dei matematici, e non ne suggerisce l'idea. Ma quando si osservano con l'ultramicroscopio i colloidi, o si pensa alla traiettoria di una molecola gassosa avente infiniti punti singolari, o si riflette sulla struttura infinitamente discontinua della materia, quale è suggerita dai risultati ottenuti nell'atomistica, — per fermarci solo a pochi esempi —, ci si convince che sovente la logica porta i matematici più presso al reale di quello che non si pensi.

Digitized by Google

Alla meteorologia appartiene la interessante nota del S. C. prof. Pericle Gamba, intitolata: " Risultati dei lanci di palloni sonda effettuati nel R. Osservatorio geofisico di Pavia, nell'anno 1913 „. Innumerevoli, per così dire, sono ormai le osservazioni meteoriche fatte alla superficie del suolo; ma esse, a quel che pare, non bastano a chiarire i fenomeni tanto complessi della nostra atmosfera; e si nutre la speranza di scoprirne alcunchè dai dati forniti dagli strumenti, che i palloni sonda trasportano nelle alte regioni dell'aria.

L'Osservatorio di Brera diede il solito contributo delle osservazioni meteorologiche, e gli Uffici del Genio Civile di Bergamo, Brescia e Como le osservazioni limnimetriche da inserire nei nostri Rendiconti.

D'idraulica si è occupato l'ing. Giulio De-Marchi con uno studio nel quale sono riassunte numerose osservazioni e misure " sul regime del lago di Garda „. È evidente la importanza di siffatti studi diretti a farci meglio conoscere i nostri laghi.

Nel vastissimo campo della fisica e della chimica si è avuto soltanto il lavoro dello scrivente: " La scintilla elettrica e la ionizzazione del mezzo „. In seguito alla scoperta della ionizzazione de' gas, si è formulata una teoria della scintilla elettrica, secondo la quale questa sarebbe dovuta a una rapida ionizzazione del mezzo tra gli elettrodi, quando si è raggiunto, o quasi, il valore esplosivo del potenziale, e al simultaneo trasporto delle opposte cariche operato dai ioni. L'autore della nota ha voluto segnalare la difficoltà che s'incontra quando, con la detta ipotesi, si voglia dare una verosimile spiegazione della scarica impulsiva, e di quelle altre dovute al sorgere improvviso del potenziale esplosivo.

Il M. E. prof. Ettore Artini ha presentato la sua IX^a nota sulla " Forma cristallina di alcuni derivati del benzolo „. Si tratta di una lunga sistematica serie di ricerche che il chiaro collega prosegue da più anni, destinata a costituire un'opera poderosa e originale.

Digitized by Google

Appartengono pure alla mineralogia i due studi della dott. Amalia Brusoni dell'Istituto di mineralogia dell'Università di Pavia: " Zebedassite, nuovo silicato idrato di alluminio e magnesio di Zebedassi nell'Appennino pavese „; e " Sopra una interessante trasformazione del granito del giacimento ofiolitico di Zebedassi „.

Segue un buon gruppo di lavori di geologia. Il M. E. prof. Taramelli, questo illustre collega nostro, nestore insieme col Capellini dei geologi italiani, che le nostre gloriose tradizioni di tale scienza ha continuato e accresciuto, presentò tre note. Nella I^a^ espone i " Risultati di uno studio geologico della provincia di Pavia „. È il sunto di una sua opera avente per titolo *Descrizione geologica della provincia di Pavia*; vi sono descritti i terreni, le condizioni stratigrafiche, la circolazione sotterranea delle acque desunta da numerosi trafori artesiani, e i giacimenti de' materiali utili di quella regione. Nella II^a^ nota formano oggetto di studio: " Le sabbie di Sansego e le aspirazioni italiane nell'Adriatico „. Tale sabbia nell'isoletta di Sansego, nel Quarnero, a sud dell'Istria, forma un cumulo alto quasi cento metri su una base calcare. Del singolare giacimento diedero la spiegazione le osservazioni microscopiche del compianto prof. Francesco Salmoiraghi; questi dimostrò che quella sabbia proviene dal Po. Da qui il prof. Taramelli inferisce che la porzione settentrionale dell'Adriatico era occupata da vasta pianura, in seguito smembrata, erosa, ricoperta da più recenti alluvioni, in parte sommersa, trasformandosi nel fondo poco declive dell'Adriatico tra Rimini e l'Istria. L'autore rileva questo nuovo nesso geografico e geologico che stringe l'Istria e la Dalmazia alla valle padana.

Nella III^a^ nota " Il lago di Doberdò presso Monfalcone „ il Taramelli espone la storia geologica del Carso triestino, divenuto sacro agli italiani pel sangue versato, per l'eroismo e le vittorie del nostro Esercito. L'autore dimostra che il lago di Doberdò altro non è che una delle tante doline, per cui il Carso può paragonarsi ad una enorme spugna, dovute all'erosione di acque correnti, ac-

Digitized by Google

compagnata dall'azione corrosiva di acque acidule per acido carbonico: la dolina di Doberdò è poco alta sul livello del mare, e vi affluiscono le acque de' luoghi circostanti.

Altre ricerche geologiche sono quelle del prof. Plinio Patrini " Sull'epoca del conglomerato di Montacuto nell'Appennino di Tortona „; e quelle del prof. G. B. Cacciamali " Falde alpine e loro radici; limite alpino dinarico e pieghe dinariche „.

Appartengono alla botanica due interessanti note: una è dovuta al S. C. prof. Ugo Brizi " Intorno ad una causa di deperimento dell'alberate cittadine „. L'Autore dimostra che il pulviscolo di catrame, che si solleva dal suolo e si attacca alle foglie, le fa intristire.

L'altra nota è dovuta al prof. Antonio Pensa: " Fatti e considerazioni a proposito di alcune formazioni endocellulari vegetali „. Da numerosi disegni ritratti da preparati microscopici, egli rileva che alcune sostanze di natura colloidale possono assumere, in certe condizioni fisicochimiche delle cellule, strutture tali da simulare gli apparati reticolari dal Golgi descritti nelle cellule animali.

Il M. E. prof. C. Gorini con la grande competenza che ha in materia, ha discorso dell'industria del latte. In una nota " I fermenti selezionati e i caseotecnici „ egli rileva una grave difficoltà nella imperizia de' casari a preparare i lieviti per i fermenti selezionati, e avverte la necessità di formare, con una adatta istruzione pratica, dei caseotecnici, nel fine di elevare l'industria tanto importante del latte.

In un'altra nota " Nuovo contributo alla sterilizzazione del latte „ l'autore, ricordata la possibilità di lente alterazioni del latte sterilizzato che si rilevano dopo un periodo d'incubazione, dimostra che il latte, sebbene efficacemente sterilizzato, può andare incontro a subdole alterazioni difficilmente riconoscibili, dovute non a cause chimiche, ma ad un inquinamento del latte per opera della microflora mammaria, e l'autore ne indica i rimedî.

Digitized by Google

Alla igiene appartiene il lavoro del S. C. prof. Guido Bordoni-Uffreduzi " Sul metodo di lotta contro i pidocchi. Contributo alla profilassi del tifo esantematico „. Si sa che tormento sia questo per gli eserciti combattenti; l'autore basandosi sui risultati di molte osservazioni, indica le norme atte a diminuire il flagello.

Nel campo della medicina si ebbe la nota del S. C. prof. Edoardo Bonardi, avente per titolo " Anchilostomiasi in provincia di Milano dal punto di vista clinico e sociale „. Si tratta di una malattia dovuta a uno speciale elminto che da terreni infetti passa nell'intestino di certi lavoratori, fornaciai, minatori, contadini, ortolani ecc., e produce l'effetto di grave anemia. Il Bonardi mette in evidenza le cause del diffondersi del male, e suggerisce i mezzi adatti a combatterlo.

I proff. G. Sala e G. Verga hanno presentato una seconda memoria " Sulle lesioni de' nervi periferici per ferita da arma da fuoco „, argomento di viva e dolorosa attualità. Gli a.a., approfittando del ricco materiale della Sezione neurologica annessa all'Ospedale di Riserva " Collegio Borromeo in Pavia „, diretta dal prof. Golgi, iniziarono, sin dai principio del 1916, uno studio metodico e accurato di molti casi di lesione de' nervi periferici, allo scopo di portare un contributo d'indole neurologica e chirurgica alla soluzione di molteplici quistioni connesse col trattamento di tali lesioni. L'interessante studio è consacrato nel volume delle memorie dell'Istituto.

Ricorderò, finalmente, che, inaugurandosi nel cortile d'onore di questo palazzo la lapide con medaglione dedicata a Giovanni Schiaparelli, presso all'altra che ricorda Francesco Brioschi, — i due Genii tutelari del nostro Istituto — il M. E. prof. Giovanni Celoria successore dello Schiaparelli nella Specola di Brera, ci parlò dell'opera e della vita del grande astronomo con tanta altezza di pensiero e con tanto calore di affetto, come nessun altro avrebbe potuto fare più degnamente.

E ricorderò pure, tra le pubblicazioni a cui l'Istituto

Digitized by Google

ha dato il massimo contributo di lavoro, il 1° Volume dell'Edizione Nazionale delle opere di A. Volta, fatta col concorso del Governo e sotto gli auspicii della R. Accademia de' Lincei e del R. Istituto Lombardo. Il volume bellissimo, pubblicato dall'Hoepli, comprende tutti gli studi voltiani sull'elettromozione, dalle esperienze galvaniche alla invenzione della pila. Sarà quest'opera grandiosa il vero e più solenne monumento che la Patria dedica alla memoria di quel Grande, sulla cui scoperta è fondata tanta parte della moderna civiltà.

Tale il bilancio di lavori della Classe di Scienze matematiche e naturali nell'anno testè decorso; messe di studi non ricchissima, ma nelle presenti angustie pur sempre confortante e decorosa.

***

Non si deve tacere un'altra attività dell'Istituto, che consiste nell'incoraggiamento da esso dato alle ricerche teoriche e alle applicazioni industriali, per mezzo di medaglie e premi, destinati a invenzioni, a studi originali, a iniziative e imprese industriali di provata utilità: premi ambiti, che sono stimolo a progredire, e legittima ragione di onore ad uomini di operoso ingegno.

Di sei concorsi a premi ha giudicato, nell'anno ora decorso, la Classe di Scienze, ed oggi ne viene solennemente proclamato il risultato. Nostro pensiero costante dev'esser quello che la scienza aiuti l'industria, più intensamente, più efficacemente che non sia stato in passato. Nel lavoro nazionale bisogna rendersi, il più possibile, indipendenti dagli stranieri; solo così si potrà trattenere in casa la nostra ricchezza.

***

E qui avrei finito, se un alto dovere non richiamasse ora il mio pensiero a quei Colleghi che, in questi tragici mesi, ci hanno lasciato per sempre.

Nello scorso dicembre moriva in questa città, a 62 anni,

Digitized by Google

il dott. Giacinto Martorelli, torinese di origine, professore di Storia Naturale nel R. Liceo Beccaria. Era nostro socio corrispondente dall'anno 1905. Fu questo nostro collega molto versato negli studi di zoologia, e specialmente di ornitologia, nella quale materia aveva una vera e grande competenza. Per ciò fu chiamato, sin dal 1893, alla direzione della bellissima collezione Turati di questo Museo Civico, che egli riordinò in modo assai lodato e illustrò con i suoi lavori.

Delle numerose pubblicazioni del Martorelli basterà ricordare le seguenti, che sono le più pregiate per il contenuto e le originali osservazioni: « Gatti selvatici (della Sardegna) e le loro affinità coi domestici »; « Mute regressive degli uccelli migranti, e il loro scambio tra l'emisfero nord e sud »; « Monografia illustrata degli uccelli di rapina in Italia »; « La forma e la simmetria delle macchie nel piumaggio ».

Come insegnante ebbe il sentimento profondo del proprio dovere, che adempiè con scrupolo consacrando tutto sè stesso alla scuola, nella quale fu circondato dalla stima dei colleghi, dall'affetto dei discepoli. Nulla, neppure la malferma salute degli ultimi tempi, valse a distrarlo dalle sue occupazioni dilette, alle quali aveva dato il fervore della giovinezza, la saggezza degli anni maturi. Molti possono averlo superato per ingegno, o per importanza di risultati ottenuti, nessuno per la sincerità e l'operosità della vita, indice d'integrità morale.

Adolfo Viterbi, nato a Mantova, moriva gloriosamente sul Piave il 18 novembre. Fu professore ordinario di geodesia all'Università di Pavia, ed era stato eletto da poco tempo nostro socio corrispondente della Classe di Scienze matematiche e naturali. D'ingegno versatile, aveva una estesa cultura in diversi campi delle matematiche pure e applicate. Numerosi sono i suoi lavori tanto d'analisi che di geometria, ed anche nella meccanica razionale e celeste, e nella fisico - matematica lascia pubblicazioni molto lodate.

Ma alla geodesia, la materia da Lui professata, e alla

Digitized by Google

teoria degl'istrumenti di cui essa si giova, il Viterbi consacrò la maggiore attività del suo ingegno, ed ha prodotto lavori di gran pregio.

Al nostro Istituto non ebbe modo di dare alcun contributo, poichè, animato da fervente amore di patria, si era arruolato volontario nell'Esercito, sin dall' inizio della guerra.

Nella intiera dedizione di ogni energia di patriotta e di scienziato per la santa causa nostra, offrì la mente non meno del braccio. Combattè nel Trentino e fu ferito; indi decorato con medaglia d'argento al valore, e promosso capitano del Genio, fu addetto al Comando della terza Armata, dove eseguì pregevolissimi lavori cartografici di guerra. Nella ritirata sul Piave, in un'ardita ricognizione presso le linee nemiche, cadde da valoroso.

Il migliore suo elogio si trova nel telegramma che S. A. R. il Duca d'Aosta spedì al Rettore dell'Università: " Compio il doloroso ufficio di partecipare alla S. V. e al Corpo Accademico che ieri, colpito da piombo nemico sulle linee più avanzate, gloriosamente lasciava la nobile vita sul campo il capitano prof. Adolfo Viterbi. La perdita di così grande, fulgida figura di soldato e di scienziato che tutto offrì e tutto dette alla Patria, è lutto per l' Esercito e per la scienza. Inviole vivi sensi di cordoglio ".

*
* *

Noi ora proseguiremo i nostri lavori, con fede sicura nei destini della Patria, colla certezza che la libertà de' popoli e la civiltà del mondo non possono essere sopraffatte dalla barbarie. La terra donde si è irradiata la civiltà nel mondo, non è fatta per la barbarie che sta sulla violenza e la forza bruta. La fortuna d'Italia è cresciuta nel dolore; di dolore saprà anche nutrirsi per ritrovare la sua grandezza, la sua potenza.

E abbiamo fede che la bandiera della Patria sventolerà nuovamente fra le migliaia di morti, che sui monti, a Gorizia, sul Carso rosseggiante di vittoria, con la faccia

Digitized by Google

volta a oriente, vigilano e aspettano il ritorno dei fratelli. Essi non saranno morti invano; dal sangue loro germoglieranno le nuove primavere della vittoria. Le ossa oggi frementi e violate saranno allora piamente ricomposte nella pace gloriosa, e si avvererà il vaticinio del Poeta: " E quel che fu perduto per i giorni, sarà riacquistato per i secoli ".

Digitized by Google

LA MATEMATICA E IL MONDO REALE

Discorso inaugurale
letto nell'adunanza solenne del 10 gennaio 1918
dal M. E. prof. GIULIO VIVANTI

Illustri Colleghi, Signore, Signori,

In mezzo alla crisi immane di fuoco e di sangue, che travolge uomini e cose, è dovere della scienza continuare serenamente la sua opera, lavorando a preparare all'Italia quell'avvenire, di cui il valore dei suoi soldati e le virtù del suo popolo la rendono ben degna. Conscio di questo dovere, e fedele alle proprie consuetudini, il nostro Istituto, pur sentendo l'estrema gravità dell'ora presente, vi ha invitati anche al principio di quest'anno ad ascoltare la parola della Scienza. Oggi la parola è alla matematica, ed a me è toccato l'onore di esserne l'interprete; onore pericoloso, perchè, discorrendo di matematica dinanzi ad un gran pubblico, è troppo facile meritarsi questo giudizio: L'oratore ha parlato benissimo, ma l'uditorio ne ha capito ben poco. — Potrei forse interessarvi riferendovi tutto quanto di bene e di male si disse della matematica (1), segno

D'inestinguibil odio
E d'indomato amor;

da Platone, che non ammette nella sua scuola chi ne sia ignaro, da Novalis, che afferma essere la matematica una

(1) Su questo argomento vedi: A. PRINGSHEIM, *Ueber Wert und angeblichen Unwert der Mathematik*, München 1904.

Digitized by Google

religione e i matematici i soli uomini felici, a Schopenhauer, che abbassa questi al livello di macchine da calcolare, al Padre Caccini, che dimostra dal pergamo essere la matematica un'arte diabolica (1), e all'anonimo autore del celebre motto: *purus mathematicus purus asinus*; potrei farvi la storia curiosa dei vari significati che ebbe la parola *matematico*, da quello di stregone, o di astrologo di corte, a quello di soprintendente delle acque pubbliche. Ma tutto ciò sarebbe più curioso che istruttivo; ed io preferisco rivolgere il mio discorso più specialmente a coloro tra voi che hanno minor famigliarità colla scienza dei numeri e delle grandezze, per cercare di rispondere a due domande, che forse alla mente di alcuni fra loro si saranno talvolta affacciate:

Che cosa è la matematica?
Quali rapporti ha essa col mondo esterno?

Le domande possono parere ingenue. Che cosa è ed a che serve la matematica? Ma tutti lo sanno, a cominciare dal contadino che calcola l'estensione del suo campo ed il provento delle sue derrate, e dalla cuoca che fa il conto giornaliero della spesa; nè potrebbe concepirsi una umanità civile, che fosse priva di questo sussidio prezioso.

Però le mie domande hanno un significato più profondo.

La matematica, quale s'insegna nelle scuole elementari e medie, ha l'aspetto di una scienza completa, cristallizzata, immutabile; le regole d'aritmetica sono in uso da più secoli; il teorema di Pitagora ha una vita due volte millenaria. D'altra parte nessuno ignora che questa scienza è in continuo progresso; che vi sono migliaia di studiosi, i quali fanno di essa l'unico oggetto delle loro ricerche, centinaia di periodici e di società scientifiche, che di essa si occupano esclusivamente; che, per tacere dei tempi passati, uno dei più grandi scienziati dell'epoca nostra fu il Poincaré, un matematico. Ora che cosa possono trovare

(1) V.: Atti e Memorie della R. Accademia Virgiliana, 1893-94, pag. 56.

Digitized by Google

codesti operai del pensiero da aggiungere a ciò che già si conosce? Ognuno concepisce facilmente il lavoro del fisico, del chimico, del biologo, dell'astronomo, ed anche quello del filosofo e del sociologo: noi vediamo il fisico intento ai suoi apparecchi, il chimico ai suoi fornelli, così come vediamo il filosofo assorto nello studio della psiche umana ed il sociologo nell'atto di osservare i fenomeni delle aggregazioni civili. Ma il matematico come e su che cosa lavora? Potrebbe pensarsi che l'ignoranza che esprime questa interrogazione fosse dovuta alla poca *popolarità* della matematica rispetto ad altre scienze. Ma non è così. *Tra la matematica e le altre scienze esiste una differenza essenziale. Gli enti, su cui opera il matematico, non sono tratti dal mondo esterno, ma creati dalla mente dell'uomo.* Consideriamone le due forme più tipiche, il numero ed il punto. Esiste forse il numero *tre*? Esistono tre uomini, tre libri, e così via; ma il numero tre è un'astrazione della nostra mente. Quanto al punto, quando noi diciamo di segnare un punto sulla carta, non facciamo che depositarvi una gocciolina d'inchiostro, più o meno piccola, ma che — ben lungi dall'essere un punto matematico — ha forma e grandezza assegnabili; tant'è vero che, tracciando punti in numero sufficiente, possiamo formare una striscia continua ed esaurire tutto l'inchiostro aderente alla penna. E come è inesistente il punto matematico, così lo sono la linea retta, il cerchio, la sfera, insomma tutti gli enti geometrici.

Potrà parere strano, ed anche sterile dal punto di vista dello studio del mondo reale, questo lavoro del matematico, il quale — se il paragone non fosse alquanto volgare — potrebbe rassomigliarsi al burattinaio, che fabbrica i propri fantocci e poi li fa agire. Eppure, o signori – mi si permetta un ricordo d'infanzia —, ai tempi nefasti della dominazione austriaca sul Lombardo-Veneto anche i burattinai erano stromento di ribellione patriottica coi lazzi e le allusioni ben scelte poste in bocca ai loro fantocci, e ne ritraevano bene spesso carcere e multe. Tutto sta a sceglier bene i fantocci e a farli agire opportunamente. In ciò appunto è riposto il segreto della grande potenza della matematica.

Digitized by Google

È interessante osservare, che il carattere subiettivo degli enti matematici è stato riconosciuto soltanto molto tardi; gli antichi anzi cercarono di obiettivarli: basti ricordare la parte che hanno i *numeri* nelle teorie di Pitagora e le *idee* in quelle di Platone. La creazione di quegli enti ideali che costituiscono il soggetto dell'analisi e della geometria fu opera spontanea, quasi inconscia, della mente umana.

Trasportiamoci col pensiero ai lontani tempi nebulosi, in cui i popoli felici non avevano nè storia nè aritmetica, ed assistiamo in ispirito ai loro commerci rudimentali.

Un uomo possedeva tre vitelli, e voleva permutarli ciascuno con una coppia di pecore; ad ogni vitello che egli consegnava all'altro contraente questi gli dava in cambio una coppia di pecore, e la permuta era ben presto compiuta. Ma, al crescere e al complicarsi dei negozi, nacque spontaneo il desiderio di procedimenti più spediti; e il progressivo sviluppo della sua intelligenza fece accorto l'uomo che egli aveva a propria disposizione un istrumento naturale molto utile a tale scopo: le dita delle mani e dei piedi. Invece di far corrispondere direttamente fra loro i due gruppi di oggetti da scambiare, era più comodo far corrispondere l'uno e l'altro successivamente ad un gruppo di dita opportunamente scelto. Così il possessore delle pecore non aveva che a far passare una coppia delle sue dita per ogni vitello ricevuto; messo a parte il gruppo di dita così ottenuto, doveva dare una pecora per ogni dito. E, se l'indomani egli avesse voluto permutare a sua volta i vitelli con due capre ciascuno, il computo non era più da rifarsi, giacchè l'operazione sulle dita sarebbe stata ancora quella del dì innanzi. Fu un grande progresso questo dell'adozione di un *gruppo-tipo* a cui riferire tutti i vari gruppi di oggetti; fu il riconoscimento del fatto, che esistono operazioni, il cui risultato è indipendente dalla *qualità* degli oggetti su cui si opera, purchè — come diciamo nel nostro linguaggio attuale — la loro *quantità* sia la stessa. Di qui alla creazione dell'aritmetica non c'era che un passo. Poichè le dita potevano essere insufficienti all'uso, si sostituirono ad esse dei segni fatti sulla pietra,

Digitized by Google

o delle tacche incavate sopra un bastone, come le usano tuttora i nostri vecchi contadini analfabeti; per evitare un numero troppo grande di segni, si introdussero delle abbreviazioni; ed ecco creati i segni numerali; ecco — ciò che più importa — creato il concetto di *numero*, come ciò che rimane del concetto di un gruppo di oggetti quando si fa astrazione dalla loro natura. Due gruppi di oggetti, che possono farsi corrispondere completamente uno ad uno, hanno lo stesso numero; il gruppo risultante dalla riunione di due o più gruppi ha un numero, che non dipende dalla qualità degli oggetti che costituiscono i gruppi componenti, ma solo dai numeri dei gruppi stessi. E così via. Come già dicevamo, il numero non esiste nella realtà, ma qual meraviglioso istrumento esso è, che ci permette di ottenere con un'unica operazione la risposta ad infiniti problemi diversi del mondo reale! Di quale secolare evoluzione dello spirito umano è il portato quella tavola pitagorica, che imparammo a conoscere, e ad odiare, sin da bambini!

*
* *

Ma il numero, destinato originariamente a caratterizzare un insieme di oggetti discreti, risultò prezioso anche per altri scopi. Dovendosi paragonare, per esempio, delle strisce di pelle, si volle considerare come *unità* una determinata striscia, e designare con 2, 3, 4 la lunghezza di una striscia composta di 2, 3, 4 pezzi eguali alla prima. Ed ecco sorgere così il concetto di *misura*; ed eccoci entrati nel campo della geometria. Il punto geometrico, lo dicemmo già, non esiste, come non esiste la retta, il circolo, il piano. Ma vi sono enti che hanno fatto nascere nella mente umana l'idea del punto, della retta etc. Probabilmente, quando i popoli di nomadi divennero agricoltori e la terra non fu più dominio comune ma proprietà dei singoli, i vari campi furono delimitati mediante corde tese, mentre il terreno dovette essere spianato per la coltivazione; e così nacquero in embrione le prime figure piane rettilinee. E fu osservato, che appunto dall'Egitto, dove l'agricoltura era molto sviluppata e dove le inondazioni perio-

Digitized by Google

diche del Nilo rendevano necessaria la ricerca di mezzi per ricostituire i confini cancellati dalle acque, vennero i primi tentativi di poligonometria. Certo è che, appena i terreni ebbero un valore, si presentò la necessità di misurarli, di utilizzare anche qui quello strumento che era ormai famigliare all' uomo, il numero. Ma ben presto si dovette notare che era impossibile ragionare sopra enti imprecisi, non esattamente definiti, quali li presenta la realtà; che bisognava sostituire ad essi enti poco dissimili ma suscettibili di una definizione esatta. Che cosa è, in pratica, una retta? Un filo molto sottile e fortemente teso. Ma anzitutto un filo non è una linea, ma un solido di spessore, sia pur piccolo, ma apprezzabile. Inoltre, per quanto la tensione sia forte, se l'aumentiamo alquanto, mutano la forma e lo spessore del filo. La nostra definizione dunque non val nulla, perchè non individua un ente unico, ma si adatta ad infiniti enti diversi. E così è della definizione di ogni ente reale. — Che si fece allora? Si sostituirono agli enti reali enti ideali poco dissimili da essi ma suscettibili di una definizione precisa, e così nacquero i concetti geometrici fondamentali. È quel processo che i matematici chiamano *passaggio al limite*; ad una successione di enti, che sempre meno differiscono tra loro, si sostituisce un ente, che rappresenterebbe, in qualche modo, il loro stato finale, se quella serie di passaggi, che è illimitata, potesse condursi a termine. Tornando al nostro filo teso, man mano che cresce la tensione, le varie forme che esso assume differiscono sempre meno tra loro, e si avvicinano ad una forma, che esso non assumerà mai con esattezza, perchè prima d'allora la crescente tensione avrà spezzato il filo, ma dalla quale, da un certo punto in poi, non differirà sensibilmente. Questa forma finale, ideale, ben determinata, è quella che noi chiamiamo *retta*. E analoghe considerazioni possono ripetersi per ogni altro ente geometrico. Ora, appunto perchè questi enti ammettono una definizione esatta, ragionando su di essi coi metodi rigorosi della logica, si giunge a conclusioni *rigorosamente vere*: conclusioni, le quali sono però soltanto *approssimativamente vere* per gli oggetti reali, a somiglianza dei quali

Digitized by Google

furono creati gli enti geometrici. La geometria c'insegna a trovare l'area di un quadrato; ora, se abbiamo un campo di forma press'a poco quadrata, certo i lati non saranno rettilinei nè esattamente eguali tra loro, nè gli angoli saranno veramente retti, ma tuttavia il risultato dato dalla geometria ci servirà in pratica con sufficiente approssimazione.

Così si spiega come una scienza, che ragiona su enti ideali, possa riuscire utile per lo studio della natura.

*
* *

Ho pronunciato più volte la parola: *geometria*; il suo significato — misura della terra — tradisce le umili origini di questa scienza, elevatasi ormai ad edificio grandioso ed imponente. Però è debito di giustizia riconoscere, che non ai soli bisogni dell'agricoltura essa deve la sua nascita, ma anche ad altre esigenze ben più elevate dello spirito umano.

Sino dai primi albori dell'umanità cosciente, i movimenti degli astri debbono essere stati osservati dai nostri antichi progenitori, prima con pauroso stupore, poi con curiosità crescente. Sorto, in seguito appunto all'osservazione della regolarità dei fenomeni celesti, il concetto di *tempo*, e quindi quello di *moto*, nacque il desiderio di studiare il movimento degli astri; ed ecco un nuovo impulso allo sviluppo della geometria, ed ecco sorgere un nuovo ramo delle matematiche, la meccanica, che fa anch'essa oggetto del suo studio enti e fenomeni puramente ideali: il punto materiale, il moto uniforme, e così via. È superfluo spiegare perchè anche la meccanica, come l'analisi e la geometria, presti servigi inapprezzabili nello studio del mondo reale; è vero che non esistono punti materiali, ma nei calcoli relativi al moto d'un pianeta intorno al sole si può, senza errore sensibile, considerare il pianeta come un punto; è vero che non esistono moti rigorosamente uniformi, ma il moto diurno della terra è sensibilmente tale.

Digitized by Google

*
* *

Abbiamo veduto *su che cosa* lavora il matematico; egli opera sopra enti ideali ottenuti da oggetti reali o, come il numero, per astrazione, o, come i concetti geometrici e meccanici, per idealizzazione, per *eterizzazione*, secondo la frase di Lord Kelvin (1). Vediamo ora *come* egli lavora. Qui la differenza, rispetto agli altri scienziati, è assai meno profonda; come essi, egli *ragiona* ed *esperimenta*. Il connubio di queste due parole: *esperimento matematico* suonerà alquanto strano a molti orecchi. Eppure è così.

Il fisico che scoprì la relazione tra la pressione e la densità d'un gas a temperatura costante ripetè senza dubbio in gran numero gli esperimenti, variando le circostanze, e trovò sempre un rapporto sensibilmente costante tra pressione e densità; ed allora, fidando nella regolarità dei fenomeni naturali, formulò la sua legge. In ciò consiste il processo d'induzione, che permette di assurgere da un insieme di fatti particolari ad una legge generale. Quale fiducia merita una tal legge? Tanto maggiore, quanto più numerosi sono i fatti da cui è emersa; ma non mai assolutamente completa. Come fu osservato argutamente (2), il sapere che, a ricordo dell'umanità, ogni giorno è sorto il sole ci deve far credere, con una probabilità che rasenta la certezza, che esso sorgerà anche domani; ma come sarebbe delusa la nostra fiducia, se in poche ore potessimo venir trasportati oltre il circolo polare, dove ci troveremmo immersi in notti lunghe di settimane e di mesi!

Anche il matematico *esperimenta* e *induce* (3). Colui che per primo trovò la forma dello sviluppo della potenza d'un binomio esaminò le espressioni corrispondenti agli esponenti più bassi, e cercò di indurre, di indovinare, la

(1) « It » (la matematica) « is merely the etherealisation of common sense ». Lord Kelvin, *Popular lectures and addresses*, T. 1, London 1889, p. 273.

(2) V.: L. Bertrand, *Calcul des probabilités*, Paris 1899, p. XIX-XX.

(3) « Deviner avant de démontrer! Ai-je besoin de rappeler que c'est ainsi que se sont faites toutes les découvertes importantes? ». H. Poincaré, Acta math., T. 21, p. 340.

Digitized by Google

legge generale. Però a rendere questa legge assolutamente certa soccorre il ragionamento, il quale permette di dimostrare in modo rigoroso che, se la legge è vera per un certo esponente, lo è pure per il successivo. È in ciò che differisce l'induzione della matematica da quella delle scienze sperimentali; ed è per questo che essa ha avuto il nome di *induzione completa*. Chiunque abbia anche di poco oltrepassato la soglia della matematica elementare sa quanto sia frequente e proficuo l'uso di questo strumento di ricerca, la cui adozione sistematica è dovuta ad un illustre umanista italiano, a Francesco Maurolico (1).

*
* *

I fenomeni matematici sono perfettamente regolari; ogni volta che si presentano le stesse premesse, si hanno le stesse conseguenze; la somma degli angoli d'un triangolo è sempre uguale a due angoli retti; la risultante di due date forze è sempre la stessa. Ora, quando noi *idealizziamo* un fenomeno naturale riducendolo a fenomeno matematico, ed applichiamo al primo i risultati ottenuti pel secondo, ammettiamo con ciò tacitamente che quella regolarità che esiste nel campo matematico si riscontri pure nella realtà, che cioè — per usare una frase che dovrebbe essere meglio precisata — le stesse cause producano sempre gli stessi effetti. Se p. es. le effemeridi astronomiche prevedono il passaggio di una cometa fra 200 anni, la previsione è condizionata tacitamente alla premessa che le leggi del moto degli astri permangano quali ora sono. Tant'è vero che, se nel momento assegnato la cometa non comparisse, gli astronomi d'allora sarebbero indotti a cercare quale nuova causa sia venuta a turbare i moti celesti. È così che fu scoperta l'esistenza di Nettuno per le perturbazioni del moto di Urano.

Questa potenza di previsione è ciò che costituisce l'essenza e lo scopo di ogni scienza; che cosa significa

(1) G. Peano, *Formulaire mathématique*, Turin 1902, p. 35.

Digitized by Google

stabilire una *legge*, se non affermare che, ogniqualvolta si presenteranno certi fatti (*cause*), essi saranno seguiti da certi altri (*effetti*)?

Vi sono però nella vita naturale e nella vita sociale fenomeni talmente complessi, che sembrano sottrarsi a qualunque legge. Sono cadute poche gocce di pioggia sopra una piazza, e certe parti del pavimento sono state bagnate più di certe altre; in una città hanno avuto luogo in un anno 2000 morti e nell'anno successivo 1800. Perchè? Questi fatti ebbero certamente cause determinate, ma noi non sappiamo sceverarle; ed allora, come i medici di Molière, nascondiamo la nostra ignoranza sotto una bella parola; diciamo: È il caso. Orbene, la matematica ha voluto affrontare anche il caso; ha voluto stabilire *le leggi del caso*! Questa parte della matematica — il *Calcolo delle probabilità* — ha avuto un'origine impura: lo studio dei giuochi d'azzardo. Se io getto un dado, sulle cui facce sieno impressi i sei primi numeri, la probabilità che la faccia superiore porti un determinato numero, p. es. il 2, è 1/6; giacchè, supposto il dado omogeneo e di forma perfetta, tutti i sei numeri possono con egual probabilità presentarsi. Ciò non vuol dire che, gettando il dado sei volte, il numero 2 debba presentarsi di necessità una volta ed una sola; molto facilmente questo caso non si avvererà in pratica. Ma, se gettiamo il dado 6000 volte, il numero 2 comparirà *press'a poco* 1000 volte; e si dimostra matematicamente, che la probabilità che il numero delle uscite si scosti da 1/6 del numero totale degli esperimenti di una data frazione è tanto minore, quanto maggiore è il numero degli esperimenti stessi. Pertanto non dobbiamo meravigliarci se in quella città vi furono in un anno 2000 morti ed in un altro 1800; però, se, tenendo presente lo stato civile di quella città, troviamo che i morti in 100 anni furono 200000, possiamo concludere che ogni anno essi dovranno essere press'a poco 2000. E ciò con tanta fiducia che, se trovassimo per un anno una cifra che se ne discostasse di molto, p. es. 2500, ne concluderemmo con certezza che un'epidemia o qualche altra causa eccezionale è venuta a turbare l'ordine normale delle cose; come, se

Digitized by Google

in 6000 colpi del nostro dado il numero 2 uscisse 1500 volte, potremmo esser certi che il dado ha qualche difetto di forma o di omogeneità, o che chi lo gettava.... non è un giuocatore onesto. Parimenti non ci meraviglieremo se quelle poche gocce di pioggia si sono sparse irregolarmente; ma, se dopo una pioggia forte vedessimo una pietra asciutta, ci volgeremmo all'insu per cercare se vi sia qualche cosa che la ripari. Tali studi non sono di pura curiosità, ma hanno una grande portata pratica; basti citare, come cose a tutti note, le applicazioni che trovano nella teoria della compensazione degli errori, nella statistica, nella scienza delle assicurazioni, e che cominciano ad avere anche in biologia. Non solo, ma oggidì i fisici inclinano a credere che la regolarità che si osserva nei fenomeni naturali sia solo apparente e dipenda dal troppo debole potere analizzatore dei nostri mezzi di osservazione; appunto come appare uniforme all'occhio nudo la via lattea, che attraverso ad un potente cannocchiale si risolve in miriadi di stelle irregolarmente sparse. Così le leggi semplicissime che reggono i gas perfetti non sarebbero che leggi statistiche risultanti da una media di movimenti disordinati delle innumerevoli molecole costituenti una massa gasosa; ed una nuova scienza ne ha origine, la *meccanica statistica*.

*
* *

Ed ora che abbiamo cercato di chiarire che cosa sia e a che serva la matematica, vediamola all'opera nella sua complessa attività almeno su un esempio: seguiamola là dove si appuntano i nostri pensieri e le nostre cure, fra i nostri prodi artiglieri che, fulminando gli odiati invasori, preparano l'attesa vittoria alle armi italiane. Pensiamo a ciò che esige la costruzione di un cannone. Le dimensioni di tutte le sue parti furono calcolate matematicamente, in modo da resistere all'enorme pressione dei gas svolti dall'accensione dell'esplosivo e da soddisfare alle altre condizioni di tiro prescritte; le rigature elicoidali interne ebbero una determinata inclinazione, atta ad im-

Digitized by Google

primere al proiettile quel movimento rotatorio che deve aumentarne la stabilità. Costruito il cannone, la meccanica c'insegna quale curva descriverà un proiettile di un dato peso sotto la spinta di una determinata quantità di un certo esplosivo. La curva sarà diversa a seconda dell'inclinazione dell'arma, e diversa sarà quindi l'ampiezza orizzontale, o *gittata*, del tiro; fissata pertanto la carica, si potrà costruire una tabella (*tavola di tiro*), in cui ad ogni inclinazione corrisponderà una determinata gittata. Con ciò parrebbe compiuta l'opera della matematica; ma non lo è ancora. Data all'arma una certa inclinazione, segniamo sul terreno il punto preciso in cui la palla dovrebbe cadere, e spariamo; ben difficilmente la palla cadrà nel punto segnato. È dunque in errore la scienza? No; ma non dobbiamo dimenticare che la matematica ragiona sopra modelli ideali del mondo reale, sicchè i risultati che essa ci predice sono tanto più approssimati, quanto maggiore è la somiglianza dell'oggetto col suo modello; ora somiglianza vi può essere, ma identità mai. Ripetiamo più e più volte i colpi; non solo i proiettili non cadranno nel centro, ma cadranno ogni volta in punti diversi. Un po' di vento, una piccola variazione di pressione barometrica, un impercettibile movimento dell'arma, una lieve imperfezione nella composizione dell'esplosivo o nella struttura del proiettile, bastano ad alterare il risultato del tiro. Però, se noi eseguiamo un gran numero di tiri e segniamo ogni volta il punto colpito, constateremo con qualche meraviglia una crescente regolarità nella distribuzione di tali punti, che si dispongono simmetricamente rispetto al centro, addensandosi intorno ad esso e facendosi sempre più rari man mano che se ne allontanano. Non basta; se noi tracciamo intorno al centro una certa ellisse e poi una serie di altre ellissi di dimensioni doppie, triple, etc., e contiamo i punti compresi tra due ellissi successive, troveremo una serie di numeri, che si scosterà di ben poco da quella che risulterebbe da una nota formola matematica (1). Mu-

(1) La formola esponenziale di Gauss.

Digitized by Google

tando l'arma, il proiettile o l'esplosivo, muteranno le dimensioni dell'ellisse primitiva e di conseguenza quelle di tutte le altre, ma la legge di successione dei numeri rimarrà la stessa.

Anche quì è così grande la nostra fede nei responsi del calcolo che, se il risultato previsto non si verifica, noi non ne concluderemo che la scienza è in difetto, ma che l'arma ha qualche imperfezione atta a turbare la regolarità dei risultati. Per esempio, se i colpi non si addensano intorno al punto già fissato come centro ma intorno ad un punto posto più a destra, noi affermeremo con certezza che un difetto dell'arma sposta verso destra di un angolo costante tutti i colpi; il che ci permetterà di apportarvi le necessarie correzioni. E l'arma, così corretta, tornerà alla fronte per portare con infallibile sicurezza i suoi colpi nel cuore delle trincee nemiche.

*
* *

Questa fiducia nei risultati della scienza, su cui ho alquanto insistito, potrà far sorridere qualcuno dei miei colti uditori, ai quali non sono ignote le vivaci discussioni sollevate in epoca non lontana dall'audace asserzione del " fallimento della scienza „ (1), nè le vedute scettiche esposte dal Poincaré in alcune sue opere di filosofia scientifica (2). La certezza della matematica sta in ciò, che, accettate le premesse, le conseguenze sono assolutamente sicure. Quanto alle premesse stesse, poichè la matematica opera su enti ideali, queste sono in gran parte arbitrarie; basta che non implichino contraddizioni. Per fermarci un istante sopra un punto molto discusso della geometria, è noto che si può fondare una geometria perfettamente conseguente su ciascuna delle tre ipotesi, che la somma dei tre angoli d'un triangolo sia maggiore, eguale o minore di due angoli retti. L'incertezza nasce quando si deve

(1) Vi diede occasione l'articolo di F. BRUNETIÈRE: *La banqueroute de la science*, pubblicato nella Revue des deux mondes.

(2) *La science et l'hypothèse*; *La valeur de la science*.

Digitized by Google

scegliere quella geometria che meglio possa servire a modello del mondo reale. Le misure eseguite su triangoli anche grandissimi hanno sempre dato come somma degli angoli sensibilmente due retti; ciò non ci assicura in modo assoluto che il miglior modello sia la geometria euclidea, ma lo rende soltanto estremamente probabile.

Ma ben altre questioni si presentano nello studio del mondo reale; questioni che attaccano la scienza nelle sue basi, che fanno, come direbbe un letterato, "tremar le vene e i polsi". Quando noi pensiamo di poter giudicare dell'eguaglianza di due oggetti mediante la sovrapposizione, ammettiamo tacitamente che un oggetto si possa spostare liberamente nello spazio senza che ne sieno alterate nè le dimensioni nè la forma. Eppure, per esempio, sulla superficie di un uovo una figura non si può spostare in tutti i sensi senza alterazione di forma; e qualche cosa di simile potrebbe concepirsi avesse ad accadere nello spazio. L'esperienza nulla potrebbe dirci in contrario; giacchè, nel trasporto, gli strumenti di misura subirebbero le stesse alterazioni degli oggetti da misurarsi. E nemmeno l'uso degli strumenti ottici potrebbe toglierci dall'incertezza, giacchè la teoria stessa di tali strumenti ha come premessa necessaria la geometria euclidea, che implica il libero spostamento delle figure senza alterazione.

A problemi ancor più gravi dà luogo il concetto di tempo; ma appunto la tirannia del tempo mi vieta di parlarne.

*
* *

Dinanzi a questi dubbi la matematica può dire, come Beatrice:

> Io son fatta da Dio, sua mercè, tale,
> Che la vostra miseria non mi tange.

E, come Beatrice porge la mano soccorrevole a Dante per trarlo dall'Inferno ed elevarlo sino alle cime del Monte santo, così la matematica ha offerto il suo aiuto alle altre scienze — prima all'astronomia, poi alla fisica, ed ora alla chimica, alla biologia, alla psicologia, alle scienze sociali —,

Digitized by Google

per trarle dalla fase primitiva d'empirismo e dar loro un assetto veramente scientifico; perocchè, come disse un grande filosofo (1), una scienza è tanto più tale, quanto più v'è in essa di matematica.

Inchiniamoci dunque reverenti davanti a quella meravigliosa creazione del genio umano che è la matematica; non imprechiamo ad essa se oggi è maestra di morte e di distruzione, ma attendiamo fidenti il radioso domani in cui, in seno all'umanità ritornata ai benefici della pace, essa sarà strumento potente di civiltà, di felicità, di progresso.

---

(1) EMANUELE KANT. Molto prima di lui, LEONARDO DA VINCI affermava che le scienze sono tanto più vere quanto più s'informano ai metodi della matematica.

Digitized by Google

A PROPOSITO
DI DUE RICORRENZE ANNIVERSARIE
IL XXV ANNIVERSARIO DELLA RERUM NOVARUM

Nota III e IV del M. E. avv. Bassano Gabba.

(Adunanza dell'8 novembre e del 13 dicembre 1917)

Se Leone XIII avesse calcolato che nel medesimo anno si sarebbe commemorata coll'opera di Innocenzo III anche la sua, ne dovrebbe avere provato vivo contento, visto il culto che egli professava alla memoria del suo insigne predecessore.

E ben si sa come detta opera di papa Pecci si esplicasse precipuamente nel campo social-politico della vita odierna degli Stati, mediante la promulgazione della celebre enciclica Rerum-novarum, ossia intorno alla condizione degli operai, avvenuta appunto 25 anni prima del 15 maggio 1916; alla quale si collega l'altra enciclica = graves de communi = su la democrazia cristiana.

A suo tempo io ne trattai in questo consesso, considerandole in due momenti: 1. quello del valore del contenuto; 2. delle conseguenze che ne sarebbero potuto derivare nel campo cristiano specialmente.

D'allora non ho cessato di seguire e studiare il movimento che ne fu determinato, ed oggi mi propongo di darne conto, estendendo le mie indagini anche nel campo più strettamente politico, dove con grande passione e insistenza amò l'illustre pontefice estrinsecare la sua attività.

La prima questione che in ordine alla Rerum novarum si presentava era questa: se e quale competenza vi poteva avere il supremo gerarca della cattolicità. Imperocchè, era cosa affatto nuova che un sommo pontefice si assumesse di dettare consigli e precetti in materia di economia sociale.

Or qui è anzitutto da notare che Leone XIII non era

Digitized by Google

meno de' suo più famosi predecessori penetrato della convinzione della supremazia del papato a tutte le podestà che si dividono l'esercizio dell'autorità sovrana su la faccia della terra.

Certamente, nelle sue encicliche e ne' suoi moniti non ricorrono più le sfatate similitudini di cui si compiaceva ancora il suo maestro e modello; quella, cioè, dei due astri che versano la luce sul mondo, uno di giorno con proprio bagliore, l'altro di notte con chiarore riflesso e quella dei due gladii degli apostoli rimessi a Gesù dopo l'ultima cena.

Ma le affermazioni della sua supremazia e onnicompetenza scendono dalla sua penna assai frequenti. Ne adduco solo qualche esempio.

Nella enciclica = *Immortale Dei* = si legge: « siccome il fine al quale tende la chiesa è nobilissimo sovra ogni altro, così la podestà di essa va sopra tutte le altre ».

E nell'altra = *Sapientiae cristianae* = è scritto: « quanto si ha da credere e quanto si ha da operare viene dalla Chiesa e in essa dal sommo pontefice per diritto divino decretato ».

Onde non è da meravigliare se nella stessa *Rerum novarum* egli così si esprimesse. « Entriamo fiduciosi in questo argomento e di nostro pieno diritto; giacchè trattasi di questione di cui non è possibile trovare uno scioglimento che valga, senza ricorrere alla religione e alla Chiesa. E poichè la cura della religione e la dispensazione dei mezzi che sono in poter della Chiesa è affidata principalmente a Noi, ci parrebbe di mancare al nostro officio tacendo ».

Da questo principio prende le mosse la detta enciclica, nella quale la rettitudine, diciamo pure, la santità del proposito non è pari al valore dei concetti. Nessuna idea nuova vi si incontra, non una proposta che già non sia stata discussa o sanzionata per legge. Buona parte del contenuto si risolve in pie e saggie raccomandazioni, come quella ai padroni di rispettare la dignità degli operai nobilitata dal carattere cristiano, non distoglierli dalle pratiche religiose, dal culto della famiglia, non assoggettarli a lavoro eccessivo e sovratutto pagare la mercede senza speculare su la loro miseria. E qui ricorda le tremende parole di S. Giacomo su questo argomento.

Agli operai raccomanda di rispettare la proprietà e di rassegnarsi alle inevitabili disparità sociali; perchè = nella opera di migliorar le sorti delle classi operaje deve porsi come fondamento inconcusso il diritto di proprietà privata.

Digitized by Google

Riconosce la necessità, o almeno la accenna, di un salario normale che « non sia inferiore al sostentamento di un operaio frugale e ben costumato. = Riprova lo sciopero e ammette la necessità dell'impiego della forza per reprimerlo. Ma insegna che lo stato deve saperlo prevenire », rimovendo a tempo le cause da cui si prevede che possa nascere fra operai e padroni il conflitto. La ingenuità della quale soluzione fa davvero stupire.

Fra le provvidenze che raccomanda è anche quella della risurrezione delle antiche corporazioni d'arti e mestieri, modificate secondo le odierne esigenze. Non dice però una parola in merito a cotali possibili modificazioni.

Ricorda al ricco l'obbligo di dare il superfluo al povero; il quale superfluo però si determina previa l'erogazione di quanto occorre al ricco per far fronte alle esigenze e al decoro del proprio stato.

***

L'altro tema che ha sorpreso non poco il mondo cristiano fu quello della democrazia cristiana.

L'accoppiamento di quel sostantivo con quell'aggettivo era causa fra molti sinceri cattolici, fedeli al Sillabo e ai replicati insegnamenti dello stesso Leone XIII, di disgustoso stupore.

Ma il nuovo orizzonte che la Rerum novarum aveva dischiuso a coloro, e sono sempre e dovunque il maggior numero, che non usano approfondire il significato e valore intrinseco dei documenti, e che volevano ravvisarvi un nuovo programma nel quale lo zelo della religione andasse disposato alla causa del popolo, faceva loro suppore che la ricognizione della non mai prima sognata democrazia cristiana, fosse la necessaria conseguenza di quel fervoroso appello in pro della causa delle classi lavoratrici, e che quanto prima se ne dovesse dallo stesso sommo pontefice attendere la proclamazione, estendendo così la paterna cura di lui anche al campo della azione politica.

Nè egli mancò di avvalorare questa attesa.

Nella occasione che nel 1898 Leone Harmel guidando a suoi piedi un pellegrinaggio di operai francesi, usciva in queste espressioni: « la democrazia cristiana, concepita e « intesa nel suo vero senso cattolico, può bene incontrare av- « versarii che non la conoscono; ma essa ricondurrà in grembo

Digitized by Google

« alla Chiesa le folle che il socialismo rivoluzionario ne ha « allontanate », il pontefice rispose:

« Poichè avete fatto allusione alla democrazia, ecco quello « che Noi, a questo riguardo, dobbiamo inculcarvi. Se la demo- « crazia si inspira agli insegnamenti della ragione rischiarata « dalla fede; se, guardandosi da teorie fallaci e sovversive, « essa accetta *con religiosa rassegnazione* e come un fatto neces- « sario *la diversità delle classi e delle condizioni*, se nella « ricerca delle soluzioni possibili ai molteplici problemi sociali, « che sorgono giornalmente, essa non perde un istante di « vista le regole di questa carità sovrumana che Gesù Cristo « ha dichiarato essere la nota caratteristica de' suoi; se, in « una parola, la democrazia vuol essere cristiana, essa darà al « vostro paese un avvenire di pace, di prosperità, di felicità. « Se al contrario essa si abbandona alla rivoluzione e al « socialismo; se, ingannata da folli illusioni, essa si dedica a « rivendicazioni distruggitrici delle leggi fondamentali sulle « quali riposa tutto l'ordine civile, l'effetto immediato sarà « per tutta la classe lavoratrice la schiavitù, la miseria e « ogni ruina ».

Ce n'è un po' per tutti in questo discorso. Ma se ben si considera e se si pone in rapporto cogli altri insegnamenti disseminati e ripetuti nei molti altri documenti della pontificia attività di Leone, per i democratici non vi sono che parole.

Una democrazia senza sovranità popolare che Leone aveva esplicitamente dannata e proscritta nella « Immortale Dei »; senza libertà di coscienza, senza libertà di stampa, entrambe riprovate nella = Libertas = (1888), e obbligata a riconoscere la diversità delle classi e quindi la gerarchia fra di esse, a che si riduce essa mai?

La conclusione fu e doveva essere che si creasse il regno dell'equivoco. Così io appunto pronosticavo, discorrendone in questo consesso dopo le accennate manifestazioni. E così avvenne.

Da una parte i cattolici conservatori si studiavano di chiarire il significato prettamente ortodosso e conforme alla tradizione di quelle manifestazioni, contenendo le eccessive illazioni e aspirazioni dei liberali; dall'altra questi ultimi si davano travaglio a sviscerarne tutto il senso innovatore e moderno, a spremere tutto il succo vivificatore di nuove applicazioni e riforme cattolico-sociali, a leggere nelle intenzioni del pontefice un recondito pensiero di conciliazione della ferrea tradizione cattolica colle esigenze dei nuovi tempi, attribuendosi il nuovo appellativo di democristiani.

Digitized by Google

In magniloquente forma il prof. Toniolo, esaltava la grande, inattesa rivelazione, nel suo libro = *Provvedimenti sociali popolari* (pag. 8) = dove accenna a questo « avvenimento più degli altri impreveduto e confortevole, il quale si offre nella sua potente unità sostanziale sotto tre aspetti simultanei ed armonici; voglio dire: la presenza in mezzo all' odierna società irrequieta e malata per croniche degenerazioni democratiche di una inattesa democrazia cristiana, non politica, ma sociale; la quale attinge le sue ragioni prime nelle eterne verità religiose... si incarna in un organismo reale storico... e si traduce in realtà vivente, a tutti gli altri programmi intrecciandosi e porgendo *aroma preservatore* (sic) *lievito fermentatore* (sic) *virtù fecondatrice*, di durevole ricostituzione dell' antico popolo cristiano ».

Or come mai — sorge qui spontanea la domanda — tanto specifico si fece per tanti secoli aspettare?

E ben la previde lo stesso Toniolo, il quale afferma che « mancherebbe di senso storico e massime di quello che è indispensabile per comprendere la storia del papato chi supponesse che la dizione programma sociale-democratico fosse una frase isolata, di occasione... Essa era un anello di una lunga catena di pensieri e di fatti che non va disgiunto dai precedenti ». Con queste parole esordisce il capitolo intitolato « La preparazione remota del programma democratico cattolico... ».

Se non che, la relativa ricerca storica, che davvero sarebbe riuscita una interessante rivelazione, fa capo alla conclusione espressa in questi precisi termini: *diremo soltanto della elaborazione sistematica universale dal 1870 al 1890.*

Intanto l'attività rinnovatrice di una nuova forma di cattolicismo liberale si andava accentuando e propagando nel clero e nel laicato cattolico, con grave scandalo della ortodossia.

In Italia il sac. Murri, già partigiano del potere temporale del papa, unitamente a' suoi giovani collaboratori, nel periodico: « La cultura sociale » non si peritava di esprimere concetti e aspirazioni di inquietante ardimento. I democristiani adottavano tutto il gergo socialista contro al capitalismo, alla borghesia, agli sfruttatori, etc.; di che lo stesso prof. Toniolo fortemente si preoccupava, deplorando « questa abitudine incipiente nel giovane clero di iniziative tumultuose... sdrucciolo allo spirito di indisciplina e di insubordinazione verso le autorità dirigenti dei vescovi ».

In Francia poi le cose assumevano un carattere addirittura

Digitized by Google

temerario. L'abbate Nandet, nel suo libro « *La Democratie et les démocrates chretiens* » scriveva: « la democrazia non è un partito confessionale, perchè anche i non praticanti le possono appartenere » (pag. 52). E poi: « potremo noi rinunciare al concorso di quelli che, mentre rispettano le nostre convinzioni, non accettano però tutti gli articoli del credo cattolico, o la infallibilità del papa, o il dogma della immacolata concezione o non si impegnano ad ascoltare la messa o digiunare le quattro tempora? » (pag. 54).

Più esplicito ancora l'abbate Gayrand citato dallo stesso Nandet (pag. 56) scriveva: « il partito democratico, ubbidendo alla volontà di Leone XIII (sic) fa appello a tutti gli onesti e non esige dai suoi membri una professione di fede cattolica ».

Notevoli poi i furori antiborghesi di questi scrittori, di cui si può avere un saggio nel capo XIII del citato libro di Nandet.

Ecco perchè, come scrive Toniolo, « ancora una volta gli intelletti e i cuori, con angustiosa aspettazione attesero il responso del Vaticano ».

E venne colla enciclica « graves de communi » (18 gennaio 1901).

In essa, il sommo pontefice, dopo di aver commentati i felici risultati della sua iniziativa sociale, a calmare le apprensioni di certe pie persone, si affretta a dichiarare: « che la democrazia sociale e la cristiana nulla hanno di comune fra di loro; che, sebbene la parola democrazia, secondo la etimologia e l'uso dei filosofi significhi governo del popolo, nel caso attuale, smesso ogni senso politico non deve significare che benefica azione cristiana a favore del popolo, con questo però che non deve trascurare il vantaggio delle classi superiori. Raccomanda ai ministri della chiesa di andare al popolo; a tutti, laici ed ecclesiastici di essere docili alla autorità dei vescovi, e di non lasciarsi ingannare da un certo zelo di carità irrompente.

E qui, a proposito di queste ultime frasi, debbo ricordare quell'altra dello stesso augusto gerarca, riportata dal Della Casa nel suo libro = *il « prete esca dalla sacristia per andare al popolo e ricondurlo alla sacristia! »*

Ma Leone XIII dovea, malgrado le molte restrizioni apposte al nuovo programma, apprendere dalle insistenti manifestazioni degli entusiasti ammiratori e sfruttatori del medesimo, come non indarno si suscitano certe aspirazioni.

Se al clero e al laicato cattolico si dischiudevano nuovi

Digitized by Google

orizzonti nel campo sociale, come non riuscire, per necessaria conseguenza anche a un risveglio di attività nel campo politico? E non è specialmente in questo che si può coltivare e far prosperare il savio proposito di una riforma sociale? Ed ecco da ogni parte augurarsi e salutarsi un nuovo periodo di attiva ed efficace partecipazione alla vita politica. Non lo avea detto il papa; ma bisognava sottointenderlo. E i più appassionati del nuovo indirizzo che sentivano in sè stessi un ó Connel che volea rompere il guscio, già preconizzavano l'accordato accesso alle norme e agli stalli di Montecitorio.

Bisognava decidersi; e subito nell'anno successivo a quello della promulgazione della « graves de communi », = ossia nel 1902, 27 gennaio, la congregazione degli affari ecclesiastici emanò una istruzione che proibiva ai democratici cristiani di partecipare a qualunque azione politica, ricordava l'obbligo di mantenere vivo il sentimento e la convinzione dell'intollerabile condizione in cui si trovava la S. Sede dopo la invasione del suo principato civile.

Alla stampa democratica poi ingiungeva di non dimenticare:

a) « che la democrazia cristiana non è nuova e che la Chiesa se ne occupò prima e sempre (assurdo storico questo suggerito dal vivo timore che si pensasse avere il papa deviato dagli insegnamenti de' suoi predecessori e trovarsi in conflitto colla tradizione); *b*) che non si deve mai inspirare avversione alle classi superiori; *c*) di guardarsi bene dal far uso di un linguaggio che sembrasse deridere la pietà dei fedeli, che accennasse a nuovi orientamenti della vita cristiana, a nuove direzioni della chiesa, aspirazioni dell'anima moderna, a nuova vocazione sociale del clero, a nuova civiltà cristiana ecc. ».

Insomma, democrazia, azione sociale, salva sempre e la « Mirari vos » e la « Quanta cura » e il Sillabo o tutto insomma che dai più vicini predecessori di Leone era stato insegnato e prescritto contro al liberalismo e ai postulati della civiltà moderna.

Ma anche questo richiamo non valse.

Quanto io avevo preveduto si verificò. La corrente straripò. I corsieri tolsero la mano all'auriga.

Ed ecco il massimo organo della dottrina cattolica, a proposito appunto del 25mo anniversario della Rerum novarum nel quaderno 1581-16 maggio 1916, eccolo concludere con queste malinconiche righe, dove lamenta che il demone della discordia si fosse audacemente spinto tra le file dei cattolici menandovi deplorabile scompiglio.

Digitized by Google

« Quegli stessi che più acclamavano esternamente alla « Rerum novarum e poi alla Graves de communi, che ne è il « naturale complemento, praticamente insorgevano contro allo « spirito e alla lettera di quei mirabili documenti ».

« La Rerum novarum attribuiva alla Chiesa il diritto di in- « tervenire nella questione sociale come in proprio dominio; « e quei traviati volevano sottrarre al potere e alla salutare « influenza della Chiesa il movimento economico e sociale, ed « alla Chiesa si ribellavano instaurando il regime autonomo ».

« La Rerum novarum attribuiva alla Chiesa il diritto di « intervenire nella questione sociale come in proprio dominio; « e quei traviati volevano sottrarre al potere o alla salutare « influenza della Chiesa il movimento economico e sociale ed « alla Chiesa si ribellavano instaurando il regime autonomo (ossia un regime che vorrebbe regolare la azione popolare cattolica all'infuori della direzione dei vescovi e del papa dottrina solennemente poi riprovata da Pio X) ».

« La Rerum novarum rigidamente distingueva l'atteggia- « mento cattolico dall'atteggiamento socialista nella questione « sociale e opponeva l'uno all'altro; quelli invece aveano mo- « venze, atti, parole, azione che troppo arieggiavano il movi- « mento socialista ».

« La Rerum novarum inneggiava ad un programma di « amore e non di odio, di armonia e non di lotta di classe, « quelli invece, negli scritti e nei discorsi, troppo spesso in- « sinuavano l'odio e non l'amore, la lotta e non l'armonia « di classe ».

« La Rerum novarum voleva che gli statuti sociali delle « varie organizzazioni avessero per fondamento la religione e « per scopo precipuo il perfezionamento religioso e morale; e « quelli si fecero paladini delle instituzioni neutre ».

« La graves de communi approvava la democrazia cristiana « purchè non abbia significato politico, e sia azione vera in « favore del popolo; e quelli persistettero nel promuovere « apertamente a nome della democrazia cristiana un movi- « mento politico. e della democrazia cristiana si fecero sga- « bello, più che per ajutare il popolo, per innalzare sè me- « desimi ».

Accadde ciò che doveva accadere.

Era troppo naturale che, dacchè si eccitavano i cattolici ad andare al popolo per ricondurlo alla sacristia, promettendogli quindi che quivi avrebbe trovato ciò che i socialisti gli promettevano, tra i fedeli si designasse una corrente la quale

Digitized by Google

non senza qualche ragione professasse la necessità di usare all'uopo gli stessi metodi proprii e soliti del socialismo militante.

Se la Chiesa, con felice intuito, avesse precorso i tempi e avesse creato lei il movimento per il miglioramento delle classi operaje, essa non si sarebbe trovata in tale necessità.

Invece essa si trovò a misurarsi col nemico suo fra i più detestati sul campo già da costui occupato. Per lei non si trattava di conquistare un terreno non contrastato, ma di sottrarre uno già conquistato.

E allora potevano bastare i sapienti e amorevoli consigli del papa?

In realtà, moltissime opere cattoliche si costituirono e sempre funzionano, ma l'acredine della lotta di classe non appare attenuata, nè consta che la organizzazione cattolica sia riuscita a soppiantare la azione del socialismo rivoluzionario.

E intanto rimase in seno alla Chiesa stessa un germe di discordia che trascese fino al modernismo, preoccupazione dolorosa e triste lasciata in eredità all'ottimo successore del Pecci, a Pio X.° che con fermezza e coerenza volle e seppe averne giusta ragione.

Il paralello storico che io mi sono proposto tra l'opera di Innocenzo III e quella di Leone XIII non sarebbe completo se non prendessi in esame dopo l'opera sociale anche quella politica del Pecci.

Ho già notato nella mia precedente lettura come Leone XIII fosse profondamente penetrato della convinzione che la attività del sommo pontefice si estendesse a tutti i campi della vita umana, individuale e collettiva; e come quindi fosse di sua competenza dettar consigli e precetti a proposito della economia sociale.

Non meno esplicito egli si rivelò nei rapporti colla politica interna degli Stati.

Al vescovo di Grenoble, Leone XIII, così scriveva;

« Ci dispiace dirlo, ma pur troppo vi sono alcuni che, « mentre confessano il loro cattolicismo, si credono in diritto « di dimostrarsi refrattarii alla direzione impressa dal capo « della Chiesa, sotto pretesto che si tratta di direzione politica. « Orbene, davanti a codeste pretensioni erronee, Noi mante- « niamo in tutta la loro integrità i singoli atti anteriormente « emanati da Noi. E diciamo: Noi non cerchiamo far della po-

Digitized by Google

« litica, ma quando la politica trovasi strettamente legata agli « interessi religiosi, se qualcuno ha la missione di determinare « la condotta.... questi è il pontefice romano. » (V. Civ.tà cattolica 1892 V.e pg. 131).

Ne viene la conseguenza che dunque in massima al papa compete anche un potere politico su tutti gli Stati.

E che tale sia la pretta dottrina della Chiesa ci insegna appunto il massimo organo dottrinale di questa, la « Civiltà cattolica » dove, a pg. 435 del V.e 4, annata 1892, si legge: « Il pontefice è maestro e vindice della moralità..... e come « tale ha diritto e dovere di prescrivere ciò che la religione « e la moralità richieggono ..... E siccome la politica è giu- « stizia ed equità e vuol dire moral ragione applicata al go- « verno dei popoli, così Ella soggiace al dominio del pontefice, « sommo maestro e vindice della moralità ».

Ciò significa adunque che il papa è il direttore supremo della politica di tutti gli Stati.

Vediamo ora alcuni saggi di applicazione della *coraggiosa* dottrina.

Leone XIII non ha mai lasciato passare solennità o ricorrenza qualsiasi senza reclamare contro all'Italia la restituzione del potere temporale. E in atto di protesta prescrisse fino all'ultimo a' suoi fedeli la astensione dalle urne.

Ma, a proposito de' suoi rapporti colla nostra patria non voglio passar sotto silenzio la più peregrina delle direttive di politica ecclesiastica, caldeggiata dai più accreditati interpreti della sua mente, dai dottori della « Civiltà cattolica ».

Questo giornale, commentando una certa soluzione della questione romana, destinata a ricondurre su la buona strada *questa misera Italia nata e cresciuta in grazia di vittorie altrui e tra sconfitte proprie d'ogni genere* (Ann. 1893. Quad. 7bbre pg. 30, 31), così argomenta:

« Avendo l'Italia la somma ventura di accogliere nel suo « seno la sede augusta del romano pontefice, ha manifesta- « mente un titolo di essere posta, per l'universale consenso « d'Europa, fuori dei litigi che possono sorgere da un giorno « all'altro fra gli Stati. Un popolo nel cui mezzo siede il pa- « store supremo della Chiesa, il padre di tutti i fedeli, non « può nè deve essere condannato ad immischiarsi nelle altrui « controversie; non può essere chiamato pei patti interna- « zionali a combattere i francesi per conto dei tedeschi o vi- « ceversa. Esso ha il dovere di rispettare ugualmente i diritti « di tutti i popoli, e il diritto di veder rispettati i suoi. *La*

Digitized by Google

« *cura di frapporsi nelle altrui contese ha da lasciare a co-*
« *lui che, per essere padre e pastore comune di tutte le genti*
« *cristiane, ha i modi e la ragione di ingerirsi per comporre*
« *i dissidii e per evitare, quanto è possibile, le umane carne-*
« *ficine*. Da ciò sorge per l'Italia il titolo di avere la sua
« *neutralità riconosciuta da un trattato, e quindi procedere*
« *a quel disarmo che oggi sarebbe chimera*, quindi il sollievo
« dai pesi enormi ai quali la politica di potenza bellicosa la
« assoggetta; quindi il rifiorire dei commerci, delle industrie,
« dell'agricoltura e della *prosperità economica, che ormai è*
« *il ricordo di altri tempi*. Il programma poi dovrebbe attuarsi
« mercè una lega dei patriotti cattolici in Italia, e una lega
« cattolica internazionale. E affinchè il papato possa divenire
« pernio politico dell'Italia, deve essere ristabilito ne' suoi
« diritti sovrani... e alle pubbliche iniquità commesse nella
« penisola si procurino giuste riparazioni. » (Quad. 995, pg. 551, Ann. 1891).

Non so se questa peregrina escogitazione sia stata inspiratrice di altra non meno strana ed amena che fa capo ad un autore che si cela nel pseudomino di Filalete, e di cui a titolo anche di curiosità vi voglio fare breve cenno, perchè attinente all'argomento, o se non piuttosto i dottori della « Civiltà cattolica » se ne fossero inspirati per precedente particolar cognizione, che ne possano aver avuta, perchè sebbene edito nel 1899, dal suo autore sappiamo che fu scritto parecchi anni prima sotto gli auspici di un *eminentissimo protettore*.

Il libro (322 pagine) è intitolato: *Il pontefice massimo e il massimo re ed imperatore, soluzione della questione romana* che arieggia assai bene quella or ora accennata e che si riassume in questi termini:

« Il papa deve essere l'imperatore di tutta l'Italia, ed
« Umberto e i suoi successori secondo la legge Salica il re,
« il suo rappresentante nel dominio temporale. E qualora ve-
« nisse a cessare la sua maschile discendenza, il Senato del-
« l'impero italico sceglierebbe una terna fra i Senatori e il
« papa eleggerebbe uno di questa terna. Questo re e rappre-
« sentante del potere temporale del papa avrebbe la corte e
« il comando temporale come adesso, con la sola eccezione
« che dovrebbe avere sempre la dipendenza del suo rappre-
« sentato. La forma del Governo resti costituzionale.... tutti
« gli elementi del potere temporale funzionerebbero come al
« presente; *ma l'ultima ed alta approvazione sarebbe riser-*
« *vata al papa-imperatore, in modo che specialmente le leggi*
« *avrebbero la finale sanzione del papa* ».

Digitized by Google

Ed ora, chiedendovi venia di aver distratta la vostra attenzione a cose burlesche, ritorno al serio per intrattenervi brevemente delle vicende della politica papale in Francia.

A tutti è noto che ai tempi dell'assemblea di Bordeaux, nel 1870-71 il clero e il laicato cattolico francese, predicando che le sventure della patria erano il giusto castigo della miscredenza di molti suoi figli, lavoravano a tutt'uomo al duplice scopo: di far ritornare il paese all'antico regime (e qui si suddividevano in tre partiti); e di ristaurare il dominio temporale del papa. Si ricorda che il cardinale Bounechose, arcivescovo di Rohan, si era portato al campo di Guglielmo I per raccomandargli queste due cose; e come un certo momento paresse accertata e prossima la salita al trono di Enrico V. Si agitava fortemente il vescovo Dupauloup colla approvazione di Pio IX, il quale non sapea comprendere come quel pretendente potesse cempromettere la sua causa per la questione di una salvietta (ossia della borbonica bandiera bianca).

Leone XIII fin dai primi anni del suo pontificato (1880) avea cercato di fare un accordo con Gambetta, offrendo di condurre il clero a far adesione alla repubblica contro certe promesse e a certe condizioni che l'ex dittatore rigettò come poco convenienti. (V. Débidour. L'Eglise catholique et l'Etat sous la 3me republique, Tomo I, pg. 232).

Fu quello il primo passo disgraziato di una fallace manovra che condusse alla separazione della Chiesa dallo Stato.

Strano contrasto! Quello stesso sommo pontefice che in Italia proibiva ai cattolici di accedere alle urne, in Francia predicava l'opposto! Ma era scritto che l'uno e l'altro *capolavoro* di furberia fosse destinato al più completo fiasco.

Quanto all'Italia, la astensione dei cattolici non impedì il consolidarsi e il prosperare del nuovo ordine di cose creato dalla breccia di porta Pia.

In Francia la gran maggioranza repubblicana e radicale delle Camere procedeva nella sua opera di emancipazione religiosa.

Nel 1879-80 votava e faceva eseguire la legge che scioglieva la corporazione dei gesuiti e le altre non autorizzate; queste quando nel termine di 3 mesi non si fossero messe in regola chiedendo e ottenendo la abilitazione; sicchè ben 261 di esse rappresentanti un capitale di 160 milioni furono espulse, dei quali 42 in beni stabili, appartenevano ai gesuiti, non potendosi valutare la sostanza mobile.

Vennero poi le leggi ecclesiastiche (1880-1882) per la istru-

Digitized by Google

zione superiore, colle quali fu eliminata ogni ingerenza religiosa, e quella che sopprimeva la parola Dio nella formola del giuramento giudiziario e gli emblemi religiosi nelle aule della giustizia.

E poichè il clero avea minacciato di negare i sacramenti a quei genitori che avessero mandati i loro figli alle scuole pubbliche, il Governo minacciò la soppressione degli assegni a quei sacerdoti che avessero così adoperato.

Già nelle elezioni dell'ottobre 1885 l'episcopato francese, ubbidendo alla spinta del sommo pontefice avea lavorato e con buoni risultati, a far riuscire candidati conservatori di ogni partito. (Id. ibid. 354 e segg.).

Il clero francese ebbe poi la cattiva inspirazione di secondare, alla testa dei partito ultra conservatore la mossa boulangista, così ignominiosamente fallita.

Con maggior fervore clericali e legittimisti si lanciarono nella lotta elettorale del 1889, con un programma che affettava di essere il contro altare dei principii proclamati un secolo prima dalla costituente e che appunto chiamíamo *cahiers de 1889*. Ma anche questa volta la maggioranza riuscì repubblicana.

E omai non potea che sembrar follia il pensiero di un qualsiasi ritorno monarchico.

Ecco allora comparire su la scena la figura, del resto nobilissima del cardinale Lavigerie, che si assume la parte, mi si perdoni la espressione, che, del resto, quadra benissimo, la parte del butta fuori del famoso *ralliement*.

Era costui da poco ritornato da Roma dove aveva avuto colloquii intimi col papa, quando nel 9bre 1890 salutando in un banchetto ad Algeri i marinai francesi ivi approdati, usciva in una professione di fede nettamente repubblicana, non senza dichiarare che così parlando sapeva di non essere sconfessato da nessuna parola autorizzata (ossia dal papa).

Per singolare e ameno contrasto il capo di quei soldati di mare, fervente bonapartista, non volle neppur darsi per inteso di questa manifestazione. (V. Débidour. l. 2, pg. 41, 42).

La quale, invece, suscitò tepidi sensi di approvazione dei repubblicani moderati di Francia, sarcasmi e diffidenze dai più avanzati, sprezzo ed ingiurie dai conservatori. (Id. ibid. pg. 43).

E quando l'illustre porporato andò a Parigi per la sua solita questua in pro delle opere benefiche da lui instituite in Africa, trovò tutto il mondo monarchico, dove era solito attingere, in atteggiamento diffidente e ostile.

Digitized by Google

Nel marzo 1891 avemmo un'altra importantissima manifestazione dal card. Richard arcivescovo di Parigi, il quale, senza fare una così aperta e incondizionata adesione alla Repubblica esortava i fedeli a metter da parte la questione politica, per unirsi tutti nello scopo di difendere la religione. La Chiesa, diceva egli, non condanna nessuna forma di governo; e oggi si tratta di ben altro e più alto; si tratta cioè di sapere se la Francia cesserà di essere cristiana o tale si serberà.

Venne poi la dichiarazione 16 gennaio 1892 dei cardinali francesi, che si riassumeva nell'inculcare rispetto alle leggi, all'infuori dei casi in cui esse contrastano colle esigenze della coscienza; accettazione franca e leale delle instituzioni politiche, ma in pari tempo ferma resistenza alle usurpazioni del potere secolare su lo spirituale; impiego di tutti i mezzi legittimi per far revocare le leggi che i cattolici debbono riguardare come cattive, e che essi possono subire ma non mai accettare.

A questi inattesi o male attesi pronunciamenti non potè restar muto e indifferente il conte di Parigi, l'erede della corona di Francia e unico rappresentante del legittimismo, dopo la morte di' Chambord.

In data 28 gennaio 1892 egli scriveva al generale Charrette, nome ben noto anche in Italia, in questi termini: « la libertà religiosa è incompatibile coi governi repubblicani... Lo scacco elettorale che si prepara alla campagna cattolica per le elezioni del 1893, proverà, un po' tardi, che nulla può farsi per la religione, per la libertà e per la conservazione delle tradizioni che hanno assicurato la grandezza della Francia, se non mediante e per la Monarchia ». E in data 2 frebbraio 1892 ancora scriveva al barone Tristano Lambert; « l'esperienza non tarderà a dimostrare quale imprudenza si commise credendo che si possano distinguere le instituzioni repubblicane dalla setta anticristiana, di cui esse sono l'istromento ». (V. Ch. Bota = La grande faute des catholiques de France, pg. 298).

Finora Leone XIII avea lasciato fare e dire; avea evitato di pronunciarsi; onde i cattolici di Francia mancavano di una direttiva decisa e sicura. Da parte loro non senza ragione si sospettava una sua manifestazione favorevole alla politica dell'accessione (ralliement). Messaggeri di molta autorità erano stati a lui inviati per scongiurare tanta minaccia; fra questi autorevolissimo mons. Freppel, vescovo di Angers, scrittore reputato, membro della Camera dei deputati.

Dopo molto tergiversare, finalmente, nel 1892 il papa diè

Digitized by Google

fuori la enciclica dettata in lingua francese, che comincia colle parole *Au milieu des sollicitudes*, nella quale, dopo di aver ricordato le attestazioni di speciale benevolenza da lui prodigate alla Francia, deplora la congiura ordita in quel nobile paese per la distruzione della religione; respinge la calunnia che la Chiesa si proponga di dominare su lo Stato; mentre essa fa astrazione dalle forme di Governo; fedele alla massima dell'apostolo che ogni autorità è da Dio donde si comprende la sapienza della Chiesa che mantenne i suoi buoni rapporti con tutti i poteri che in Francia si sono succeduti in meno di un secolo. (E qui bene osserva il Débidour [T. 2, pg. 77] che dato questo principio non si capisce come e perchè la Chiesa non riconosca ciò che avvenne in Italia e segnatamente a Roma).

Prosegue poi distinguendo il potere costituente dalla legislazione. Rispettando quello, si può benissimo combattere questa, anzi lo si deve; e tale deve essere il proposito di tutte le persone dabbene che all'uopo dovrebbero fra loro collegarsi; ma non è neppur lecito congiurare contro quello. Il concordato del 1881 ha per tanti anni facilitato i rapporti e l'armonia fra Chiesa e Stato in Francia. I nemici di quella e lo vorrebbero abolito, o interpretato in modo di violentare la libertà. I cattolici si guardino dal provocare scissioni su di siffatto argomento, di cui spetta alla S. Sede di occuparsi. La separazione della Chiesa dallo Stato infine, vagheggiata e voluta da altri equivarrebbe a separare la legislazione dello Stato dalla divina e cristiana.

A questa manifestazione diretta al popolo francese, il papa fece seguire una lettera (3-5-92) diretta ai cardinali di Francia, dove insiste su la necessità pei cattolici di accettare con tutta lealtà il potere civile nella forma in cui esiste.

Se noi ora ci facciamo a riflettere su questa iniziativa detta del *ralliement* che si può tradurre *accessione*, dobbiamo chiederci anzitutto se a un cittadino può essere abbandonata la scelta di riconoscere o no la forma di governo dello Stato cui appartiene. La dottrina del *ralliement* suppone appunto questa libertà che è semplicemente assurda. Vi piaccia o non vi piaccia, dice quest'ultimo, a voi non spetta che di ubbidire. E non potete credere di fare quasi un atto di degnazione o di generoso consenso, proclamandone il vostro riconoscimento.

In secondo luogo: se voi oggi dichiarate di accedere alla Repubblica, vuol dire che prima ve ne professavate nemici, disposti ad abbatterla. Curiosa risultanza! Voi accedete ora a

Digitized by Google

quella forma di governo perchè essa genera sanzioni contrarie alla vostra fede, alle vostre convinzioni, sperando colla vostra partecipazione di rimediare alle iniquità che, secondo voi, essa ha commesse. Il che significa che fino a quando essa non seguiva questo indirizzo, ossia non offendeva le vostre coscienze, voi le eravate ostili, e forse anche ne invocavate la caduta.

E allora che fiducia può inspirare questa accessione di voi che fino a jeri la detestavate e ne sollecitavate la rovina? Voi lo fate per ottenere il trionfo dei vostri principii. Ma chi non vede che il trionfo di questi equivale alla sconfitta dei veri principii repubblicani che non respirano che libertà ed eguaglianza, e quindi alla sconfitta della Repubblica?

E del resto; era egli proprio sincero Leone XIII quando dettava questi consigli? Non mancarono voci sospettose o rivelazioni indiscrete che affermavano il suo recondito proposito di penetrare, si diceva, come amico nella fortezza per poi rendersene, a tempo propizio, padrone.

Il Débidour (T. 2, pg. 114) riporta una conversazione del pontefice col barone di Montagnac, legittimista irriducibile, dove il primo avrebbe detto: « le tradizioni debbono cedere *pel momento*, affine di procurare il bene della Chiesa. – Capitemi bene; io non domando che una adesione provvisoria. — Una volta entrati nella Repubblica e occupati tutti i posti e tutte le rappresentanze, i cattolici potranno, se vogliono, sciogliere la Repubblica ».

E il de Cheyssac scrive nel suo *ralliement* (pg. 91): « Quante persone lo (il Papa) hanno inteso dire delle sue disposizioni favorevoli alla Monarchia? Cominciate a impadronirvi della Repubblica, e quando lo sarete, farete la Monarchia ».

D'altronde, come si potea accogliere senza diffidenza un consiglio favorevole a instituzione repubblicana da chi per anni e anni era venuto reclamando la restituzione di un regno et quidem di un regno governato a teocrazia?

Infine, altro e assai grave sospetto si ingenerava nell'animo francese dalle infinite cortesie usate prima e dal favore addimostrato dopo alla forma repubblicana dal sommo pontefice; il sospetto che, una volta conseguita la maggioranza nel Parlamento, si portasse il Governo alla restaurazione del potere temporale dei papi. L'episcopato francese con alla testa il Duparloup, il quale colla sua erudizione da seminarista, ebbe la temerità di dire che il papato è l'unica vera gloria d'Italia, l'episcopato francese la avea — come vedemmo — fin dal 1870 reclamata, e in seguito non avea trascurato occa-

Digitized by Google

sione per rinnovare proteste e incitamenti (V. Débidour T. 1, pg. 1, 5, 6, 15, 16, 17, 20, 21, 72, 118). (V. pure De Mandat Grancey, op. cit. pg. 197).

Ma, omai, anche i più conservatori fra i cattolici, come il barone De Mandat, relegano queste aspirazioni nel regno delle utopie (Id. Le Clergé français et le concordat, pg. 185 e segg.).

A parte tutto ciò, quale fu l'accoglienza fatta alle manifestazioni repubblicane del papa in Francia?

L'effetto fu di dividere in due campi le forze cattoliche.

Da una parte i monarchici intransigenti, salva la deferenza ai consigli venuti da tanta altezza, dichiaravano di non poter fare sacrificio delle loro convinzioni e intime preferenze; e quindi rivendicavano la facoltà di preparare la trasformazione di queste speranze in realtà; perchè a un gran partito che ha dietro a sè lunga tradizione di fedeltà e davanti a sè serie speranze d'avvenire, non si può domandare il suicidio. (Bota, op. cit. pg. 300, 302). Nè mancarono ingiurie e vilipendii a coloro fra i monarchici che si permisero di uniformarsi alle istruzioni pontifizie, fossero anche uomini della fama e del valore di un De Mun.

E allora appunto Leone XIII scrisse la sovracitata lettera al vescovo di Grenoble, per richiamare i recalcitranti all'ossequio e alla docilità.

Sotto la data poi del 3 agosto 1893, avvicinandosi le elezioni, volle pure rabbonire i monarchici. Scrivendo al cardinale Lecot, dichiarava tutto il suo rispetto per la causa che loro era tanto cara, ma sfogava il suo sdegno contro certi scrittori *sedicenti cattolici* che osavano attaccare i vescovi e lo stesso papa.

Dall'altra parte — dei cattolici liberali — si colse il destro che loro si offriva dal duce supremo per fare della democrazia più spinta e per guadagnarsi il ceto operajo, cui si parlava con tutta libertà il linguaggio vero dei socialisti, senza pensare che così si preparavano novelle recluta al socialismo. (V. Débidour, ibid. pg. 107).

Or qui debbo toccare di un argomento che dimostra come la mania di far della politica astuta conducesse Leone ad avvolgersi in ambiguità e contraddizioni incredibili.

Ossequendo alle direttive superiori, taluni vescovi di Francia quali prima, quali dopo la Enciclica « au milieu des sollecitudes » inserirono nei catechismi delle loro diocesi precetti al cittadino di andare alle urne e di votare in favore degli amici della Religione.

Digitized by Google

Nel volume primo dell'opera dell'abbate Barbier « Les progrés du liberalisme catholique en France », a pg. 256 e segg., si leggono gli estratti di questi catechismi nella parte concernente questo punto; e io sfido a trovarvi altro fuorchè insegnamenti di difesa contro ai nemici della Religione.

Ciononostante, il Governo stimò di deferirne gli autori al Consiglio di Stato e fece in pari tempo appello all'intervento del papa. Il quale, a mezzo di Rampolla riprovò l'opera dei vescovi e fece sapere ad uno di essi che sarebbe stato bene ritirare il catechismo. (Id. Ibid., pg. 278).

Non sorprenderà qui il severo giudizio dell'or citato autore: « Io non so dove più che in questo caso possa apparire la « *dualità* già da noi segnalata nei procedimenti di Leone XIII ».

Il Débidour, che non è abbate e forse neppure cattolico, a quella parola dualità sostituisce *duplicità*, e ne fa rimprovero, in questo proposito al papa, chiamandola anche incurabile, come quella che lo traeva a tergiversare (louvoyer) fra i partiti, per scontentarne nessuno.

Non era forse infatti troppo strano che quel papa che *ingiungeva* ai cattolici di partecipare alle elezioni per conquistare la Repubblica vietasse poi di inculcare nei catechismi questo obbligo?

Nè meno incerta, ambigua fu la sua condotta nel famoso caso Dreifus. Evitò dapprima di pronunciarsi e lasciò senza risposta la preghiera della moglie di quel disgraziato che a lui si era rivolta perchè volesse adoperarsi in pro di un innocente. Quand'ecco nel *Figaro* del 15 marzo 1899 apparve un colloquio del papa col redattore di questo giornale dove egli avrebbe dichiarato: *non sperate di fare di questo affare un'affare di religione. La nostra lezione è quella del nostro maestro al Calvario. Felice la vittima che Dio riconosce abbastanza giusta per assimilare la sua causa e quella del suo proprio figlio sacrificato.*

Il traditore *ebreo* assimilato a Gesù. Via! Era troppo! Lo scandalo fu enorme. Leone non smentì. E allora non mancò qualche devota che fece dir messe per l'anima del povero papa che avea perduto la testa. (Débidour, T. 2, pg. 224, 225).

Singolare coincidenza di eventi che avvicina ancora una volta la figura di Leone XIII a quella del suo maestro e modello Innocenzo III. Anche quest'ultimo sperimentò dopo morto lo zelo indignato di una donna; avendo santa Lutgarda, in una sua rivelazione annunziato che l'anima di quel papa era condannata a penar nel purgatorio fino alla consumazione dei

Digitized by Google

secoli, per tre colpe che essa si guardava dallo specificare; onde pare che sia stata preclusa la via alla canonizzazione di Innocenzo.

Ed ora veniamo al risultato pratico dovuto all'abilità politica di Leone XIII.

Nell'ottobre 1893 si fecero le elezioni alla cui preparazione era coordinato tutto il gran lavoro del *ralliement*. Da esse risultò la destra monarchica molto diminuita, ridotta a 58 membri. I *ralliés, malgrado i loro sforzi disperati e l'intervento personale del papa — o forse un po' a causa di questo —* (scrive il Débidour) *non erano riusciti che a far trionfare 35 candidati. Invece, il partito socialista profittando, indubbiamente, anche degli imprudenti eccitamenti del cattolicismo sociale ne ebbe 50;* e tra essi i migliori suoi campioni come Guesde e Jaurés.

Vennero poi le elezioni del 1902 che segnarono il trionfo più strepitoso del blocco repubblicano.

La causa del *ralliement* era definitivamente perduta.

Alcune tergiversazioni usate dal Vaticano a proposito della nomina di alcuni vescovi, pretendendo che a sensi del concordato questi non potessero che essere designati dal Governo, salvo poi al papa di nominarli o no; la diffida data da Rampolla a proposito della visita di Loubet, determinarono il trabocco della bilancia, e toccò anche in questo a Pio X, di raccogliere i frutti di una politica fatta di astuzie e di sottintesi che condusse diritto alla separazione tra la Chiesa e lo Stato in Francia.

Tale è infatti la opinione degli autori più gravi appartenenti a parti e confessioni differenti.

Paul Sabatier afferma che la politica di Leone XIII ben lungi dall'addurre « un ravvicinamento fra Chiesa e democrazia « ebbe l'effetto perfettamente opposto. .... Anche supponendo « sincere le intenzioni di quel papa... la opinione pubblica « non si sarebbe determinata diversamente... La democrazia è « gelosa. La approvazione la disturba come la riprovazione, « perchè chi la approva si arroga dei diritti su di lei ».

Il cattolico intransigente barone de Mandat-Grancey, ripensando ai tempi del Pecci esclama: « Grazie a Dio quei tempi sono finiti. Il povero (sic) Leone XIII avea la monomania di credersi gran diplomatico come anche si credea gran finanziere... onde si avventurava in negoziazioni diplomatiche... uscendone sempre schernito... come accadeva delle speculazioni tentate coi fondi del denaro di S. Pietro che sempre finivano con grandi differenze da pagare ».

Digitized by Google

La alleanza della Chiesa colla Democrazia trovò poi il suo erudito avversario nel benedettino Don Besse, il quale, senza mai fare menzione dell'opera di Leone, e senza nemmeno ripetere la parola *ralliement* nella sua opera « Eglise et Monarchie » dimostra, storia alla mano, l'intima alleanza e solidarietà fra Chiesa e Monarchia in Francia.

« Il regno, egli scrive (pg. 231) e il suo governo si aprivano largamente alla Chiesa e a' suoi ministri. La Chiesa accoglieva presso di sè il re e i suoi ministri. Il re specialmente vi era come di casa .... Il re era il vescovo esteriore... »

« La nascita designava il sovrano, gli conferiva il diritto di regnare .... da Gesù Cristo a Reims riceveva la investitura del regno; e dal prelato consacratore le attitudini sovrannaturali al governo (pg. 240). »

« La Chiesa è monarchia.... la Francia fu monarchia fin dalla sua origine. Le due monarchie si svolgono parallelamente, I loro ministri si sono sempre prestati mutuo soccorso... La rivoluzione persegue dello stesso odio re e papa » pg. 340.

Il R. P. Fontaine lasciò scritto: « Nessun papa più di Leone XIII ha accumulato encicliche e documenti d'ogni natura su le questioni bibliche, filosofiche e teologiche. Ma quale fra suoi predecessori ha lasciato la Chiesa di Francia in una confusione dottrinale e anarchia intellettuale eguale alla nostra? » — (Abb. Em. Barbier = Les progrés etc. V.e 2, pg. 297). —

Ma il critico più dotto e sereno dell' opera di Leone XIII lo abbiamo nell'ora citato Abbate Barbier; il quale, sotto al preindicato titolo, ha pubblicato due volumi, ricchi di note e documenti e destinati a provare le due seguenti tesi:

I. « Sebbene papa Leone XIII abbia insegnato colla stessa energia usata da' suoi predecessori i diritti di Dio e della Chiesa nella società civile, e i doveri pei cristiani di propugnare questi diritti, la sua politica liberale ha direttamente e assai efficacemente contribuito a indebolire e far cadere in Francia questa santa causa che avea prima illustrato i vescovi e i cattolici di questo paese e mantenuta ben viva la fede ».

II. « Quantunque il S. pontefice Leone XIII abbia condannato più d'una volta il liberalismo, al pari de' suoi predecessori, e lo abbia con gran forza confutato nelle sue encicliche, la sua politica ha considerevolmente favorito la diffusione di tutti gli errori sociali e religiosi, che sono, ai dì nostri, altrettante forme di liberalismo ».

E l'errore precipuo, fonte di tante mistificazioni e confusioni fu l'assunto del *ralliement*.

Digitized by Google

« Come uomo privato e come politico, Leone XIII si è ingannato in questioni della massima importanza e i suoi errori ebbero conseguenze disastrose ».

***

Tale è il risultato finale della attività politica del papa forse più insigne per valore intellettuale fra i successori del suo maestro Innocenzo III; e lo spirito suo può consolarsi che i suoi conati ebbero la stessa fortuna di quelli di quest'ultimo.

Ma quel lontano suo predecessore potea dire che a' suoi tempi un papa politico era una necessità di ordine internazionale. Questa scusa non può essere accampata per Leone XIII.

Più consentanea alla sua missione fu la condotta di Pio X, che volle essere pastor buono e zelante severo, senza pretendere di immischiarsi nelle vicende interne degli stati; perchè ciò che durante il suo regno adoperarono in Francia i suoi nunzii o rappresentanti è ancora conseguenza dell'indirizzo voluto e attuato dal suo predecessore.

Dinnanzi alle premure del papato si stende l'immenso campo della moralità e della carità. Quivi egli può, coltivare, seminare e mietere a vantaggio della umanità.

Or quando esso apprenderà finalmente a smettere ogni altra pretesa di suprema, incontrollabile direzione degli eventi? Quando finalmente le dure lezioni della storia lo avranno ammaestrato a trincerarsi nel puro esclusivo campo spirituale risparmiando a sè terribili umiliazioni, agli Stati contrasti, disordini, inquietudini continue?

Ciò che accade per parte sua a' nostri giorni non lascia sperare prossimo questo orientamento. A un papa apostolico succedette uno politico. Ma tutto fa presumere che non saranno gli Stati a soffrirne le dolorose conseguenze.

Digitized by Google

SULLE ONDE SUPERFICIALI PROGRESSIVE DI TIPO PERMANENTE

Nota del S. C. prof. UMBERTO CISOTTI

(*Adunanza dell' 8 novembre 1917*)

Si consideri un canale rettilineo a fondo orizzontale e a sponde verticali parallele: la massa liquida pesante in esso contenuta sia in equilibrio; il pelo libero è orizzontale (Fig. 1).

FIG. 1.

Si immagini di turbare lievemente il pelo libero, ad esempio mediante un getto d'aria: si propaga allora nel canale un increspamento avente carattere ondulatorio, ben visibile in superficie (Fig. 2).

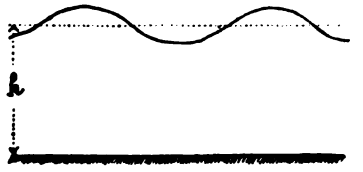


FIG. 2.

Nelle classiche ricerche teoriche istituite per giustificare il fenomeno mediante le equazioni dinamiche, si ammette che il movimento abbia luogo per piani paralleli alle sponde del canale e sia irrotazionale. Ed è nota la soluzione approssimata che mette in rilievo la esistenza dinamica di onde progressive

Digitized by Google

semplici, di profilo sinussoidale (*). In questa soluzione il valore γ della velocità di propagazione dell'onda è legata alla sua lunghezza λ e alla profondità media h del canale [rapporto tra la portata apparente, cioè rispetto ad un osservatore che accompagna l'onda, e il valore γ della velocità] dalla nota relazione di AIRY:

$$\gamma^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \operatorname{Th} \frac{2\pi h}{\lambda},$$

dove g designa il valore dell'accelerazione di gravità.

Nello stabilire la soluzione in discorso si ammette (oltre la regolarità della perturbazione ondosa, sia in superficie che nei punti interni della massa liquida) che nel moto apparente del liquido il pelo libero sia linea di flusso isobarica e che il fondo del canale sia linea di flusso. Quest'ultima circostanza

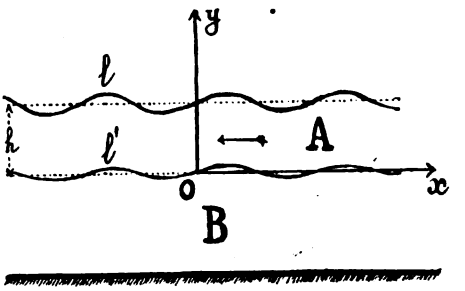


FIG. 3.

implica l'ammissione che la propagazione della perturbazione ondosa interessi tutta la regione compresa tra il pelo libero e il fondo del canale.

Ora è lecito di chiedersi se una perturbazione, dello stato di equilibrio del liquido, provocata soltanto sullo specchio libero (p. es., come ho accennato, mediante un getto d'aria) debba proprio propagarsi fino al fondo del canale o non possa talora interessare la massa liquida fino a una certa profondità (dipendente dalla maggiore o minore intensità della causa esterna perturbatrice) senza però raggiungere il fondo. Il porsi tale questione appare tanto più legittimo se, lieve essendo la perturbazione superficiale, il canale è alquanto profondo.

In tale ipotesi soltanto uno strato superficiale A (Fig. 3)

(*) Cfr. LAMB «Hydrodynamics» [*Cambridge*, 1916, University Press; Fourth Edition; Nr. 227-229].

Digitized by Google

partecipa alla propagazione della perturbazione ondosa, mentre lo strato più profondo B ne rimane estraneo. In modo preciso, rispetto ad un osservatore che accompagna l'onda lo strato B rimane tranquillo, cioè si comporta come se fosse rigido. Per questa ragione si possono chiamare *superficiali* le onde in discorso. Oggetto di questa Nota è di metterne in rilievo la possibilità dinamica.

Seguendo un felice criterio usato da LEVI-CIVITA per la traduzione analitica del problema generale delle onde di canale, progressive e di tipo permanente (e naturalmente propagantensi fino al fondo) (*) si perviene, anche per le onde superficiali, a condurre la questione allo studio di una equazione mista (cioè differenziale e alle differenze finite) relativa ad un'unica funzione olomorfa. Da essa scende, in particolare, una equazione lineare, caratteristica delle soluzioni approssimate.

Tra queste emerge immediatamente una soluzione corrispondente alle onde semplici, di profilo sinussoidale. La formola che lega il valore c della velocità di propagazione dell'onda alla sua lunghezza λ e allo spessore h dello strato superficiale perturbato è allora la seguente:

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \operatorname{Cth} \frac{2\pi h}{\lambda} .$$

Scende da questa che c aumenta col diminuire dello spessore h dello strato (a parità di lunghezza d'onda) mentre nella corrispondente formola di AIRY (s'intende relativa a perturbazioni ondose propagantesi dal pelo libero al fondo) γ diminuisce con h (profondità del canale).

A interessante confronto si prestano anzi le due formole: la eliminazione delle funzioni iperboliche dai secondi membri fornisce la relazione:

$$c = \frac{g\lambda}{2\pi} \frac{1}{\gamma} .$$

Questa esprime che *il valore della velocità di propagazione delle onde superficiali, relative ad uno strato di profondità h, è inversamente proporzionale a quello della velocità di propagazione di onde di eguale lunghezza λ, in un canale della stessa profondità h.*

(*) LEVI-CIVITA « Sulle onde progressive di tipo permanente » [Rendiconti della R. Acc. dei Lincei; Vol. XVI (1907); pg. 777-790].

Digitized by Google

Il rapporto delle ampiezze delle due sinussoidi che costituiscono i profili apparenti di l e di l' è

$$\mathrm{Ch}\,\frac{2\pi h}{\lambda}\,.$$

1. — Impostazione del problema.

Si tratta di studiare onde che si propagano senza alterare la loro forma, dando al fenomeno l'aspetto di un moto permanente rispetto a una traslazione orizzontale, di velocità costante c, di tutta la massa liquida.

Assumiamo in un generico piano verticale, parallelo alle sponde, una coppia di assi O; x, y, animati della traslazione apparente: l'asse x sia orizzontale e diretto in senso opposto alla cennata traslazione e l'asse y sia verticale ascendente; è indifferente la scelta dell'origine O.

Il moto, regolare e irrotazionale, ha luogo in una striscia indefinita A (Fig. 3), limitata da due linee l e l', aventi ciascuna andamento più o meno sinuoso.

2. — L'equazione fondamentale dei moti piani irrotazionali.

Sieno: u e v le componenti della velocità *relativa* nel punto generico (x, y); φ il *potenziale di velocità* e ψ la *funzione di corrente*. Allora, posto:

$$(1)\qquad \left\{\begin{array}{l} x + i\,y = z, \\ u - i\,v = w, \\ \varphi + i\,\psi = f, \end{array}\right. \qquad (i = \sqrt{-1})$$

w e f sono notoriamente funzioni della variabile complessa z, legate tra di loro dalla relazione:

$$(2)\qquad w = \frac{df}{dz}\,.$$

La regolarità del movimento entro la striscia A si traduce nella regolarità (al finito e all'infinito) della funzione w e della regolarità (al finito) della funzione f per i punti z interni a A.

3. — Condizioni al contorno.

In quanto alle condizioni al contorno, basta esprimere che tanto l quanto l' sono linee di flusso (relative al moto apparente) e di più che l è *isobarica* — essendo linea di separazione di due fluidi di differente densità (aria e acqua) — e l'

Digitized by Google

è *isotachia* — quale linea di separazione delle due regioni A e B, ove la densità è la medesima (*) — e di velocità c.

La condizione che l e l' sono linee di flusso implica notoriamente che su ciascuna di esse la funzione di corrente ψ debba avere valore costante; poniamo:

$$(3) \qquad \begin{cases} \psi = q, & \text{sopra } l, \\ \psi = 0, & \text{sopra } l', \end{cases}$$

con che q rappresenta la *portata* (apparente).

Assunta $= 1$ la densità costante del liquido, la condizione di *isobaricità* su l è espressa — ciò pure è noto — dalla relazione:

$$(4) \qquad w^2 + 2gy = \text{costante}, \qquad \text{sopra } l.$$

Infine il fatto che l' è *isotachia*, di velocità c, implica che si debba avere:

$$(5) \qquad |w| = c, \qquad \text{sopra } l'.$$

4. — Riferimento al piano $f = \varphi + i\psi$.

Riferendosi a un piano complesso, rappresentativo della variabile $f = \varphi + i\psi$, la relazione

$$f = f(z),$$

fa corrispondere biunivocamente e in modo conforme la striscia A del piano $z = x + iy$, alla striscia S:

$$0 \leq \psi \leq q \quad , \quad -\infty \leq \varphi \leq \infty,$$

del piano $f = \varphi + i\psi$: alle due linee l e l' corrispondendo rispettivamente le rette $\psi = q$ e $\psi = 0$ e a un punto interno della prima un punto interno della seconda.

Ciò premesso, è facile il trasporto del problema in discorso dalla striscia A alla striscia S. Potendosi considerare z quale funzione di f regolare in S al finito e infinita all'infinito, anche w si può considerare funzione regolare di f in S, per cui la (2) converrà scriverla nel modo seguente:

$$(2') \qquad \frac{dz}{df} = \frac{1}{w(f)}.$$

Mediante questa si possono esprimere nel piano f le con-

(*) Cfr. Caldonazzo « Vene fluenti tra pareti interrotte » [Annali di Matematica pura e applicata; t. XXV (1916); pag. 39].

Digitized by Google

dizioni ai limiti (3) (4) e (5). Da essa infatti si ricava, indicando con $\overline{w}$ il coniugato di w:

$$\frac{\partial x}{\partial \varphi} + i\frac{\partial y}{\partial \varphi} = \frac{1}{w},$$

$$\frac{\partial x}{\partial \varphi} - i\frac{\partial y}{\partial \varphi} = \frac{1}{\overline{w}},$$

dalle quali, per sottrazione membro a membro, si deduce:

$$2\frac{\partial y}{\partial \varphi} = -i\left(\frac{1}{w} - \frac{1}{\overline{w}}\right);$$

se si nota inoltre che

$$|w|^2 = w\,\overline{w},$$

la (4), derivata rispetto a φ, da luogo alla seguente condizione:

$$(4') \qquad \frac{\partial(w\,\overline{w})}{\partial \varphi} - i\,g\left(\frac{1}{w} - \frac{1}{\overline{w}}\right) = 0, \qquad \text{per } \psi = q,$$

mentre la (5) equivale alla seguente:

$$(5') \qquad w\,\overline{w} = c^2 \quad , \qquad \text{per } \psi = 0.$$

5. — Ricorso a una funzione ausiliaria. — Equazione caratteristica.

Introduciamo una funzione

$$(6) \qquad \omega = \vartheta + i\,\tau,$$

definita dalla relazione seguente:

$$(7) \qquad w = c\,e^{-i\omega} = c\,e^{\tau - i\vartheta},$$

colla determinazione $\omega = 0$ per $w = c$.

La regolarità di w in S e l'ipotesi (perfettamente legittima, dato il tipo di moti in discorso) che il limite inferiore di $|w|$ sia > 0, assicurano la regolarità, sia in A che in S, della funzione ω ora introdotta.

Ricavandosi poi dalla (7):

$$w\,\overline{w} = c^2\,e^{2\tau},$$

la condizione (5') si trasforma nella seguente:

$$\tau = 0 \quad , \qquad \text{per } \psi = 0.$$

Questa dice che la funzione ω è reale per $\psi = 0$; data la sua regolarità entro S, il principio della riflessione ana-

Digitized by Google

litica di SCHWARZ assicura la prolungabilità della funzione ω nella immagine riflessa di S rispetto all'asse reale, cioè nella striscia S':

$$-q \leq \psi \leq 0 \quad , \quad -\infty \leq \varphi \leq \infty ;$$

essa assume quivi i valori coniugati di quelli che essa assume nelle corrispondenti immagini di S. Per cui se nel punto generico $\varphi + i\psi$ di S si ha:

$$\omega(\varphi + i\psi) = \vartheta + i\tau ,$$

nel punto coniugato $\varphi - i\psi$ appartenente a S' si ha:

$$\omega(\varphi - i\psi) = \vartheta - i\tau .$$

Riferiamoci, in particolare, al valore $\psi = q$; si ottiene per sottrazione dalle precedenti:

$$2\tau = -i\left\{\omega(\varphi + iq) - \omega(\varphi - iq)\right\},$$

per cui è:

$$w\overline{w} = c^2 e^{2\tau} = c^2 e^{-i\left\{\omega(\varphi+iq)-\omega(\varphi-iq)\right\}}.$$

Per questa e per la (7) la condizione (4') può scriversi:

$$(4'') \qquad \frac{\partial}{\partial\varphi} e^{-i\left\{\omega(\varphi+iq)-\omega(\varphi-iq)\right\}} - i\frac{g}{c^3}\left\{e^{i\omega(\varphi+iq)} - e^{-i\omega(\varphi-iq)}\right\} = 0 .$$

Questa relazione, dedotta per φ reale, vale per qualunque valore di f appartenente al campo di esistenza; scrivendo dunque f al posto di φ si ottiene:

$$(8) \qquad \frac{d}{df} e^{-i\left\{\omega(f+iq)-\omega(f-iq)\right\}} - i\frac{g}{c^3}\left\{e^{i\omega(f+iq)} - e^{-i\omega(f-iq)}\right\} = 0 .$$

Il problema è ora condotto alla integrazione di questa equazione che è *differenziale e*, nello stesso tempo, *alle differenze finite.*

É facile di verificare che ogni suo integrale $\omega(f)$, reale sull'asse reale e regolare nella striscia:

$$-q \leq \psi \leq q \quad , \quad -\infty \leq \varphi \leq \infty ,$$

soddisfa a tutte le volute condizioni. Pertanto *la* (8) *è l'equazione caratteristica* dei moti ondosi in discorso (*).

(*) È interessante il confronto della (8) colla equazione (E) dedotta da LEVI-CIVITA (l. c. pg. 783) nel problema delle onde propagantesi fino al fondo del canale. Pel confronto si presta assai bene la eliminazione di ω per mezzo della (7).

Digitized by Google

6. — **Equazione lineare caratteristica delle soluzioni approssimate.**

Introduciamo l'ipotesi che la perturbazione ondosa sia piccola di fronte alla velocità di propagazione c. Posto:

$$w = c\,(1+\varepsilon), \tag{9}$$

per cui

$$|\varepsilon| = \frac{|w-c|}{c}$$

è il rapporto tra la velocità assoluta della perturbazione ondosa e la velocità di propagazione, è nell'ipotesi fatta, da ritenersi trascurabile ogni termine di ordine superiore al primo rispetto ad ε. Con ciò; per la (7), si ha colla voluta approssimazione:

$$\omega = i\,\varepsilon, \tag{10}$$

per cui la (8) diviene:

$$\frac{d}{df}\left\{\varepsilon\,(f+i\,q)-\varepsilon\,(f-i\,q)\right\}+ \tag{8'}$$

$$+\,i\,\frac{g}{c^3}\left\{\varepsilon\,(f+i\,q)+\varepsilon\,(f-i\,q)\right\}=0\,.$$

Questa equazione è lineare, come era da attendersi ed è caratteristica delle piccole perturbazioni ondose del tipo in discorso (*).

7. — **Soluzione corrispondente a onde semplici (di profilo sinussoidale).**

Si soddisfa, in particolare, alla precedente equazione assumendo:

$$\varepsilon\,(f) = i\,a\,\cos\frac{2\,\pi\,f}{\mu}\,, \tag{11}$$

(*) Questa differisce dalla corrispondente, nel problema trattato da Levi-Civita (l. c., pg. 787, formola (13)), per lo scambio tra di loro delle due espressioni entre le { }.

Digitized by Google

essendo a e μ costanti reali di cui: la prima va ritenuta quantità di primo ordine e la seconda è legata a q, g; c, dalla relazione seguente:

$$c^3 = \frac{g\,\mu}{2\,\pi}\,\mathrm{Cth}\,\frac{2\,\pi\,q}{\mu}\,. \tag{12}$$

Si noti inoltre che, per la (11), la (10) diviene:

$$\omega = -\,a\,\cos\frac{2\,\pi\,f}{\mu}\,,$$

la quale mette in rilievo che ω è reale per f reale. Se si nota infine la manifesta regolarità di ω in tutta la striscia

$$-\,q \leq \psi \leq q \quad , \quad -\,\infty \leq \varphi \leq \infty\,,$$

si può dedurre che la (11) fornisce una soluzione approssimata del problema, soddisfacente a tutte le dovute condizioni.

Portando l'espressione (11) nella (9) si ottiene:

$$w = c\left(1 + i\,a\,\cos\frac{2\,\pi\,f}{\mu}\right). \tag{13}$$

Per la (2′) si ha, colla voluta approssimazione:

$$\frac{d\,z}{d\,f} = \frac{1}{c}\left(1 - i\,a\,\cos\frac{2\,\pi\,f}{\mu}\right),$$

da cui integrando e assumendo $z = 0$ per $f = 0$, si ricava:

$$z = \frac{1}{c}\left(f - i\,\frac{\mu\,a}{2\,\pi}\,\mathrm{sen}\,\frac{2\,\pi\,f}{\mu}\right). \tag{14}$$

Le equazioni parametriche di una generica delle linee di flusso (apparenti) si ottengono dalla precedente ponendo in essa $f = \varphi + i\,\psi$ e $z = x + i\,y$, separando la parte reale dalla immaginaria e attribuendo a ψ un generico valore compreso tra 0 e q; si ottiene:

$$x = \frac{1}{c}\left(\varphi + \frac{\mu\,a}{2\,\pi}\,\mathrm{Sh}\,\frac{2\,\pi\,\psi}{\mu}\,\cos\frac{2\,\pi\,\varphi}{\mu}\right),$$

$$y = \frac{1}{c}\left(\psi - \frac{\mu\,a}{2\,\pi}\,\mathrm{Ch}\,\frac{2\,\pi\,\psi}{\mu}\,\mathrm{sen}\,\frac{2\,\pi\,\varphi}{\mu}\right).$$

Dalla prima di queste apparisce che $c\,x$ differisce da φ per quantità di primo ordine (rispetto ad a), per cui portando nel secondo membro della seconda $c\,x$ al posto di φ si ottiene, colla solita approssimazione:

$$y = \frac{1}{c}\left(\psi - \frac{\mu\,a}{2\,\pi}\,\mathrm{Ch}\,\frac{2\,\pi\,\psi}{\mu}\,\mathrm{sen}\,\frac{2\,\pi\,c\,x}{\mu}\right). \tag{15}$$

Digitized by Google

Come si vede, le linee di flusso (apparenti) sono sinussoidi, di periodo

$$\lambda = \frac{\mu}{c} . \tag{16}$$

Per $\psi = q$ e per $\psi = 0$ si ottengono dalla (15) rispettivamente le equazioni dei peli liberi l e l'; posto:

$$\frac{q}{c} = h , \tag{17}$$

si ha:

$$y = h - \frac{a\lambda}{2\pi} \operatorname{Ch} \frac{2\pi h}{\lambda} \operatorname{sen} \frac{2\pi x}{\lambda} ,$$

(equazione di l);

e

$$y = - \frac{a\lambda}{2\pi} \operatorname{sen} \frac{2\pi x}{\lambda} ,$$

(equazione di l').

Da queste scende che h rappresenta l'altezza media di l rispetto al livello medio di l', cioè lo spessore dello strato superficiale in assenza della perturbazione ondosa (nel qual caso è $a = 0$).

Per le (16) e (17) la relazione (12) può scriversi:

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \operatorname{Cth} \frac{2\pi h}{\lambda} , \tag{18}$$

che è la formola che nel problema attuale tiene lo stesso posto di quella di AIRY per le perturbazioni che si propagano fino al fondo del canale.

È manifesto che le piccole oscillazioni ora studiate non si possono far rientrare nella teoria, fondata da STOKES, delle piccole oscillazioni di liquidi sovrapposti, che tra altro si fonda essenzialmente sulla differenza di densità dei due (STOKES) o più (WEBB e GREENHILL) liquidi sovrapposti (*).

(*) Cfr. LAMB; loc. cit. N. 232.

Digitized by Google

I PRINCIPÎ GENERALI DEL DIRITTO E L'INTERPRETAZIONE DELLA LEGGE

Nota del S. C. prof. ALESSANDRO GROPPALI

(*Adunanza del* 15 *novembre* 1917 *e del* 17 *gennaio* 1918)

I.

Nei primordi della società, quando le norme di diritto privato specialmente erano scarse, frammentarie, incomplete e la consuetudine ancora non aveva assunto forme rigide e precise, l'arbitrio del giudice nelle sue decisioni era pressochè illimitato, sia perchè in lui si supponesse una specie di rivelazione divina, sia che lo si riguardasse come l' espressione autorizzata della coscienza popolare.

Senonchè, man mano che i costumi e le consuetudini si sono formati e le leggi si sono moltiplicate, assorbendo nella loro sfera la maggior parte dei rapporti di diritto privato, l'opera personale del giudice venne sempre più restringendosi, vuoi perchè egli fu costretto ad applicare le norme emanate dal potere legislativo, vuoi perchè anche la stessa interpretazione ed applicazione della legge fu disciplinata da norme speciali.

Già dai giureconsulti romani, i quali riconoscevano l'impossibilità da parte della legge di prevedere e regolare tutti gli infiniti casi presenti e futuri della vita (1), l'interpretazione

(1) Neque leges neque Senatus consulta ita scribi possunt, ut omnes casus, qui quandoque inciderint, comprehendantur: sed sufficit ea, quae plerumque accidunt, continere - *Dig. 1-10, De Legibus.* Non possunt omnes articuli singulatim ant legibus aut senatusconsultis comprehendi; sed cum in aliqua causa sententia earum manifesta est, is qui jurisdictioni praeest, ad similia procedere atque ita ius dicere debet. L. 12 D. 1, 3.

Digitized by Google

era considerata come uno strumento necessario dell' applicazione della legge (1), ed i più importanti canoni intorno ad essa si trovano, sebbene non organizzati in sistema, disseminati, a proposito di alcuni casi speciali, nei *Digesti* (2), in cui si distingue tra la semplice *interpretatio*, che ricerca la *sententia legis* e l'*estensione analogica* (*procedere ad similia*, *procedere ad consequentias*), in cui si determina la *ratio juris* e tutte le conseguenze che da essa derivano. Peraltro, come osserva il Ferrini (3), quando mancava una disposizione legale o consuetudinaria per un dato caso ed occorreva che il suo trattamento si informasse allo spirito generale del sistema vigente per arguirne se un dato negozio era lecito od illecito, valido od invalido, munito di determinati effetti o no, bisognava, secondo il diritto Giustinianeo, ricorrere al principe, il quale si era riservata la funzione dell'interpretazione autentica delle leggi (4).

L'interpretazione, in ogni modo, così a Roma (5) sino agli ultimi tempi, come durante tutto il medioevo, esercitò una

---

(1) GIULIANO (D. t. 11, 12, De Leg.); ULPIANO (D. t. 13, De Leg.) Scire leges non est verba carum tenere, sed vim ac potestatem. (D. 1, 17, De Leg.).

(2) Titoli « *de verborum significatione* » e « *de regulis inris* ». D. 50, 16 e 17.

(3) C. FERRINI: *Manuale di Pandette*. III ed. pag. 37 e 39. Nota 2 p. 39. Milano 1908.

(4) Giustinianeo nell'atto di pubblicazione del *Digesto* nell'anno 553 stabilì:

« Si quid vero ambiguum fuerit visum, hoc ad imperiale culmen per iudices referatur et ex auctoritate Augusta manifestetur, cui soli concessum est leges et condere et interpretari ». L. 2 § 21.

Sulla interpretazione vera e propria gli antichi giureconsulti danno nel *Digesto* regole... buone per sè stesse, ma però insufficienti... Sotto gli imperatori, specialmente dalla metà del III° secolo... la formazione del diritto per mezzo degli editti del magistrato cessò, e la posizione indipendente dei giureconsulti sarebbe stata ormai poco compatibile colla potenza imperiale che aveva raggiunto il suo massimo grado. — F. C. DI SAVIGNY: *Sistema del diritto romano*. Traduzione di V. Scialoia. Libro I. Capo IV. Torino 1886.

(5) L'interpretazione a Roma si è sempre fatta — dice il Geny — secondo alcuni principî assai semplici di buon senso o di logica elementare, del genere di quelli che ci hanno trasmessi i giureconsulti romani e da cui si è dedotto un grande numero di adagi o brocardi, che si ripetono ancora. — Vedi: F. GENY: *Méthodes d' interpretation et sources du droit privé positif*. Pag. 19. Paris 1909.

Digitized by Google

funzione sociale della più alta importanza, perchè, per il tramite di essa, si adattarono e si coordinarono le antiche leggi ai nuovi bisogni, ai nuovi costumi, che nell'ambiente sociale venivano formandosi, costituendo la fonte giuridica più rilevante ed estesa: nei vari paesi, in cui il diritto romano fu adottato come diritto vigente, l'attività dei giuristi e la pratica giudiziaria che fecondarono al contatto delle nuove esigenze della vita i germi e gli elementi sparsi nel *Corpus iuris*, crearono l'*usus modernus Pandectarum*.

Bisogna però arrivare alle legislazioni moderne per vedere regolata nei Codici con norme tassative l'interpretazione nelle sue varie forme nei casi dubbi, oscuri od impreveduti dal legislatore. A prescindere dal Codice Napoleonico, — in cui non si stabiliscono regole per l'interpretazione, sebbene nel libro preliminare redatto dagli autori del Codice vi fosse un titolo su questa materia, ed in cui per l'istituto del *referé législatif* spettava al Parlamento di risolvere con legge i dubbi dell'interpretazione (1), -- presso tutte le legislazioni civili si ammette l'interpretazione grammaticale, logica, sistematica delle leggi e si riconosce legittimo il ricorso ai *principî generali del diritto*, come ad *ultima ratio*, quando tutti gli altri criteri d'interpretazione si siano dimostrati inapplicabili od insufficienti.

La *ratio naturalis*, l'*aequitas*, a cui, secondo gli insegnamenti dei giureconsulti romani, si doveva ricorrere, nel silenzio della legge, compievano in forma diversa quella funzione suppletiva ed integratrice del diritto, che il codice austriaco attribuisce al diritto naturale ed altri codici moderni assegnano, secondo l'opinione errata di alcuni scrittori, ai principî generali del diritto.

Infatti il *Codice civile austriaco* all'art. 7 stabilisce « qualora un caso non si possa decidere nè secondo le parole, nè secondo il senso naturale della legge, si avrà riguardo ai casi consimili precisamente dalle leggi decisi od ai motivi di altre leggi analoghe. Rimanendo nondimeno dubbioso il caso, dovrà decidersi *secondo i principî del diritto naturale*, avuto riguardo alle circostanze raccolte con diligenza e naturalmente ponderate ».

Il *Codice Albertino* a sua volta determina: « qualora una controversia non si possa decidere nè dalle parole, nè dal

(1) LAURENT: *Principi di diritto civile*. — Vol. I, pag. 256. Milano 1900.

Digitized by Google

senso generale della legge, si avrà riguardo ai casi consimili precisamente dalle leggi decisi, ed ai fondamenti di altre leggi analoghe; rimanendo nondimeno il caso dubbioso, dovrà decidersi *secondo i principî generali di diritto*, avuto riguardo a tutte le circostanze del caso » (art. 15).

Il *Codice civile nostro* coll'art. 3 delle Disposizioni preliminari statuisce che « qualora una controversia non si possa decidere con una precisa disposizione di legge, si avrà riguardo alle disposizioni che regolano casi simili o materie analoghe: ove il caso rimanga tuttavia dubbio, si deciderà *secondo i principî generali di diritto* ».

Il *Codice Spagnuolo* all'art. 6 prescrive che « quando nessuna disposizione è esattamente applicabile al punto controverso, si applicherà il costume del luogo, e, in suo difetto, i *principî generali di diritto* ».

L'art. 16 del *Codice della Repubblica Argentina* è così formulato: « se una questione civile non può risolversi nè per mezzo delle parole, nè per mezzo dello spirito della legge, si ricorrerà ai principî di leggi analoghe; e se ancora la questione fosse dubbia, si risolverà per mezzo dei *principî generali del diritto*, tenendo in considerazione le circostanze del caso ».

Il nuovo *Codice civile germanico* non contiene alcuna norma intorno alla interpretazione della legge: nel testo del primo progetto vi erano due paragrafi consacrato l'uno all'analogia e l'altro all'autorità del costume, ma furono soppressi nel testo definitivo.

Il *Codice svizzero* invece all'art. 1 stabilisce: « nei casi non previsti dalla legge il giudice decide secondo la consuetudine e, in difetto di questa, secondo la regola che egli adotterebbe come legislatore. Egli si attiene alla dottrina ed alla giurisprudenza più autorevoli ».

Come si vede chiaramente, con parole diverse, ma con un unico intendimento, i vari legislatori, se si eccettuano quelli della Francia, Germania e Svizzera, si sono trovati d'accordo nel disporre che nell'interpretazione della legge si debba, procedendo progressivamente, indagare e richiamare: 1) il significato letterale delle parole; 2) il loro contesto logico; 3) i casi simili o materie analoghe; 4) i principî generali del diritto.

Senonchè, mentre intorno alle prime tre fonti dell'interpretazione si è quasi formata un'*opinio communis* e si sono formulati precetti generali e sicuri, circa i principî generali del

Digitized by Google

diritto invece ancora si discute per precisarne il significato e la portata. Data infatti un'espressione così indeterminata e vaga come questa di « *principî generali del diritto* », non c'è da meravigliarsi se l'ermeneutica e la critica si siano arrovellate intorno ad esse.

« Nulla di più tormentato dagli interpreti — giustamente rilevava fin da molti anni fa lo Scialoia — che questi principî generali del diritto. Chi ci ha voluto vedere il diritto comune dei secoli passati; chi il puro diritto romano; chi il diritto naturale; chi l'equità intesa in varie senso » (1).

Nessuna però di queste interpretazioni può reggere di fronte ad un esame anche superficiale della realtà. Che infatti coll'espressione *principî generali del diritto* il legislatore non abbia voluto indirettamente ed in modo supplementare richiamare nè il *diritto comune*, ossia in fondo il diritto romano modificato dalle leggi canoniche e dalla consuetudine, nè il *diritto romano puro*, è ormai da tutti ammesso, perchè altrimenti egli non avrebbe stabilito coll'art. 48 delle disposizioni transitorie del nostro Codice civile che « nelle materie che formano soggetto del nuovo codice cessano di aver forza dal giorno dell'attuazione del medesimo *tutte le altre leggi generali o speciali* come pure gli *usi* e le *consuetudini*, a cui *il codice stesso espressamente non si riferisce* ».

Nè vale l'obbiettare che, siccome il diritto romano ed il diritto comune hanno di sè plasmato le legislazioni moderne, il nostro codice compreso, così essi offriranno sempre un complesso di regole e di criteri da poter essere richiamati dall'interprete come *principî generali del diritto*, perchè o questi elementi, nell'entrare a far parte della compagine del nuovo diritto, si sono con questo assimilati e fusi, ed allora non si possono più logicamente richiamare come principî proprî del diritto comune o del diritto romano; o per la loro peculiare natura, non avendo potuto essere assorbiti, conservano ancora il loro carattere originario, ed allora sono stati abrogati tassativamente dal citato articolo 48 delle disposizioni transitorie.

In altri termini, quei principî fondamentali del diritto romano, che, riferendosi a rapporti ed istituti ancor vivi nella loro essenza obbiettiva, sono stati mutuati ed assorbiti nella

(1) V. SCIALOIA: *Del diritto positivo e dell'equità*, pag. 24. Camerino, 1880.

Digitized by Google

nostra legge, hanno un valore ed esercitano un'influenza non in quanto sono di origine romana, ma in quanto sono stati riconosciuti ed ammessi dal diritto vigente.

Vero è che il citato art. 48 delle Disposizioni transitorie, escludendo la validità del diritto romano e del diritto comune per quelle *materie che formano soggetto del nuovo Codice*, implicitamente ne riconosce l'efficacia per le altre materie non regolate dal Codice, ma, come è noto, pochi sono gli istituti interamente regolati da disposizioni di diritto romano ed i principî che li reggono in tanto sono applicabili in quanto sono conciliabili col sistema della nostra legislazione, vale a dire, in ultima istanza, in quanto sono diventati sostanza ed anima del nostro diritto.

Queste stesse argomentazioni valgono anche contro coloro i quali affermano che colla facoltà concessa di far ricorso ai principî generali del diritto si è voluto riconoscere una maniera indiretta di ammettere la consuetudine come fonte del diritto: che tale tesi sia insostenibile, oltrechè da queste argomentazioni, lo si può inferire anche dal fatto che il nostro Codice, quando lo vuole, direttamente si riferisce alle consuetudini, come nell'usufrutto, nella comunione, nei contratti in genere, nella vendita d'animali, nella locazione e mezzadria, e dalla considerazione che nega ogni valore anche alla consuetudine abrogativa, in quanto statuisce coll'art. 5 delle *Disposizioni preliminari* che la validità di una legge può essere infirmata solo da una legge posteriore contraria o direttamente per dichiarazione espressa del legislatore od indirettamente per incompatibilità delle nuove disposizioni colle precedenti (1). Insomma, il nostro Codice, mentre non riconosce alcuna efficacia a quelle *contra legem*, consente soltanto che si invochino le consuetudini *secundum legem*, le quali, come si desume dagli articoli che regolano i casi surriferiti, sono consuetudini od usi affatto locali, e le consuetudini *praeter legem* che, anzichè violare le norme giuridiche, servono per l'interprete per integrarne ed animarne la tipica configurazione nel quadro complesso della vita.

Pure infondata è l'opinione di coloro, i quali credono che questi *principî generali del diritto* non possono essere che i

(1) E. ORLANDO: *Le fonti del diritto amministrativo*, pag. 1051-1057. Trattato di diritto amministrativo. Milano 1900.

C. FERRINI: *Consuetudine* (*Enciclopedia giuridica italiana*) Vol. III. Milano 1898.

Digitized by Google

principi del diritto naturale, inteso nella sua più comune accezione di diritto, anteriore e superiore al diritto positivo, stabilito dalla natura e conosciuto per opera della ragione. A sostegno di tale opinione si è addotto da alcuni che l'art. 3 delle Disposizioni preliminari del nostro Codice evidentemente si ispira all'art. 7 del Codice civile generale austriaco, il quale, come abbiamo visto, rimanda ai *principî del diritto naturale* e da altri che nei lavori preparatorî si richiama spesso il diritto naturale, tanto che nel primo progetto del Codice Albertino esplicitamente si ammetteva che « i casi dubbî dovessero essere decisi secondo i principî del diritto naturale ».

Senonchè, a prescindere dall'osservazione fatta da Unger (1) che la disposizione dell'art. 7 rappresenta una pura tendenza teorica senza importanza pratica dei compilatori del Codice civile austriaco. a noi sembra che tanto il fatto che nel nostro Codice non si richiamano i principî del diritto naturale, quanto la considerazione che nell'elaborazione di esso è prevalsa la corrente più favorele a limitare i poteri dell'interprete siano decisivi in proposito (2).

---

(1) UNGER: *System des Oesterreich allg. Privatrechts*. I. § 11.

(2) Vedi per quanto riguarda i lavori preparatori del nostro Codice in merito al diritto naturale ed all'equità: SAREDO: *Trattato delle leggi*. Vol. I, pag. 376-387. Firenze, 1871.

« Intorno al punto dei principî generali di diritto — nota il Bianchi — era avvenuta un'ampia discussione in occasione della compilazione del Codice Albertino. Nel progetto era stato detto che i casi dubbiosi dovessero essere decisi *secondo i principi del diritto naturale*. Il Senato di Piemonte, il Senato di Savoia, la Camera dei Conti opinarono che questa regola data ai giudici fosse troppo vaga ed incerta, lasciando luogo a raccogliere le norme del decidere nel campo del disputabile. E chi proponeva di sostituire ai *principi del diritto naturale* quelli del *diritto comune* o quelli di *ragione*; chi i *principi dell'equità*; chi i *principi di ragione naturale*. La Commissione ribattè queste obbiezioni e sostenne la propria proposta; e il ministro Guardasigilli osservò che accennando ai *principi del diritto naturale* erasi inteso designare il *complesso di quelle massime di sana morale che sono da tutti riconosciute*. Fu allora che venne proposto di dire doversi risolvere i casi che rimanessero dubbi secondo i *principi generali di diritto*; e così passò nel Codice Albertino questa espressione, riprodotta poi senza ulteriori osservazioni nel Codice attuale. (F. S. BIANCHI: *Principii generali sulle leggi*, pag. 981-2, Torino, 1888) ».

« La commissione istituita per compilare il progetto del Codice

Digitized by Google

Certo nel momento in cui il nostro diritto si è formato, esso avrà assorbito molti dei principî del diritto naturale, in cui si esprimevano le necessità e le idealità della vita sociale di allora, ma un conto è ammettere che gli interpreti, ricorrendo ai principî generali del diritto, si richiamino alle esigenze storiche del passato incorporatesi nella legge e quindi obbiettivamente riconoscibili, ed un conto è invece autorizzarli, per il tramite dei principî generali, a riferirsi ad un diritto naturale che non ha ancora avuto modo di tradursi in legge e che, vera nebulosa informe, ognuno concepisce arbitrariamente a seconda dei propri sentimenti.

Con questa osservazione crediamo di avere implicitamente risposto al Brunetti, il quale acutamente notava che, poichè « i principî del diritto naturale debbono ritenersi come principî informatori del diritto positivo in tutti i casi nei quali *non consti* il contrario », così, in ultima istanza, « dicendo che si debbono applicare i principî che informano lo spirito del diritto positivo, e non già i principi del diritto naturale, questi ultimi si escludono soltanto a parole, perchè, in realtà, generalmente parlando, sono appunto i principî del diritto naturale quelli che informano lo spirito del diritto positivo » (1).

In armonia a quanto abbiamo già osservato, noi crediamo che, se l'appunto del Brunetti è incontestabile nei rispetti dei principî del diritto naturale, che, avendo già trovato modo

---

Albertino — rincalza il Fiore — non volle accettare di sostituire alla parola proposta quella di *diritto comune*, perchè osservò che con questa indicazione si poteva intendere che si volesse parlare del diritto romano, e che il lasciare esistere a modo di diritto suppletivo il diritto comune avrebbe potuto scemare il massimo dei benefici di un Codice generale, quello cioè dell'unità della dottrina colla semplicità della massima. Così non parve parimenti a cotesta Commissione di dover preferire la sostituzione *secondo i principi dell'equità*, perchè si sarebbe così venuti a giustificare una specie d'interpretazione vaga ed arbitraria... La stessa Commissione non accolse neanche la sostituzione delle parole *ragion naturale* a quelle di diritto naturale, perchè esprimevano un'idea meno precisa a cagione del potervi la ragione apprezzare secondo il criterio di un solo individuo, laddove il diritto naturale è un complesso ordinato di regole ammesse dalla prudenza comune e dal consentimento dei dotti. (P. Fiore: *Delle disposizioni generali sulla pubblicazione, applicazione, interpretazione delle leggi*, pag. 572-3. Napoli 1890) ».

(1) G. Brunetti: *Il delitto civile*, pag. 111, nota 2ª, Firenze 1906.

Digitized by Google

di estrinsecarsi praticamente nel sistema del diritto positivo, ne costituiscono lo spirito animatore, esso invece sia non del tutto fondato, qualora lo si riferisca a quei principî di diritto naturale che altro non sono che quel complesso di idealità, le quali, sebbene ancora non si siano attuate nella legge, tuttavia costituiscono criteri di valutazione e idee-forze di grande valore dinamico nella formazione del nuovo diritto.

Ammettiamo pure col Brunetti che « per *diritto naturale* in contrapposto a *diritto positivo* oggi non si può praticamente intendere altro che la norma giuridica *quale deve essere*, in contrapposto alla norma giuridica *quale è* » (1), ma, siccome questo criterio deontologico può essere desunto tanto dalle idealità che già si sono compenetrate e fuse nell'organismo del diritto positivo e ne sono divenute i principî informatori, quanto dalle idealità che ancora in esse non si sono obbiettivate e che pure ispirano la coscienza generale, così è bene che si stabilisca che queste ultime appunto per il loro carattere di instabilità e di soggettività si debbano escludere dal novero dei principî generali di diritto invocati dall'art. 3.

Destituita di ogni fondamento è infine l'opinione di coloro, i quali in questi *principî generali del diritto* vogliono ravvisare i *principî supremi dell'equità naturale*, anzitutto perchè il legislatore, quando ha voluto ad essa riferirsi, lo ha fatto esplicitamente come agli articoli 463, 578, 1124, 1652, 1718, ecc., in cui trattasi di casi, i quali, per la loro natura speciale e per la molteplice varietà di condizioni e di atteggiamenti, non possono essere compresi in una rigida formula giuridica, ed in secondo luogo perchè, come ce lo attestano i lavori preparatorî del nostro Codice, si è voluto espressamente evitare la confusione tra equità e principî generali del diritto, autorizzando nemmeno indirettamente l'arbitrio illimitato dei giudici. Anzi in questa materia il legislatore ha voluto così di proposito escludere l'appello arbitrario all'equità che ha, a ben guardare, perfino distinto quand'essa si deve richiamare con *funzione integratrice* (art. 1224 capov. 1374, 1377, 1803 capov. 1826, 1875 Cod. civ.) o quando con funzione in tutto od in parte *suppletoria* (art. 463, 578, 1124, 1652, 1718 Codice civile) (2).

---

(1) G. Brunetti: op. cit. pag. 110 nota.

(2) P. Viazzi: *L'equità ecc.*, pag. 190 ecc. Milano 1902.

B. Mozzoni distingue le funzioni dell'equità in *formativa*, *interpretativa* e *suppletiva* della norma giuridica: vedi la voce *Equità* in «Dizionario di diritto privato ». Vol. II, pag. 850-59, Milano.

Digitized by Google

Peraltro non bisogna confondere questa tesi colla tesi di coloro, i quali, pure affermando, come fa il Gianturco, che « fra i principî generali del sistema del diritto vi ha senza dubbio quello d'*equità*, che ha informato tutto il diritto moderno », attribuiscono poi all'equità quale è da essi considerata un significato affatto speciale col distinguere l'equità in senso tecnico, che significherebbe « la valutazione delle circostanze individuali e dei relativi temperamenti giuridici », ed equità in senso ampio che equivarrebbe « al diritto naturale, in quanto ha informato le disposizioni del diritto vigente » (1).

Assimilando così l'equità al diritto naturale, quale si è venuto transfondendo, per il tramite dei principî generali, nell'organismo del nostro diritto, si toglie ad essa ogni carattere di subbiettività e si tramuta da criterio morale indipendente e superiore al diritto in un elemento vitale ed integratore del diritto stesso. Includendo l'equità tra i principî gerali che hanno nel processo di sua formazione influito sul diritto moderno, si esclude implicitamente che essa si possa tuttavia considerare come una fonte immanente ed attuale di diritto, a cui attingere per sopperire ai difetti ed alle lacune di questo. Essa, in funzione di vera e propria equità, ha nel passato servito come sorgente di nuovo diritto, ma nel momento in cui si è cristallizzata nei principî generali, ha perduto la sua natura originaria ed ha cessato di esercitare una azione specifica di rinnovazione dell'organismo giuridico.

I principî generali del diritto, per quanto generali, sono sempre, come vedremo, principî obbiettivi di diritto positivo ricavati da questo mediante un processo di generalizzazione crescente e, se possono rispecchiare le esigenze equitative del periodo, in cui il nostro ordinamento giuridico s'è formato, non possono necessariamente, anticipando il futuro, riflettere condizioni e bisogni di un nuovo momento storico.

Pur non dissimulandoci che l'equità, concepita in tal modo, viene a perdere molto del suo valore, pur tuttavia non si può con queste riserve non ammetterla tra i principî generali del diritto (2).

(1) E. GIANTURCO: *Sistema di diritto civile italiano.* Volume I. Nota a pag. 30. Napoli, 1894.

(2) Giustamente il COVIELLO (*Manuale di diritto civile italiano*, Vol. I, pag. 89 nota) nota come i *principi generali di diritto* non siano punto nè le norme generali e fondamentali che si trovano nella

Digitized by Google

Senonchè, quando anche ben si è dimostrato che questi tormentati principî generali del diritto non si possono identificare nè col diritto comune, nè col diritto romano, nè colle consuetudini, nè col diritto naturale, nè coll'equità, ancora non se ne è nemmeno lontanamente messo in luce la natura e la portata, in quanto, pur sapendo ciò che essi per esclusione non sono, non sappiamo peranco ciò che essi intimamente sono. La definizione per note negative data dei principî generali del diritto, se può aver servito a differenziarli da altri principî congeneri, ha bisogno, per essere logicamente perfetta, di essere integrata dalla determinazione delle note positive ond'essi sono contrassegnati ed individuati.

Poichè definire è differenziare ed identificare, dobbiamo procedere ora all'analisi del comune sostrato di elementi concettuali onde sono costituiti i principi generali del diritto.

II.

Delle dottrine di coloro, che hanno cercato di determinare scientificamente il contenuto ed il valore dei principî generali del diritto si può fare *comoditatis causa* una duplice categoria, distinguendo gli scrittori che si sono limitati a dare un concetto generico di essi e ad indicare il metodo onde

---

stessa legge scritta, nè i cosi detti brocardi, ditterii, paremie giuridiche, ecc., che spesso anzi ne costituiscono, secondo noi, la parodia per il sofisma di falsa generalizzazione onde sono viziati.

Tale rilievo del Coviello è senza dubbio fondato per ciò che riguarda quelle norme generali, le quali, appunto perchè sono contenute esplicitamente nella stessa legge, non sono suscettibili di essere dedotte per forza di astrazione da altre norme particolari: devesi per altro tener sempre distinte le regole giuridiche, destituite d'ogni valore scientifico e dal Coviello giustamente condannate, e le *regulae iuris* che meritano e non usurpano tale nome ed in cui vive quasi cristallizzata la sapienza della giurisprudenza romana. Ond'è che se col Coviello non si possono giustamente considerare come principî generali del diritto i brocardi da lui citati, al contrario non si può, ad esempio, dal novero di questi escludere la regola « *in suo alii hactenus facere licet quatenus nihil in alienum immittat* », la quale, per citare questa sola, per progressiva generalizzazione si può ricavare dalle molteplici disposizioni, che nel nostro Codice disciplinano le servitù legali e le limitazioni reciproche dell'esercizio del diritto di proprietà.

Vedi G. Cervi: *Regole di diritto* (Enciclopedia giuridica italiana).

Digitized by Google

dedurli dalle norme del diritto positivo o vigente da quegli altri che, facendo tesoro di tali insegnamenti, hanno tentato di enumerarli e specificarli partitamente. A titolo di indicazione esemplificativa e non tassativa, annovereremo tra le prime le dottrine dello Scialoia, del Pacifici-Mazzoni, del Fadda e Bensa, Brugi, Chironi, Ferrarini, Caldara, ecc. e tra le seconde le teorie del Saredo, Donati, Coviello, ecc.

Già lo Scialoia, con quel fine intuito che lo distingue, aveva fin dal 1880 chiaramente rilevato e precisato che « nell'articolo si parla di principî di diritto, con la qualcosa si esclude tutto ciò che non è diritto. Ma come distinguere ciò che è diritto da ciò che non lo è? Conviene partire dalle disposizioni delle leggi ed astraendo risalire da concetto a concetto sempre più generalizzando, e dal generale tornando a discendere al particolare, si giudicherà per dirla con Aristotile » *come lo stesso legislatore avrebbe detto se fosse stato presente e come avrebbe prescritto se lo avesse preveduto* » (1). Ed in un altro scritto assai posteriore, ma egualmente lucido e penetrativo, mettendo in rilievo gli errori e le illusioni del metodo di un'interpretazione formale ed astratta, notava che « le norme dell'interpretazione sono determinate dalla struttura del corpo politico, al quale la legge appartiene, e specialmente dai rapporti intercedenti tra i cittadini e l'autorità legislativa, tra questa e le autorità giudiziarie ed amministrative. Tali rapporti in generale sono regolati solo parzialmente dal diritto scritto: essi sono determinati più direttamente da quella necessità degli uomini e delle cose, che è la fonte prima del diritto, appartengono a quel diritto tacito, fondamentale, immediata emanazione delle forze sociali ordinate, che con parola ormai tradizionale si può chiamare diritto consuetudinario » (2).

Il Pacifici-Mazzoni, a sua volta, intende i principî generali del diritto come principî che sono dedotti per astrazione sia dai singoli istituti, sia dall'intera legislazione e che hanno servito di guida al legislatore nel comporre gli uni e l'altra, e combatte come una vieta dottrina, erronea in sè e piena di pericoli per l'arbitrio sconfinato che lascia ai giudici, quella

(1) V. SCIALOIA: *Del diritto positivo e dell'equità*, pag. 24, Camerino 1880.

(2) V. SCIALOIA: *Sulla teoria dell'interpretazione delle leggi.* — *Studi giuridici dedicati ed offerti a F. Schupfer.* — Parte III pag. 305-8. Torino 1898.

Digitized by Google

secondo cui l'insufficienza della legge scritta debba essere riparata col sussidio del diritto di natura (1).

Secondo il Fadda ed il Bensa — gli acuti commentatori delle *Diritto delle Pandette* del Windscheid (2) — se i principî generali del diritto si vogliono chiamare principî del diritto naturale poco monta, « purchè si resti intesi, che nè si tratta di principî assoluti, immutabili, nè è qualcosa di diverso dal diritto positivo, ma ne è la parte, per così dire, spirituale, non espressa in precise disposizioni, ma risultante dal complesso di tutte le disposizioni ». (3). « Ogni Stato — argomentano in proposito il Fadda ed il Bensa — ha un sistema giuridico proprio. Sia pure, che il diritto positivo (legge o consuetudine) sia scarso ed insufficiente nella sua parte materiale, nelle disposizioni sue, è pur sempre vero, che questi diversi elementi positivi, che spesso si presentano come non aventi rapporti fra loro, non di rado quasi cozzanti, allo studio diligente appaiono armonicamente collegati, e come parti di un vero e proprio organismo. La combinazione di vari elementi conduce alle norme direttive del sistema. Le stesse disposizioni anomale, appunto con questo loro carattere, valgono a far spiccar meglio l'indole delle norme che governano il complesso. Si può dire, che accanto al contenuto immediato, palese del sistema positivo, ve n'è uno latente e mediato, che del resto è la base del primo... Il legislatore può non aver pensato ad una determinata conformazione di rapporti poco monta, questi rapporti che sono nella vita trovano la loro norma generica nell'organismo giuridico, che è espressione della vita, che deve essere come questa completo, e in tutto corrispondere ad essa... Ogni nuovo rapporto di fatto, che la vita, nelle sue proteiformi vicende, crea, non è elemento eterogeneo intruso nell'organismo sociale, ma svolgimento di questo. Epperò nemmeno il corrispondente suo regolamento giuridico si distacca dal sistema esistente: anzi non è se non l'estensione di questo. Talchè a noi pare che nè l'applicazione di principî già dedotti a fatti nuovi, nè l'ulteriore deduzione di principî in base al sistema possa qualificarsi come creazione » (4).

(1) Pacifici-Mazzoni: *Istituzioni di diritto civile*. — III ed., vol. I, n. 21, Firenze 1880.

(2) B. Windscheid: *Diritto delle Pandette*, traduzione e note di C. Fadda e P. E. Bensa. — Vol. I, parte I. Torino 1902.

(3) B. Windscheid. Op. cit., pag. 128.

(4) B. Windscheid: Op. cit., pag. 129.

Digitized by Google

Secondo il Chironi e l'Abello (1), i principî generali del diritto rientrano nell'ordine dei *fonti mediati* e l'applicazione di essi è vincolata: a) al difetto di precisa disposizione di legge; b) alla sussistenza del dubbio nella risoluzione, nonostante il ricorso a disposizioni regolanti casi simili o materie analoghe.

« Principio di diritto — continuano gli stessi autori — è il principio che domina e serve di base alla formazione delle singole disposizioni dell'istituto giuridico che ne risulta e dei vari istituti componenti il Codice intero: è la scienza delle leggi governanti la costituzione e la vita di quest'organismo giuridico, ond'è che mal si può dedurlo dalla conoscenza di una parte della legge. È dunque il motivo ed il fondamento giuridico della legge: la così detta *ratio iuris*... Questi principî generali sono fissati dallo studio filosofico del diritto ed i materiali dell'analisi e della sintesi, in cui sono riuniti qual risultato, vengono forniti dalla conoscenza del diritto vigente e di tutti i motivi che lo imposero e lo consigliarono. Varranno a tal fine tutte le tradizioni legislative che hanno in qualche modo preparato l'attuale diritto e sopratutto il *diritto romano* inteso non nel senso di vera e propria legge — opinione ormai abbandonata — ma nel senso di elemento *suppletivo* alla possibile deficenza delle leggi vigenti per la risoluzione di speciali controversie e la conoscenza esatta delle ragioni economiche e sociali cui la legge volle provvedere. Solo il giurista-sociologo può adunque scorgere nella maggior nettezza loro questi principî di diritto, che, al pari della consuetudine, sono *fonti mediati del diritto* e non possono egualmente derogare alla legge positiva » (2).

Pure il Brugi sostiene che i principî generali del diritto sono quelli del diritto italiano. « Il diritto — egli scrive (3) — vive presso ogni popolo prima della legge in una serie di massime fra loro organicamente concatenate in un sitema intimo in cui si combinano diritto pubblico e diritto privato... Quando il legislatore nostro procedette alla codificazione, partì da un sistema di principî, di cui i più appariscenti furono appunto quelli che si dicono di ordine pubblico... Ma altri ve

(1) G. P. Chironi e L. Abello: *Trattato di diritto civile italiano.* — Vol. I. Parte generale. Torino 1904.

(2) G. P. Chironi e L. Abello: Op. cit. pag. 51-52.

(3) B. Brugi: *Istituzioni di diritto civile italiano.* — Pag. 42-43, Milano 1905.

Digitized by Google

ne sono meno visibili a primo aspetto, eppure costituenti, insieme con quelli di ordine pubblico, le generatrici degli articoli del codice. Per i casi di dubbio analogico noi ricorriamo appunto a questi principî generali del diritto italiano che sono come lo spirito di esso ».

Secondo il Fiore, « l'interpretazione logica propriamente detta deve considerarsi come un procedimento eccezionale, giustificabile soltanto quando col processo logico normale sussidiato da tutti i mezzi, dei quali può disporre l'interprete, questi non sia riuscito ad acquistare la possibile vera conoscenza del diritto esistente » (1). « Noi abbiamo cercato di porre — continua lo stesso Fiore — ogni cura nell'eliminare qual si sia arbitrio del giudice, che deve applicare e non creare la legge, e non possiamo disdire il nostro sistema quando il giudice si trovi nella necessità di costruire colla logica la regola di diritto, che manca, desumendola dai principî generali del diritto. Non possiamo neanche in questo caso ammettere che possa essere consentito ad esso di farsi guidare dalla semplice ragione e dal sentimento dell'equità, onde formare così una regola secondo i principî generali del diritto astratto. Ci sembra invece che, quando sorge il bisogno di concepire la regola nella sua forma logica, il diritto a cui esso deve ispirarsi, quello debba essere, che vive nella coscienza comune del popolo, e che sia l'espressione logica dei principî, che regolano gl'istituti giuridici nel loro complesso organico » (2).

Secondo il Ferrarini (3), « le leggi ed il diritto nel suo assieme non sono una morta massa di regole meccanicamente congiunte, ma un organismo di regole vivificato e corso tutto da alcuni principî superiori » (4). Questi principî, che costituiscono *l'anima grande del corpo delle leggi* (5), sono i principî generali di diritto ricordati nell'articolo 3° delle Disposizioni preliminari e non possono essere logicamente che la *ratio iuris*, che la trama su cui sono orditi tutti gli istituti

(1) P. Fiore: *Delle disposizioni generali sulla pubblicazione, applicazione ed interpretazione delle leggi.* — Vol. II°, pag. 575. Napoli 1890.

(2) Op. cit. vol. II, pag. 577-578.

(3) L. Ferrarini: *Note di diritto civile.* — Il diritto oggettivo, Modena 1898.

(4) Ferrarini: op. cit. pag. 266.

(5) Ferrarini: op. cit. pag. 218.

Digitized by Google

del diritto positivo italiano (1). Questi principî « non sono vaghi, indefiniti, ma concreti e determinati conoscibili per progressiva generalizzazione » (2) e ricchi di « attiva fecondità di nuove regole per tutti i nuovi casi che la vita produce » (3).

Anche per il Caldara infine i principî generali del diritto non possono essere che quelli che « già si trovano, o sviluppati od in germe, nel sistema giuridico vigente » (4) e coi quali il legislatore ha voluto « autorizzare l'interprete a completare organicamente il diritto positivo col discoprire e applicare quello che è latente nella legge o meglio quello che in essa si trova in potenza, affinchè la legge serva al suo scopo di regolare tutti i rapporti, e la giurisprudenza segua, come tutte le altre branche della scienza, la legge del progresso » (5).

Esponiamo ora il pensiero di alcuni tra i principali scrittori, che abbiano compreso ed annoverato nella seconda categoria.

Il Saredo, dopo aver premesso che, « nè le parole del legislatore sardo, nè quelle del legislatore italiano hanno saputo ben precisare cosa veramente intendeva con queste parole « principî generali di diritto », afferma in sostanza che il concetto contenuto in esse è complesso e che si possono considerare come elementi d'interpretazione nel silenzio della legge: 1) le regole fondamentali del nostro diritto pubblico, le quali, dando, come egli dice, l'intonazione alle istituzioni giuridiche dello Stato, forniscono una guida preziosa all'interprete; 2) le regole del diritto privato, in quanto sono generali, comprendendosi in esse anche quelle del Codice commerciale, il quale ha un complesso di principî generali proprî; 3) le tradizioni legislative, che hanno in qualche modo preparato il diritto vigente e che costituiscono la norma direttiva dell'interprete più sicura di tutte, come quella che ha la sua base nell'ultimo sviluppo delle leggi (6).

---

(1) FERRARINI: op. cit. pag. 218.

(2) FERRARINI: op. cit. pag. 268.

(3) FERRARINI: op. cit. pag. 266.

(4) E. CALDARA: *Interpretazione delle leggi.* — Estratto dalla Enciclopedia Giuridica, pag. 231, Milano 1908.

(5) E. CALDARA: op. cit. pag. 44.

(6) G. SAREDO: *Trattato delle leggi.* — Vol. I pag. 426-7-8. Firenze 1871.

Digitized by Google

« L'interprete ed il magistrato hanno quindi — conclude il Saredo (1) — non solo il diritto ma anche il dovere di attingere nelle leggi romane « quei principî generali del diritto » che i grandi giureconsulti hanno formulato e che sono sempre vene di splendida verità: e ciò tanto più che il diritto romano è la fonte da cui è nella sua massima parte scaturita la nostra legislazione civile ».

Di certo il Saredo, quando ha enumerato in quest'ordine gli elementi di un'interpretazione della legge, non ha voluto fare *ex professo* una classificazione gerarchica di essi fondata sul criterio di una generalizzazione progressiva e crescente, perchè, se avesse avuta tale intenzione, senza dubbio avrebbe collocato prima i principî di diritto privato, poi quelli di diritto pubblico ed infine le idee animatrici delle leggi anteriori.

Secondo il Donati, i principî generali del diritto non constano solo, come ritiene la dottrina comune, di quei principî che si ottengono per via di generalizzazione dalle norme particolari, o, in generale, dei principî informatori delle norme stesse, ma, oltre ad essi, altresì del principio costitutivo della norma generale fondamentale, di contenuto a quelle contrario, la quale in ultima analisi stabilisce che « ciascuno è obbligato ad astenersi da qualunque azione che possa importare altrui una limitazione, che non sia sancita da alcuna norma particolare, nè direttamente, nè per analogia, e nemmeno sia sancita da quei principî generali, che delle norme particolari costituiscono il fondamento ».

I principî generali risultano così, nel concetto del Donati, di due nuclei di efficacia alternativa: da un lato, i principî informatori delle norme particolari, contenute nell'ordinamento giuridico (principio dell'eguaglianza; principio dell'inviolabilità della proprietà privata; principio dell'obbligatorietà dei patti liberamente consentiti, ecc.) i quali dovranno avere applicazione in primo grado; dall'altro, il principio della norma generale, fondamentale all'ordinamento giuridico, il quale troverà applicazione, quando il ricorso al primo gruppo di principî non abbia valso ad ottenere la regola per il caso (2).

Intorno al primo punto, vale a dire intorno al nucleo di principî positivi onde constano i principî generali del diritto, non si possono sollevare contro il Donati eccezioni di sorta:

(1) G. Saredo: op. cit. pag. 428.

(2) D. Donati: *Il problema delle lacune dell'ordinamento giuridico*, pag. 165-171. Milano, 1910.

Digitized by Google

in merito al secondo punto, invece, vale a dire in merito al principio negativo, in forza del quale, riusciti inapplicabili od insufficienti i principî positivi, si dovrebbero dichiarare esclusi per ciò stesso che non sono inclusi, tutti quei casi che non sono regolati dalla legge, parecchie sono le osservazioni che, a nostro avviso, si possono fare.

Per procedere con ordine, vediamo anzitutto quale è nel pensiero del Donati la concezione generale, nella quale trova il suo fondamento e la sua giustificazione razionale questo principio esclusivo che costituisce quasi la cornice, in cui s'inquadra ogni ordinamento giuridico.

Contrariamente al Bergbohm (1), il quale, come è noto, crede che attorno alla sfera del diritto vi è uno spazio vuoto (rechtsleer Raum), corrispondente a ciò che comunemente si suole chiamare la sfera della libertà o delle azioni indifferenti al diritto e da esso nè imposte, nè vietate, nè permesse, il Donati sostiene che « appena una società giuridica esiste, quale che sia il grado di evoluzione e di complicazione del suo ordinamento giuridico, abbia anche questo ordinamento giuridico il più limitato degli sviluppi, dall'ambito della società stessa ogni contesa materiale di forze, ogni sopraffazione materiale dell'un consociato sull'altro rimane *giuridicamente* esclusa, perchè al di sotto delle norme, siano pure pochissime, le quali impongono ad un consociato di fronte all'altro particolari limitazioni per determinati casi, sta necessariamente una norma generale, dalla quale deriva a ciascun consociato il dovere di astenersi negli altri casi da ogni azione che possa importare altrui una limitazione » (2).

Senonchè l'affermare che, al di sotto delle norme particolari che limitano le libertà reciproche dei cittadini, v'è una norma generale che prescrive che non vi sia alcuna limitazione, anche nei casi dalla legge non considerati, e l'affermare inoltre che questa legge esiste necessariamente sono tutte affermazioni, il cui valore non può dipendere che dal valore dei principî e delle prove ond'esse sono derivate e suffragate.

Secondo il Donati, l'esigenza fondamentale che storicamente spiega e razionalmente giustifica il principio esclusivo in parola che sta a base di ogni ordinamento giuridico è il

(1) K. Bergbohm: *Jurisprudenz und Philosophie*. I. Band. III Abschnitt. S. 371-393. Leipzig 1892.

(2) Donati: *Il problema delle lacune, ecc.*, pag. 233, op. cit.

Digitized by Google

diritto di libertà, il quale è « un diritto che ciascun consociato ha di fronte a ciascun consociato. Come correlativo dei vari rapporti di limitazione che l'un consociato ha di fronte a ciascun altro sta il diritto di libertà. Il diritto di libertà ha perciò un carattere di *diritto assoluto, erga omnes* » (1).

Ma questo diritto assoluto di libertà *erga omnes*, che segna un limite alla potestà dello Stato ed all'attività degli individui, è da considerarsi come conseguenza di una autolimitazione e rinuncia della sovranità statuale, oppure è da ritenersi come un diritto originario, subbiettivo, naturale degli individui per sè stanti? E se, astraendo da queste due teorie estreme, entrambi unilaterali e fuori della realtà, che formano come i due poli tra cui oscilla la dottrina (2), si deve considerare l'individuo non più investito di diritti originari, ma di facoltà riconosciute e protette dallo Stato, in armonia alla coscienza giuridica popolare e sotto il controllo di un sistema di garanzie costituzionali ed amministrative, qual'è la legge positiva che regola questo diritto di libertà, che non va cercato al di fuori ed in antitesi allo Stato, ma entro lo Stato, perchè solo in questo e per opera di questo può trovare la sua completa realizzazione?

Nè il fatto che il Donati concepisce questo diritto come un diritto assoluto degli individui non solo di fronte allo Stato, ma anche di fronte agli altri individui può mutare la sostanza delle cose, perchè esso, se non si vuole campare in aria, deve trovare sempre il suo fondamento ed i suoi limiti nella potestà dello Stato, che munisce di forza imperativa e riveste di particolari guarentigie le idealità giuridiche, che in merito alla sfera di libertà, sia nei rapporti degli individui fra di loro, sia nei rapporti tra questi e lo Stato, si sono venute elaborando nella coscienza sociale.

Evidentemente però, come bene osserva, sebbene di sfuggita, il Falchi (3), la norma generale che il Donati pone come norma complementare, « al di sotto delle norme particolari contenute nell'ordinamento giuridico », non è una norma di

---

(1) DONATI: *Il problema delle lacune, ecc.*, op. cit. pag. 235.

(2) Per una lucida esposizione ed un'acuta critica delle teorie francese e germanica sulla libertà giuridica individuale, vedi lo studio sintetico di G. SOLAZZI: *Note critiche sulla libertà giuridica individuale*. Capo III. Bologna 1910.

(3) A. FALCHI: *I fini dello Stato e la funzione del Potere*. Nota 168 pag. 162-3. Sassari 1914.

Digitized by Google

diritto positivo, ma una vera e propria norma di diritto naturale, che regola la libertà delle azioni umane nei casi non contemplati dalla legge e che si fonda sul diritto assoluto di libertà concepito come un diritto originario, fondamentale ed essenziale degli individui non solo in confronto allo Stato, ma anche in confronto agli altri individui.

Senonchè, per tornare al punto che più ci interessa, ammessa come non si può non ammettere la fondatezza di tali rilievi, per il tramite del principio esclusivo, che è a base di ogni ordinamento giuridico ed a cui, secondo il Donati, si deve ricorrere quando ogni altro mezzo di interpretazione è venuto meno, si richiama indirettamente ancora il diritto naturale, il quale, come abbiamo già dimostrato, coi principî generali del diritto nulla ha assolutamente a che vedere.

Concludendo adunque, mentre per le ragioni esposte non possiamo che respingere la tesi del Donati circa la norma generale esclusiva che presiede ad ogni ordinamento giuridico, ci accordiamo pienamente con lui intorno al modo di concepire analiticamente il contenuto dei principî generali di diritto.

Anche per il Coviello « altro non possono essere i principî generali del diritto che i principî fondamentali della stessa legislazione positiva, che non si trovano scritti in nessun luogo, ma sono i presupposti logici necessari delle varie norme legislative, da cui perciò per forza di astrazione debbono essere esclusivamente ricavati... Tra gli stessi principî generali della nostra legislazione è poi da riconoscere — continua lo stesso Coviello — una specie di gerarchia, giacchè non tutti sono egualmente generali, e non occorre sempre ricorrere a sommi principî generali. V'ha principî generali di un dato istituto giuridico; di più istituti giuridici affini; di una data parte del diritto privato (civile o commerciale) o di una parte del diritto pubblico (costituzionale, amministrativo, internazionale, ecclesiastico, ecc.), di tutto il diritto privato, o di tutto il pubblico, e finalmente dell'intero diritto positivo senza distinzione alcuna. A questi ultimi, come s'intende da sè, bisogna ricorrere quando non siano sufficienti gli altri meno generali, osservando anche per questi la gradazione che va dal meno al più; perchè quando minore è la generalità del principio che si cerca, minore è il pericolo della fallacia nel procedimento induttivo, e più facile e sicura riesce l'applicazione al caso controverso » (1).

(1) N. Coviello: *Manuale di diritto civile italiano*. Vol. I. Parte generale, pag. 89. Milano 1910.

Digitized by Google

Ci sembra che il Coviello abbia con acutezza ed efficacia compreso ed espresso l'essenza dei principî generali di diritto e l'ordine secondo il quale si devono applicare, e noi senz'altro aderiremmo alle opinioni da lui autorevolmente sostenute, se non ci paresse che nella sua classificazione gerarchica non abbia fatto la dovuta parte a quel complesso generale di concezioni e di massime giuridiche che vanno comunemente sotto il nome di legislazione comparata. Vero è che subito ci si può obbiettare che, se per quei principî generali di diritto, di cui parla l'art. 3 delle Disposizioni preliminari al Codice civile, si devono intendere i principî del nostro diritto, essi non si possono quindi, per la contraddizione che non lo consente, confondere coi principî che informano legislazioni straniere, ma, quando si pensi che molti istituti del nostro diritto sono collegati con istituti analoghi di altre legislazioni da innumerevoli vincoli di eguaglianza di origine di tradizioni e di concetti animatori, tosto si vedrà come questa obbiezione sia più speciosa che vera, e come non ecceda i limiti del suo potere il magistrato che trae gli elementi di interpretazione di una legge e dello scopo di un istituto patrio anche dagli elementi e dallo spirito di legislazioni straniere in materia del tutto consona colle leggi nostre e coi nostri istituti.

A queste condizioni non si può non credere col Lambert (1) che il diritto comune legislativo non eserciti, oltrechè nel campo della creazione vera e propria del diritto, un'alta funzione anche nel dominio dell' interpretazione della legge, mettendo il magistrato in grado di conoscere le diverse regolamentazioni date ad una stessa materia dalle legislazioni dei principali paesi di civiltà presso a poco eguale ed i loro pratici risultati sia economici che sociali per evitarne i difetti ed utilizzarne i pregi.

Perciò noi, pure accettando come inappuntabile la classificazione gerarchica del Coviello, vorremmo che, prima di passare da un ordine di principî generali ad un altro, si tenesse conto dei principî generali che nelle legislazioni straniere regolano un dato istituto giuridico, più istituti giuridici affini, ecc., purchè tra i principi della legislazione patria e quelli delle legislazioni straniere corra piena armonia di contenuto e di scopi.

Nè ad alcuno che conosca i molteplici ed intimi vincoli,

(1) E. LAMBERT: *La fonction du droit civil comparé.* Pag. 20-35. Paris 1903.

Digitized by Google

razionali e storici, che legano fra di loro il diritto civile ed il commerciale, il diritto costituzionale, l'amministrativo, l'internazionale, ecc. il diritto privato ed il diritto pubblico, potrà parere illogico che il Coviello propugni questo progressivo ricorso ad un ordine sempre più vasto di principî generali, per il tramite dei quali, riflesso dell'unità profonda ond'è cementata ed animata tutta la vita sociale, si manifesta ed esplica l'unità della vita dell'intero diritto.

Infatti come i beni onde gli uomini soddisfano i loro bisogni possono rivestire un valore di uso od un valore di scambio, così il diritto privato, a seconda che prevalentemente li considererà sotto il primo od il secondo aspetto, si distinguerà in diritto civile ed in diritto commerciale, ma questa distinzione non può cancellare l'unità che insieme li avvince ed avviva, perchè, come lo scambio implica l'uso, così il diritto commerciale presuppone tutto il complesso delle principali istituzioni, onde è plasmato il diritto civile. Lo stesso dicasi delle varie ramificazioni del diritto pubblico, che tutte si innestano sopra uno stesso tronco e si alimentano di una medesima linfa, manifestazioni varie della complessa vita dei popoli.

Nè meno evidenti sono i rapporti tra il diritto pubblico ed il diritto privato non solo perchè questo può ottenere il suo riconoscimento e la sua tutela esclusivamente sulla base di una organizzazione statuale, ma anche perchè ne rispecchia certi pricipî fondamentali ed inderogabili, in base ai quali esso deve essere interpretato ed applicato, come sarebbero, a cagion d'esempio, i principî dell'eguagliaza giuridica di tutti gli individui, dell'abolizione di tutti i privilegi di linee, di sesso e di priorità nell'ordinamento della famiglia, della redimibilità di tutte le prestazioni perpetue, ecc. (1). Del resto, il concetto unitario, da cui è improntata tutta la vita del diritto, è efficacemente espresso nella classificazione del Coviello.

Questa medesima determinazione del contenuto concettuale dei principî generali del diritto ci viene altresì confermata autorevolmente dalla costante giurisprudenza delle nostre alte Corti di Giustizia, di cui citeremo soltanto, tra le più caratteristiche e tipiche, le due seguenti sentenze: 1) i principî generali del diritto, che debbonsi dal magistrato applicare nel caso che le leggi vigenti non decidano testualmente una controversia, sono *quelli che scaturiscono dal complesso delle*

(1) B. Brugi: *Istituzioni di diritto civile*, pag. 24 op. cit.

Digitized by Google

leggi vigenti (Cassazione di Palermo, 21 giugno 1873); 2) in difetto di precise disposizioni di legge, non è lecito ricorrere a legislazioni positive di altri tempi: i principî generali del diritto, ai quali si riferisce il Codice Civile, sono *idealità positive e progressive nella evoluzione della vita sociale, non vuote astrazioni immanenti.* (Cassazione di Roma, 4 settembre 1889). Nelle considerazioni che precedono tale sentenza la stessa Corte di Roma osserva che « i principî generali costituiscono il sostrato della legislazione nazionale... e che siccome il diritto nella sua concreta e pratica determinazione soffre variazioni nello spazio e nel tempo, così essi consistono in idealità positive e progressive nella evoluzione della vita sociale, da dover essere messi in rilievo colla scienza e colla storia ».

Come si può facilmente inferire dal complesso delle teorie, che abbiamo fugacemente passato in rassegna, unico in fondo, a parte qualche lieve divergenza individuale, è il concetto in cui tutte concordano, ammettendo esse che per principî generali del diritto si debbano intendere i presupposti logici, le idee direttive, che, ricavate, mediante l'astrazione, dall'insieme delle disposizioni del diritto vigente, servono al giudice per decidere quei casi, che non possono essere sussunti sotto altri rapporti od istituti analoghi regolati dalle leggi.

Peraltro la nozione, che, attraverso alla definizione per note negative e per note positive dei principî generali del diritto, siamo riusciti a formarci del loro genere prossimo e della loro differenza specifica, ha bisogno di essere meglio chiarita ed approfondita, imperocchè non poco indeterminate e vaghe sono le formule colle quali gli scrittori, che ora abbiamo menzionato, hanno cercato di determinarne l'obbietto ed i limiti. Infatti, affermando che i principî generali del diritto sono i *principî-guida* (Pacifici-Mazzoni), *la parte spirituale* (Fadda-Bensa), *il motivo fondamento* (Chironi), *lo spirito* (Brugi), *l'anima* (Ferrarini), *i presupposti logici* (Coviello) del corpo delle leggi, se ne esprime sì sinteticamente l'intima essenza, ma non se ne specifica adeguatamente tutto il contenuto concettuale. Valga il vero: se noi ci domandiamo che cosa è in modo determinato e concreto questo spirito, questa anima del diritto, noi intendiamo subito che con quest'espressione metaforica si vuole alludere a quel complesso di idee e di direttive generali, che, senza essere espresse nei codici, ne costituiscono come lo sfondo filosofico, come la trama ideale,

Digitized by Google

su cui si sono venuti intessendo, ma se poi, non contenti di questo concetto affatto generico, cerchiamo di analizzarne l'estensione e la comprensione logica, tosto sentiamo la necessità di esaminare più dettagliatamente quali siano questi principî generali di diritto e come essi si deducano dal complesso delle disposizioni vigenti.

Digitized by Google

SULLE RADIALI DELLE CURVE GOBBE

Nota di FILIPPO SIBIRANI

(Adunanza del 15 novembre 1917)

1. La considerazione delle radiali iniziata per le curve piane da R. TUCKER (*) è stata estesa alle curve gobbe da C. BURALI-FORTI (**); C. ROSSI (***) ha risoluto il problema di determinare le curve che hanno per radiali (di certi tipi) delle curve assegnate.

Avendo definita la curvatura di una linea gobba relativa ad una retta u rigidamente connessa al triedro fondamentale della curva (****), introdotto il vettore raggio di curvatura relativo alla retta u, o, se si vuole rispetto ad un vettore $\boldsymbol{u}$ posto sulla u, considero le radiali di una curva gobba rispetto ad un vettore $\boldsymbol{u}$. Studio in modo particolare il caso che la linea sia un'elica cilindrica, ed in particolare, una cilindro-conica o sferica; faccio ancora applicazioni alle curve che hanno curvatura costante rispetto ad un vettore $\boldsymbol{u}$ giacente nel piano rettificante e alle curve areolari (*****).

2. Sia C una curva storta, P un suo punto, $\boldsymbol{t}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$ tre vettori unitari nelle direzioni della tangente, normale princi-

---

(*) *On radial curves* (Procedings of the London Mathematical Society, t. I (1865)).

(**) *Sulle radiali* (Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, t. XVI (1902))

(***) *Intorno ad alcune antiradiali delle curve* (Giornale di Matematiche di Battaglini, vol. XLVII (1909)).

(****) SIBIRANI, *Sulla curvatura delle linee gobbe* (Giornale di Matematica di Battaglini, vol. LVI (1914)).

(*****) Queste curve, di cui darò nel § 9 la definizione, sono state considerate da J. ROSE, *Sur la courbe aréolaire d'une courbe donnée*. (Annaes scientificos da Accad. polytechnica do Porto (1910)).

Digitized by Google

pale e binormale (colla condizione $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{t} \wedge \boldsymbol{n}$) (*); $\boldsymbol{u}$ un vettore unitario invariabilmente collegato al triedro $\boldsymbol{t}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$.

Chiameremo *raggio di curvatura relativa al vettore* $\boldsymbol{u}$ in P il vettore $\boldsymbol{R}_u$ definito da

$$\boldsymbol{R}_u = \frac{\frac{d\boldsymbol{u}}{ds}}{\left(\frac{d\boldsymbol{u}}{ds}\right)^2} \tag{1}$$

avendo definito (l. c.) il mod $\frac{d\boldsymbol{u}}{ds}$ come valor assoluto della curvatura ralativa ad $\boldsymbol{u}$.

Nella mia citata Nota ho mostrato che

$$\frac{d\boldsymbol{u}}{ds} = \left(\frac{1}{\varrho}\boldsymbol{b} - \frac{1}{\tau}\boldsymbol{t}\right) \wedge \boldsymbol{u}$$

ove con $\frac{1}{\varrho}$ e $\frac{1}{\tau}$ si indichi, come al solito, la flessione e la torsione della C in P.

Ponendo

$$\Omega = \frac{1}{\varrho}\boldsymbol{b} - \frac{1}{\tau}\boldsymbol{t} \tag{2}$$

abbiamo

$$\frac{d\boldsymbol{u}}{ds} = \Omega \wedge \boldsymbol{u} \tag{3}$$

ed allora

$$\boldsymbol{R}_u = \frac{\Omega \wedge \boldsymbol{u}}{(\Omega \wedge \boldsymbol{u})^2} = \frac{\Omega \wedge \boldsymbol{u}}{\Omega^2 - (\Omega \times \boldsymbol{u})^2}. \tag{4}$$

Se O è un qualunque punto fisso, il luogo dei punti Q per cui

$$Q = O + \boldsymbol{R}_u$$

lo diremo *radiale della C rispetto al punto O e al vettore* $\boldsymbol{u}$: l'equazione di codesta radiale è dunque

$$Q = O + \frac{\Omega \wedge \boldsymbol{u}}{\Omega^2 - (\Omega \times \boldsymbol{u})^2}. \tag{5}$$

(*) Uso delle notazioni vettoriali introdotte da C. Burali-Forti e R. Marcolongo in *Éléments de Calcul vectoriel* (Paris, Hermann, 1910).

Digitized by Google

Poichè il vettore Ω è parallelo alla retta rettificante, si deduce immediatamenle:

a) *le generatrici del cono descritto da OQ sono normali alle corrispondenti generatrici della sviluppabile rettificante.*

b) *il punto Q è improprio tutte le volte che la retta rettificante abbia la direzione* $\boldsymbol{u}$.

Le rette u per P contenenti il vettore $\boldsymbol{u}$ formano una rigata in generale gobba; solamente se $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{t}$ o se la linea è un'elica (nel qual caso Ω è invariabilmente legato al triedro fondamentale) ed è $\boldsymbol{u} = \frac{\Omega}{\text{mod } \Omega}$, la rigata è sviluppabile.

La linea di stringimento della rigata è (*):

$$B = P - \frac{(\boldsymbol{t} \wedge \boldsymbol{u}) \times [(\Omega \wedge \boldsymbol{u}) \wedge \boldsymbol{u}]}{[(\Omega \wedge \boldsymbol{u}) \wedge \boldsymbol{u}]^2} \boldsymbol{u} . \tag{6}$$

Ma

$$[(\Omega \wedge \boldsymbol{u}) \wedge \boldsymbol{u}]^2 = \Omega^2 - (\Omega \times \boldsymbol{u})^2$$

$$(\boldsymbol{t} \wedge \boldsymbol{u}) \times [(\Omega \wedge \boldsymbol{u}) \wedge \boldsymbol{u}] = - \Omega \wedge \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{t} ,$$

onde la (6) diviene

$$B = P - \frac{\Omega \wedge \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{t}}{\Omega^2 - (\Omega \times \boldsymbol{u})^2} \boldsymbol{u}$$

e tenendo presente la (5)

$$B = P - |(Q - O) \times \boldsymbol{t}| \boldsymbol{u} .$$

Se osserviamo che è

$$(P - B) \times \boldsymbol{u} = (Q - O) \times \boldsymbol{t}$$

si vede come si possa costruire B noto Q o viceversa Q noto B.

Se $\boldsymbol{u}$ è un vettore del piano rettificante, è

$$(P - O) \times \boldsymbol{t} = 0 \text{ (**)},$$

onde *la rigata luogo di una retta* u *del piano rettificante invariabilmente legata al triedro fondamentale di C ha per linea di stringimento la C stessa.*

Se $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{n}$, si ha

$$B = P + \frac{\tau^2 \varrho}{\tau^2 + \varrho^2} \boldsymbol{n} \tag{7}$$

(*) C. Burali-Forti, *Geometria Analitica-Proiettiva* (Torino, 1912) pag. 148.

(**) Si deduce immediatamente dalle (2) e (5) che $O - Q$ è parallela ad $\boldsymbol{n}$.

Digitized by Google

e poichè

$$H = P + \varrho\, \boldsymbol{n} \tag{7}$$

è un'evoluta della C, si vede da queste due curve sono sulla stessa rigata e dalla stessa banda rispetto a C; il punto B è sempre più prossimo di H a P, coincidendo B con H solo nei punti a piano osculatore stazionario.

3. Esaminiamo in modo particolare il caso in cui la linea C è un'elica cilindrica. Se ϑ è l'inclinazione dell'elica, $\boldsymbol{k}$ un vettore unitario parallelo alle generatrici del cilindro, è

$$\boldsymbol{k} = \cos\vartheta \,.\, \boldsymbol{t} + \operatorname{sen}\vartheta \,.\, \boldsymbol{b}. \tag{9}$$

da cui, derivando rapporto ad s, si ha la nota relazione

$$\varrho = -\tau \operatorname{cotg}\vartheta\,;$$

e la (2) dà

$$\Omega = \frac{1}{\varrho \operatorname{sen}\vartheta}\,\boldsymbol{k} = -\frac{1}{\tau\cos\vartheta}\,\boldsymbol{k}\,. \tag{10}$$

Se a_1, a_2, a_3, sono i coseni direttori di $\boldsymbol{u}$ rispetto al triedro $\boldsymbol{t}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$, dalle (9) si deduce

$$\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u} = a_1 \cos\vartheta + a_3 \operatorname{sen}\vartheta = \cos a$$

con a costante, di guisa che

$$\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{u}}{\operatorname{sen} a} \tag{11}$$

è un vettore unitario invariabilmente legato al triedro fondamentale dell'elica, il quale risulta normale ad $\boldsymbol{u}$ e $\boldsymbol{k}$. Dato il vettore $\boldsymbol{u}$ è determinato $\boldsymbol{v}$, viceversa dato ad arbitrio il vettore unitario $\boldsymbol{v}$ normale a $\boldsymbol{k}$ e rigidamente collegato al triedro e la costante a, resta fissato $\boldsymbol{u}$.

Introducendo il vettore $\boldsymbol{v}$, l'equazione della radiale prende la forma

$$Q = O + \varrho\,\frac{\operatorname{sen}\vartheta}{\operatorname{sen} a}\,\boldsymbol{v} \quad \text{o} \quad Q = O - \tau\,\frac{\cos\vartheta}{\operatorname{sen} a}\,\boldsymbol{v}. \tag{12}$$

Di qui si trae che sarà

$$(Q - O)^2 = \text{costante}$$

solamente quando sia $\varrho =$ costante, vale a dire *solamente le eliche circolari hanno per radiali rispetto ad O e ad un vettore $\boldsymbol{u}$ qualunque delle circonferenze di centro O.*

E discende anche subito che *le radiali di un'elica cilindrica rispetto ad un punto O ed a un vettore $\boldsymbol{u}$ qualunque*

Digitized by Google

sono linee piane nel piano per O normale alle generatrici del cilindro.

Se $\boldsymbol{u}$ *ha la direzione della retta rettificante, la radiale dell'elica è la retta impropria del piano per O normale alle generatrici del cilindro.*

Se ci riferiamo alle formule (7) e (8), deduciamo che in un'elica cilindrica il rapporto fra i segmenti PB e PH vale $\operatorname{sen}^2 \vartheta$; nell'elica circolare il luogo di B è l'asse del cilindro.

4. Se consideriamo un altro vettore $\boldsymbol{u}_1$, rispetto ad esso e allo stesso punto O la radiale ha l'equazione

$$Q_1 = O + \varrho \frac{\operatorname{sen} \vartheta}{\cos a_1} \boldsymbol{v}_1 . \tag{13}$$

Ma poichè $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{v}_1$ sono entrambi normali a $\boldsymbol{k}$, v'ha sempre un angolo φ per cui

$$\boldsymbol{v}_1 = \cos \varphi \, . \, \boldsymbol{v} + \operatorname{sen} \varphi \, . \, \boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{v} ,$$

ed allora tenendo presenti le (12) e (13) si trae

$$Q_1 - O = \left\{ \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} a_1} \right\} \cos \varphi \, . \, (Q - O) + \operatorname{sen} \varphi \, . \, \boldsymbol{k} \wedge (Q - O) \Big\}$$

la quale mostra che *le radiali di un'elica cilindrica rispetto ad un punto O e a tutti i vettori* $\boldsymbol{u}$ *si riducono ad essere omotetiche rispetto ad O con convenienti rotazioni intorno ad O stesso.*

Per tutte le rette u di un cono di rotazione di vertice P e di asse la generatrice per P, essendo

$$\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u} = \text{costante} ,$$

sarà a costante rispetto a tutte queste rette u, onde: *le radiali rispetto ai vettori* $\boldsymbol{u}$ *posti sulle generatrici di un cono di rotazione di vertice P e asse la generatrice del cilindro per P sono congruenti.*

Se indichiamo con R il raggio di curvatura e con S l'arco (*) della sezione retta L del cilindro, è

$$\varrho = \frac{R}{\operatorname{sen}^2 \vartheta} \quad , \quad s = \frac{S}{\operatorname{sen} \vartheta} ;$$

la radiale di L ha l'equazione

$$A - O = \varrho \operatorname{sen}^2 \varphi \, \boldsymbol{n} ,$$

(*) Avente l'origine sulla generatrice a cui appartiene l'origine di s.

Digitized by Google

giacchè la normale all'elica è parallela alla normale nel punto corrispondente alla L. Poichè $\boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{v}$ sono entrambi normali a $\boldsymbol{k}$, si può porre

$$\boldsymbol{v} = \cos\psi \,.\, \boldsymbol{n} + \operatorname{sen}\psi \,.\, \boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{n}$$

da cui si deduce

$$(14) \qquad Q - O = \frac{1}{\operatorname{sen} a \operatorname{sen}\vartheta}\Big\{\cos\psi \,.\, (A - O) + \operatorname{sen}\psi \,.\, \boldsymbol{k} \wedge (A - O)\Big\}$$

formula la quale mostra che *le radiali di un'elica cilindrica rispetto ad O ed a un vettore $\boldsymbol{u}$ qualunque si riducono ad essere omotetiche alla radiale della sezione retta del cilindro rispetto allo stesso punto O, con una conveniente rotazione intorno ad O.*

Il problema di determinare le eliche cilindriche che hanno una data curva piana A in un piano π normale alle generatrici per radiale rispetto ad un punto O di π e ad un vettore $\boldsymbol{u}$ è ricondotto alla ricerca delle curve piane (sezione retta del cilindro) che hanno per radiale rispetto ad O una curva omotetica a A rispetto ad O stesso.

Si può allora stabilire che *un'elica cilindrica ha rispetto ad un qualunque vettore $\boldsymbol{u}$ per radiale una retta se la direttrice del cilindro è una catenaria di egual resistenza* giacchè la catenaria di ugual resistenza è la sola curva piana che ha per radiale una retta (*).

Si noti che dalla (9) si deduce

$$\boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{t} = \operatorname{sen}\vartheta \,.\, \boldsymbol{n}\ ,\ \boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{n} = \cos\vartheta \,.\, \boldsymbol{b} - \operatorname{sen}\vartheta\, \boldsymbol{t} = -\boldsymbol{T}\ ,\ \boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{b} = \cos\vartheta \,.\, \boldsymbol{n}$$

ove con $\boldsymbol{T}$ si intenda un vettore unitario nella direzione della tangente alla sezione retta del cilindro nel punto corrispondente. Le radiali rispetto a $\boldsymbol{t}$ (radiale di flessione (**)), ad $\boldsymbol{n}$, a $\boldsymbol{b}$ (radiale di torsione) hanno le equazioni

$$Q = O + \varrho\, \boldsymbol{n}\ ;\ Q = O + \varrho \operatorname{sen}\vartheta\,(\cos\vartheta \,.\, \boldsymbol{b} - \operatorname{sen}\vartheta \,.\, \boldsymbol{t}) = O - \varrho\, \boldsymbol{T} \operatorname{sen}\vartheta\ ;\ Q = O - \varrho \operatorname{tg}\vartheta\, \boldsymbol{n}$$

(*) Burali-Forti, *Sulle radiali*, (l. c.).

(**) Le denominazioni di radiali di flessione e di torsione sono state introdotte da C. Rossi (l. c.).

Digitized by Google

Per $\vartheta = \frac{\pi}{4}$ la radiale di flessione e la radiale di torsione sono curve simmetriche rispetto ad O; per $\vartheta = \frac{3\pi}{4}$ coincidono.

5. Se poniamo

$$\frac{1}{\operatorname{sen} a \operatorname{sen} \vartheta} = \mu$$

la (14) può scriversi

$$Q - O = \mu e^{i\psi} (A - O). \tag{15}$$

Se si considerano sullo stesso cilindro tutte le eliche al variare di ϑ passanti per uno stesso punto (che si può assumere come origine degli archi), il punto Q definito dalla (15) diviene funzione di ϑ e di S, arco della sezione retta L del cilindro.

Si può allora determinare l'inviluppo delle linee $\vartheta =$ costante; l'equazione di codesto inviluppo è

$$\frac{\partial Q}{\partial \vartheta} \times i \frac{\partial Q}{\partial S} = 0.$$

Ora è

$$\frac{\partial Q}{\partial \vartheta} = \left(\frac{d\mu}{d\vartheta} + i \frac{d\psi}{d\vartheta} \right) e^{i\psi} (A - O)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial S} = \mu e^{i\psi} \frac{dA}{dS}$$

onde l'equazione dell'inviluppo diventa

$$\frac{d\mu}{d\vartheta} (A - O) \times i \frac{dA}{dS} + \frac{d\psi}{d\vartheta} (A - O) \times \frac{dA}{dS} = 0$$

e, se si vuole,

$$\left[r e^{-i\varphi} (A - O) \right] \times \frac{dA}{dS} = 0,$$

posto

$$r = \sqrt{\left(\frac{d\mu}{d\vartheta} \right)^2 + \left(\frac{d\psi}{d\vartheta} \right)^2} \quad ; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{d\psi}{d\vartheta} : \frac{d\mu}{d\vartheta}$$

Digitized by Google

Le traiettorie ortogonali delle linee $\vartheta =$ costante hanno l'equazione differenziale

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial S}\right)^2 dS + \left(\frac{\partial Q}{\partial S} \times \frac{\partial Q}{\partial \vartheta}\right) d\vartheta = 0$$

cioè

$$\mu \left(\frac{dA}{dS}\right)^2 dS + i(A - O) \times \frac{dA}{dS} d\vartheta = 0$$

da cui, integrando,

$$\int \frac{\left(\frac{dA}{dS}\right)^2}{i(A - P) \times \frac{dA}{dS}} dS + \int \frac{d\vartheta}{\mu} = h .$$

Le traiettorie ortogonali delle linee $S =$ costante hanno l'equazione differenziale

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial \vartheta}\right)^2 d\Theta + \left(\frac{\partial Q}{\partial S} \times \frac{\partial Q}{\partial \vartheta}\right) dS = 0$$

cioè

$$\left\{\left(\frac{d\mu}{d\vartheta}\right)^2 + \left(\frac{d\psi}{d\vartheta}\right)^2\right\} (A - O)^2 dS + \\ + \mu\, i(A - O) \times \frac{dA}{dS} d\vartheta = 0$$

e integrando

$$\int \frac{(A - O)^2}{i(A - O) \times \frac{dA}{dS}} dS + \int \frac{\mu\, d\vartheta}{\left(\frac{d\mu}{d\vartheta}\right)^2 + \left(\frac{d\psi}{d\vartheta}\right)^2} = h .$$

Se, tenuto fisso ϑ, si fa assumere ad $\boldsymbol{u}$ tutte le direzioni delle generatrici di un determinato cono di vertice P, diventa $\boldsymbol{u}$ funzione di un parametro λ, epperò in (15) μ e ψ funzioni di λ. Le formule precedenti, qualora si muti ϑ in λ danno l'inviluppo delle linee $\lambda =$ costante e le traiettorie ortogonali delle linee $\lambda =$ costante, $S =$ costante.

6. Derivando la prima delle (12) rapporto ad s si ha

$$Q' = \varrho' \frac{\operatorname{sen} \vartheta}{\operatorname{sen} a} \boldsymbol{v} + \varrho \frac{\operatorname{sen} \vartheta}{\operatorname{sen} a} \boldsymbol{v}' ;$$

ma derivando la (11) e tenendo conto delle (3) e (10) si trae

$$Q' = \frac{1}{\operatorname{sen} a} (\varrho' \operatorname{sen} \vartheta\, \boldsymbol{v} + \boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{v}) . \tag{16}$$

Digitized by Google

Se indichiamo con s_1 l'arco della radiale, si ha

$$(17) \qquad ds_1 = \frac{1}{\operatorname{sen} a}\sqrt{1+\varrho'^2\operatorname{sen}^2\vartheta}\,.\,ds\,,$$

onde *per l'elica circolare e per la cilindro-conica gli archi di radiale sono proporzionali agli archi corrispondenti dell'elica.*

Infatti nell'elica circolare $\varrho' = 0$, nella cilindro-conica, le cui equazioni intrinseche sono (*)

$$(18) \qquad \varrho = \mu s \quad , \quad \tau = -\mu s \operatorname{tg}\vartheta$$

con μ costante, è $\varrho' = \mu$.

Derivando la (16) si ha

$$Q'' = \frac{1}{\varrho \operatorname{sen} a \operatorname{sen}\vartheta}\{(\varrho\varrho''\operatorname{sen}^2\vartheta - 1)\,\boldsymbol{v} + \varrho'\operatorname{sen}\vartheta\,.\,\boldsymbol{k}\wedge\boldsymbol{v}\}$$

e quindi

$$Q'\wedge Q'' = \frac{(\varrho'^2 - \varrho\varrho'')\operatorname{sen}^2\vartheta + 1}{\varrho\operatorname{sen}^2 a\operatorname{sen}\vartheta}\,\boldsymbol{k}$$

da cui

$$(19) \qquad \frac{1}{\varrho'} = \frac{1}{\varrho}\,\frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{sen}\vartheta}\,.\,\frac{(\varrho'^2 - \varrho\varrho'')\operatorname{sen}^2\vartheta + 1}{(\varrho'^2\operatorname{sen}^2\vartheta + 1)^{3/2}}$$

$$\boldsymbol{t}_1 = \frac{\varrho'\operatorname{sen}\vartheta\,.\,\boldsymbol{v} + \boldsymbol{k}\wedge\boldsymbol{v}}{\sqrt{\varrho'^2\operatorname{sen}^2\vartheta + 1}}\,.$$

Se diciamo σ_1 l'area racchiusa da un arco AB di radiale rispetto ad O e ad un vettore $\boldsymbol{u}$ e dai raggi per O agli estremi A, B, e diciamo σ l'area di radiale rispetto ad O della sezione retta L del cilindro e dai raggi per O ai punti corrispondenti ad A e B, fra σ_1 e σ passa la semplice relazione

$$\sigma_1 \operatorname{sen}^2\vartheta\operatorname{sen}^2 a = \sigma\,.$$

Per l'elica cilindro-conica definita dalle (18) la (19) dà

$$\varrho_1 = \frac{\mu^2\operatorname{sen}^2\vartheta + 1}{\mu\operatorname{sen}\vartheta}\,s_1$$

cioè *la radiale rispetto ad un qualunque vettore* $\boldsymbol{u}$ *di un'elica cilindro-conica è una spirale logaritmica; al variare di* $\boldsymbol{u}$ *si hanno spirali congruenti.* Ed anche si può vedere che

(*) E. Cesàro, *Geometria intrinseca*, (Napoli, 1896) pag. 145.

Digitized by Google

fra le eliche le sole cilindro-coniche hanno per radiali spirali logaritmiche.

Infatti

$$\cos(\boldsymbol{V}, Q') = \frac{\boldsymbol{V} \times Q'}{\operatorname{mod} Q'} = \frac{\varrho' \operatorname{sen} \vartheta}{\sqrt{1 + \varrho'^2 \operatorname{sen}^2 \vartheta}}$$

e quindi

$$\operatorname{cotg}(\boldsymbol{V}, Q') = \varrho' \operatorname{sen} \vartheta .$$

Di qui si deduce che l'angolo di $Q - O$ con Q' è costante solo se ϱ' è costante, cioè se è $\varrho = a\, s$ (presa opportunamente l'origine degli archi) e ciò dimostra l'asserto.

Per l'elica sferica definita dalle equazioni intrinseche (*)

$$\varrho^2 + s^2 \operatorname{cotg}^2 \vartheta = a^2 \quad , \quad \tau = - \operatorname{tg} \vartheta \, \varrho$$

ove a è il raggio della sfera, sussiste la relazione fra il suo raggio di flessione e quello della sua radiale

$$\varrho_1 = \frac{\operatorname{sen} \vartheta}{\operatorname{sen} a} \frac{(a^2 \cos^2 \vartheta + \varrho^2 \operatorname{sen}^2 \vartheta)^{3/2}}{2\, a^2 \cos^2 \vartheta + \varrho^2 \operatorname{sen}^2 \vartheta} .$$

Possiamo anche determinare l'equazione intrinseca di codesta radiale. Ponendo

$$\lambda = \frac{\operatorname{sen} a \operatorname{cotg} \vartheta}{a} \quad , \quad \frac{s \operatorname{cotg} \vartheta}{a} = z ,$$

la (17) tenuto conto della prima delle equazioni dell'elica sferica, dà

$$d\left(\frac{s_1}{\lambda}\right) = \sqrt{\frac{1 - \operatorname{sen}^2 \vartheta \cdot z^2}{1 - z^2}}\, ds .$$

Si deduce che prendendo opportunamente l'origine degli archi s_1

$$s = a \operatorname{tg} \vartheta \cdot \operatorname{sn}\left(\frac{s_1}{\lambda}\right)$$

ove *sn* indica il seno amplitudine ed il modulo è $\operatorname{sen} \vartheta$.

Ne risulta allora

$$\varrho = a \operatorname{cn}\left(\frac{s_1}{\lambda}\right)$$

(*) Cesàro (l. c.) pag. 145

Digitized by Google

onde l'equazione intrinseca della radiale è

$$\varrho_1 = \frac{\operatorname{sen}\vartheta}{\operatorname{sen} a} \cdot \frac{\left\{1 - \operatorname{sen}^2\vartheta \operatorname{sn}^2\left(\frac{s_1}{\lambda}\right)\right\}^{3/2}}{2\cos^3\vartheta \operatorname{sen}^2\vartheta \operatorname{cn}^2\left(\frac{s_1}{\lambda}\right)}.$$

7. Perchè una curva abbia una radiale di flessione contenuta in un piano per O bisogna che la curva sia un'elica cilindrica (*); ma si dimostra pure che *le sole curve storte che hanno per radiali rispetto ad un vettore* $\boldsymbol{u}$ *del piano rettificante curve contenute in un piano per O sono le eliche cilindriche.*

Se $\boldsymbol{u}$ è nel piano rettificante e fa con $\boldsymbol{t}$ l'angolo φ, la radiale è

$$Q - O = \frac{\varrho\,\tau}{\varrho \operatorname{sen}\varphi + \tau\cos\varphi}\,\boldsymbol{n}$$

ed allora si deduce

$$(Q - O) \wedge Q' \times Q'' = \frac{\varrho\,\tau}{(\varrho \operatorname{sen}\varphi + \tau\cos\varphi)^2}(\varrho\,\tau' - \tau\,\varrho').$$

L'annullarsi del primo membro è condizione perchè la radiale sia piana, ciò avviene (prescindendo dalle curve piane) se

$$\varrho\,\tau' - \tau\,\varrho' = 0$$

cioè se

$$\varrho = k\,\tau$$

con k costante, ciò che dimostra l'asserto.

8. Il vettore $\boldsymbol{R}_u$, raggio di curvatura rispetto ad $\boldsymbol{u}$, dato dalla (4), al variare di P varia, in generale, di direzione rispetto al triedro fondamentale della curva. È però invariabilmente legato al triedro in due casi: *a*) se Ω è invariabilmente connesso al triedro, ciò che avviene se il rapporto $\varrho : \tau$ è costante, cioè se la curva è un'elica cilindrica; *b*) se Ω ed $\boldsymbol{u}$ sono complanari, cioè se $\boldsymbol{u}$ giace nel piano rettificante, nel qual caso, come s'è visto dianzi, $\boldsymbol{R}_u$ ha sempre la direzione di $\boldsymbol{n}$.

Consideriamo le curve le quali hanno rispetto ad un vet-

(*) C. Rossi l. c.

Digitized by Google

tore $\boldsymbol{u}$ del piano rettificante, inclinato di φ su $\boldsymbol{t}$, una curvatura costante $\frac{1}{c}$.

Dovrà essere intanto

$$\frac{\varrho\,\tau}{\varrho \operatorname{sen}\varphi + \tau\cos\varphi} = c\,. \tag{20}$$

La radiale rispetto al vettore $\boldsymbol{u}$ ha l'equazione

$$Q - O = c\,\boldsymbol{n}$$

cioè è una linea sferica; la sua flessione è

$$\frac{1}{\varrho_1} = \frac{1}{c}\,\frac{\operatorname{mod}(\boldsymbol{n}' \wedge \boldsymbol{n}'')}{(\operatorname{mod}\boldsymbol{n}')^3} =$$

$$= \frac{1}{c}\sqrt{1 + \frac{\varrho^2\tau^2}{(\varrho^2+\tau^2)^3}(\varrho\,\tau' - \varrho'\,\tau)^2}\,,$$

la quale è costante se

$$\frac{\varrho\,\tau}{(\varrho^2+\tau^2)^{3/2}}(\varrho\,\tau' - \varrho'\,\tau) = h\,. \tag{21}$$

Se la costante h è nulla, si ricava $\varrho = \tau\,k$, cioè la curva è un'elica cilindrica, e più precisamente circolare, perchè

$$\varrho = c\,(\cos\varphi + k\operatorname{sen}\varphi)\,,\ \tau = \frac{c}{k}\,(\cos\varphi + k\operatorname{sen}\varphi)\,.$$

Se $h \neq 0$, la (21) tenuto conto della (20) diviene

$$\frac{c^2\,\varrho\operatorname{sen}^2\varphi}{(\varrho^2 - 2\,c\,\varrho\cos\varphi + c^2)^{3/2}}\,\varrho' = h\,,$$

il cui integrale è

$$\frac{c\,(\varrho\cos\varphi - c)}{\sqrt{\varrho^2 - 2\,c\,\varrho\cos\varphi + c^2}} = h\,s + l\,. \tag{22}$$

Osserviamo poi che una linea sferica di flessione costante è un circolo (*), onde concludiamo: *fra le curve che hanno*

(*) Della relazione

$$\frac{\varrho}{\tau} + \frac{d}{ds}(\tau\,\varrho') = 0$$

che deve intercedere fra ϱ e τ perchè la curva sia sferica (Cesàro, l. c. pag. 142) si deduce da $\varrho =$ costante, $\frac{1}{\tau} = 0$

Digitized by Google

curvatura costante rispetto ad un vettore $\boldsymbol{u}$ *del piano rettificante, inclinato di* φ *sulla tangente, solo quelle definite intrinsecamente dalle equazioni* (20), (22) *hanno per radiale relativa al vettore* $\boldsymbol{u}$ *un cerchio; tutte le altre hanno per radiale una curva storta.*

In particolare, fra i circoli storti di flessione $\frac{1}{c}$ hanno per radiale di flessione un circolo solo quelli definiti dalle due equazioni

$$\varrho = c \qquad (\tau^2 + c^2)(l - hs)^2 = c^4 ,$$

e fra le curve di torsione costante $\frac{1}{c}$ hanno per radiale di torsione un circolo solo quelle definite dalle due equazioni

$$\tau = c \quad , \quad (\varrho^2 + c^2)(l - hs)^2 = c^4 .$$

9. J. Rose (*) chiama *curva areolare* rispetto ad O di una curva C descritta da P, il luogo del punto M definito da

$$M - O = \frac{1}{2}\int_0^s (P - O) \wedge dP .$$

Indichiamo, per brevità di scrittura con $\boldsymbol{r}$ il vettore $P - O$; derivando rapporto ad s, abbiamo

$$M' = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{t} \; ; \; M'' = \frac{1}{2\varrho}\,\boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{n} \; ; =$$

$$= M''' = \frac{1}{2\varrho}\left[\left(\frac{\boldsymbol{t}}{\varrho} + \frac{\boldsymbol{b}}{\tau}\right) \wedge \boldsymbol{r} + \boldsymbol{b}\right]$$

da cui si deducono tutti gli elementi relativi alla curva areolare: i vettori unitari nelle direzioni della tangente, normale principale e binormale sono

$$\boldsymbol{T} = \frac{\boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{t}}{\operatorname{mod}(\boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{t})} \; ; \; \boldsymbol{N} = \frac{\boldsymbol{r} \wedge (\boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{t})}{\operatorname{mod} \boldsymbol{r} \,.\, \operatorname{mod}(\boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{t})} \; ; \; \boldsymbol{B} =$$

$$= \frac{(\boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{t}) \wedge (\boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{n})}{\operatorname{mod}\{(\boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{t}) \wedge (\boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{n})\}} = \frac{\boldsymbol{r}}{\operatorname{mod} \boldsymbol{r}} \; ;$$

(*) l. c. nella nota al § 1.

Digitized by Google

e la flessione e la torsione sono date da

$$\frac{1}{R} = \frac{2}{\varrho} \frac{\operatorname{mod} |(\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{b})\, \boldsymbol{r}|}{(\operatorname{mod} (\boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{t}))^3} \; ; \; \frac{1}{T} = \frac{-2}{\boldsymbol{r}^2} \; (*) .$$

Se la curva C è sferica ed O è il centro della sfera, supposta di raggio a, è $\boldsymbol{N} = -\boldsymbol{t}$ e la radiale di torsione della sua curva areolare è pure sferica, ha l'equazione

$$Q - O = \frac{a^2}{2} \boldsymbol{t} \; ;$$

il differenziale dell'arco di codesta radiale è

$$ds_1 = \frac{a^2}{2\varrho} ds \; ;$$

è omotetica rispetto ad O all'indicatrice sferica di C relativa allo stesso punto O; la sua flessione e torsione sono

$$\frac{1}{\varrho_1} = \frac{2}{a^2} \sqrt{1 + \left(\frac{\varrho}{\tau}\right)^2} \; ; \; \frac{1}{\tau_1} = \frac{2}{a^2} \varrho \frac{d\left(\frac{\varrho}{\tau}\right)}{1 + \left(\frac{\varrho}{\tau}\right)^2} \; ;$$

essa ha flessione costante solo se la curva sferica C è un'elica, nel qual caso si riduce a un circolo.

La radiale di torsione di una curva descritta da P a torsione costante $\frac{1}{c}$, è come si sa,

$$Q - O = c\, \boldsymbol{n};$$

la sua curva areolare, rispetto allo stesso punto O, è

$$M - O = -\frac{c^2}{2} \int_0^s \frac{\boldsymbol{b}}{\varrho} ds + \frac{c}{2} (P - P_0)$$

se P_0 è l'origine degli archi sulla curva descritta da P. La flessione di questa radiale è

$$\frac{1}{R} = \frac{2\varrho\varrho'}{(\varrho^2 + c^2)^{\frac{3}{2}}} \; ,$$

(*) La determinazione di T è fatta dal Rose con lunghi calcoli cartesiani e all'infuori del segno. Nella citata opera di Burali-Forti e Marcolongo è già notato che una curva definita da un'equazione differenziale $P' = \boldsymbol{u}' \wedge \boldsymbol{u}$ ha la binormale parallela ad $\boldsymbol{u}$ e la torsione $\boldsymbol{u}^2$.

Digitized by Google

la quale è uguale alla costante h se

$$(\varrho^2 + c^2)(hs + l)^2 - 4 = 0;$$

ma in questo caso, essendo pure costante la torsione, la curva areolare è un'elica circolare.

Più in generale, supponiamo che P descriva una curva a curvatura costante $\frac{1}{c}$ rispetto ad un vettore $\boldsymbol{u}$ del piano rettificante. In tal caso la curva areolare rispetto ad O della radiale rispetto ad $\boldsymbol{u}$ e allo stesso punto O è

$$M - O = -\frac{c^2}{2}\int_0^s \Omega\, ds$$

ed allora

$$M' = -\frac{c^2}{2}\,\Omega$$

il che mostra che tangente alla curva areolare della radiale è parallela alla retta rettificante della curva luogo di P.

La flessione della curva areolare è

$$\frac{1}{R} = \frac{2}{c^2}\,\varrho\,\tau\cdot\frac{\tau'\varrho - \varrho'\tau}{(\tau^2+\varrho^2)^{3/2}}.$$

Per un risultato del § 8, si deduce che fra $\frac{1}{R}$ e la flessione $\frac{1}{\varrho_1}$ della radiale passa la semplice relazione

$$\frac{1}{\varrho_1^2} - \frac{c^2}{4R^2} = \frac{1}{c^2}.$$

Se ϱ_1 è costante, ciò che avviene se il luogo di P è definito dalle equazioni (20) e (22), R è costante e la curva areolare è un'elica circolare.

Digitized by Google

NUOVO CONTRIBUTO
ALLA STERILIZZAZIONE INDUSTRIALE
DEL LATTE (*)

Nota del M. E. COSTANTINO GORINI

(*Adunanza del 29 novembre 1917*)

Nel 1894, al sorgere della sterilizzazione industriale del latte in Italia, pubblicai uno studio sul controllo del latte sterilizzato che trovò poi numerose conferme, in primo luogo per parte di Carlo Flügge, il cui lavoro è passato erroneamente come antesignano sull'argomento, sebbene sia comparso alcuni mesi dopo del mio (1).

Risultava da quel mio studio che la tecnica della sterilizzazione industriale del latte era bensì arrivata a fornire latte che si conservava per parecchio tempo inalterato nell'ambiente, ma non ad ottenerlo perfettamente amicrobico per quanto tale potesse apparire all'esame batteriologico corrente. Gli è che quest'esame peccava per diversi difetti che dimostrai consistere principalmente in tre: l'impiego di insufficiente quantità di latte per l'allestimento delle culture, l'uso delle piatte in gelatina che non permettono lo sviluppo di taluni germi segnatamente dei termofili (2), e sopratutto poi

(*) Lavoro eseguito nel laboratorio di batteriologia della Scuola superiore di agricoltura di Milano.

(1) Infatti il mio lavoro apparve nel Gennaio 1894 sul *Giornale della R. Società Italiana d'Igiene* (Anno XVI, N. 1), mentre il lavoro del FLÜGGE apparve nel Maggio 1894 sulla *Zeitschrift für Hygiene und Infectionskrankheiten*, (Vol. 17, N. 2).

(2) La presenza di batteri termofili nel latte sterilizzato, che io ho segnalato per il primo nel succitato lavoro del 1894, descrivendo anche un *Bacillus lactis termophilus* n. sp., venne poi annunziato come reperto nuovo dalla *Rabinowitsch*, un anno dopo, nella *Zeitschr. f. Hygiene* ecc. V.° 20, 1895.

Digitized by Google

la presa del campione del latte appena uscito dall'apparecchio di sterilizzazione. Se invece, come io escogitai, le bottiglie di latte (allora il latte sterilizzato era preparato soltanto in bottiglie di vetro) venivano dapprima messe per qualche giorno in termostato a 37°-38° C. e, ancor meglio, se vi si favoriva contemporaneamente l'aerobiosi sostituendo la chiusura ermetica con un tappo di cotone sterilizzato, esse andavano bene spesso incontro ad alterazioni più o meno profonde e davano esito positivo all'analisi micrografica condotta colle debite norme.

L'importanza di questa constatazione emerge non appena si consideri che il latte sterilizzato non è destinato soltanto al consumo locale per malati e bambini, ma altresì alle popolazioni lontane dalle regioni lattifere, alle truppe mobilitate, ai viaggi di lungo corso, alle colonie ecc., per cui esso deve permanere a lungo in climi caldi nelle medesime condizioni del termostato. Quella constatazione valse infatti a spiegare come mai, in quei primordi della sterilizzazione industriale del latte, intere partite di merce, sebbene apparentemente ben riuscite per l'uso locale più o meno sollecito e per il nostro clima, andassero poi a male pur che tardassero più del consueto ad essere consumate o pur che attraversassero zone tropicali o equatoriali. E le mie ricerche sul metodo più opportuno per controllare l'esito della operazione trovarono utile applicazione nel sistema oggidì comunemente adottato nell'industria di non licenziare latte sterilizzato al commercio, massime per l'esportazione, se prima non abbia resistito ad un'incubazione di almeno quindici giorni a 35°-40° C. Siffatta osservazione contumaciale servì non soltanto a prevenire sgradite sorprese, ma altresì a suggerire notevoli migliorie nella tecnica della sterilizzazione, che guidarono a combattere le cause delle alterazioni tardive e lente come già si era giunti a dirimere le cause delle alterazioni precoci e tumultuose del prodotto.

E per vero, vuoi con un'intensificazione nelle pratiche di ripulimento del latte e dei recipienti, vuoi con un perfezionamento nel processo di riscaldamento, si è oramai in grado di preparare del latte sterilizzato commerciale che di norma attraversa felicemente il periodo quarantenario, eccettuato qualche scarto dovuto per lo più a imperfezioni nella chiusura o a soluzioni di continuo dei recipienti, che oggi sono rappresentati quasi esclusivamente da scattole di latta.

Digitized by Google

***

Senonchè, nonostante tale vittorioso stato di cose, le ricerche che nel giro di questi ultimi anni ho avuto agio di eseguire presso diverse latterie, mi inducono a mettere in guardia che rimane ancora un altro gradino da compiere. La mia attenzione è stata ripetutamente richiamata sopra una fallanza che fa tratto tratto capolino nelle partite di latte sterilizzato e che io ritengo più generalizzata di quanto possa sembrare, poichè si tratta di un'alterazione subdola del latte, non riconoscibile a recipiente chiuso, percui essa passa inavvertita sfuggendo ai criteri visivi e acustici fin qui considerati sufficienti per accertarsi dello stato di conservazione del latte racchiuso nei barattoli di latta. Infatti i barattoli, usciti dalla prova della incubatrice, non presentano nessun rigonfiamento nè deformazione non sviluppandovisi gas, e, sotto gli scuotimenti, lasciano credere anche ad un orecchio esercitato ad un contenuto tuttora fluido omogeneo non rappreso; talchè essi vengon spediti assieme colla merce effettivamente ben conservata; sono solamente le lagnanze della clientela che mettono sull'avviso ed è solamente all'apertura delle scattole che si rilevano caratteri di anormalità, per quanto talora appena accennati, come i seguenti; il latte è bensì tuttora liquido, non presenta separazione di caseina, nel complesso apparisce omogeneo, ma esaminando attentamente e, meglio, con un debole ingrandimento, si mostra disseminato da grumettini; all'assaggio organolettico è lievemente acidulo e amarognolo; infine (*criterio più probativo*) sotto il riscaldamento, meglio, sotto l'ebollizione, si rapprende dando però un coagulo non sodo e compatto, come gli ordinari coaguli da acidificazione, ma molliccio e granuloso, quasi sabbioso, con separazione di siero limpido debolmente citrino.

Il reperto micrografico in questo genere di fallanza è scarso, assai scarso, pressochè nullo; debbo confessare anzi che talvolta la ricerca dei germi incriminabili mi riuscì tanto laboriosa che stavo quasi per accedere all'opinione di chi riteneva di essere di fronte ad alterazioni del latte di ordine meramente chimico dipendenti o da manipolazioni del latte o da cattiva qualità della latta o da che so io.

Per amore di brevità, dirò che nè l'esame microscopico diretto del latte alterato nè le culture isolanti o elettive eseguite nei vari terreni nutritizi mi diedero risultati concludenti se non dopo che ebbi ricorso all'espediente, che ho già esposto in un

Digitized by Google

lavoro precedente (1), di esaminare isolatamente certi grumoli di latte aderenti alle pareti interne delle scattole; sono arrivato così ad accertare e col microscopio e colle culture la presenza di una discreta quantità di germi i quali, seminati in latte, lo alterano con caratteri che collimano con quelli riscontrati nei barattoli. Vero è che l'esito delle culture non è sempre costante; parecchie anzi di esse non danno segno di sviluppo; tuttavia, avendo cura di allestire semine numerose e abbondanti in latte e in agarlatte e di tenerle a diverse temperature, sono pervenuto sempre a riportare ad azione microbica le fallanze in parola.

L'incostanza dei successi si spiega di leggieri quando si pensi che i barattoli di latte mi arrivavano in laboratorio dopo molto tempo dalla preparazione e dalla successiva prolungata incubazione di controllo, cosicchè si può dire che si trattasse di culture invecchiate, nelle quali i germi dovevano essere in gran parte spenti o attenuati. Convien anzi soggiungere che i germi isolati si mostrarono in massima dotati di vitalità piuttosto debole; talchè, volendoli rinvigorire e conservare in collezione, fui costretto a procedere a trapianti assai avvicinati.

Molto interessante è risultata la identificazione dei germi. Poichè si trattava di latte sottoposto ai migliori sistemi di sterilizzazione, era presumibile che i batteri superstiti appartenessero a specie dotate di spore di eccezionale termoresistenza. Vi rinvenni invece dei batteri non sporigeni soccombenti a temperature interiori ai 100° C., mentre i processi di sterilizzazione si spingono almeno a 105° C. Era lecito pensare ad un errore di operazione o per trascuranza, o per difetto di apparecchi? Fui indotto ad escluderlo, vista l'assenza di quei ben noti bacilli sporigeni del gruppo del *Subtilis* e del *Mesentericus* che sono soliti sopravvivere alle sterilizzazioni imperfette e che avrebbero pur dovuto svilupparsi entro quelle scattole le quali, giova ricordarlo, avevano superato la incubazione contumaciale senza dare segni manifesti di alterazione. Era lecito pensare ad un'infezione esogena attraverso fessure o soluzioni di continuo dei barattoli? Neppure, perchè queste reinfezioni esogene sono caratterizzate da comparsa di muffe e, ad ogni modo, da sviluppo microbico rigoglioso e di facile constatazione, ciò che nel caso nostro era l'opposto, come vedemmo. E allora? A spiegare sia l'origine sia la sopravvivenza di quei germi asporigeni mi valse l'aver ravvisato in essi dei

(1) Gorini C., *Rend. R. Ist. Lomb. Sc. e Lett.*, 48, 1915.

Digitized by Google

rappresentanti di quei tipi di batteri che ho dimostrato costituire la microflora mammaria (1), la cui proprietà presamigena permette loro di incappucciarsi di un mantello protettore di caseina (2). Ricordo a questo proposito che quei microbi stavano per l'appunto annidati sotto forma di colonie entro grumi e fiocchetti aderenti specialmente alle pareti delle scattole.

Questi grumi e fiocchetti possono anche derivare da frustoli di epitelio mammario, inquantochè lo sviluppo rigoglioso della microflora mammaria sta in rapporto con stati infiammatori delle mammelle siano essi puranco lievi e transitori e, se vogliamo, fisiologici da permettere la secrezione lattea apparentemente normale. Tuttavia a formare quei grumi e quei fiocchetti può bastare l'azione coagulante dell'enzima presamico che quei batteri elaborano già entro le mammelle, onde possono abbandonarle già avviluppati da una teca di caseina protettrice ovverosia possono formarsela durante la sterilizzazione.

Del resto è ammissibile altresì che il latte fuoresca già sufficientemente carico del loro enzima coagulante da subire l'alterazione in parola per il solo effetto del riscaldamento (3) anche se i germi restassero in gran parte spenti o silenti.

Per tutte queste ragioni io non esito a concludere che l'alterazione subdola del latte sterilizzato da me studiata sia dovuta alla microflora mammaria.

Trovata la causa è più agevole trovarne il rimedio. Siccome trattasi d'un'infezione del latte d'origine intramammaria è evidente che per prevenirla non giovano le comuni misure che si mettono in opera nelle latterie contro gli inquinamenti esogeni, quali la pulizia, il raffreddamento e nemmeno la filtrazione del latte, imperocchè ho potuto verificare che quegli stessi grumetti e quei cenciolini sono così minuti e scivolanti da oltrepassare comodamente i filtri che sono praticamente in uso nelle latterie.

Si capisce pertanto come il latte possa giungere allo stabilimento in buone condizioni di pulizia, di raffreddamento e di conservazione, essere sottoposto a tutte le precauzioni e a tutti i trattamenti che sono d'ordinario sufficienti al buon

(1) Gorini C., *Rend. R. Ist. Lomb. Sc. e Lett.*, 34°, 1901.
— *Rend. R. Ist. Acc. Lincei*, XI°, 1902, ecc.
(2) Gorini C., *Rend. R. Ist. Lomb. Sc. e Lett.*, 48, 1915.
(3) Gorini C., *Rend. I.° Congresso intern. latteria*, Bruxelles 1903.
— Burri R., Molkerei-Zeit. 1903, n. 13-14.

Digitized by Google

successo, eppure andar soggetto all'alterazione subdola in parola. Dacchè la causa ripete dall'origine del latte il riparo deve pure cominciare *ab origine:* esso consiste in quel complesso di cautele che ho ripetutamente additato per premunirsi contro l'anormale sviluppo microbico entro le mammelle (1).

Riassunto.

Il mio primo contributo (1894) alla sterilizzazione del latte, che data dall'inizio di questa industria in Italia, precorrendo i lavori affini stranieri, mise in luce che essa era bensì arrivata a soddisfare alle esigenze più impellenti preservando il latte dalle *alterazioni rapide e tumultuose*, ma non ad ottenerlo veramente amicrobico, mancandole ancora da superare un altro ostacolo rappresentato dalle *alterazioni tardive e lente*, le quali non si rendono manifeste se non dopo la prova di incubazione in termostato da me escogitata, che venne poi adottata nelle latterie.

Colle presenti ricerche vengo a dimostrare che, se oggimai anche il secondo compito si può dire completamente assolto dai perfezionamenti della tecnica, rimane però ancora un terzo e forse ultimo ostacolo da sormontare, consistente in un'*alterazione subdola* del latte sterilizzato la quale non può essere riconosciuta che a recipiente aperto e col riscaldamento, sottraendosi ai comuni criteri visivi e acustici di controllo a recipiente chiuso, puranco dopo la suddetta prova di incubazione nel termostato.

Siffatta alterazione è più frequente di quanto si possa pensare; è abbastanza frequente per riuscire di pregiudizio non solo al buon credito delle Latterie produttrici ma benanco alle simpatie dei consumatori verso il latte sterilizzato.

Quest'alterazione si differenzia dalle altre anche perchè l'accertamento della causa microbica è spesso molto difficile, talchè si può essere indotti erroneamente ad attribuirla a causa meramente chimica. Essa è provocata dai microbi acidopresamigeni che io ho segnalato nelle mammelle vaccine, specialmente se in condizioni infiammatorie puranco fisiologiche, essendo essi capaci di sopravvivere alla sterilizzazione, grazie ad inviluppi protettori formatisi entro le mammelle o durante il riscaldamento.

(1) Gorini C., *Rend. R. Ist. Lomb. Sc. e Lett.*, 39, 1906 e 42, 1909.

Digitized by Google

Oltracciò il latte può abbandonare la mammella già sufficientemente carico del loro enzima presamico così da subire l'alterazione subdola in parola per il solo effetto del riscaldamento, anche se i germi restano in gran parte spenti o inattivi.

Quest'alterazione si differenzia infine dalle altre perchè la lotta profilattica contro di essa non può essere fatta in latteria, ma deve essere proprio portata *direttamente sulla stalla e sugli animali lattiferi.*

Infatti, siccome essa dipende da inficiamento endogeno del latte, non valgono le misure di igiene e pulizia e raffreddamento dirette contro il sudiciume e le contaminazioni esogene; nè è il caso di ricorrere a mezzi più energici di filtrazione o di riscaldamento che pregiudicherebbero le qualità organolettiche e nutritive del latte. Bisogna proprio adottare quei provvedimenti che giovano a premunirsi contro l'anormale sviluppo della microflora mammaria (mungitura accurata completa, disperdimento dei primi getti di latte, esclusione di ogni sorta di latte stagnante nelle mammelle o derivante da mammelle in condizioni infiammatorie ancorchè fisiologiche, leggiere e transitorie ecc.) fino ad arrivare a quella *selezione delle vaccine in base alla microflora mammaria* che ho proposta in un precedente lavoro (1).

Se questi miei nuovi studi, come già i precedenti, troveranno applicazione pratica nell'industria, si verranno ad eliminare forse le ultime difficoltà che tuttora si frappongono al completo perfezionamento di questo processo di risanamento e di conservazione del latte, la cui diffusione è reclamata sia dall'igiene sia proprio dalle necessità dell'alimentazione pubblica in pace e ancor più in guerra, come ne abbiamo esempio nell'attuale conflagrazione, in cui il nostro esercito consuma, oltre a tutta l'ingente intensificata produzione nazionale, notevole quantità di latte sterilizzato importato specialmente dall'America.

(1) GORINI C., *Rend. R. Ist. Lomb. Sc. Lett.*, 49, 1916.

Digitized by Google

NOMI GRECI NELLE ISCRIZIONI LATINE DELL' ETRURIA

Nota del prof. ARTURO SOLARI

(Adunanza del 15 novembre 1917)

Lo studio dell'epigrafi latine dell'Etruria offre quantità di materiale non piccola, che rivela tradizioni greche. In una mia memoria già accennai all'influsso delle relazioni commerciali dei greco-asiatici sui costumi e sulle consuetudini degli Occidentali (1), e fra quelli Orientali furono in prima linea i Siri. Misi altresì in rilievo il fatto che in Firenze, nel quarto secolo dell'e. v., c'era una fiorente colonia di greci, in maggioranza asiatici, i quali in vario modo, sia con le loro industrie sia coi loro commerci, lasciarono orme non lievi nella vita privata e pubblica del popolo fiorentino (2). Altrettanto è dato osservare, in misura non dappertutto uguale, negli altri centri comunali dell'Etruria, dove le iscrizioni ci rivelano la presenza di greci asiatici, di provenienza diversa e di professione e grado non uguale. Degna di considerazione, fra le altre, è un'epigrafe votiva di Faleri (3), nella quale si ricorda una Ammia, della famiglia di Tigrane re d'Armenia, la quale erige a sue spese un tempio in onore della *Magna Mater Diacritamena:*

EX VOTO
MATRI DEVM MAGNAE
DIACRITAMENAE
I VLIA TIGRANIS
REGIS FILIA AMMIA
A SOLO FECIT IDEMQUE (4)
DEDICAVIT

(1) *Delle antiche relazioni commerciali fra la Siria e l'Occidente* in *Annali delle Università Toscane* 1916 (Nuova Serie I) fasc. VI.

(2) V. *op. cit.* p. 34 sgg.

(3) *C I L.* XI 1, 3080.

(4) Invece di *eademque.*

Digitized by Google

Com'è l'iscrizione, non si può leggere che *Iulia Tigranis regis filia*. La correzione dell'*F* in *L(iberta)* è ispirata a ragioni che appaiono storiche, perchè secondo la tradizione di Flavio Giuseppe (1), Tigrane morì ἄπαις. Il re, di che si parla, è certo l'Armeno che morì giustiziato in Roma nel 36 d. C.; nè la dichiarazione di Flavio *senza figli* impedisce veramente la integrazione del fatto storico (2), poichè l'espressione null'altro rileva, se non che egli non lasciò eredi legittimi maschi. Perciò la figlia del re, dopo l'infelice fine del padre, passò gli ultimi anni della vita esule, non lontana dalla capitale dello impero, nel comune Falisco, dove, a quanto la lapide votiva afferma, fu devota della *Magna Mater*, e zelatrice fervente del culto, non solo, ma è lecito arguire che questo con la divinità particolare, di cui l'epiteto non è altrove conosciuto, fosse proprio introdotto dalla regale devota (3). Non si può mettere in dubbio che Ammia, il cui nome è di schietta origine greca (4), nella sua nuova residenza etrusca, fervida nell'amore per la sua Diacritamena, venerata in patria, eresse a lei un tempio e si fece con ciò propagatrice del culto avito e patrio.

Come in Faleri, è naturale e conseguente che sia avvenuto ovunque, ed il silenzio profondo, che avvolge la storia dell'Etruria nei primi secoli dell'e. v., non può permettere che si debba tacere di fronte a dei documenti che aprono uno spiraglio nel folto chiuso delle informazioni letterarie e lasciano vedere e capire, anche se solo fino a un certo punto, lo svolgimento della vita della regione nelle varie manifestazioni. Fra il considerevole numero delle iscrizioni latine raccolte dal Bormann, se ne trovano, pur solitarie, alcune intere e alcune molto frammentarie in greco, di persone che nell'Etruria avevano mutato patria. Così se ne trovano a *Florentia*, *Volsinii*, *Viterbium*, *Lacus Sabatinus*, *Castrum Novum*, *Lorium*, *Saxa Rubra*, *Capena*.

---

(1) *Ant.* XVIII 3, 4: *Τιγράνης*. . *ἄπαις τελευτᾷ*. Per la correzione MOMMSEN in *C I L.* XI 1, 3080.

(2) Per la fine di Tigrane TAC. *Ann.* VI 40: *ne Tigranes quidem, Armenia quondam potitus ac tunc reus, nomine regio supplicia civium effugit.*

(3) Sull'epiteto *diacritamena* dato alla *Magna Mater* v. GARRUCCI, *Dissert. Arch.* I p. 36.

(4) *C I G.* 1211, 2748, 3445 *b*.

Digitized by Google

Le fiorentine sono sei (1), delle quali una sola è quasi intera, che riportiamo:

ΕΝΘΑ ΚΙΤΕ ΜΑ . . .

Α ΘΥΓΑΤΗΡ ΙΟΑΝΝΟΥ

Κώμης ΝΙΚΕΡΑΤΩΝ ΕΖΗϹ

ΕΝ ΑΙΤΗ ΤΡΙΑ Μ̅ νας ΤΡΙϹ

Μ̅ ἡέρας ΙϽ ΗΙϹΤΗ ΕΤΕΛΕ

ΥΤΗϹΕΝ Μ̅ νὶ ΞΑΝ

ΔΙΚΟΥ ΔΚ ΥΠΑΤΙ

Α ΟΝΟΡΙΟΥ ΑΥΓ οὔστου Τ̊

ΑΤ ΚΑΙ ΚΟϹΤΑΝΤΙ

ΟΥ Τ̊ Β

La lapide contiene, oltre le solite notizie sepolcrali, l'informazione del luogo di origine della famiglia, che proveniva dal borgo di Nicerato, dove certamente non era nata la piccola figlia, che appena trienne morì a Firenze. Del luogo, che non si trova in altra parte ricordato, si può trovare il riscontro nel Nicerte (*Νικέρται*) di Apamea, di cui fa cenno lo storico Teodoreto, che ne loda la grandezza e lo dice popoloso (2). Da questo è facile dedurre come il greco Giovanni fosse un Siro di Apamea, che si era trasferito in Firenze, forse, non da molto tempo prima della morte della propria figlia. Il ricordo dell'undecimo consolato dell'imperatore Onorio determina esattamente il tempo della morte, avvenuta pertanto nel 417; e non gran che avanti il 400 deve essere avvenuto il trapiantamento della famiglia sira.

Anche l'iscrizione 3296 trovata nella parte settentrionale del lago Sabatino ci riporta la memoria di un Asiatico d'Afrodisia (*'Αφροδεισιεύς*). Non è questa memoria di un defunto, ma di un devoto memore (*κατ' ὄναρ*) ad Apollo. Non è improbabile che qui si tratti di un *ex voto* per l'ottenuta guarigione nelle Acque vicine al lago Sabatino, e che, come altre, si riferivano all'efficacia salutare di Apollo. L'aggiunta dell'indi-

(1) 1689, 1690, 1720, 1721, 1722, 1723.

(2) Il passo è riportato dal Bormann nelle dichiarazioni che sono aggiunte alla iscrizione.

Digitized by Google

cazione della patria non può far pensare ad un tale venuto da così lontano, a trovare refrigerio nelle acque d'Apollo, quantunque la fama delle terme lo possa far supporre; ma lascia arguire che, se non di uno che avesse posta la residenza fissa nel territorio Sabatino, si tratti di uno dei greci trasferitisi nell'Etruria.

Egualmente integre sono le due di Lorium e di Saxa Rubra (1). La prima è di un cristiano, di cui si rileva la pietà e la santità dei costumi, la seconda, d'indole pure sepolcrale, è un atto di gratitudine che una tal Gorgonide compie verso chi le è stato educatore. Monumento epitafico è il 3588 *b* di *Castrum Novum*, dove si trova iscritto il solo nome *ACHACIA*; a cui sovrasta il busto della defunta. A queste possono aggiungersi due Capenati (2), ed una di Viterbo (3), le quali a diciture latine presentano frammiste parole greche; nelle due prime il nome di una persona, nell'altra il saluto rituale (4).

A questo nucleo di monumenti greci sta di fronte un non grande numero, ma pur importante, di iscrizioni che, scolpite in lingua latina, serbano ricordo di persone di origine greca, con l'aggiunta della professione esercitata quando erano in vita. Così si possono notare medici (5), negozianti in legnami e in avorio (6), *purpurari*, *horreari* e *marmorari* (7), vendi-

(1) 3758:

ἐνθάδε ἐν εἰρήνῃ κεῖτε Ῥουφεῖνος ἁμώμων θεοσεβὴς ἁγίων τε νόμων σοφίης τε συνίστωρ. ἐτῶν κα, ἡμ(ερῶν) η ὡρ(ῶ)ν ι.

e 3850 *a*:

Βαχχείῳ θρέψαντι Γοργονὶς ἐποίησα μνήμης χάριν.

(2) 3989 e 4079.

(3) 3030.

(4) *D. M. Primillae coniugi carissimae suisq(ue) meritis (c)arissimae sibi Peculiaris fecit. Vix(it) annis* XXIIII EMH XAIPE.

(5) 1619 (Firenze), 2605 (Populonia), 3007 (Viterbo), 3943 e 3946 (Capena).

(6) *Negotians materiarius* 1620 (Firenze) e *eborarius negotiator* 3948 (Capena).

(7) 2136 (Chiusi), 1358 (Luni), 1415 (Pisa).

Digitized by Google

tori di profumi (1), archimimi e pantomimi (2). All'arte navale ha da riferirsi l'accenno di una iscrizione chiusina, la quale, mutila, contiene soltanto il nome del defunto e parte della dichiarazione del mestiere

L. ANNIYS
ANTHYS
NAYPE . . . (3);

poichè è anche agevole la integrazione *gus* dell'ultima parola, che indica la professione di *Anthus*, mentre non lascia supporre, contrariamente a quello che è sembrato a taluno, che quella sia il principio dell'appellativo che aggiunge la sua patria, come ad esempio *de natione Alex.* nella 3737 di *Lorium* e *natio(ne) Alexand.* nella 1848 di Arezzo.

Occupazioni diverse dalle enumerate si trovano notate in due lapidi di località diverse, Faleri e Centocelle. In quella falisca (4) si parla di due liberti, che al loro patrono erigono un cippo commemorativo. *Q. Fulvio Chares*, il patrono, è indicato quale *argentarius coactor de portu vinario*. Anche in altre iscrizioni si nota l'espressione *coactor a portu vinario* o *coactor de porto vinario* (5). Si tratta pertanto di un esattore della gabella del vino. L'altra invece è veramente affettuosa, dovuta al ricordo di bontà e di saggezza lasciato nei discepoli (6) dal defunto, cristiano, che è un tal *Malleus* (7) *magister ludi, amicus amicorum.*

---

(1) *Seplasiarius* 1621 (Firenze) *Adiecto sex. Avidi Eutychi seplasiari negotiantis ser(vo) institori* etc. dove si vede palese la differenza fra *negotians* e *institor*; quello significa il negoziante, questo il venditore al minuto. Sul valore della parola *negotiatores* o *negotiantes* osservavo nella mem. cit. (*Delle ant. rel. comm. fra la Siria e l'Occidente*, pag. 15 n. 1) che quello di *banchiere*, da alcuni voluto, è del tutto errato; perchè, per quanto nel I sec. a. C. la parola abbia avuto tale significato, prese poi e conservò, e dalle iscrizioni riportate appare, un'indicazione molto più ampia, cioè quella di *negoziante in genere*.

(2) 1754 (Volterra), 3822 (Vei).

(3) 2135.

(4) 3156. Il nome *Doctus*, con cui si chiama uno dei liberti, ricorre in III 3190 e V 8973.

(5) VI 9189 e 9190.

(6) 3568.

(7) Forse non è escluso che questo nome sia in rapporto col nome *Μάλλη* della Giudea (Ios. *Ant.* XII 8, 3) o con meno ragione con *Μαλλὸς* della Cilicia.

Digitized by Google

Non mancano, per quanto molto rare, le dichiarazioni del luogo d'origine. Così dalla epigrafe Capenate 1943, già da noi citata, è dichiarato che il defunto medico *C. Calpurnius Asclaepiades* è un Asiatico di *Prusa ad Olympum*. A quel che si vede, non solo il dato della patria è significato, ma è specificato in tutte le sue determinazioni (1); e questo carattere di determinatezza risulta da tutta quanta l'iscrizione. Infatti si aggiunge l'anno di nascita, e si fa seguire il tempo che ha vissuto, offrendosi così in breve, non solo le date del principio e della fine della vita di Calpurnio, ma anche la cronologia del ricordo funerario. Sono pure appartenenti a nazionalità greco-asiatica alcuni monumenti che si riferiscono a Luni, Volsini, Civitavecchia, Cere, senza ripetere quelli dei due Alessandrini dimoranti a *Lorium* e ad Arezzo. Anche un'altra di Civitavecchia (2) ha il ricordo di un classario nativo di Alessandria, *n. Alexadrinus*, dove apparisce certo che la sigla *n.* non è che l'iniziale della parola accorciata di *natione*. Con la medesima indicazione nazionale se ne trova una di Volsini (3) nella quale la patria è espressa con le parole *natione civi Antiochens(i)*. Quasi costante è questa dicitura del luogo di nascita per i soldati di mare che trovarono la morte, mentre adempievano il loro ufficio nella stazione o dipartimento marittimo (4), e ne troviamo altri che sono dichiarati dell'Egitto, con una indicazione, a quel che pare (5), molto imprecisa; poichè, se dice la regione, non significa certo dove propriamente ebbero la nascita. Può invero supporsi che il morto sia stato, come gli altri corregionali, che abbiamo citato, di Alessandria. Del resto, secondo le non molte determinazioni di luogo, è assai frequente il denotare la patria della persona cara e amica, che si vuole onorare, col semplice nome della regione o del popolo a cui apparteneva. Quindi si può leggere

(1) L'altra è *Prusa ad Hypium*.

(2) 3524.

(3) 2842.

(4) Dell'importanza marittima del luogo in poche parole dice Procopio (*b. goth.* II 7): *πόλιν ἐπιθαλασσίαν λόγου πολλοῦ ἀξίαν Κεντουκέλλας ὄνομα... ἔστι δὲ ἡ πόλις μεγάλη καὶ πολυάνθρωπος.*

(5) 3528 e 3534 *natione Aegyptius*.

Digitized by Google

natione Bessus (1) e *natione Thyna* (2), come *ex Sy(ria) Palaestina* (3).

Non sono caratteristiche meno nazionali gli appellativi di *Galata*, di *Surisca*, che si leggono su epigrafi di Firenze e di Cere; ed egualmente l'aggiunta di *Asiaticus* e di *Libicus* a nomi Viterbesi e di *Forum Clodi* dichiara la patria, pur sempre molto genericamente, della persona (4).

A lato di tutte queste testimonianze di residenza e dimora di orientali nell'Etruria si può mettere la quantità di nomi propri greci, sia di liberti sia di non liberti, che in ogni centro etrusco epigrafico è lecito leggere. Non v'è comune o frazione di questo che non serbi tracce, nelle iscrizioni, di greci vissuti nei singoli luoghi. Il numero, naturalmente, varia secondo la densità della popolazione e secondo la quantità delle iscrizioni venute alla luce, ma non è avventato supporre che in alcuni luoghi maggiore sia stata l'affluenza di questi Asiatici che in altri. Così dal frequente ricordo epigrafico si dovrebbe arguire che frequenti colonie di greci esistevano a Luni, Pisa, Firenze, Chiusi, Volsini, Capena (5).

Per Firenze già osservammo, come abbiamo detto, che la colonia orientale di questa città aveva la sua ragione di essere

---

(1) 3533 e 3535.

(2) 3541. La defunta si chiama *Polychronia* ed è una schiava Asiatica della Thynia. Il monumento è fatto dal proprio padrone e da due amici, di cui uno è dichiarato *conpatrota*, che però, come dal nome e dal suo connotato, non ha la medesima condizione servile: *Polychronia natione Thyna vixit anos (sic) XX servix(i)t anos IIII menses IIII M. Valerius Maximus dominus et T. Flabius Capito conpatrota et T. Eraulius Valens amicus bene merenti fecerunt.*

(3) 1360. Si confronti un'altra di Centocelle (3530), che ha *natione Dalmata*.

(4) Si confronti la *Syrisca* di Virgilio Copa I, gli *Asiaticiani* nelle iscrizioni galliche (Aug. Allmer, *Inscr. de Vienne* II 335 n. 214) e la mia memoria citata p. 10 n. 1.

(5) A Luni su 97 epigrafi se ne trovano 32 col ricordo di greci; a Pisa 50 su 111, a Firenze 38 su 154, a Chiusi 50 su 503, a Volsini 37 su 219, a Capena 56 su 223. Se, come è giusto, valutiamo la corrispondenza fra tutte le epigrafi trovate di ogni luogo e il numero di quelle con nomi di origine orientale, non si può non tenere in considerazione il nucleo epigrafico anche di altre città; come a Lucca si vedono 7 di greci su 15, a Volterra 17 su 63, a Nepi 18 su 48, a Civitavecchia 17 su 55, a *Lorium* 15 su 29, a *Careiae* 10 su 18, a Vei 16 su 68, a *Saxa Rubra* 7 su 17.

Digitized by Google

negl'interessi specialmente commerciali e materiali che l'avevano spinta a mutare dimora e patria. Questi Asiatici, importando merce e articoli di commercio nuovi all'Etruria, si trasferivano dal luogo di nascita con essi. Sappiamo che fuori della regione si trovavano a Pozzuoli e ad Ostia banchi commerciali di Siri: e a Miseno c'incontriamo in Damasceni, che attendono fervidamente al traffico e allo scambio dei prodotti e delle industrie della loro regione orientale (1).

Sui prodotti e sulle industrie indigene dell'Etruria gli antichi molto volentieri s'intrattenevano, talora mettendo in rilievo la feracità e la bontà della terra, talora ricordando i singoli prodotti di essa. Quando Diodoro (2) la dichiara *πάμφορος* e *εὔγεως* e aggiunge che la parte piana e la parte collinosa sono ugualmente coltivate, e d'altra parte dice che dappertutto vi è, tanto nell'estate che nell'inverno, una felice temperatura igrometrica, certo, lo storico dice cose essenzialmente esatte e che si rivelano frutto di ripetuta esperienza.

È di grande importanza per il nostro argomento un luogo di Livio, nel quale si enumerano gli aiuti che gli alleati etruschi forniscono a Roma durante la seconda guerra punica (3). Questi mezzi consistono in vettovaglie e in materiali utili all'allestimento della flotta: dei dodici comuni-stati si fa menzione di otto, cioè Cere, Populonia, Tarquini, Volterra, Arezzo, Perugia, Chiusi, Roselle. Si tace di Cortona, Vetulonia, Volci e Volsini: ed il silenzio è giustificato, poichè le quattro città, un tempo fiorentissime, non erano più meritevoli di ap-

(1) Se ne parla in *C I G.* 5853 e *C I L.* X 1601, 1634, 1579 e 1578 relativamente a Pozzuoli; *C I G.* 5892 per Ostia; *C I L.* X 1576 per Miseno. Orazio, nell'ode 31 del I libro, allude allo scambio delle merci Sire coi prodotti del suolo italico.

(2) V. 40.

(3) XXVIII 45: *Etruriae populi pro suis quisque facultatibus consulem adiuturos polliciti: Caerites frumentum sociis navalibus commeatumque omnis generis, Populonienses ferrum, Tarquinienses lintea in vela, Volaterrani inceramenta navium et frumentum, Arretini tria millia scutorum, galeas totidem, pila gaesa hastasque longas, milium quinquaginta summam pari cuiusque generis numero expleturos, secures rutra falces alveolos molas, quantum in quadraginta naves longas opus esset, tritici centum et viginti millia modium, et in viaticum decurionibus remigibusque collaturos; Perusini, Clusini, Rusellani abietes in fabricandas naves et frumenti magnum numerum.*

Digitized by Google

partenere al numero dei grandi comuni etruschi, mentre nel loro territorio erano sorti altri comuni, che si erano sviluppati in grazia della potenza di Roma, che aveva esteso il suo dominio nella regione. La decadenza di Vetulonia si afferma fin dai primi anni della repubblica (1); di Volsini e di Volci si perde ogni grandezza, e, in pari tempo, alle due città si contrappongono altri centri nei loro stessi territori, dopo la vittoria di Roma intorno alla seconda metà del 3° secolo (2). È quindi ragionevole che Livio coll'enumerare gli otto *populi Etruriae* intenda parlare dell'intera regione; per cui risulta che lo storico, senza volerlo, ci parli dei prodotti indigeni, dei quali, *pro suis quisque facultatibus* la regione disponeva. Fu già notato che gli Etruschi come cambio, fra i prodotti del suolo, avranno dato specialmente rame e ferro; del primo dei quali materiali abbondavano Volterra, Populonia, Vetulonia, Roselle, del secondo l'isola d'Elba. Ed infatti Livio fa offrire il ferro ai Populoniesi, che avevano nel loro porto la siderurgia dell'isola.

Si può osservare che degli aiuti etruschi, nel passo in questione, alcuni sono in materia greggia, altri sono oggetti già lavorati; il che dichiara che Arezzo, la quale esibiva un numero ragguardevole e svariato di armi confezionate, possedeva entro le sue mura le fabbriche, dove veniva lavorato il metallo importato dalle altre parti della regione. Se non che non è lecito, quando si intenda che il passo Liviano parli dell'intera

---

(1) In Dionys. III 51 si trova l'ultimo ricordo letterario della potente città.

(2) Il trionfo sui Volcienti e sui Volsiniesi è, secondo i *Fasti Capitol.*, dell'a. 280; sette anni dopo fu dedotta la colonia di Cosa (Pl. *n. h.* III 51 e Vell. I 14. 7). Zonara (VIII 7) palesemente parla della fine di Volsini: *ὁ ὕπατος τὴν πόλιν ἔσκαψε τοὺς δὲ αὐθιγενεῖς καὶ εἴ τινες τῶν οἰκετῶν χρηστοὶ περὶ τοὺς δεσπότας ἐγένοντο ἐν ἑτέρῳ κατῴκισε τόπῳ.* Non fa bisogno di parole per chiarire il fatto, cui accenna lo storico; una rivoluzione interna diede modo ai Romani d'introdursi nelle faccende di Volsini e porre fine alla temuta città coll'abbatterla e col trasferirne il popolo. Si veda su ciò Floro I 66 e il trionfo del 490 nei *Fasti*. Per Cortona non si sa più nulla dopo la pace, che essa con Perugia e Arezzo conchiuse coi Romani (Diod. XX 35, 5; Liv. IX 37); e il non essere rammentata fra gli altri stati etruschi, neanche in questo anno del 205, è evidente prova della sua decadenza sia materiale sia morale. V. Nissen *Ital. Landesk.* II 1 p. 318 sgg.

Digitized by Google

regione, vedere un'omissione della regione neo-etrusca, cioè di quella parte a nord dell'Arno, che un tempo era stata ligure e a lungo; quando anche dei prodotti di questa si escluda il principale, cioè il marmo, poichè tutta la regione lunese-pisana, che è poi quella di cui parliamo, era abbondante coi suoi boschi del legname utile alla fabbricazione delle navi (1).

La questione della notizia di Livio non si può esaminare da sola, ma in relazione coi confini dell'Etruria e con la espansione di questa. È evidente che fra i popoli d'Etruria non son compresi i Lunesi-Pisani; ed è con ragione l'esclusione, perchè il territorio era ligure. Questa zona aderente al valdarno inferiore era considerata ligure, e proprio in questi tempi troviamo nell'Annalistica la denominazione di *provincia Pisae* o *Ligurum* (2). Anche la dichiarazione di Polibio, che Pisa ἡ πρώτη (città) κεῖται τῆς Τυρρηνίας (3) conferma, senza bisogno di voler ridurre queste parole a troppe spiegazioni, la delimitazione della regione oltre l'Arno (4); cioè l'espressione pone come linea divisionale fra l'Etruria e la Liguria la corrente dell'Arno, all'estremità della quale si trovavano, come barriere, Arezzo, a oriente nell'interno, e Pisa, a occidente in vicinanza al mare. Attinenza ha pure con l'argomento topografico, del quale stiamo discorrendo, il particolare, che Livio stesso ci offre sulla ritirata dei due eserciti nemici dopo la battaglia della Trebbia. Annibale, secondo la notizia (5), si ritirò fra i Liguri, Sempronio, il console romano, andò a Lucca. Non è certamente antitesi fra le due proposizioni, vale a dire i due duci coi loro soldati si recarono fra popolazioni

(1) Strab. V. 223. Anche Claudiano *de b. gild.* 415-418 e 479-483; Zosimo V 20; *Fabri navales* sono ricordati nella iscrizione 1436 di Pisa.

(2) In Livio XXXVIII 35 e XLI 14, 8.

(3) II 16, 1-2.

(4) Altri accenni di storici antichi alla etnografia di questo territorio lunese-pisano non crediamo che siano generici; ma abbiamo ragione di ritenere che si riferiscano a determinati momenti della espansione ligure nel territorio a sud della Magra. Così Livio (XLI 13, 5) e Iust. XX 1, 11 e [Arist.] *d. mir. ausc.* 94.

(5) XXI 59, 10. Non sto a fare alcuna discussione sulla lezione liviana di *Luca*, alla quale il Pais, per opportunità topografiche, sostituirebbe *Luna* (*Dalle guerre puniche a Cesare Augusto* Roma 1918, II p. 712 sgg.),

Digitized by Google

diverse, che come tali avevano diversamente parteggiato, le une per i Cartaginesi le altre per i Romani. L'espressione *Hannibal in Ligures, Sempronius Lucam concessit* mira a mettere in rilievo le circostanze che non tutti i Liguri erano favorevoli ad Annibale (1); ed appunto questi si ritirò presso coloro che gli avevano dato già segni non dubbi di amicizia.

In somma tutto quanto abbiamo ricavato dalle varie testimonianze storiche e letterarie conferma per altra via quello che il silenzio del passo riportato di Livio dichiara, cioè che l'Etruria aveva i suoi confini settentrionali nel corso dell'Arno. Ne segue che il contenuto, per quel che si riferisce ai prodotti della regione, è esatto, in quanto trova il riscontro in altre testimonianze, che dichiarano la feracità del suolo. Pertanto il ricordo, che si trova nelle iscrizioni citate, dei *purpurari*, *eborari* e dei *seplasiari* ci fa sapere non solo della merce esotica, ma d'altra parte ci mostra un commercio in mano di stranieri, i quali a questo scopo appunto si erano trasferiti dalla loro patria nell'Etruria.

Questa importazione di profumerie e di avorio si rileva anche quando la regione etrusca godeva indipendenza e autonomia (2), prima che quella fosse soggetta a Roma. Però allora il commercio era fenicio-cartaginese, ora nei primi secoli dell'era volgare la via commerciale è in comunicazione coll'Asia: questi importatori, questi negozianti hanno l'impronta della Siria, della Galizia, della Bitinia, della Tracia ed anche dell'Egitto: e a proposito di questi mercanti egiziani si può osservare quanto fu già osservato per altre regioni, con le quali i Siri erano in relazione, cioè che costoro, pur di patria egiziana, trafficavano in merci che non erano della loro propria terra; servivano essi come mezzani fra la Siria e la regione, che in questo caso è l'Etruria, dove quei prodotti importavano.

Di origine asiatica, e probabilmente sira, sono l'archimimo, che ricorda la iscrizione 1754 di Volterra, e il pantomimo di Vei (3); e tutto fa credere che anche il *ludi magister*

(1) Il WEISSENBORN al luogo liviano «vielleicht hatten sich schon früher einzelne Gemeinden an Hann. angeschlossen». Anche MÜLLER-DEECKE *Die Etr.* I p. 100 n. 88 «aber die Stelle des Liv. XXI 59, 10 .... beweist nicht, dass Luca nicht auch damals Ligurisch gewesen».

(2) Si può vedere l'utile articolo *Etrusker* del KÖRTE nella *Re. Enc.* del PAULY-WISSOWA.

(3) V. la epigrafe citata 3822.

Digitized by Google

di Centocelle, per quanto non porti aggiunta la dichiarazione della patria, come pure i due istrioni, sia venuto dall'Asia greca. In Gallia con la semplice parola di *Asiaticiani* si comprendevano gli attori scenici venuti dall'Oriente (1), e in questo senso si intendevano gli *ὑποκριταί* e i *κωμῳδοί* che sulla scena della medesima Gallia parlavano in greco. Nè poi meraviglia l'abilità celebrata del maestro di scuola, quando si abbia presente l'attitudine didattica degli schiavi siri, ai quali, secondo Plinio, si dovrebbe appunto l'introduzione in Italia dello studio letterario (2) e dei quali da Cicerone si elogiava la dottrina e l'erudizione letteraria e scientifica (3).

Non senza significato è la notizia dell'*esattore della gabella del vino*. Si sa che l'Etruria settentrionale vantava vini di prima qualità, che oltrepassavano i mercati del proprio territorio, e di essa portava la palma Luni (4), di cui l'etichetta si conserva su anfore pompeiane. Di fronte a queste condizioni del territorio favorevole alla produzione di vino eccellente, e d'altra parte di fronte all'esportazione dal luogo naturale che, come risulta, evidentemente si faceva, pur non dimenticando che non altrettanto squisiti erano i vini della parte meridionale, i quali invece, come quello di Vei, erano notoriamente cattivi, è lecito supporre che anche quivi si facesse un'importazione di vini esteri. I vini orientali infatti erano noti sui mercati occidentali, e fra questi vini erano preferiti quello di Gaza, di Sarepta, di Ascalona (5). Anche nella Gallia, che era un centro vinifero di grande importanza, e donde si esportava su larga scala (6), esteso era l'uso dei vini siri, i quali poi sappiamo che erano serviti nelle solennità e a tavola

(1) V. mem. cit. pag, 9 ssg.

(2) *N. h.* XXXV 17, 199.

(3) *Pro Archia* 3.

(4) PL. *n. h.* XIV 68. Nell'opuscolo riassuntivo degli articoli sugli *Etruschi* e sulla *Etruria*, riuniti nella *Re. Enc.* del WISSOWA, pubblicato da G. PONTRANDOLFI (Firenze, Barbèra, 1909), si confonde nel paragrafo, che parla dei prodotti della regione, Luni con Lucca, e si attribuiscono a questa le *lapicidinae* famose lunesi, e la produzione dei vini famosi del territorio di Luni. Anche oggi rinomate sono le qualità dei vini, detti delle Cinque terre, alla destra della Magra, cioè di Monterosso, Vernazza, Corniglia, Manarola, Riomaggiore.

(5) SIDONIO, ed. Mohr, XVII 15-16.

(6) MARTIAL. XIII 107.

Digitized by Google

dei re (1) e nella concorrenza cogl'indigeni godevano il favore: per cui il greco, incaricato di esigere il dazio del vino, vigilava il reddito per l'importazione di una merce che proveniva dai luoghi suoi natali. Non si può altresì dubitare che il vino, di che si tratta, sia di fuori, quando si consideri che il titolare dell'ufficio è un residente di Faleri terreno non propizio alla viticultura. (2).

Questi vari accentramenti di orientali nei singoli e diversi luoghi dell'Etruria avranno avuto per naturale effetto una considerevole influenza sulle consuetudini locali e indigene. Il lamento di Giovenale per la invasione sira in Roma prospetta tutto quanto il perturbamento, che quella produsse nella vita materiale e morale (3): e questo fatto ebbe per conseguenza in Gallia un provvedimento dell'imperatore Traiano, che aboliva gli spettacoli dei mimi asiatici.

Le scarse notizie sulla storia etrusca nei secoli dell'impero non permettono di vedere e constatare le conseguenze che il contatto di questi asiatici coi popoli indigeni produsse: le reliquie epigrafiche ci mettono soltanto in grado di rilevare il fatto della emigrazione greco-asiatica, che, come altrove, si riversò anche fra la riva destra del Tevere e l'Appennino settentrionale. Una risposta alla nostra domanda potrà darla la ricerca e lo studio dei culti cristiani dell'Etruria nel periodo di tempo veduto. Altrove, come a Pozzuoli e a Malaga, per stare in occidente, si erano questi asiatici, siri in maggioranza, costituiti in associazioni cultuali con interessi materiali e politici (4).

In Firenze, in Lucca e in Pisa i mercanti siri contribuirono a diffondere la devozione e la venerazione di Santa Reparata, loro corregionale, come Ammia figlia del principe armeno Tigrane introdusse in Faleri, nella prima metà del I secolo, il culto della Dea Diacritamena.

(1) Coripp. in *laudem Iustini* III 86-90 in MGH. AA. III 1.

(2) Iscrizione citata 3156.

(3) III 60-65: *iam pridem Syrus in Tiberim defluxit Orontes | et linguam et mores et cum tibicine chordas | obliquas, nec non gentilia tympana secum | vexit et ad circum iussas prostare puellas.*

(4) *CIG.* 5853 *CIL* X 1601, 1634 e 1578 e 1579. Per la colonia Malacitana *CIL.* II p. 251.

Digitized by Google

HAMILTONIANI E GRADIENTI PARTICOLARI NELL' ANALISI AD n DIMENSIONI DI GRASSMANN

Nota di A. Del Re

(Adunanza del 29 novembre 1917)

1. Nel trattare degli hamiltoniani e dei gradienti di funzioni estensive, in alcuni miei precedenti lavori (*) ho notato come l'hamiltoniano di una funzione *estensiva*, U, di specie ϱ, rispetto ad una formazione Ω della stessa specie, sia una funzione *scalare* della forma

$$(1)\quad (-1)^{\varrho\varrho'}\left(\frac{\partial U_1}{\partial \omega_1}+\frac{\partial U_2}{\partial \omega_2}+\ldots+\frac{\partial U_m}{\partial \omega_m}\right)\quad(\varrho'=n+1-\varrho),$$

quando n sia il numero delle dimensioni dello spazio che si considera, e quando la forma della U e della Ω siano rispettivamente

$$(2)\quad U=U_1\,.\,F_1+U_2\,.\,F_2+\ldots+U_m\,.\,F_m\ ,\quad m=\binom{n+1}{\varrho}$$

$$(3)\qquad \Omega=\omega_1\,.\,F_1+\omega_2\,.\,F_2+\ldots+\omega_m\,.\,F_m\ ;$$

dove $F_1\ F_2,\ldots,F_m$ sono gli m ϱ-*spigoli* della piramide di riferimento, e siano $U_1,\ U_2,\ldots,\ U_m$ funzioni scalari delle variabili scalari $\omega_1,\ \omega_2,\ldots,\ \omega_m$.

Denominai tale funzione *divergenza* della U, e propongo ora che sia indicata con $D_\Omega U$ (**) per rammentare con la lettera D il nome della funzione, e, con la Ω, la provenienza di essa

(*) Nei Rend. di Napoli, 1916 fasc. luglio-novembre, (tre Note che indicherò risp. con NI, NII, NIII, quando sarà necessario). — Nei Rend. dei Lincei, 1916; tre Note (sett.-ott.-nov.): saranno indicate, nel seguito, risp. con *Npr.* I, *Npr.* II, *Npr.* III, in accordo con notazioni già adoperate) Cfr. spec. *Npr.* II, 2, *b*), *c*), *d*), *e*).

(**) Mancando, in tipografia, la lettera Ω sufficientemente piccola per potere essere posta quale indice, si è dovuto accettare qui e nel seguito, in sua vece, una υ capovolta.

Digitized by Google

quale hamiltoniano rispetto alla Ω esibita come la (3), cioè tale che ω_i, in Ω, accompagni quale fattore quell' F_i che è accompagnato da U_i in U. Senza tale restrizione vengono ad esistere, per ogni funzione U, $m!$ divergenze dipendenti dalle $m!$ permutazioni degi indici $1, 2, \ldots, m$. Però, quando non vi è motivo a confusione, si scriverà addirittura DU invece di $D_\Omega U$, e così pure si scriveranno ∇U, $G U$ in luogo di $\nabla_\Omega U$, $G_\Omega U$. Così, ad es., si scriverà

$$\nabla_\Omega U = D_\Omega U = (-1)^{\varrho\varrho'} G_\Omega U,$$

ovvero (nel caso in considerazione):

$$\nabla U = D U = (-1)^{\varrho\varrho'} G U.$$

2. Nella medesima ipotesi delle (2), (3) cerchiamo ora $G_\Omega U$. Riferendoci alle formule (20), (21), (22) della *Npr.* 1, abbiamo:

$$(4) \qquad G_\Omega U = (-1)^{\varrho} \left\{ G_\Omega U_1 \,.\, E_1 + G_\Omega U_2 \,.\, E_2 + \ldots + G_\Omega U_m \,.\, E_m \right\}, \text{ se } 2\varrho \leq n+1;$$

$$(5) \qquad G_\Omega U = (-1)^{\varrho'} \left\{ G_\Omega U_1 \,.\, E_1 + G_\Omega U_2 \,.\, E_2 + \ldots + G_\Omega U_m \,.\, E_m \right\} \text{ se } 2\varrho \geqq n+1;$$

dove, come esponente di (-1) si è scritto ϱ, ϱ' risp. in luogo di ϱ^2, ϱ'^2.

Ora, nel caso di $2\varrho < n+1$, se, per ogni ϱ-spigolo E_i della piramide di riferimento, diciamo $E_{i_1}, E_{i_2}, \ldots, E_{i_\mu}$ i ϱ-spigoli, in numero di $\binom{n+1-\varrho}{\varrho}$ che non hanno vertici comuni con E_i, questo E_i conterà fra i ϱ-spigoli che non hanno vertici comuni con E_{i_k} $(k = 1, 2, \ldots, \mu)$, epperò noi troviamo nella precedente espressione di $G_\Omega U$, sempre insieme due termini della forma:

$$(6) \qquad \frac{\partial U_h}{\partial \omega_{h_r}} E_{h_r} \,.\, E_h, \quad \frac{\partial U_h}{\partial \omega_h} E_h \,.\, E_{h_r}$$

$$(h = 1, 2, \ldots, m;\ r = 1, 2, \ldots, \mu),$$

per cui, siccome è $E_{h_r} \,.\, E_h = (-1)^{\varrho} E_h \,.\, E_{h_r}$, così sarà

$$(7) \qquad G_\Omega U = (-1)^{\varrho} \sum \left[\frac{\partial U_h}{\partial \omega_{h_r}} + (-1)^{\varrho} \frac{\partial U_{h_r}}{\partial \omega_h} \right] E_{h_r} \,.\, E_h,$$

dove il Σ è esteso a tutti i valori, indicati in (6), per h ed r ed è $h_r > h$.

Digitized by Google

Dalla (7) della *Nrp.* II, e dalla (4) precedente, deduciamo

$$(-1)^{\varrho\varrho'} \nabla_\Omega \; U = \; G_\Omega U =$$

$$= (-1)^{\varrho^2} \sum \left[\frac{\partial U_{\mathfrak{h}}}{\partial \omega_{\mathfrak{h}_r}} + (-1)^{\varrho} \frac{\partial U_{\mathfrak{h}_r}}{\partial \omega_{\mathfrak{h}}} \right] E_{\mathfrak{h}_r} \; E_r \; ;$$

d'onde:

$$(8) \quad \nabla_\Omega \; U = (-1)^{\varrho(n+1)} \sum \left[\frac{\partial U_{\mathfrak{h}}}{\partial \omega_{\mathfrak{h}_r}} + (-1)^{\varrho} \frac{\partial U_{\mathfrak{h}_r}}{\partial \omega_{\mathfrak{h}}} \right] E_{\mathfrak{h}_r} \; E_{\mathfrak{h}} \; ,$$

dove il Σ ha la medesima estensione testè indicata.

Due distinzioni sono ora necessarie a farsi: quella di ϱ *dispari*, e quella di ϱ *pari*.

Se ϱ è *dispari*, dalle (7), (8) seguiranno le

$$(9) \qquad G_\Omega U = - \sum \left[\frac{\partial U_{\mathfrak{h}}}{\partial \omega_{\mathfrak{h}_r}} - \frac{\partial U_{\mathfrak{h}_r}}{\partial \omega_{\mathfrak{h}}} \right] E_{\mathfrak{h}_r} E_{\mathfrak{h}}$$

$$(10) \quad \nabla_\Omega \; U = (-1)^{n+1} \sum \left[\frac{\partial U_{\mathfrak{h}}}{\partial \omega_{\mathfrak{h}_r}} \quad \frac{\partial U_{\mathfrak{h}_r}}{\partial \omega_{\mathfrak{h}}} \right] E_{\mathfrak{h}_r} \; E_{\mathfrak{h}} \; ;$$

se ϱ è *pari*, si avranno, in vece, le

$$(11) \qquad G_\Omega U = \sum \left[\frac{\partial U_{\mathfrak{h}}}{\partial \omega_{\mathfrak{h}_r}} + \frac{\partial U_{\mathfrak{h}_r}}{\partial \omega_{\mathfrak{h}}} \right] E_{\mathfrak{h}_r} E_{\mathfrak{h}}$$

$$(12) \quad \nabla_\Omega \; U = (-1)^{n+1} \sum \left[\frac{\partial U_{\mathfrak{h}}}{\partial \omega_{\mathfrak{h}_r}} + \frac{\partial U_{\mathfrak{h}_r}}{\partial \omega_{\mathfrak{h}}} \right] E_{\mathfrak{h}_r} \; E_{\mathfrak{h}}$$

La funzione di *specie* $n + 1 - 2\varrho$ al 2° membro della (10), cambiata di segno, cioè $- \nabla_\Omega U$ (per Ω ed U della stessa specie ϱ) sarà detta *rotazionale* della U (risponde al *curl* degli inglesi per $n + 1 = 3$ e $\varrho = 1$, al *rot* di MAXWELL), e la funzione al 2° membro della (9), di *specie* 2ϱ, cambiata di segno, cioè $- G_\Omega U$, sarà detta *ondeggiamento* della U (risponde al *curl-flux* degli inglesi per $n + 1 = 3$, $\varrho = 1$). Al $- \nabla_\Omega U$ e $- G_\Omega U$ che provengono in modo analogo dalle (12), (11) saranno dati i nomi di *pseudo-rotazionale* e *pseudo-ondeggiamento*. Essi non hanno riscontro nell'analisi vettoriale pura ordinaria. Il rotazionale di U sarà indicato con $R_\Omega U$, e l'ondeggiamento con $O_\Omega U$.

3. *Di rotazionali e di ondeggiamenti, per una stessa funzione U, ve ne sono tanti quanti sono i numeri dispari in-*

Digitized by Google

feriori ad $n+1$. Assumendo $n+1$ come valore di ϱ, $R_\Omega U$ O_Ω diventano uno *scalare* ed uno *pseudo-scalare* dei quali non interessa occuparsi specificamente. Il valore di ϱ che offre un vero interesse particolare, si ha quando $2\varrho = n+1$, il qual caso non può aver luogo che in uno spazio ad un numero dispari di dimensioni.

In tal caso, per ogni permutazione $s_1\ s_2 \dots s_\varrho$ principale e di classe ϱ, esistendo una permutazione supplementare di eguale classe $\sigma_1\ \sigma_2 \dots \sigma_\varrho$, si avrà che fra gli $E_1, E_2, \dots, E_m$, esisterà, a fianco di ogni E_i un $E_{\bar{i}}$ (con significato evidente per l'indice i); epperò, come per $i \neq k$ è $E_i\ E_k = 0$, così per l'una, e per l'altra, delle (4), (5) si avrà

$$(13)\qquad G_\Omega U = (-1)^{\frac{n+1}{2}} \left(\frac{\partial U_1}{\partial \omega_1} E_1 E_1 + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial U_2}{\partial \omega_2} E_2 E_2 + \dots + \frac{\partial U_m}{\partial \omega_m} E_m E_m \right),$$

ma è ancora, per essere $\varrho = \varrho'$:

$$E_i E_{\bar{i}} = (-1)^{\varrho^2} E_{\bar{i}} E_i = (-1)^{\varrho^2 + \xi_s} =$$

$$= (-1)^{\frac{n+1}{2} + \xi_s}, \text{ con } \xi_s = \Sigma s - \binom{\varrho+1}{2};$$

dunque, sarà in fine

$$(14)\quad G_\Omega U = (-1)^{\xi_1} \frac{\partial U_1}{\partial \omega_1} + (-1)^{\xi_2} \frac{\partial U_2}{\partial \omega_2} + \dots + (-1)^{\xi_m} \frac{\partial U_m}{\partial \omega_m},$$

che è una funzione *scalare*.

Le (13), (14) valgono tanto se ϱ è *dispari* quanto se ϱ è *pari*. Per ϱ dispari la $-G_\Omega U$ data dalla (13) è contemporaneamente un *rotazionale* ed un *ondeggiamento*; per ϱ pari è, in vece, contemp. uno *pseudo-rotazionale* ed uno *pseudo-ondeggiamento*. In ciascuno dei due casi, $-G_\Omega U$ può essere considerato come una *divergenza*; e *precisamente*, come *divergenza* della funzione

$$U = (-1)^{\xi_1} U_1 . E_1 + (-1)^{\xi_2} U_2 . E_2 + \dots + (-1)^{\xi_m} U_m . E_m$$

rispetto alla formazione

$$\Omega = \omega_1 . E_1 + \omega_2 . E_2 + \dots + \omega_m . E_m$$

se ϱ è *dispari*, e come una tale divergenza *cambiata di segno* se ϱ è *pari*. In generale, circa le relazioni fra divergenze, rotazionali etc., conviene tenere rilevato il fatto che *quando* U

Digitized by Google

ed Ω *sono di eguale specie* ϱ, *l'hamiltoniano di* U, *rispetto ad* Ω, *dà la divergenza di* U; *ed il gradiente, secondochè* ϱ *è dispari o pari, dà il rotazionale, o lo pseudo-rotazionale.* Questo enunciato è da collegarsi con quello dato, a proposito di relazioni fra gradienti e divergenze, nella *Nrp.* II, n. 2, *d*).

Con una presa di supplementi sulla (5) e con le (7) della *Npr.* II, il caso in cui si abbia $2\varrho > n+1$, si riduce a quello precedente di $2\varrho < n+1$.

N.B. È a notarsi, circa il rotazionale e l'ondeggiamento di una data funzione U, che, dovendo U ed Ω essere di specie eguale, ϱ, e che, perciò, per ogni coppia di tali formazioni un solo *rotazionale* ed un solo *ondeggiamento* esiste, nelle indicazioni $R_\Omega U$, $O_\Omega U$, la Ω potrebbe andare soppressa; tuttavia, meno in qualche caso in cui risulta evidente la non possibilità di confusione, giova tenere quella Ω in rilievo speciale; giacchè la U (pur restando funzione dello stesso numero di variabili) può essere considerata in spazii di numero di dimensioni differenti.

4. Nelle applicazioni dell'analisi grassmanniana alla *Statica* ed alla *Dinamica* degli spazii a curvatura costante (anche *nulla*) si presenta come interessante (*) l'*operazione* che consiste, data una funzione scalare

$$L(t, q_1, q_2, \ldots, q_{s+1}; q'_1, q_2, \ldots, q'_{s+1}) \tag{15}$$

$$q'_i = \frac{dq_i}{dt} \quad (i = 1, 2, \ldots, s+1),$$

nel considerare, in uno spazio di s dimensioni Σ_s, un punto

$$q = q_1 e_1 + q_2 e_2 + \cdots + q_{s+1} e_{s+1}, \tag{16}$$

ed il punto (rappresentativo, *così diremo*, della sua velocità, considerando la variabile t come rappresentatrice del tempo)

$$q' = q'_1 e_1 + q'_2 e_2 + \cdots + q'_{s+1} e_{s+1}; \tag{17}$$

e poi, formati i *gradienti* $G_q L$, $G_{q'} L$ di L rispetto a q, q', nel comporre con essi, la espressione

$$\frac{d}{dt} G_{q'} L - G_q L = \left(\frac{d}{dt} G_{q'} - G_q \right) L. \tag{18}$$

(*) Cfr. nei Rend. dei Lincei, la mia Nota: *Le equazioni generali per la statica etc.*, giugno 1912; nei Rendiconti di Napoli la Nota: *Le equazioni generali* etc. *in caso di vincoli* etc. luglio 1917; negli Annali di Matem. pura ed applicata la Nota suppl.: *Sulle equaz. generali per la dinamica* etc., Serie III. vol. XXII.

Digitized by Google

Supponendo, allora, che L sia la *funzione di* LAGRANGE pel moto di un sistema materiale dipendente dai parametri indipendenti $q_1, q_2, \ldots, q_s$ [la q_{s+1} viene introdotta in (15) per potere scrivere le (16), (17)] la equazione che risulta dal porre eguale a zero la (18), cioè la

$$\frac{d}{dt} G_{q'} L - G_q L = 0 \tag{19}$$

contiene, come mostrai nei lavori testè citati, *tutte le equazioni di* LAGRANGE (2ª forma) *pel moto del sistema*. Ne segue che conviene dare il nome di *lagrangiano di* L alla (18), e di *lagrangiano* senz'altro, rispetto ai parametri q, q', al simbolo $\frac{d}{dt} G_{q'} - G_q$. È a notarsi che, invece di uno spazio Σ_s ad un numero di dimensioni eguale al numero dei parametri q da cui L dipende, può anche prendersi uno spazio S_n ad n dimensioni, per cui essendo $\varrho < n + 1$, si abbia

$$s + 1 \leq \binom{n+1}{\varrho};$$

allora, in vece di un punto q si prenderà una formazione di ordine ϱ (*completa*, o no)

$$q = q_1 E_1 + q_2 E_2 + \ldots + q_{s+1} E_{s+1}$$

secondochè $s + 1$ abbia il 2°, o il 1°, dei due valori suindicati; ed altrettanto si farà pel punto q':

$$q' = q'_1 E_1 + q'_2 E_2 + \ldots + q'_{s+1} E_{s+1}$$

che sarà pure esso una formazione della specie ϱ. Qualunque sia il caso, il fatto consegnato recentemente nell'art. della Dott. Sig.na R. GIORDANO *Proprietà invariantive* etc. (Rend. Acc. Lincei, ottobre, 1917) porta seco che sono invarianti assoluti ortogonali (indipendenti dal sistema ortogonale unitario degli elementi di riferimento) $\frac{d}{dt} G_{q'}, G_q$ e quindi anche (pel moto del *punto, o* della *formazione*, q, che è l'immagine, del moto del sistema materiale, nello spazio ad n dimensioni) della (19) e di tutte le equazioni di LAGRANGE che vi sono contenute. Quando io avrò mostrato di qual fattore vengono ad essere modificati hamiltoniani e gradienti nel passaggio ad un sistema generale di elementi di riferimento, si vedrà che rimane conservato il carattere d'invarianza della (19), e quello delle equazioni

Digitized by Google

che ne conseguono; cosa quest'ultima deduttibile e nota (non però in forma così ovvia e palese) ad altri punti di vista.

5. A notarsi è, intanto, che il carattere d'invarianza del senso testè ricordato appartiene a tutti gli enti introdotti nei n. prec.: *divergenze*, *rotazionali*, *ondeggiamenti*, etc.; e pure alle equazioni di LAGRANGE nel caso di vincoli in termini differenziali non integrabili, nella forma considerata nell'art. citato del 13 luglio 1912 dei Rend. di Napoli.

Digitized by Google

UN CASO DI COSCIENZA

DI FILIPPO MARIA VISCONTI - 1446

Nota del S. C. dott. ETTORE VERGA

(*Adunanza del 17 gennaio 1918*).

La memoria che qui si riassume è destinata a pubblicare, ampiamente illustrandolo, un singolare documento inedito conservato in parte in un codice membranaceo del secolo XV, presso la biblioteca Ambrosiana, segnalatomi, gentilmente, da Mons. Achille Ratti, in parte in un codice cartaceo del secolo XVI, presso l'Archivio storico civico; documento di non dubbia importanza perchè si riferisce ad una delle più interessanti figure di Principi italiani del Rinascimento, a quel misterioso Filippo Maria Visconti a cui non disdirebbe l'epiteto carducciano di « italo Amleto ».

Il 9 maggio del 1446 Filippo Maria scriveva al suo cappellano, Guglielmo da Lampugnano, invitandolo a radunare sei dei più eminenti teologi allora viventi in Milano, da lui stesso nominati, e a sottoporre al loro giudizio alcuni dubbi onde la sua coscienza era turbata.

È possibile, domandava, che un Principe si salvi appresso Iddio dopo aver tanto gravato di prestiti e d'imposte i sudditi, senza riguardi nè pur verso i poveri e le chiese? quando, anche volendo risarcire i danneggiati, è nell'impossibilità di farlo perchè occorrebbero tesori infiniti, o, se lasciasse tale incarico ai suoi successori, essi penserebbero più tosto ai propri interessi che ad esaudire la sua volontà?

Gli uomini chiamati a discutere sì interessante e delicato argomento erano: Antonio da Rho, il Raudense, il famoso teologo ed umanista, il coraggioso polemista che stigmatizzò le sconcezze del Panormita; Alberto da Sartiano, il dotto e santo frate milanese, collega e amico di Bernardino da Siena; Francesco Della Croce, Vicario Arcivescovile e professore di diritto

Digitized by Google

canonico nelle scuole Palatine; il benedettino Arsenio Vallario de Uberiis, il riorganizzatore del monastero di S. Pietro in Gessate dopo gli scandali che avevano indotto Eugenio IV a cacciarne gli Umiliati: l'Abate di S. Celso e frate Gregorio degli Eremitani.

Questi valentuomini, dopo diverse riunioni, presentarono al duca una prima relazione scritta in italiano, in forma facile e piana, come quella che più si addiceva alla cultura di Filippo Maria il quale, a dir de'suoi biografi, masticava male il latino; soggiunsero però che, quando Sua Eccellenza avesse desiderato un *Consilium* in piena regola corredato dalle opportune citazioni di testi sacri e giuridici, ben volontieri lo avrebbero accontentato. E venne anche questo, irto di sigle letterali e numeriche, talora di assai difficile interpretazione, che tuttavia, con un po' di pazienza, sono riuscito a spiegare rintracciando quasi tutti i testi ed i passi con esse richiamati.

Riassumiamo il contenuto del consiglio elucubrato dall'insigne Consesso dei sette teologi.

Esso considera prima, in generale, i casi in cui un Principe può peccare, sia nelle cose temporali, sia nelle ecclesiastiche, esamina quindi la condotta di Filippo Maria rispetto ai medesimi, suggerisce infine i rimedi atti a purgare le colpe commesse.

Quanto alle cose temporali, cagion di peccato sono le nuove imposizioni di dazi e gabelle, le taglie, i sussidi e ogni altro gravame straordinario imposto alle città e alle campagne, aggravando in modo eccessivo gli agricoltori e i poveri; le confische miranti in diversi modi, e talora contro giustizia, a impinguar l'erario; gli arbitrî dei funzionari a danno dei sudditi, sia che il Principe li abbia per negligenza ignorati, sia che, conoscendoli, non li abbia a tempo efficacemente repressi; le rapine, le devastazioni, gli incendi, gli stupri commessi in tempo di guerra dai suoi soldati e generali nei territori nemici, e qualsiasi violenza commessa dai medesimi entro i confini dello Stato.

In materia d'imposte i nostri teologi svolgono il concetto comune a tutti i glossatori del diritto civile e del canonico, che al Principe non sia lecito imporne di nuove, ma debba solo conservare le antiche consacrate dalla consuetudine, salvo il caso d'ineluttabile necessità, come sarebbe, per esempio, la difesa contro invasioni nemiche, e dopo aver ristretto tutte le spese non indispensabili nei limiti consentiti dalla sicurezza dello Stato. La necessità ineluttabile è dunque innanzi tutto la guerra;

Digitized by Google

e qui si inoltrano nella discussione qual sia la guerra giusta e quale la ingiusta secondo i criteri dei teologi e dei canonisti da S. Ambrogio e S. Tommaso in poi. Se la guerra è ingiusta, e questo solo il Principe può giudicare nell'intimo della sua coscienza, giacchè nessuno può conoscere i segreti politici e diplomatici del suo governo, o, pur essendo giusta, è tale da poter essere condotta colle entrate ordinarie, deve restituire il maltolto alle singole persone quando sia in grado di identificarle, se no distribuire tali sostanze « incerte » ai poveri o ai Luoghi Pii.

Lo stesso deve fare per le violenze commesse dai suoi eserciti nel territorio nazionale perchè i cittadini, che pagano le imposte, hanno diritto di esser difesi contro i prepotenti, e per le devastazioni nei territori nemici invasi, non essendo lecito perseguitare i sudditi del nemico quando se ne vivon tranquilli senza frapporre ostacoli alla guerra o tendere insidie all'invasore.

Se la restituzione intera non è possibile, o perchè nessun tesoro basterebbe, o perchè il tentarlo comprometterebbe la sicurezza dello Stato, procuri almeno di condonare gravezze ai suoi sudditi e si dia a fondar ospedali e pie istituzioni.

Nel caso attuale si tratta di un Principe che si è sempre dimostrato clemente, non avaro ma liberale, come dimostrano le sue abbondanti elemosine annuali e le frequenti e cospicue pie fondazioni, tutt'altro che proclive, per sua natura, a gravar d'imposte i sudditi, ma costrettovi da tante guerre energicamente combattute contro avversari arroganti e pericolosi: si tratta di un Principe che evidentemente si trova nell'impossibilità di far un'integra restituzione, non potendo diminuire le spese militari senza mettere a repentaglio il suo Dominio; epperò, per la sua salvazione basterà si penta, freni le spese non necessarie, allevi le gravezze antiche, abolisca le nuove; introduca riforme nelle istituzioni ecclesiatiche e di beneficenza, vigili l'operato dei suoi funzionari; e sopratutto si preoccupi dell'avvenire disponendo fin d'ora le cose in modo che, dopo di lui, lo Stato si trovi in mani salde e sicure.

Quanto alla Chiesa, il Principe può peccare esigendo taglie dagli ecclesiastici, ingerendosi nel conferimento di benefici, facendo pressione nelle nomine ad alte prelature, invadendo insomma le attribuzioni del Pontefice. In tali casi il nostro duca, non potendo far restituzione, ricorra fiducioso al Papa che gli sarà indulgente, memore di molte sue innegabili benemerenze. E quì i teologi ricordano le guerre combattute da

Digitized by Google

Filippo Maria contro i nemici della Chiesa al tempo di Martino V, che fu suo amico personale, e negli ultimi anni dopo il suo orientamento benevolo verso Eugenio IV che prima aveva acerbamente osteggiato. Riprovando le pressioni nella scelta di grandi dignitari della Chiesa, soggiungono, non si vuol dire che il Principe debba disinteressarsene, tutt' altro. Egli può e deve adoperarsi, co' debiti modi, affinchè alle alte cariche, e particolarmente ai Vescovadi, il Papa non promuova persone ch'ei reputi a sè non fide e non convenienti per la sicurezza dello Stato; ha anzi il diritto di pretendere che i dignitari ecclesiastici sian tali nel suo Dominio da potersene servir con piena fiducia e per consigli e per missioni diplomatiche a vantaggio e decoro della Patria.

Come si rileva anche da questi cenni sommari, i sette teologi, adattando abilmente al loro soggetto i passi di tanti testi, hanno messo insieme un vero e proprio trattatello « del Principe » che non rimase ignorato nelle mani di Filippo Maria ma fu senza dubbio divulgato, com'era nel suo stesso interesse, e possiam credere fosse anche di poi letto e meditato dacchè ne troviamo una copia in un codice d'un secolo posteriore all'originale.

Questo passo di Filippo Maria Visconti poteva rispondere a un movente politico in quest'anno 1446, quando, cioè, la fortuna pareva avesse abbandonato il Biscione, quando intorno allo Stato milanese rumoreggiavano gravi minaccie e legittimo poteva essere il timore che ai pericoli esterni s'aggiungesse pur quello di interne sedizioni. Se non che chi ben consideri l'opera di Filippo Maria in tanti anni di travagliato governo troverà che i suoi scrupoli sono esagerati. Innanzi tutto egli fu, per i suoi tempi, un ottimo finanziere: studi recenti lo hanno ampiamente dimostrato. A lui va attribuito il merito non lieve di efficaci riforme nell'estimo, energicamente imposte fin dai primi anni del suo governo, quando, pur essendo salito al potere in condizioni oltremodo difficili, e potrebbesi dir disperate, attuò il proposito di rispristinare il funzionamento degli organi dello Stato e specialmente a frenare gli abusi che si erano infiltrati in tutto il congegno fiscale. Così nel 1416 già usciva un estimo nuovo basato su criteri, rozzi ancora senza dubbio, ma assai più spedito a confronto del primitivo che nella sua macchinosità nascondeva troppi appigli ad arbitri e ad ingiustizie. L'intenzione di sistemar le finanze con criteri d'ugualianza appare anche nelle riforme monetarie e nell'istituzione della tassa cavalli intesa a sgravar le campagne dal peso degli alloggiamenti militari.

Digitized by Google

Non meno bramoso di giustizia che nella distribuzione dei carichi Filippo Maria si dimostrò nell' affrontare il grave e complesso problema delle immunità che ostacolò sempre, senza riguardo a quelle ecclesiastiche, anzi prendendo queste, talora, specialmente di mira. Su questo punto i sette teologi avrebbero potuto dare un giudizio severo giacchè i testi canonici parlavan ben chiaro sulla intangibilità delle esenzioni del clero; ma era a loro ben vicino il ricordo delle difficoltà affrontate e superate dal duca per ricostituire lo Stato mandato in isfacelo dal suo predecesore, e alle sue misure, per quanto estreme, sarebbe stato difficile negare l' impulso d' una ferrea necessità.

I rapporti di Filippo Maria colla Chiesa in materia di benefici, che in questa memoria vengono illustrati per quanto è possibile, data la ben nota scarsità nei nostri archivi di documenti viscontei, giustificano i miti giudizi della commissione dei sette. Egli seppe appianare le divergenze, piuttosto frequenti al tempo dei suoi predecessori, e si mostrò, in genere, sostenitore della legalità. Discreta e circospetta appare anche la sua ingerenza nelle nomine a Vescovadi o ad alte prelature. Qui alle notizie già note, scarse pur troppo, ho potuto aggiungere un manipoletto di documenti inediti tra i quali presentano un particolare interesse due lettere ducali che lumeggiano l'atteggiamento di Filippo Maria nella nomina del titolare alla cattedra principesca vescovile di Trento d'onde, nel 1425, un forte partito voleva cacciare Alessandro di Mazzovia, nominato nel 23 in mezzo a seri contrasti e non ancora investito. A Filippo Maria che, fin dal 21, aveva posto piede sulle soglie del Trentino occupando Riva e altri castelli, non mancavan ragioni per intromettersi in quelle faccende e il suo stesso Consiglio segreto lo spingeva a scegliere e sostenere un candidato fido alla politica Viscontea; ma non ne volle sapere.

Mancò il tempo a Filippo Maria Visconti per attuare, quando pur lo avesse voluto, i consigli dei buoni teologi; non visse più che un anno, e fu un anno pieno di travagli e di angoscie. Ma uno di quei consigli dovette particolarmente preoccuparlo, quello di provvedere a che dopo la sua morte lo Stato passasse in mani salde e sicure. Provvide a ciò realmente? fino a non molti anni or sono, nessuno aveva messo in dubbio l'autenticità dell'istrumento di donazione con cui il 10 novembre del 1446, quando i veneziani vittoriosi eran quasi alle porte di Milano, istituiva suo erede e successore il genero Francesco Sforza; il quale istrumento veniva anzi riconosciuto come testi-

Digitized by Google

monio d'una tarda ma ancor utile resipiscenza del bizzarro duca verso il grande capitano che aveva sì a lungo perseguitato. Ma nel 1876 Daniele Sampietro dichiarava quel documento una falsificazione con argomenti notevoli, non tuttavia sufficienti, a parer mio, per escludere il più prudente, il più logico, il più efficace atto politico che Filippo Maria potesse mai fare in quel momento, e per credere a una mistificazione organizzata, come il Sampietro vorrebbe, dopo il 1450 dallo stesso Sforza col compiacente concorso di insigni giureconsulti e magistrati, allo scopo di coonestare l'usurpazione del Ducato; meschino ripiego del quale non aveva punto bisogno dacchè teneva ben saldo quel potere che doveva poi tanto illustrare col suo genio; e per la conferma imperiale, ad ottener la quale avrebbe pur dovuto servire, valevan più i quattrini che gli istrumenti notarili.

Il documento, che questa memoria è destinata a illustrare e a metter nella debita luce, ha un valore storico ed uno psicologico. Se nel maggio del 1446, quando Filippo Maria chiedeva il consiglio dei sette teologi, il mostrare al suo popolo scrupoli così delicati poteva essergli utile, dacchè gli sdegni esagerati verso Francesco Sforza stavan per tirargli addosso una nuova guerra da Venezia e da Firenze, questo passo non è punto da creder sia stato fatto per buttar la polvere negli occhi. Esso risponde perfettamente all'indole di lui quale ci è descritta dal suo biografo ed amico, P. C. Decembrio, e il nostro documento ha tanto maggior valore in quanto viene a confermare in modo, diremo così, ufficiale il ritratto lasciatoci da quell'egregio umanista.

Filippo Maria Visconti era pur l'uomo superstizioso e bigotto che, se per avventura, a mezzo il pranzo, il maggiordomo avesse, nel servirlo, incespicato, faceva sparecchiare e ricominciar da capo per disperdere il mal augurio; era pur l'uomo che usava ed abusava della preghiera, pregava quando usciva a passeggio, quando montava a cavallo o in carretta, di notte scendeva più volte dal letto, si portava davanti a una finestra, e guardando il cielo, si scopriva il capo e sussurava orazioni. E il Decembrio assicura non essere stata in tutto questo alcuna ombra d'ostentazione.

Nè meno sinceri furono, a parer nostro, i teologi nel loro responso. Nessuno vorrà pensare che la benevolenza dei loro giudizi fosse ispirata dal volgare desiderio di ingraziarsi il Signore, tra l'altre cose, proprio nel momento in cui la sua

Digitized by Google

potenza declinava; ripugna questa ipotesi davanti alle figure d'un Antonio da Rho e di un Alberto da Sartiano. È assai più verosimile che il « Consilium » ci presenti per bocca di persone di alta e indiscussa autorità il giudizio della maggioranza dei sudditi sull'opera dell'ultimo Principe della stirpe viscontea, intenda, in altre parole, rispecchiare anzichè indirizzare la pubblica opinione.

Digitized by Google

SOPRA UNA INTERESSANTE TRASFORMAZIONE DEL GRANITO DEL GIACIMENTO OFIOLITICO DI ZEBEDASSI (APPENNINO PAVESE)

Nota di AMALIA BRUSONI

(Adunanza del 29 novembre 1917)

In una mia recente pubblicazione (1) io ebbi occasione di dare una breve descrizione di una roccia, che, per i motivi che esporrò in seguito, deve essere considerata come un prodotto di alterazione, o meglio di trasformazione di altra roccia di natura granitica.

La roccia fu trovata, come è detto nella citata nota, in blocchi, alcuni dei quali di notevoli dimensioni, sparsi con altri materiali detritici, nel terreno che ricopre il pendio del tratto di collina compreso tra l'affioramento di serpentino vicino a Cà del Tasso e quello sopra Zebedassi, nella valle del Curone. Lo spessore del terreno non deve essere molto grande, poichè, qua e là, emergono dal medesimo spuntoni del sottostante serpentino.

Lavoro eseguito nell' Istituto di Mineralogia della R. Università di Pavia.

(1) AMALIA BRUSONI. *Zebedassite, nuovo silicato idrato di Al. e Mg.* Rend. Ist. Lomb. di Scienze e Lett. Vol. L pg. 646 (1917). Nella riproduzione attualmente in corso di stampa nella Rivista di Min., e Crist. italiana ho adottata per la Zebedassite la formula più semplice:

$H_8\ Al_2\ Mg_5\ Si_6\ O_{24}$ oppure $Al_2\ Mg_5\ Si_6\ O_{20} \cdot n\ H_2O$.

Digitized by Google

Malgrado le ripetute ricerche fatte, non mi riuscì di trovare la roccia in posto, mi è quindi impossibile lo stabilire i suoi rapporti col serpentino. Si direbbe che, specialmente i blocchi grossi, vengano portati alla superficie, o da movimenti del terreno, susseguenti a grandi pioggie, oppure anche dai lavori agricoli, poichè non sempre avviene di riscontrarli. La roccia nella massa e sulle fratture fresche ha color bianco grigiastro, talvolta con plaghe granulari di un color grigio verdastro sporco, è molto tenera, facilmente friabile, ed è costituita essenzialmente da sostanza untuosa al tatto; il suo aspetto ricorda ad un tempo gli aggregati di steatite e quelli di caolino, ma specialmente i primi.

Numerosissime e minute lamelle di color bruno nero, facilmente riconoscibili per biotite alterata, sono sparse nella massa, nella quale si osservano anche lamelle ed aggregati lamellari lucentissimi di un altro minerale bianco od incoloro che fu riconosciuto per muscovite. Si osservano anche granuli e frammenti, talvolta di notevoli dimensioni, di un feldispato bianco o roseo pallidissimo, facilmente determinabile come microclino. Gli esemplari della roccia sono intersecati, in vario senso, da vene e straterelli di qualche millimetro di spessore, riempiti dalle candide fibre a lucentezza sericea della Zebedassite. La roccia, nel complesso, mostra una certa apparenza di scistosità.

L'esame microscopico dimostra, in modo evidente, che la roccia, la quale, per trasformazione ha dato origine a quella in discorso, doveva avere struttura granulare. Per questo motivo, per la presenza del microlino, della biotite, e negli esemplari meno alterati, di probabili avanzi di altri feldispati e forse anche di quarzo, cui si può aggiungere la presenza di granuli e cristalli microscopici di apatite e zircone, credo che non si possa mettere in dubbio che la roccia originaria fosse di natura granitica. Gli esemplari maggiormente alterati, mostrano, al microscopio, che la roccia è per la massima parte costituita da un minerale ordinariamente in lamelle e scagliette con forte birifrangenza. Queste sono come sparse entro una massa di apparenza microcristallina con polarizzazione di aggregato, che, a forte ingrandimento, si mostra pure lamellare e costituita, con ogni probabilità, dalla stessa sostanza delle lamelle. Anche gli aggregati fibrosi della Zebedassite prendono parte, benchè in piccola quantità, alla composizione della roccia.

Negli esemplari meno trasformati si scorgono i rari avanzi

Digitized by Google

dei minerali originari che ho elencati sopra. Il microclino perfettamente integro, deve tuttavia aver subito una decolorazione perchè, negli esemplari granitici che si raccolgono a Zebedassi, questo minerale è costantemente colorato in rosa più o meno intensamente. Un altro feldispato, pure presente, è costantemente alteratissimo, pare però trattarsi di un feldispato della serie sodico-calcica, poichè qua e là si scorgono ancora, quantunque pochissimo distinti, indizi delle lamelle di geminazione secondo la legge dell'albite. Non mi fu possibile determinare questo feldispato nemmeno in via approssimativa. Ho già accennato alla presenza di rarissimi granuli che, con molta probabilità, possono riferirsi al quarzo.

La biotite si mostra alterata, tuttavia, se ne osserva ancora il caratteristico pleocroismo e le lamelle parallele a (001) mostrano a luce convergente un'immagine assiale con angolo degli assi ottici maggiore di quello ordinario delle biotiti dei graniti. La muscovite nelle sezioni sottili è piuttosto rara: che si tratti di muscovite e non di talco, come potrebbe supporsi, data la natura dalla roccia, darò più avanti la dimostrazione. Come accessori ho osservato: l'apatite perfettamente fresca, e bellissimi cristalletti di zircone. Si osservano anche rari grumi di limonite che evidentemente sono prodotto di alterazione di magnetite o di pirite.

Purtroppo circostanze indipendenti dalla mia volontà, mi hanno impedito di eseguire lo studio chimico completo di questa roccia (1), però le poche determinazioni che ho potuto eseguire non sono prive di importanza, come si vedrà più avanti, e quindi le riferisco qui con qualche dettaglio. L'analisi qualitativa mi ha mostrato come i componenti della roccia siano H_2O, SiO_2, Al_2O_3, Fe_2O_3, FeO, CaO, MgO, K_2O, Na_2O, e traccie di Mn.

Ho potuto assicurarmi che il ferro è in buona parte allo stato ferroso, che gli alcali sono in piccola quantità e che K_2O, prevale notevolmente sopra Na_2O. La polvere della roccia, trattata cogli acidi, non da alcuna traccia di effervescenza nemmeno a caldo, viene però quasi totalmente scomposta. Un

(1) Le circostanze a cui accenna l'autrice si riferiscono a particolari condizioni nelle quali l'Istituto di Mineralogia, della R. Università di Pavia, venne a trovarsi nel periodo di tempo nel quale essa avrebbe dovuto completare le sue ricerche. *Prof. Luigi Brugnatelli.*

Digitized by Google

saggio fatto seguendo le indicazioni di Hillebrand (1) lasciò un residuo indisciolto di circa il 4 %. Questo residuo, osservato al microscopio, si dimostrò quasi totalmente costituito da muscovite e da pochi cristalletti di zircone. Mi accertai che si trattava di muscovite e non di talco, esaminando al microscopio il minerale in un liquido con indice di rifrazione compreso tra 1,59 e 1,60. Ora essendo *ng* della muscovite uguale a 1,603 e quello del talco uguale a 1,589 ed avendo mostrato l'osservazione che l'indice di rifrazione corrispondente del minerale era superiore a quello del liquido, rimane assicurato che il minerale è appunto muscovite. Oltre a ciò l'angolo degli assi ottici è troppo grande rispetto a quello del talco.

La roccia presenta, in grado eminente, i fenomeni di disidratazione e di reidratazione descritti per la Zebedassite (loc. cit. pag. 648).

Ritengo superfluo riportare qui tutte le osservazioni da me fatte a questo proposito, dirò soltanto, che ripetute determinazioni hanno dato, fino a 105°, una perdita media di acqua (però tra limiti notevolmente discosti) di 10,1 %. Quest'acqua viene completamente riassorbita lasciando la sostanza nell'ambiente ordinario. A temperatura superiore a 105° la polvere della roccia perde ancora acqua, e la perdita totale fino al rosso vivo è risultata di 9,01 % (media delle due determinazioni 8,93 e 9,9). Nei dati quantitativi, che esporrò più avanti, terrò conto soltanto di quest'ultima percentuale.

La polvere della roccia si colora fortemente col bleu di metilene, proprietà che perde soltanto dopo essere stata completamente disidratata e lungamente mantenuta al rosso vivo, nella quale condizione, perde anche le proprietà riassorbenti per l'acqua. Le determinazioni quantitative che potei eseguire sono le seguenti:

H_2O (sopra 105°)	9,01
SiO_2	47,06
Al_2O_3	9,80
Fe_2O_3	8,09
CaO	0,82
MgO	23,58.

(1) W. H. Hillebrand: *The analysis of silicate and carbonate rocks.* Bull. 306 of the U. S. Geol. Surv. p. 165 (1917).

Digitized by Google

Questi risultati, benchè incompleti, danno un idea molto chiara delle trasformazioni avvenute, ammesso, come pare evidente, che la roccia originaria fosse un granito. I caratteri fondamentali di tali trasformazioni consistono in un elevatissimo grado di idratazione, una forte perdita di silice e di allumina accompagnata da un notevole arricchimento in ferro che, come dissi, in parte è ferroso. Il fatto però più caratteristico è lo straordinario arricchimento in magnesia. Il comportamento dell'acqua e la colorazione coll'azzurro di metilene fanno pensare che alla composizione della roccia prendano parte anche sostanze d'origine colloidale (geli) o che si comportano come tali.

Quanto al carattere mineralogico della trasformazione si rileva come, in base al grado di resistenza, gli elementi essenziali della roccia originaria possano scriversi nel seguente ordine: microclino, biotite, plagioclasio, quarzo, ammettendo però che la muscovite, nella roccia alterata, sia secondaria, poichè, negli esemplari di granito di Zebedassi, che ho potuto esaminare, essa non esiste.

Dall'esame di questa serie di minerali il fatto che a tutta prima sembra il più notevole, è la facile trasformazione del quarzo, lo studio però della bibliografia dimostra come la trasformazione del quarzo in steatite ed in silicati di magnesio sia un fatto relativamente non raro (si veda a questo proposito il Blum (1) il Roth (2) e sopratutto il lavoro di Weinschenk (3)). Considerando gli elementi accessori, il fatto più interessante è la perfetta conservazione dell'apatite, poichè è ben noto, come questo minerale venga facilmente disciolto nei processi pneumatolitici (per esempio in quelli della caolinizzazione) mentre invece resiste maggiormente ai processi di ordinaria alterazione (4). Non occorre che richiami l'attenzione, in

(1) I. R. Blum. *Die Pseudomorphosen des Mineralreichs*. Viertes Nachtrag. pg. 66 Heidelbelberg 1969.

(2) J. Roth: *Allgemeine und chemische Geologie*. Vol. I *g*. 291. Berlin 1879.

(3) E. Weinschenk. *Ueber die Umwandlung des Quarzes in Speckstein*. Zeitschr. f. Kryst und Min. Vol. 14 pag. 305 (1888). A pg. 322 è riassunta la bibliografia intorno all'argomento.

(4) H. Rösler. *Beiträge zur Kenntniss einiger Kaolinlagerstätten*. N. Jahrb. f. Min. Geol. Paleont. Beilageband XV (1902) pg. 380 e 383.

Digitized by Google

modo particolare, sul fatto accennato della presenza di materia colloidale (1) e sulla completa assenza di carbonati.

Giudico di grande interesse il ricordare qui un vecchio lavoro del Lemberg (2). Questo autore studiando i serpentini di Greifendorf e di Waldheim trovò come queste masse siano intersecate da filoni, ordinariamente di debole potenza, di roccie granitiche. Ora, specialmente nel secondo di detti giacimenti, questi graniti, avvicinandosi al contatto col serpentino, vanno trasformandosi in masse essenzialmente steatitose che, come risulta dalla descrizione del Lemberg, sembrano aver perfetta analogia con la roccia che forma oggetto di questa nota.

Il Lemberg non dà particolari dettagli petrografici delle roccie da lui osservate, riferisce però i risultati delle analisi, per parecchi filoni, della roccia inalterata e di diversi stadi di trasformazione fino allo stadio finale all'immediato contatto col serpentino. Io non riporterò qui tutte queste analisi, ma mi limiterò a trascrivere, per tre filoni di Waldheim, quelle che si riferiscono agli stadi di trasformazione, che hanno maggiore analogia col nostro caso nei quali cioè il granito è trasformato in una massa grigiastra o bruniccia o verdastra tenera, facilmente sgretolabile, d'aspetto steatitoso, e nella quale son conservati soltanto la mica ed in parte anche il feldispato potassico, il quale però come si rileva dalle indicazioni del Lemberg, ha in generale subita una decolorazione dal rosso carnicino al biancastro. Le analisi (I) e (II) appartengono allo stesso filone; ad altro filone si riferiscono le (III) e (IV). Le (II) e (IV) rappresentano gli stadi finali di strasformazione dei due filoni con completa scomparsa anche del feldispato potassico. La (V) si riferisce al prodotto di trasformazione di un terzo filone nel quale la trasformazione del feldispato potassico è incompleta. Sotto (VI) sono ripetuti i miei risultati per facilitare i confronti.

---

(1) F. Cornu: *Die heutige Verwitterungslehre im Lichte der Kolloidchemie.* Zeitschr. f. Chemie und Industrie der Kolloide. Spezialheft: Kolloidchemie und Mineralogie pg. 201 (1909).

(2) J. Lemberg: *Ueber die Serpentine von Zöblitz, Greifendorf und Waldheim.* Zeitschr. d. k. geol. Gesellschaft vol. 27 pg. 531; 544, 547 (1875). Alcune analisi sono riportate anche dal Roth (loc. cit. vol. III pg. 224).

Digitized by Google

Ecco le analisi:

	I filone		II filone		III filone	Roccia di Zebedassi
	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)
H_2O	16.30	21.30	12.04	17.22	13.72	9.01
SiO_2	37.86	42.00	46.32	40.00	36 37	47.06
Al_2O_3	12.13	9.28	12.22	9.32	11.98	9.80
Fe_2O_3	8.44	6.72	4.68	5.60	8.15	8.09
CaO	0.98	0.30	0.60	0.85	0.53	0.82
K_2O	—	—	3.10	—	—	(non determinati)
Na_2O	—	—	0.46	—	—	»
MgO	22.67	19.90	19.10	26.14	27.44	23.58.

Malgrado le notevoli differenze nelle percentuali corrispondenti riesce evidente che il carattere della trasformazione è perfettamente analogo nei filoni studiati dal Lemberg e nella roccia di Zebedassi.

Sorge ora spontanea la domanda se possiamo senz'altro applicare le osservazioni del Lemberg per spiegare anche le trasformazioni di cui la nostra roccia è un prodotto. Come ho detto sopra, non mi fu possibile stabilire i rapporti tra la roccia alterata ed il serpentino e non mi è nemmeno possibile affermare l'esistenza di filoni granitici analoghi a quelli osservati dal Lemberg. Tuttavia lo studio delle roccie granitiche della formazione ofiolitica dell'Appennino Pavese mi ha condotta ad ammettere che, almeno in parte, queste rocce abbiano carattere filoniano, talvolta messo in evidenza da una facies nettamente pegmatitica.

Appunto carattere filoniano presentano gli esemplari granitici raccolti a Zebedassi. Qui il feldispato potassico è microclino di color roseo o rosso, il quale, oltre a trovarsi nella pasta, costituisce anche grandi interclusi. Sono presenti, inoltre, feldispati sodico-calcici e più precisamente: negli esemplari a grana uniforme, senza interclusi, termini estremamente vicini all'albite; in quelli invece a facies porfirica con tendenza alla pegmatitica si hanno termini a composizione variabile, talvolta tra loro in associazione regolare (secondo (010)) e compresi tra le miscele $Ab_{93}\ An_{37}$ e l'albite con predominio di miscele prossime ad $Ab_{70}\ An_{30}$. L'albite forma di frequente un bordo di contatto tra i termini sodico-calcici ed il microclino, ed in tal caso si osservano splendidi accrescimenti mirmechitici penetranti, con le forme ben note per tali accrescimenti, nel microclino stesso.

Digitized by Google

La mica, abbondantissima, è biotite. Quarzo, apatite, zircone, titanite, epidoto, ortite, magnetite e qua e là poca pirite sono gli altri elementi comuni a queste rocce raccolte a Zebedassi.

Non deve però essere taciuto che questi esemplari, raccolti sulla collina di Cà del Tasso e nel Rio della Serena, potrebbero non appartenere direttamente al giacimento ofiolitico di Zebedassi, ma provenire dal conglomerato oligocenico di Pozzolo del Groppo, che sovrasta al giacimento stesso. Sono però perfettamente analoghi alle rocce granitiche di altre località dello Appennino Pavese, come Pregola, Casone, S. Margherita di Bobbio, ecc. Non sembra dunque da escludersi, nella formazione ofiolitica pavese, la possibile esistenza di rocce granitiche filoniane. Un esempio sicuro è riportato dal Traverso (1) per Cariseto in val dell'Aveto. Egli dice infatti: « Il castello di Cariseto poggia su un massiccio di eufotide serrato tra la serpentina e a sua volta attraversato da una massa filoniana di granito ». In un altro punto riferisce: « Tra le due creste di eufotide che costituiscono lo sperone su cui si eleva il castello è compreso tra salbande verticali un dicco di granito ». E più avanti riporta la seguente osservazione per noi importantissima: « La roccia più è presa verso la salbanda del dicco e più è alterata per caolinizzazione con aspetto terroso e tatto sgranato ».

Ho studiato anch'io numerosi esemplari di Cariseto, nessuno però corrisponde alla roccia granitica di cui parla il Traverso e descritta nel suo lavoro. Le roccie da me esaminate, sono tutte caratterizzate per la frantumazione e triturazione degli elementi tanto da far pensare che dette rocce siano state come fracassate a guisa di miloniti. Per la natura degli elementi si distinguono: in lherzoliti, noriti, gabbri e graniti.

L'analogia chimica tra la roccia da me studiata ed i prodotti di trasformazione dei graniti analizzati dal Lemberg, le osservazioni del Traverso, cui possono aggiungersi le mie ricerche petrografiche riferite sopra, costituiscono forti argomenti in favore dell'ipotesi che la nostra roccia sia il prodotto di un processo di trasformazione analogo a quello dei filoni Waldheim, che il Lemberg attribuisce a fenomeni idrotermali dovuti ad acque ricche in carbonati basici di magnesio (Loc. cit. pag. 549). Tuttavia non avendo osservato, come dissi, nè

(1) Stefano Traverso. Le rocce della valle di Trebbia, ecc. Atti Soc. ligustica. Scienze Nat. e Geogr. Anno VII pg. 18, 31, 32.

Digitized by Google

la roccia, nè il granito in posto e mancandomi così gli unici elementi sicuri di giudizio, io lascierò, almeno per ora, la questione non risolta, non senza però osservare come anche la lunga permanenza dei blocchi nel terreno coltivato, sia pure arido e brullo come quello nel quale gli esemplari studiati furono trovati, possa aver avuto qualche influenza nella trasformazione ed una prova di ciò dovrebbe esser data, secondo le moderne teorie dell'alterazione chimica delle rocce, (vedi il sopra citato lavoro del Cornu) dalla presenza di prodotti colloidali.

Pavia. Istituto di Mineralogia della R. Università.

Digitized by Google

DEFORMAZIONI LONGITUDINALI E TRASVERSALI DI UN CORPO ELASTICO OMOGENEO ED ISOTROPO

Nota I^a di Rocco Serini

(*Adunanza del 17 gennaio 1918*)

È ben noto che si chiamano longitudinali le deformazioni che avvengono senza rotazione, trasversali quelle senza dilatazione. Ora può essere utile conoscere per un corpo elastico, supposto omogeneo ed isotropo, quali sono le condizioni al contorno che determinano deformazioni dei tipi suddetti.

Nella presente prima nota dopo d'aver stabilite alcune condizioni generali risolvo il problema delle deformazioni longitudinali pel suolo elastico.

Il metodo ch'io seguo è quello di partire dalle equazioni vettoriali dell'equilibrio elastico e di esprimerle in quel sistema di coordinate che meglio corrisponde al problema. È chiaro che converrà scegliere un sistema triplo ortogonale, a una famiglia del quale appartenga la superficie che limita il corpo in esame.

Nel problema del suolo prenderemo quindi coordinate cartesiane col piano $z = 0$ coincidente col suolo: nel problema della sfera invece coordinate polari col centro nel centro della sfera.

Il passaggio dalle equazioni vettoriali alle coordinate curvilinee lo ottengo in modo semplice coi metodi del Calcolo Differenziale assoluto che va dimostrandosi sempre più valido strumento di calcolo.

Preliminari.

§ 1. *Equazioni dell'equilibrio elastico.* Le equazioni dell'equilibrio elastico, pei corpi omogenei ed isotropi, prendono la forma comprensiva seguente colle notazioni vettoriali:

$$(1) \qquad (\Omega^2 - \omega^2) \operatorname{grad} \operatorname{div} \boldsymbol{s} + \omega^2 \Delta' \boldsymbol{s} = 0;$$

a questa va aggiunta l'equazione ai limiti

$$(2) \qquad \boldsymbol{F}_\sigma + (\Omega^2 - 2\omega^2) \operatorname{div} \boldsymbol{s} . \boldsymbol{n} + 2\omega^2 \frac{d\boldsymbol{s}}{dP} \boldsymbol{n} + \frac{1}{2} \operatorname{rot} \boldsymbol{s} \wedge \boldsymbol{n} = 0 ,$$

Digitized by Google

dove $\boldsymbol{s}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{F}_n$ rappresentano rispettivamente lo spostamento del punto, il vettore unitario che definisce la normale interna alla superficie, e la forza unitaria superficiale (*). Ω^2, ω^2 sono le due note costanti elastiche legate in modo semplice, come si sa, alle velocità delle onde piane longitudinali e trasversali; la densità del corpo è supposta l'unità, come si sono supposte nulle le forze di massa il che è sempre possibile ottenere con una semplice trasformazione.

§ 2. *Deformazioni longitudinali.* Le deformazioni longitudinali sono caratterizzate cinematicamente dal fatto che

$$\text{rot } \boldsymbol{s} = 0 . \tag{3}$$

Ma ricordando che

$$\Delta^2 \boldsymbol{s} = \text{grad div } \boldsymbol{s} - \text{rot rot } \boldsymbol{s}$$

avremo dalle (1), (3),

$$\Omega^2 \text{ grad div } \boldsymbol{s} = 0$$

e quindi perchè $\Omega^2 > 0$

$$\text{div } \boldsymbol{s} = c \text{ (costante)}. \tag{4}$$

Ricordando che

$$\text{div grad } f = \Delta^2 f$$

e che la (3) esprime che

$$\boldsymbol{s} = \text{grad } f \tag{I}$$

ricaveremo dalla (4)

$$\Delta^2 f = c . \tag{I'}$$

Le condizioni al contorno si compendiano nella relazione, dedotta dalla (2) pel nostro caso

$$\boldsymbol{F}_n + (\Omega^2 - 2\omega^2) c \boldsymbol{n} + 2\omega^2 \frac{d \boldsymbol{s}}{d P} \boldsymbol{n} = 0 . \tag{I''}$$

Il valore della costante c si può trovare immediatamente. Se lo spostamento $\boldsymbol{s}$ è dato in superficie allora

$$-\int_\sigma \boldsymbol{s} \times \boldsymbol{n} \, d\sigma \tag{5}$$

essendo $d\sigma$ l'elemento d'area, darà la dilatazione totale del corpo. Se invece è data in superficie $\boldsymbol{F}_n$, la dilatazione totale del corpo è espressa da (**)

(*) Vedi p. e. BURGATTI. *Lezioni di Meccanica Razionale.* Bologna, Zanichelli, pp. 429-430.

(**) Si deduce facilmente dal teorema di Betti. Vedi p. e. MARCOLONGO. *Teoria dell'equilibrio dei corpi elastici.* Milano. Hoepli pag. 201.

Digitized by Google

$$(6) \qquad -\frac{1}{3\,Q^2 - 4\,\omega^2}\int_\sigma \boldsymbol{F}_\sigma \times (M - O)\,d\sigma$$

dove M è il punto dell'elemento $d\sigma$, O un punto qualsiasi Nei rispettivi casi il quoziente dei valori (5), (6) pel volume S del corpo darà il coefficiente di dilatazione c che abbiamo visto per la (4) essere costante.

§ 3. *Deformazioni trasversali.* Se la deformazione deve essere trasversale, avremo in primo luogo la condizione puramente cinematica

$$(II) \qquad \operatorname{div} \boldsymbol{s} = 0\,.$$

Tenendo conto di questo fatto nella (1) quando si ricordi d'altra parte l'espressione di $\Delta'\,\boldsymbol{s}$ si ottiene

$$(II') \qquad \operatorname{rot}\operatorname{rot}\boldsymbol{s} = 0\,,$$

colla condizione al limiti

$$(II'') \qquad \boldsymbol{F}_\sigma + 2\,\omega^2\frac{d\,\boldsymbol{s}}{d\,P}\,\boldsymbol{n} + \frac{1}{2}\operatorname{rot}\boldsymbol{s}\wedge\boldsymbol{n} = 0\,.$$

Si possono dare immediatamente due condizioni necessarie perchè la deformazione sia trasfersale. Dovrà infatti essere nulla la dilatazione totale e quindi, a seconda che in superficie sia dato lo spostamento o la pressione si avrà necessariamente ricordando le (5), (6)

$$(7) \qquad \int \boldsymbol{s}\times\boldsymbol{n}\,d\sigma = 0 \quad , \quad \int \boldsymbol{F}_\sigma \times (M - O)\,d\sigma = 0\,.$$

Problema del suolo.

§ 4. *Deformazioni longitudinali.* Il sistema di coordinate di cui faremo uso è l'ordinario cartesiano prendendo per piano $z = 0$ il piano del suolo che occupi lo spazio $z > 0$. Detto $\boldsymbol{s}$ lo spostamento, S_x, S_y, S_z, le sue tre componenti secondo gli assi avremo, come è noto, dalla (I),

$$(8) \qquad S_x = \frac{\partial f}{\partial x}\,,\ S_y = \frac{\partial f}{\partial y}\,,\ S_z = \frac{\partial f}{\partial z}$$

dove per la (I')

$$\Delta^2 f = c\,.$$

Ora dico che c deve essere zero. Consideriamo infatti la semisfera di centro O (origine delle coordinate) e raggio R per cui $z > 0$, ed applichiamo in essa il teorema della divergenza

$$\int_S \operatorname{div}\boldsymbol{s}\,dS = -\int_\Sigma \boldsymbol{s}\times\boldsymbol{n}\,d\Sigma\,,$$

Digitized by Google

dove Σ rappresenta la superficie della semisfera e del cerchio che la limita.

Per la (4) otteniamo di qui,

$$c\,S = -\int_{\bar{\sigma}} S_{z_1}\, d\,\bar{\sigma} - \int_{\sigma_1} \boldsymbol{s} \times \boldsymbol{n}\, d\,\sigma_1 \tag{9}$$

essendo $\bar{\sigma}$ la parte $z = 0$ di Σ e S_{z_1} la componente secondo z dello spostamento in superficie, e σ_1 la semisfera. Facciamo ora aumentare indifinitamente R. Il primo membro di (9) essendo

$$S = \frac{2}{3}\,\pi\,R^3$$

cresce come il cubo di R, mentre il secondo membro è certamente minore di

$$A\,R^2$$

essendo A un numero finito. Ne risulta che deve essere $c = 0$ e quindi

$$\Delta^2 f = 0\,. \tag{8'}$$

Le (8), (8') danno così la più generale deformazione longitudinale del suolo.

La (8') fa vedere che pel suolo una deformazione longitudinale è necessariamente anche trasversale senza che ciò implichi però l'inversa.

Se si osserva che nella (9) il secondo termine del secondo membro si annulla per $R = \infty$, ne viene che deve essere

$$\int_{\sigma} S_{z_1}\, d\,\sigma = 0\,, \tag{10}$$

essendo σ l'intero piano (*).

Indichiamo ora con S_{x_1}, S_{y_1}, le componenti secondo x, y dello spostamento in un punto di σ, le cui coordinate siano $(x_1, y_1, 0)$. Dovremo avere giusta la (8)

$$S_{x_1} = \frac{\partial f(x_1, y_1, 0)}{\partial x_1}\,,\quad S_{y_1} = \frac{\partial f(x_1, y_1, 0)}{\partial y_1}\,, \tag{11}$$

e perciò

$$\frac{\partial S_{x_1}}{\partial y_1} = \frac{\partial S_{y_1}}{\partial x_1}\,. \tag{12}$$

(*) Naturalmente va supposto che tale $\int_{\sigma}$ abbia senso.

Digitized by Google

Supposto che le funzioni date S_{x_1}, S_{y_1} soddisfino a queste condizioni potremo ricavare con quadrature la funzione

$$f(x_1, y_1, 0),$$

(a meno d'una costante), cioè il valore della funzione

$$f(x, y, z),$$

in superficie, funzione che essendo armonica rimane così determinata. Ed avremo precisamente per una nota formola

$$f = -\frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial z}\int_\sigma \frac{f(x_1, y_1, 0)}{r}\, d\sigma, \tag{13}$$

essendo r la distanza del punto (x, y, z) $(z > 0)$ dal punto $(x_1\ y_1\ 0)$ di σ.

La deformazione è determinata. Ne viene che dovrà essere

$$S_{z_1} = \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{z=0}, \tag{14}$$

e il problema è risolto quando si sappia calcolare il secondo membro della (14).

Consideriamo dapprima il caso particolare che la funzione $f(x_1, y_1, 0)$ sia armonica. Allora la funzione $f(x, y, 0)$ è armonica e in superficie prende precisamente il valore

$$f(x_1, y_1, 0).$$

Essa è indipendente da z e quindi $S_z = 0$.

Ma la condizione (12) e la

$$\Delta^2 f(x_1, y_1, 0) = 0$$

esprimono *che* $S_{x_1} + i\, S_{y_1}$ *è funzione della variabile complessa* $x_1 + i\, y_1$.

Perciò verificandosi questo caso le condizioni al contorno S_{x_1}, S_{y_1}, $S_{z_1} = 0$ determinano una deformazione longitudinale (e, per quanto s'è visto, anche trasversale) del suolo elastico.

Per completare la trattazione del caso generale dobbiamo calcolare il secondo membro della (14). Da (13) abbiamo per $z > 0$,

$$\frac{\partial f}{\partial z} = -\frac{1}{2\pi}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\int_\sigma \frac{f}{r}\, d\sigma = -\frac{1}{2\pi}\int_\sigma f\,\frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial z^2}\, d\sigma.$$

Digitized by Google

Ma ricordando che

$$\Delta^2 \frac{1}{r} = 0 ,$$

avremo

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2\pi} \int_\sigma f \left(\frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial y^2} \right) d\sigma .$$

D'altra parte possiamo far comparire derivate rispetto alle variabili x_1, y_1 di integrazione ricordando che

$$\frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial x_1^2} , \quad \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial y_1^2}$$

e quindi

$$(15) \qquad \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2\pi} \int_\sigma f(x_1, y_1, 0) \left(\frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial y_1^2} \right) d\sigma .$$

Nella (15) si può fare $z = 0$ ottenendosi così il valore cercato.

Possiamo dare alla (15) una forma un po' diversa che metterà in evidenza il risultato particolare già ottenuto precedentemente. Integrando per parti (*)

$$\int_\sigma f \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial x_1^2} d\sigma = - \int_\sigma \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y_1} d\sigma ,$$

quando si osservi che all'infinito f e $\frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial x^2}$ si annullano in modo che il loro prodotto è infinitesimo d'ordine > 1.

Integrando nuovamente per parti si ottiene

$$\int_\sigma f \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial x_1^2} d\sigma = \int_\sigma \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} \frac{1}{r} d\sigma .$$

e quindi

$$(15') \qquad \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2\pi} \int_\sigma \frac{\Delta^2 f(x_1, y_1, 0)}{r} d\sigma ,$$

(*) Vedi MORANDI, *Sopra alcuni problemi di statica elastica*, Annali di Matematica. Anno 1903. — § 1.

Digitized by Google

dalla quale si ottiene il risultato noto nel caso che

$$\Delta^2 f(x_1, y_1, 0) = 0 .$$

Supponiamo data in superficie $\boldsymbol{F}_\sigma$, mediante le sue componenti F_{x_1}, F_{y_1}, F_{z_1}, soddisfacenti alle condizioni di equilibrio

$$\int_\sigma F_{x_1}\, d\sigma = \int_\sigma F_{y_1}\, d\sigma = \int_\sigma F_{z_1}\, d\sigma = 0 . \tag{16}$$

Giusta le (I'') e le (8) dovremo avere

$$\left.\begin{aligned} F_{x_1} &= -2\omega^2 \left(\frac{d S_x}{d z}\right)_{z=0} = -2\omega^2 \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{z=0} , \\ F_{y_1} &= -2\omega^2 \left(\frac{d S_y}{d z}\right)_{z=0} = \quad 2\omega^2 \frac{\partial}{\partial y_1}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{z=0} ; \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

deve quindi essere

$$\frac{\partial F_{x_1}}{\partial y_1} = \frac{\partial F_{y_1}}{\partial x_1} . \tag{18}$$

Supposto che le F_{x_1}, F_{y_1} date soddisfaciano a questa condizione potremo con quadrature dalle (17) ricavare

$$\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{z=0} ,$$

cioè la derivata normale della funzione f che, essendo armonica [(8')] rimarrà in tal modo determinata, avendosi precisamente

$$f = -\frac{1}{2\pi}\int \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{z=0} \frac{d\sigma}{r} . \tag{19}$$

Ricordiamo ora che deve essere per la (I'')

$$F_{z_1} = -2\omega^2 \left(\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\right)_{z=0} \tag{17'}$$

ma per $z > 0$ ricaviamo dalla (19)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = -\frac{1}{2\pi}\int h \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial z^2}\, d\sigma$$

avendosi posto per brevità

$$h = \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{z=0} . \tag{20}$$

Ripetendo il precedente ragionamento troviamo

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{2\pi}\int \frac{\Delta^2 h}{r}\, d\sigma \tag{19'}$$

Digitized by Google

se

$$\Delta^2 h = 0 , \tag{21}$$

otteniamo

$$F_{z_1} = 0 . \tag{22}$$

Ne concludiamo che *se* $F_{x_1} + i F_{y_1}$ *è funzione della variabile complessa* $x_1 + i y_1$ *le forze in superficie* F_{x_1}, F_{y_1}, $F_{z_1} = 0$ *danno una deformazione longitudinale.* Nel caso più generale bisognerà vedere se la (17') è soddisfatta ricavando il secondo membro della (19') col porvi $z = 0$.

Si possono trattare molto semplicemente anche i casi misti. Supponiamo in primo luogo che sieno dati

$$S_{x_1} , \; S_{y_1} , \; F_{z_1} .$$

Le prime due dovranno soddisfare alle (12): se ciò accade la deformazione sarà determinata dalla (13). Rimarrà da vedere se è soddisfatta la (17'). Ma si osservi che dalla (8') si ricava per $z = 0$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = -\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y_1^2}\right) = -\left(\frac{\partial S_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial S_{y_1}}{\partial y_1}\right)$$

e perciò dalla (17')

$$F_{z_1} = 2\omega^2 \left(\frac{\partial S_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial S_{y_1}}{\partial y_1}\right) . \tag{23}$$

Supposti dati

$$F_{x_1} , \; F_{y_1} , \; S_{z_1}$$

i primi due valori dovranno soddisfare alla (18) e inoltre in tal caso bisognerà che sia

$$\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{z=0} = S_{z_1} .$$

Digitized by Google

Adunanza del 31 Gennaio 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. P. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Buzzati, Colombo, Del Giudice, Fantoli, Franchi, Gobbi, Gorini, Guarnerio, Jorini, Jung, Körner, Mangiagalli, Menozzi, Murani, Paladini, Sabbadini, Salvioni C., Scherillo, Supino C., Taramelli T., Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Barassi, Bellezza, Bordoni-Uffreduzi, Brizi, Cisotti, Coletti, Giordano, Jona, Patroni, Rocca, Zuretti.

Giustificano la loro assenza per motivi di salute, i MM. EE. Celoria, Cerutti, Forlanini, Lattes E., e per ragioni d'ufficio, Pascal C.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Murani, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto: che sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche.

Meddelelser det kgl. Danske Videnskabernes Selskab (Historisk filologische; Filosofiske; Mathematisk-fysiske; Biologiske). Vol. 1... Copenaghen, 1917...

L'omaggio della dottrina e della cultura italiana alla memoria di Igino Petrone, per l'inaugurazione del suo monumento in Limosano (21 ottobre 1917). Campobasso, 1917.

Sacerdoti A. Sul recente progetto di legge approvato dal Senato del Regno per modificazioni dell'art. 941 Cod. di proc. civ. Milano, 1917.

E, per la Classe di scienze matematiche e naturali:

Colombo G. Sunto delle lezioni di merceologia e tecnologia dei bozzoli e della seta. Milano, 1917.

Si passa alle letture.

Digitized by Google

Il M. E. prof. Torquato Taramelli discorre « *Sul modo di rappresentare il paesaggio geologico* ».

Il M. E. prof. Luigi Berzolari aveva annunziato una nota: « *Le configurazioni* $(10_6, 15_4)$ *di punti e piani* », *II.* Non essendo potuto intervenire all'adunanza, legge un breve sunto della nota il segretario, M. E. prof. Zuccante.

Anche un breve sunto della sua nota: « *Intorno alle formazioni endocellulari del connettivo dei crostacei* » ha inviato la S. C. prof. Rina Monti, assente: che pure vien letto dal segretario M. E. prof. Zuccante.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata.

Dietro invito del presidente, il segretario, M. E. prof. Murani, dà comunicazione della lettera, che conformemente a una deliberazione della precedente adunanza, è stata scritta dalla Presidenza al M. E. Alessandro Luzio, direttore dell'Archivio di Mantova, a proposito degli arazzi così detti di Raffaello che l'Austria asportò, spogliandone il Palazzo Ducale dei Gonzaga; e dà comunicazione, insieme della lettera che, in risposta, il Luzio inviava alla Presidenza. Dopo di ciò il presidente richiama la discussione avvenuta nella precedente adunanza intorno alla convenienza che la questione degli arazzi raffaelleschi sottratti dall'Austria, insieme all'altra dei documenti dell'Archivio di Mantova, pur dall'Austria sottratti, di cui ha discorso in una sua Memoria pubblicata nei nostri Atti, il M. E. Luzio, sia dall'Istituto fatta presente al Governo, perchè non sia trascurata quando si tratterà, nel futuro trattato di pace, degli oggetti d'arte da restituire; e propone, tenuto conto di quanto il Luzio comunica ora nella sua lettera circa affidamenti dati dal Governo che a tempo debito si sarebbe occupato della questione, che appunto a tempo debito, quando paia prossimo il trattato di pace, l'Istituto faccia pratiche e insistenze presso il Governo perchè all'Italia sia restituito quanto le spetta e le fu indegnamente sottratto. E così rimane stabilito, secondo la proposta del presidente.

Si procede quindi alla nomina della Commissione giudicatrice del concorso Kramer, scaduto il 31 dicembre 1917. Su proposta della Presidenza, sono eletti i MM. EE. Colombo, Murani, Paladini, Jorini, Fantoli e il S. C. Giordano.

Anche su proposta della Presidenza sono riconfermati censori per l'anno 1918, i MM. EE. Jung e Gobbi.

Il M. E. prof. Camillo Supino fa osservare che nell'ultimo Annuario dell'Istituto (*Elenco dei Membri e dei Soci*) il prof.

Digitized by Google

Max Abraham apparisce come socio corrispondente nazionale, mentre, poichè non ha nazionalità italiana, dovrebbe comparire fra i soci stranieri. Si riconosce infatti l'errore; e viene stabilito che nel prossimo Annuario, il prof. Abraham comparirà appunto fra i soci stranieri.

Si procede in ultimo, poichè per altra via non è stato possibile venir a capo del nome, all'apertura della scheda portante il nome dell'autore intitolato: *Breviario spirituale*, distinto col motto: *vita somnium breve*, al quale nel concorso Ciani fu assegnato un premio d'incoraggiamento di L. 2500. Autore del lavoro risulta il prof. Costantino Piasio direttore del Collegio convitto di Moncalvo.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.30.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
G. ZUCCANTE

Digitized by Google

Adunanza del 7 Febbraio 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. P. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Buzzati, Del Giudice, Fantoli, Franchi, Gabba B., Gobbi, Gorini, Guarnerio, Jung, Murani, Paladini, Sabbadini. Salvioni C., Scherillo, Supino C., Villa, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Barassi, Bordoni-Uffreduzi, Cisotti, De Marchi M., Patroni, Zuretti.

Giustificano la loro assenza per motivi di salute i MM. EE.: Forlanini, Lattes, Celoria; per ragioni d'ufficio il M. E. Menozzi; per gravissima sventura famigliare il M. E. C. Pascal.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Il presidente invita il segretario M. E. prof. Zuccante a leggere il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Monographs (University of Jowa). Studies in medicine. Vol. 1, N. 10.., 1917.

Pirotta L. Il Parco Nazionale dell'Abruzzo. Roma, 1917.

Rice Institute (Book of the opening of the) Vol. 1-3. Houston, Texas, 1917.

Il presidente con commossa parola annuncia che i colleghi Ernesto e Carlo Pascal sono stati colpiti da una irreparabile sventura: il figlio di Ernesto, Alberto Pascal, ufficiale aviatore alla fronte è caduto gloriosamente in difesa della Patria. L'Istituto partecipa vivamente al dolore di questi egregi Colleghi, ai quali invierà sentite condoglianze. Fanno eco alle nobili parole del presidente i MM. EE. Sabbadini e Vivanti: questi esprime il dolore della Sezione di scienze matematiche per la

Digitized by Google

perdita di un giovane che, sotto la sicura guida paterna, coltivava con molto onore tale disciplina, e faceva tanto bene sperare di sè specialmente nel ramo della storia delle matematiche.

Dopo di che il M. E. prof. Guarnerio, presentando l'omaggio dell'Anuari de l'Institut d'Estudis Catalans, così si esprime:

« Non solo il grato ricordo degli amici di Barcellona, non solo il prezioso contributo agli studi comuni nè la splendida veste tipografica che lo adorna, mi muovono ad aggiungere alcune parole alla semplice presentazione del volume V dell'*Anuari* che l'*Institut d'Estudis Catalans* ci ha testè inviato. Un altro sentimento mi muove, che prende valore e significato dal momento storico che attraversiamo. Nel rinnovellarsi e rinfrancarsi delle coscienze nazionali, che è il lievito potente della terribile lotta attuale, dobbiamo seguire con plauso l'opera dell'*Institut d'Estudis Catalans*, che è sorto col preciso intento di rivendicare l'indipendenza della stirpe catalana, che fu nel medioevo dominatrice del Mediterraneo e fin nell'Egeo ed è ora la forza e la ricchezza della Spagna ».

« Dotato di larghi mezzi, animato dal più fervido patriottismo non meno che dal più severo culto della scienza, codesto poderoso Istituto ha ben compreso che la stirpe catalana per risorgere a dignità di nazione indipendente per quanto confederata alla sorella castigliana, non doveva soltanto coltivare e rinfrescare la lingua della vita quotidiana, ma bisognava che la innalzasse a strumento di coltura, atta alla manifestazione del pensiero in ogni ramo dello scibile; bisognava insomma che elevasse la lingua familiare a letteratura universale, perchè ogni gente riconosce nella sua letteratura il più certo segno della sua individualità ».

« Questa la meta a cui volse l'opera assidua e costante l'*Institut* di Barcellona e ne sono prova i volumi dell'*Anuari* e la collana di pubblicazioni, distribuite in varie sezioni, che tutte ci sono state inviate. In quella storico-archeologica sono usciti: *Documents per l'Istoria de la Cultura catalana Mig-eval* per cura di A. Rubió i Lluch uno dei più valorosi apostoli della resurrezione catalana; — *Les Monedes Catalanes*, studio e descrizione delle monete carolingie, comitali, reali e locali proprie della Catalogna per Gioachimo Botet i Sisò; *Les pintures Murals Catalanes* in fascicoli monografici e ricche illustrazioni in tricromia; — *L'arquitectura Romanica a Catalunya* per J. Puig i Cadafalch, A. de Falgvera i J. Goday, oltre *Les Obres* d'Avzias

Digitized by Google

MARCH, edizione critica per AMEDEU PAGÈS. Non mi dilungo sulle altre pubblicazioni, di cui un elenco è alla fine dell'*Anuari*. Di questo sono usciti cinque grossi volumi, riccamente impressi e illustrati; I vol. pel 1907, II pel 1903, III pel 1909-10, IV pel 1911-12 e V pel 1913-14, diviso in due parti, che è quello che qui presento. Una cronaca dà particolareggiata notizia dell'attività dell'Istituto nel biennio e in ciascuna delle sezioni: letteraria, giuridica, storica, archeologica. Delle monografie pubblicate mi limito a ricordare alcune: la *Bibliografia dels antics poetes catalans* per I. MASSÓ TORRENTS, che è una minuta e diligentissima raccolta di tutti i materiali bibliografici intorno ai poeti catalani e rimarrà fondamentale nel loro studio; *La Grecia Catalana des de la mort de Roger de Lluria fins a la de Frededic III de Sicilia,* (1370-1377) per A. RUBIÓ I LLUCH, col quale il dotto critico continua la serie dei lavori intorni alla penetrazione catalana in Grecia, o come egli la chiama « la Grecia catalana », la cui rivelazione è una delle maggiori sorprese dei moderni studi storici ».

« Non va taciuto che all'*Institut* fu aperta la via dall'opera efficace e feconda del *Bolletì del Diccionari de la llengua catalana* edito e redatto da Monsign. ANT. M. ALCOVER Vicario capitolare di Majorca, altro dei fervidi apostoli della risurrezione catalana. »

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Ludovico Barassi legge la sua nota « *Verso la rinascenza dell'idealismo giuridico* ».

La S. C. prof. Rina Monti presenta per l'inserzione nei Rendiconti la sua 2ª nota « *Intorno alle formazioni endocellulari del connettivo dei crostacei* ».

In assenza del prof. Filippo Sibirani, il prof. Vivanti riassume brevemente la nota « *Sulla estrazione della radice funzionale* n-*esima di una data funzione* ».

Terminate le letture, l'Istituto passa alla trattazione degli affari. V'ha un solo oggetto all'ordine del giorno, ossia la nonima dei Conservatori della biblioteca per il triennio 1918-20. L'Istituto, dietro proposta del presidente, conferma in tale ufficio i membri scaduti, e cioè i proff. Jorini e Taramelli T. per la Classe di Scienze, i proff. Gobbi e Salvioni C. per la Classe di Lettere.

L'adunanza è sciolta alle ore 14,45.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
O. MURANI

Digitized by Google

Adunanza del 21 Febbraio 1918

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Buzzati, Del Giudice, Fantoli, Franchi, Gabba B., Gobbi, Gorini, Jorini, Menozzi, Murani, Oberziner, Paladini. Sabbadini, Scherillo, Supino C., Tansini, Taramelli T., Villa, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Bellezza, Cisotti, De Marchi M., Verga.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Celoria, Forlanini, Lattes E., Ceruti, e, per ragioni d'ufficio, il M. E. C. Pascal.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Il presidente invita il segretario, M. E. prof. Murani, a leggere il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

Dalla Giacoma F. Precursori della Croce Rossa, Torino, 1916.

Donati G. La morale, Forlì, 1918.

Gallavresi G. e V. Sallier de La Tour. Le maréchal Sallier de La Tour. Mémoires et lettres. Première partie. Torino, 1917.

Giulini A. Milano e i suoi dintorni, nel diario di una dama romana del settecento. Milano, 1917.

Dal Console generale del Belgio a Milano:

L'armée allemande à Louvain en août 1914 et le Livre Blanc allemand du 10 mai 1915. Deux Mémoires publiés par les soins du Gouvernement Belge. Port Villez, 1917.

Le travail forcé des ouvriers belges en Allemagne. Le Havre, 1917.

Marsily W. Les chefs d'État-Major de l'armée belge et le respect de la neutralité. Lausanne, 1917.

Passelecq I. Le testament politique du général von Bissing avec notes critiques et un commentaire. Paris, 1917.

Digitized by Google

E, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

CARRARA G. In memoria di Luigi Gabba. Milano, 1918.

MURANI O. Telegrafia senza fili. III edizione del Manuale Hoepli: «*Onde hertziane e telegrafia senza fili*». Milano, 1918.

RONCHETTI V. Contributo allo studio dell'optochin (etilidrocupreina) come mezzo chemioterapico. Milano, 1917.

Si procede alle letture.

È all'ordine del giorno, ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche, la nota 2° del prof. Filippo Sibirani «*Sulla estrazione della radice funzionale n-esima di una data funzione*». Ne discorre brevemente, per il prof. Sibirani assente, il M. E. prof. Vivanti.

Segue la nota, ammessa dalla Sezione di storia e filosofia, del dott. Teofilo Spoerri, «*Il dialetto della Valsesia. I. Vocalismo*». Ne presenta un breve sunto, letto dal segretario, il M. E. prof. Salvioni.

La dott. Anna Vivanti presenta, ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze naturali, le sue «*Ricerche sulla secrezione renale nel* **Triton cristatus**». Ne riferisce brevemente, nell'assenza dell'autrice, il segretario.

Terminate le letture, poichè nessun affare è all'ordine del giorno, l'adunanza è sciolta alle ore 14.45.

Il Presidente

P. DEL GIUDICE

Il Segretario

G. ZUCCANTE

Digitized by Google

INTORNO ALLE FORMAZIONI ENDOCELLULARI DEL CONNETTIVO DEI CROSTACEI

Nota della prof. RINA MONTI

DELLA R. UNIVERSITÀ DI PAVIA

(*Adunanze del* 31 *gennaio e* 7 *febbraio* 1918).

Il tessuto connettivo degli Artropodi ha una fisonomia affatto particolare: non è un semplice tessuto di sostegno, in quanto ha una struttura assai complessa, e contiene elementi che hanno certo funzioni disparate. Ma appunto perciò un siffatto tessuto merita di essere studiato anche nei riguardi delle interne formazioni reticolari o condriosomiche, nella speranza di giungere a qualche risultato che porti nuova luce sul valore istologico e sul significato fisiologico di tali formazioni.

La struttura generale del connettivo negli Artropodi venne molto bene illustrata, dopo le indagini fondamentali del Leydig, dalle belle ricerche del Cuénot, di Kowalewsky, del Bruntz, del Delage, del Frenzel e del Vitzou, della Malackzynski ecc.

Da questi studi risulta che, nel connettivo degli Artropodi, si distinguono:

a) cellule di Leydig del 1° tipo, cui si attribuisce una funzione glicogenetica;

b) cellule di Leydig del 2° tipo, aventi carattere prevalente di elementi di sostegno;

c) leucociti;

d) cellule adipose;

e) nefrociti;

f) nefrofagociti;

Cuénot, fino dal 1894, ha dimostrato che i nefrociti dei crostacei racchiudono una sostanza molto acida, solubile nella acqua e nell'alcool, presentante tutte le proprietà di un corpo appartenente probabilmente alle serie degli acidi carbopiridici.

Digitized by Google

Il Bruntz, nel 1910, ha creduto necessario riunire i diversi fatti volti a comprovare che le cellule chiamate nefrociti si comportano come reni chiusi, e sono in funzione coi reni aperti: cioè, se la quantità di liquido introdotta è piccola bastano i reni aperti, in caso contrario entrano in azione i reni chiusi o nefrociti. L'analisi chimica ha permesso di riconoscere che nei nefrociti dei Crostacei decapodi esiste una sostanza analoga ad un corpo eliminato dai reni aperti. I nefrociti immagazzinano e forse fabbricano dei prodotti completamente analoghi a quelli che le cellule renali eliminano. Il Bruntz afferma che i nefrociti possono supplire i reni aperti. Alcuni sono anche fagocitari.

Fissate così le funzioni dei singoli elementi onde il connettivo è costituito, mi parve interessante cercare se esiste una corrispondenza fra le imagini che si ottengono per la ricerca dei reticoli, e la funzione cellulare.

Io ho preso in esame le cellule del 1° e 2° tipo di Leydig, i leucociti, i nefrociti ed i nefrofagociti, di *Astacus saxatilis* e di *Homarus vulgaris*.

Cellule di Leydig. — Le cellule di Leydig del 1° tipo, senza differenziazione fibrillare, bene si sono prestate allo studio degli organuli interni.

Sarebbero queste cellule gli elementi vescicolari capaci di fabbricare ed accumulare il glicogeno, già secondo le vedute di Claude Bernard, Vitzou, Kirch. Anche Prenant e Bouin nel loro trattato ne rilevano questa funzione, sopratutto dopo abbondante nutrizione.

Queste cellule, talvolta riunite in gran numero, appaiono di notevoli dimensioni, tondeggianti od ovali, poliedriche od irregolari per la presenza e la pressione esercitata dalle cellule contigue. Il nucleo, (od i nuclei, perchè possono essere anche due), ripete al solito la forma della cellula; presenta membrana evidente, granuli cromatinici disseminati, ed occupa posizione centrale od è spostato alla periferia.

Il protoplasma presentasi come una semplice e chiara rete spongioplasmatica con maglie rotonde o poligonali. Frenzel ne descrisse la struttura che venne più tardi ristudiata dallo Schneider, il quale la definì come un intreccio filamentoso molto lasso. Malaczynska ha rilevato che i confini fra questi elementi cellulari appaiono sottili ed unici, cioè non si riesce a dimostrare due membrane fra due cellule. Nelle pareti intercellulari è facile invece distinguere delle fibrille in numero vario; queste fibrille possono talora apparire anche nell'ecto-

Digitized by Google

plasma, in minore numero però nelle cellule del 1° tipo, ed in maggiore in quelle del 2°. Questa differenziazione nei due tipi di cellule era stata resa da Schneider, che aveva interpretate le fibrille come derivazione della membrana cellulare.

Per ben riconoscere la natura di queste cellule giova innanzi tutto esaminarle a fresco: il plasma appare stipato per la presenza di numerose sferule fortemente rifrangenti. Tali cellule non accolgono sostanze iniettate in circolo, — e le sferule non si colorano con acido osmico, Sudan III e rosso neutro.

Mi fu più facile studiare gli organuli cellulari negli elementi dove manca, od è appena accennata nella membrana la differenziazione fibrillare. Quando la reazione è bene riuscita il citoplasma si tinge in giallo pallido, lasciando talvolta vedere ancora in modo chiaro la struttura, la quale è di solito mascherata quando il grande reticolo appare impregnato.

Il reticolo si presenta come un grande nitido gomitolo, che occupa tutto il citoplasma. Non di rado esso appare assai fitto per numerose ripiegature e sovrapposizioni degli elementi che lo costituiscono: del resto presenta notevole somiglianza col reticolo delle cellule nervose già da me descritto in *Astacus* ed *Homarus*.

Non in tutte le cellule però il grande reticolo è così fittamente stipato, in altre il gomitolo è più rilassato, ed in alcuni elementi i filamenti sono disgiunti, isolati nel plasma, al solito piegati ad 8, a C, ad S, a T, a V, a W, come è facile vedere nelle mie figure. Già nella fig. 1 si possono riscontrare gomitoli completi e compatti; nella fig. 2 gomitoli rilassati; in fig. 3 tutti i passaggi indicati. In quest'ultima, mentre non si ravvisano lacune intercellulari, come nelle precedenti, compare però accollata alle cellule di Leydig, una cellula proteica, della quale mi occuperò in appresso.

La cellula disegnata a parte in figura 4, dimostra nitidamente un completo ed elegante gomitolo, che ben ricorda nel suo aspetto generale i reticoli da me descritti nelle cellule nervose piccole dei crostacei.

Non ho osservato nei reticoli variazioni notevoli di calibro fra i filamenti, od almeno queste variazioni sono tenuissime. Mi parve che i gomitoli più lassi, con filamenti disgiunti e separati fossero di preferenza situati in cellule più ricche di glicogeno.

Questo gomitolo, corrispondente al grande reticolo dei vertebrati, risponde anche al condrioma, come io ho potuto

Digitized by Google

convincermi applicando i soliti opportuni metodi. La corrispondenza è così perfetta che non credo necessario riprodurre le figure. Del resto, come dopo le ricerche e gli studi di Pensa sulla cartilagine, e le mie sulle cellule nervose, si è arrivati alla identificazione fra condrioma e grande apparato reticolare, così parmi che anche qui si possa con fondamento giungere alla stessa conclusione.

Nelle stesse cellule di Leydig del 1° tipo trovai spesso impregnato anche il reticolo piccolo, sia isolatamente, sia contemporaneamente al grande reticolo. Esso appare accollato al nucleo e di forma varia: triangolare, allungato, stirato pel lungo; i filamenti sono notevolmente più grossi che nel reticolo grande, — qualche volta i filamenti si possono seguire, ma altre volte sono così stipati nelle loro volute da non poterli districare. Questo reticolino si presenta evidente in parecchie cellule del 1° tipo di Leydig (fig. 1, 2, 3) od anche isolato in fig. 5.

Il Pensa nota che non esistono rapporti topografici bene dimostrabili fra il reticolo del Bergen (o reticolo piccolo del Golgi, come io l'ho chiamato) e la centrosfera, perochè il reticolo si estende nel citoplasma anche al di fuori della centrosfera. Egli ha potuto verificare talvolta una vera compenetrazione del condrioma col reticolo piccolo; si tratta almeno di rapporti topografici molto intimi, non avendo potuto dimostrare una continuità.

Io non ho visto nelle cellule del Leydig rapporti fra le due formazioni: secondo me anzi le due formazioni si presentano sempre nettamente distinte.

Le cellule del 2° tipo di Leydig sono grandi elementi, fra i quali corrono, secondo Vitzou e Frenzel, delle fibre ondulate, che disegnano una rete intercellulare, e che rappresenterebbero una materia cellulare secreta da queste cellule.

Come ho accennato sopra, le differenziazioni fibrillari si trovano tanto nella membrana, che nell'ectoplasma. Malaczynska nel connettivo del tubo intestinale, descrive anzi delle cellule del 2° tipo fortemente stirate, e fa osservare che queste cellule rappresentano probabilmente le fibre descritte da Vitzou. Rileva che per queste cellule andrebbe bene la dicitura di cellule fibrilloidi. Anche in questi elementi stirati come nel loro plasma, possono apparire differenziazioni fibrillari. Nota anzi che verso la muscolatura il carattere cellulare di questo connettivo si maschera sempre più, e verso la parte periferica dell'intestino prende la forma più altamente differenziata, con

Digitized by Google

aspetto corrispondente al tessuto connettivo fibroso dei Vertebrati. I fasci, secondo le esperienze dell'A., sarebbero di natura collagena.

In queste cellule, (disegnate nella fig. 6), non vidi mai, almeno nelle mie preparazioni, accenni ad organuli impregnati. Forse nelle cellule di Leydig del 2° tipo è più altamente distinta la trasformazione in organi di sostegno, e perciò sono scomparse completamente tutte quelle particolari formazioni che dominano invece negli altri tipi di elementi costitutivi del complesso tessuto in questione.

Se in grazia degli altri elementi più variamente costituiti Haeckel ha creduto nel 1857 di potere negare al connettivo dei Crostacei una funzione puramente meccanica, rilevandone l'importanza per lo scambio di materia, il Frenzel invece considerando questi elementi fibrillari ha potuto attribuire loro una importanza anche come tessuto di sostegno, opinione sviluppata dalla Malaczynska in base alla dimostrazione del differenziamento in cellule fibrilloidi, più esteso là dove è necessaria una più grande resistenza alla pressione. Le fibrille, che io pure ho riconosciuto coi metodi comuni, si colorano intensamente colla ematossilina ferrica, e si impregnano anche coi sali d'argento, come appare dalla mia figura. Queste fibrille resistenti conferiscono agli elementi un vero carattere di organo di sostegno: coll'impoverimento dell'endoplasma, colla mancanza di ogni segno di interna attività metabolica, vediamo la scomparsa degli organuli endocellulari.

Nelle lacune compaiono linfociti, già ben descritti dal Cuénot.

Nell'*Astacus* gli amebociti possono misurare fino a 20 micron, sono riempiti di granuli che si colorono in giallo per l'acido osmico, il picrocarmino e l'iodio; si sciolgono in acqua ed alcool. Cuénot li ritiene generatori della emocianina. In questi linfociti il reticolo appare bellissimo: è a filamenti molto più fini che negli altri elementi, più stipati a dare un gomitolo di solito molto aggrovigliato (fig. 7). Questo reticolo si colora molto bene anche coi metodi condriosomici.

Nefrociti: cellule mescolate agli altri elementi connettivali sono di notevoli dimensioni, con un nucleo evidente, qualche volta con due, col plasma ripieno di granuli o di grossi vacuoli incolori, come li ha descritto il Cuénot, quando rese nota la presenza di queste cellule proteiche.

Il Cuénot anzi ha fatto rilevare che le vescichette ed i granuli che si trovano in maggiore o minore abbondanza nel

Digitized by Google

plasma, rendendo più o meno turgescente la cellula, sono conservati dall'azione del sublimato, acido osmico, liquido di Flemming, si colorano coll'iodio e molti colori di anilina, orange, fucsina, saffranina, verde metile, — si comportono dunque come una materia albuminoide. Cuénot è arrivato alla conclusione che queste cellule proteiche sono elementi di riserva, immagazzinando prodotti albuminosi e talora dei grassi. Secondo le ricerche del Cuénot stesso la sostanza racchiusa, molto acida, presenta tutte le proprietà di un corpo appartenente probabilmente alle serie degli acidi carbopiridici. È noto che questi elementi ghiandolari, come hanno dimostrato Cuénot e Bruntz, funzionano come reni chiusi, e lo provano le esperienze di fisiologia tentate dagli autori sopraricordati.

Nelle mie preparazioni fissate oltre che coi metodi comuni, anche coi metodi suggeriti per le formazioni condriosomiche, i nefrociti mi apparvero sempre molto bene conservati, ma con aspetti morfologici assai vari.

Tanto col metodo di fissazione Maximow-Levi, e successive colorazione all'ematossilina ferrica di Heidenhain, come col metodo di fissazione Kull e colorazione secondo Champy, le cellule secretrici si presentano talvolta ripiene di un solo grande vacuolo intensamente colorato, ovvero da molti vacuoli tondeggianti, tutti di uguale grandezza od anche di dimensioni variabili o tutti piccolissimi. Questi vacuoli di solito più o meno fortemente tinti, possono apparire talora incolori, con un solo granulo centrale colorato. Altre volte invece delle vesciche si hanno colorati solo degli anelli o delle semilune, alcune delle quali offrono ancora impregnato un granulo centrale. Ma nelle cellule dove i vacuoli sono rimasti incolori si riesce a mettere in evidenza dei granuli o dei filamenti brevi e contorti disposti attorno ai vacuoli stessi; in altri elementi infine i metodi condriosomici rivelano un vero apparato costituito da un gomitolo di filamenti più o meno brevi e contorti — talora lasso, talora compatto, come io ho descritto per le cellule nervose.

Nefrofagociti: cellule isolate in mezzo alle cellule di Leydig od alle cellule adipose od ai nefrociti, cioè disseminate in mezzo al rimanente connettivo, ovvero aggregate a due a tre, raramente riunite in numero maggiore; esse appaiono come grandi elementi sferici od ovalari. Negli esemplari di *Astacus* ben nutriti i nefrofagociti sono di grandi dimensioni, turgidi, fortemente distesi per la presenza delle note vescichette: ho applicato i procedimenti fisiologici suggeriti

Digitized by Google

dagli altri autori, per individualizzare o per lo meno accertarmi circa la natura di questi elementi. Mi sono valsa del carminato d'ammoniaca e dell'inchiostro di China e sono riuscita ad avere delle colorazioni elettive. È ovvio capire, come ben rileva il Bruntz, che se l'iniezione porta ad una colorazione diffusa, la sostanza non è stata escreta. Il colorante, dopo una opportuna iniezione, deve fissarsi solo elettivamente nei vacuoli, nelle vescichette, sui granuli di secrezione: il processo può svolgersi solo lentamente, mantenendo gli elementi viventi e dando luogo ad un vero metabolismo ghiandolare. Nelle mie esperienze i vacuoli mi apparvero colorati in rosa, — e i granuli di inchiostro di China comparvero sparsi nel citoplasma, frammezzo alle vescichette tinte dal carminato d'ammoniaca.

L'osservazione a fresco e i metodi comuni, mi permisero di riconoscere un grande nucleo, povero di cromatina. Tanto nei nefrociti che nei nefrofagociti ho potuto mettere in evidenza, coi metodi all'argento ridotto, dei particolari apparati interni che non hanno però, come del resto coi metodi condriosomici, un unico comportamento, ma sono invece grandemente variabili dal punto di vista morfologico. Il noto metodo pei reticoli endocellulari colora le cellule in giallo pallido e i reticoli in bruno o nero: qualche volta tinge parzialmente o completamente le vescichette che stipano il plasma dei nefrociti o dei nefrofagociti — ed allora non appaiono od appaiono parzialmente impregnate le formazioni reticolari.

Ho detto che le imagini offerte da queste cellule ghiandolari o reni chiusi, sono estremamente variabili, e lo sono anche perchè, come risulta dalla precedente descrizione, esse hanno apparenze assai variabili anche coi comuni metodi: col metodo all'argento ridotto, è evidente che alcune volte esiste nell'elemento un solo enorme vacuolo, che riempie la cellula, altre volte pochi grandi vacuoli, ovvero numerose vescichette di dimensioni presso a poco uguali od anche molto variabili. Di qualunque dimensioni siano i vacuoli, essi possono nelle nostre preparazioni rimanere incolori, tingersi in giallo chiaro, in giallo ocraceo, essere impregnati di bruno nero. Qualche volta la sferetta, che si è tinta in ocraceo, appare circondata da un alone chiaro (forse quando il centro della sfera è occupato da una sostanza grassa, come vuole Cuénot ?) o per lo meno da un alone che si tinge meno intensamente.

Le imagini che in questi elementi ghiandolari maggiormente colpiscono, sono piccoli eleganti canestrelli più o meno

Digitized by Google

completi e complessi, che occupano il plasma. Anche il loro numero è variabile, come è variabile la loro grandezza. Sono (vedi fig. 8) elegantissimi gomitoli che ravvolgono le vescichette: essi ricordano in piccolo la struttura del reticolo grande, da me osservato da prima negli elementi nervosi, poi in cellule connettivali. I canestrelli sono costituiti da filamenti nitidi, di calibro uniforme, di lunghezza variabile: sono a semicerchio, a cerchio, ad anse, a forme ad 8, a T, qua e là con anastomosi, sempre con intrecci o volute più o meno complesse. Dove il canestrello attorno alle vescichette appare denso, compatto, completo, riesce difficile seguire l'andamento dei filamenti che lo costituiscono, ma dove è meno fitto si può risolvere, adoperando naturalmento forti ingrandimenti (imm. 1/15 K., oc. comp. 8. 16).

Quando l'imagine dei canestrelli è meno ricca, è facile persuadersi che questi reticoli piccoli sono dati da filamenti variamente foggiati nel modo sopraindicato.

La fig. 8 di nefrocito di *Astacus* può dare una idea abbastanza chiara dell'impregnazione da me descritta. In ambedue gli elementi disegnati si trovano nel plasma delle vescichette o sferule che hanno dimensioni di poco variabili, e che offrono canestrelli perivescicolari più o meno completi. Il maggiore numero di essi appaiono come gomitoli più o meno densi, ma altre sferule non sono circondate che da pochi filamenti ad S, a V, a y, a semicerchio, attorno od in mezzo alle sferule. Ad ogni modo sieno i canestrelli completi od incompleti, siamo sempre davanti ad un unico elemento che contiene nel suo interno una serie di eleganti piccoli reticoli, senza però che al mio esame risulti colleganza fra reticolo e reticolo. La maggiore o minore ricchezza del reticolo perivacuolare, la mancanza di questo apparato attorno ad alcune sferule, è indice di diversa impregnazione, anche in una stessa cellula, ovvero è indice della compartecipazione alla attività metabolica del gomitolo che circonda la sferula?

Nella fig. 9 si verifica il fatto che talvolta il reticolo cellulare sembra limitato alla parte centrale delle vescichette o sferule: il canestrello al solito è completo o limitato a pochi filamenti variamente ripiegati, od anche ad uno solo.

Negli stessi elementi si vede che talora la porzione centrale è uniformemente impregnata, circondata dall'alone chiaro, che delimita la sferula stessa.

Nella fig. 10 troviamo tre elementi ripieni di numerose sferule, le une completamente nere, le altre con un anello

Digitized by Google

periferico più o meno ispessito, altre con una semiluna, altre infine con un sottile cerchietto più o meno limitato. Dal centro delle vescichette si impregna talora un bastoncino od un granulo. Qualche volta i granuli impregnati sono anche periferici, come se si trattasse di residui mitocondriali, o di parziali impregnazioni.

Nella fig. 11 è evidente il fatto che talvolta i nuclei rimangono incolori o molto pallidi, mentre nel plasma non è riconoscibile la struttura: appaiono invece impregnate in nero grandi e piccole sfere, dei canestrelli, degli anelli, dei semicerchi. Talora le sferule sono riconoscibili ma estremamente piccole: esse ripetono la morfologia sopra descritta.

Nella fig. 12 e 13 si riconoscono, fra le nitide impregnazioni reticolari, ridotte quasi tutte ad anelli o punti, anche delle concrezioni, da compararsi agli urati degli insetti.

Queste concrezioni sono anche più evidenti nei due grandi elementi ghiandolari della fig. 14, nel plasma delle quali non appare più traccia di canestrelli, ma solo di formazioni parziali: i soliti filamenti isolati a V, a y, a S, a C, a cerchio, a semicerchio, a punto. Calibro dei filamenti quasi sempre omogeneo.

In altri elementi ghiandolari non rigonfi di sferule, è talvolta messo invece in evidenza un unico reticolo occupante la cellula, sino a breve distanza dalla periferia. È a filamenti lunghi, nitidi, variamente ondulanti e contorti. La lunghezza dei filamenti è bene visibile nella fig. 15, ma in qualche altro elemento i filamenti appaiono disgiunti, allontanati come nella fig. 16. Non si può non restare colpiti dalla variazione nel modo di presentarsi di queste impregnazioni endocellulari.

Si passa da un reticolo completo o gomitolo compatto, ad uno rilassato; da canestrelli disposti attorno alle sferule endocellulari, a pochi condrioconti, o mitocondri a ridosso delle sferule o nelle sferule stesse. La spiegazione di queste imagini è difficile a darsi, tanto più tenendo conto del disaccordo che regna circa la contribuzione del condrioma, o reticolo endocellulare, al metabolismo.

I fatti da me descritti si possono controllare e confermare con preparati eseguiti coi soliti metodi suggeriti per il condrioma. Come già dissi, tanto col metodo Kull, colorazione Champy, come col metodo Maximow-Levi, colorazione ematossilina ferrica, si possono mettere in evidenza gomitoli occupanti tutta la cellula, collo stesso aspetto morfologico riconoscibile col metodo Golgi, solo più sottili i condrioconti. In

Digitized by Google

altre cellule apparvero canestrelli meno belli però e meno completi di quelli ottenuti col metodo Golgi, ed anche filamenti variamente ripiegati, o granuli situati sulle sferule ovvero disseminati nel plasma.

Dal complesso delle mie ricerche risulta:

1) Che in tutte le cellule del connettivo del 1° tipo di Leydig, nefrociti, nefrofagociti, leucociti, si può mettere in evidenza un grande reticolo di Golgi, da identificarsi col condrioma.

2) Che questo reticolo grande non si presenta sotto un unico aspetto, cioè di gomitolo a filamenti più o meno lunghi, aggrovigliati od anastomizzati, ma offre invece una fisonomia alquanto variabile. Cioè talora è più lasso, ovvero anche a filamenti disgiunti, allontanati, lunghi o brevissimi, — ciò probabilmente in rapporto col metabolismo cellulare.

3) Che vicino al grande reticolo riesce talvolta non difficile mettere in evidenza un piccolo reticolo compatto a filamenti grossi, di forma variabile, situato vicino al nucleo.

4) Che nei nefrociti e nefrofagociti si trovano anche intorno o nell'interno degli interclusi proteici, dei canestrelli, dei cerchi, dei semicerchi, dei granuli, — che non sono forse da interpretarsi come veri organuli, ma come un particolare aspetto della stessa sostanza colloidale.

***

Ora mentre nessun apparato reticolare interno venne descritto nel connettivo degli invertebrati (come pure nessun condrioma venne reso noto nel connettivo stesso), invece il connettivo dei vertebrati è stato oggetto di tale studio, ma i reperti ottenuti molto si staccano da quelli da me riscontrati nei diversi elementi costituenti il connettivo dei Crostacei. Parmi interessante rilevare questo, tanto più dopo che la Malaczynska è arrivata, nel suo lavoro, alla conclusione che le cellule dell'intestino medio e del miocardio di *Homarus* e di *Eriphia*, sono completamente simili alle cellule connettivali dei vertebrati.

In un lavoro del 1912 Deineka descrisse nel connettivo dei vertebrati (connettivo embrionale, reticolare lasso, di diversi mammiferi, ed anche dell'uomo) un piccolo reticolino, in immediata adiacenza del nucleo, con posizione polare, ma che non abbraccia mai tutto il nucleo: già Bergen nel 1904 aveva dimostrato questo reticolo a lato del nucleo di diverse cellule

Digitized by Google

connettivali. Ma nelle cellule connettivali della cornea del cavallo, che sono di grandi dimensioni, il Deineka trovò i reticoli in discorso molto dimostrativi, a filamenti notevolmente grossi. Nelle cellule adipose li riscontrò piccolissimi ed applicati al nucleo nelle cellule adulte, un pochino staccati nelle cellule giovani.

Il reticolino delle cellule connettivali dei Vertebrati qui sopra ricordato, è, a mio avviso, da compararsi al reticolo piccolo di Golgi, del quale il Perroncito ha descritto il processo dittosomico, e quindi trova riscontro nei miei reperti soltanto col reticolo piccolo osservato nelle cellule del 1° tipo di Leydig.

Per quanto riguarda le cellule ghiandolari, nefrociti e nefrofagociti, i miei reperti ricordano in modo suggestivo alcune di quelle particolari formazioni endocellulari che il Pensa ha dimostrato nei vegetali.

È merito del Pensa di avere per il primo messo in evidenza come nelle cellule vegetali formazioni in tutto simili per caratteri morfologici e microchimici ai condriosomi delle cellule animali, si trasformino in cloroplasti — fatto confermato poi da altri autori, e generalizzato anche ai leucoplasti e cromoplasti. Il Pensa mantenne sempre qualche riserbo circa l'omologare le formazioni endocellulari dei vegetali ai condriosomi delle cellule animali. Egli ha inoltre dimostrato che nei tessuti vegetali provveduti di antocianina la sostanza colorante può assumere, o per condizioni speciali fisico chimiche della cellula, o in seguito all'impiego di reattivi, particolari atteggiamenti, in rapporto a fatti di smescolamento, tali da risultarne imagini mitocondriformi e reticolari, che furono erroneamente interpretate come entità morfologiche, omologabili ai condriosomi delle cellule animali. Nelle stesse cellule il Pensa ha potuto mettere in evidenza, e talvolta osservare allo stato vitale, elementi che, non solo per i caratteri morfologici, ma anche per il loro modo di comportarsi di fronte ai fissativi ed alle sostanze coloranti, sono al tutto simili ai condriosomi delle cellule animali, — ma che nulla hanno a che fare colle antocianine. Quindi rimane non dimostrata l'origine condriosomica della antocianina.

Altri dati interessanti sono quelli ottenuti dal Pensa nelle cellule del parenchima delle radichette di *Hyacinthus orientalis*, dove colla reazione cromoargentica riuscì a mettere in evidenza quelle formazioni mitocondriformi che finiscono col costituire i plastidi, ed inoltre, variando il tempo di immersione nella miscela osmio-bicromica, dimostrò la esistenza di altre imagini mitocondriformi, a fili lunghi, fini, flessuosi,

Digitized by Google

ramificati od anche aggomitolati su loro stessi, per i quali non fu dato di vedere la trasformazione in plastidi.

Il Pensa osserva che, se per le formazioni mitocondriformi che si trasformano in plastidi crede tutt'ora di non potere concludere senz'altro per una omologia coi condriosomi animali, maggiore riserbo si impone per le altre imagini descritte, « perchè i reperti ottenuti colla antocianina, e coi composti fenolici affini alla antocianina, ci ammoniscono nel senso che semplici sostanze e precisamente dei colloidi contenuti nelle cellule, possono, o per condizioni naturali, o per azioni determinate ad arte, precipitare e rapprendersi dando origine ad imagini mitocondriformi o reticolari dagli aspetti più strani e più svariati ».

Nelle complesse formazioni endocellulari dei vegetali dobbiamo dunque ravvisare accanto a formazioni che si trasformano in plastidi, accanto a sostanze colloidali che possono per smescolamento presentare imagini diverse, anche altri filamenti lunghi, flessuosi, aggomitolati, che l'A. non ha visto trasformarsi in plastidi, e che — ad onta del giusto riserbo del Pensa — stanno a ricordare il condrioma delle cellule animali. Dico condrioma, ma riaffermo qui quanto ho scritto a proposito delle cellule nervose: cioè che il condrioma deve identificarsi col grande reticolo. Non credo, come dice il Pensa nella sua ultima memoria, che l'apparato reticolare si presenti in generale come qualchecosa di distinto dal condrioma; la mia esperienza personale mi porta piuttosto a confermare in tutto il materiale che io ho studiato, ed ho in corso di studio, quanto scrivevo nel 1914, che il grande apparato reticolare interno scoperto dal Golgi nelle cellule nervose corrisponde al condrioma, al pari del grande apparato descritto dal Pensa nelle cellule cartilaginee. Se non è tutto il condrioma ne è certo la parte essenziale per la vita della cellula; gli altri condriosomi che eventualmente possono trovarsi dispersi, debbono essere corpi residuali, quali potrebbero incontrarsi anche in formazioni destinate al riassorbimento.

L'identificazione, tra grande reticolo e condrioma, va dunque limitata alle formazioni endocellulari, che hanno aspetto di gomitoli più o meno completi o rilassati, a filamenti più o meno lunghi e flessuosi, qualche volte disgiunti, come vedesi in fig. 15, 16 del presente lavoro. Vicino a queste imagini che sono da attribuirsi al grande reticolo, da identificarsi col condrioma, nel complesso connettivo dei crostacei ho pure descritto dei canestrelli, dei cerchi, delle semilune, dei granuli attorno

Digitized by Google

o nelle sferette proteiche dei nefrociti e nefrofagociti. Io non ho potuto confermare queste osservazioni a fresco, ma anche qui, come ho già accennato nel mio lavoro sul condrioma e gli apparati di Golgi nelle cellule nervose, penso che queste apparenze condriosomiche sono forse da interpretarsi o come corpi residuali o come materiali destinati al riassorbimento. Perciò con tutta probabilità, noi ci troviamo di fronte non a veri organuli, ma ad uno smescolamento di sostanze, per l'azione di reattivi, o per particolari atteggiamenti della sostanza stessa. Il Pensa ha già ricordato la possibilità che altre sostanze colloidali possano nelle cellule animali comportarsi come l'antocianina e composti fenolici affini. Le complesse cellule secretrici degli invertebrati perciò si presentano come campo di utili ricerche.

Molto controversa è sempre la questione se i prodotti di elaborazione siano o meno di derivazione mitocondriale. Il Levi non potè dimostrare continuità materiale fra condriosomi e prodotti della attività metabolica della cellula, e ne trasse la convinzione che le modificazioni dei condriosomi durante la differenziazione, e durante le attività secretorie della cellula, quando esistono sieno di natura passiva.

Anch'io nelle cellule dei nefrociti e nefrofagociti rilevo:

a) che i condrioconti sono veri filamenti lisci di calibro uniforme, poco variabile da cellula a cellula; mai assumono aspetto moniliforme.

b) questi filamenti sono spesso aggrovigliati a foggiare un gomitolo, un groviglio di condrioconti con rare anastomosi.

c) il reticolo grande presenta una serie di variazioni morfologiche (gomitolo lasso, filamenti disgiunti, qualche volta brevissimi), probabilmente in rapporto alle variazioni metaboliche della cellula, che viene ad essere stipata dalla presenza di sferette proteiche; quando appunto il groviglio si sposta, i filamenti si allontanano. Ma non riscontrai continuità morfologica fra gli organuli da me descritti e le sferule proteiche — non potrei dunque dire che il condrioma partecipa direttamente alla formazione del secreto cellulare.

Ritengo ad ogni modo d'avere descritto col reticolo grande un vero organulo: il Levi nel suo interessante lavoro su la costituzione del protoplasma studiata su cellule viventi coltivate in « vitro », ha visto i condrioconti in forma di filamenti e granuli, variabili di sede e di forma, con cambiamenti anche reversibili. Queste osservazioni su materiale fresco vengono in appoggio ai reperti ottenuti mediante fissazione e confortano la mia tesi che il reticolo è un vero organulo cellulare.

Digitized by Google

BIBLIOGRAFIA

Bruntz. L'excrétion chez les Crustacés supérieurs. Compt. rend. Acad. Sc. Paris, 1902.

— Contribution à l'étude de l'excrétion chez les Arthropodes. — Arch. de Biologie T. XX p. 217, 1903.

— Sur l'existence de trois sortes de cellules phagocytaires chez les Amphipodes normaux. C. R. des Séances de la Soc. de Biologie T. LVII p. 145, 1904.

— Études physiologiques sur les Phyllopodes branchiopodes. Arch. de Zool. exp. IV Série. Vol. III, 1905.

— Sur l'existence d'éléments conjunctifs phagocyto excréteurs chez les Schizopodes. Arch. de Zool. exp. Notes et revue, 1907.

— Sur l'existence d'éléments conjunctifs phagocyto — excréteurs chez les Nébalia, Id.

— Néphrocytes et néphrophagocytes des Caprellides, Id. Néphrophagocytes des Décapodes et Stomatopodes. C. R. des Séances de la Société de Biologie, T. V., 1907.

— Remarques sur les organes globuligénes, phagocytaires et excréteurs des Crustacés. Arch. de Zool. exp. 4 Série T. VII. Notes et revue 1907.

— Sur l'existence d'organes globuligénes chez lez Isopodes, C. R. des Séances de la Soc. de Biologie. T. V., 1907.

— Études sur les organes lymphoides phagocytaires et excréteurs des Crustacés supérieurs. Arch. de Zool. exp. Vol. 7, 1907-1908.

Cuénot. Études sur le sang et les glandes lymphatiques. Arch. de Zool. exp. T. IX, 1891.

— Études physiologiques sur les Crustacés décapodes. Archives de Biologie T. 13, 1895.

— Les globules sanguins et les organes lymphoides des Invertébrés. Arch. d'Anat. micr. T. 1, 1897.

— L'organe phagocytaire des Crustacés décapodes. Arch. de Zool. exp. Série IV. Vol III., 1905.

Deineka. Der Netzapparat von Golgi in einigen Epithel u. Bindegewebzellen während der Ruhe und während der Teilung derselben. Anat. Anz. 41 B., 1912.

Dubreuil. Le chondriome et le dispositif de l'activité sécrétoire aux differents stades du développement des élements cellulaires de la lignée connective, descendents du lymphocyte. Arch. d'Anat. micr. Tome XV, 1913.

Frenzel. Der mechanismus der Secrection. Centralb, Phys, 5 B.

Grobben. Die Bindesubstanz von Argulus, ein Beitrag zur Kenntniss der Bindesubstanz der Arthropoden. Verh. 8 Intern. Congr., 1911.

Kowalewsky. Études expérimentales sur les glandes lymphatiques

Digitized by Google

des Invertébrés. Bull. Accad. imp. des Sc.; St. Petersbonrg T. XIII 1894.

Kollmann. Recherches sur les leucocytes et le tissu lymphoide des Invertébrés. Ann. Sc. Nat. T. 8, 1908.

Koulwietz. La costitution et les fonctions du système sécréteur et lymphatique chez les crustacés. Cab. lab. Zoologie Cab. Univ. Warschau. II Heft.

Levi G. Sulla presunta partecipazione dei condriosomi alla differenziazione cellulare. Archivio Anat. Emb. Vol. X Fasc. I, 1911.

— I condriosomi nelle cellule secernenti. Anatomischer Anzeiger B. 41 N. 22-23, 1912.

— La costituzione del protoplasma studiata su cellule viventi coltivate in vitro. Archivio di Fisiologia Vol. XIV, Fasc. II, 1916.

Malaczynska. Beitrag zur Kenntniss des Bindegewebes bei den Crustaceen. Bull. Acad. Cracovia. B. 801-832. T. 40, 1911.

Marchal. Recherches anatomiques et physiologiques sur l'appareil excréteur des Crustacés décapodes. Thése Paris. 1902.

Monti R. L'apparato reticolare interno di Golgi nelle cellule nervose dei crostacei. Rend. R. Accad. Lincei Vol. 23, 1914.

— I condriosomi e gli apparati di Golgi nelle cellule nervose. Arch. Ital. Anat. e Embr. Vol. XIV Fasc. 1. 1915.

Prenant, Bouin, Maillard. Traité d'Histologie 1. Vol.

Pensa A. Alcune formazioni endocellulari dei vegetali I. nota. Boll. Soc. med. chir. di Pavia 1910.; Id. Anat. Anz. Bd, XXXVII. 1910.

— Alcune formazioni endocellulari dei vegetali. II. nota. Boll. Soc. med. chir. di Pavia, 1911.

— Id. Rend. R. Ist. Lomb. Sc. e Lett. Serie II. Vol. XLIV, 1911.

— Osservazioni di morfologia e biologia cellulare nei vegetali (mitocondri, cloroblasti). Archiv. für Zellforschung. 8 Bd. 4 Heft. 1912.

— Condrioma e pigmento antocianico nelle cellule vegetali' Anat. Anz. Bd. 43. 1913-14.

— Ancora a proposito di condrioma e pigmento antocianico ecc. Anat. Anz. Bd. XLVI., 1914.

— Fatti e considerazioni a proposito di alcune formazioni endocellulari dei vegetali. Monit. Zool. Ital. Anno XVIII. No. 1., 1917.

— Fatti e considerazioni a proposito di alcune formazioni endocellulari dei vegetali. Mem. R. Ist. Lombardo. Vol. XXII. Fasc. 1, 1917.

Vitzou. Recherches sur la structure et la formation des téguments chez les Crustacés décapodes. Archiv. de Zool. exp. (1) T. 10, 1882.

Digitized by Google

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Le figure vennero eseguite con micr. Korist. c. ch, Apathy — imm. 1/15, oc. comp. 6.

Fig. 1-2-3. Cellule del 1° tipo di Leydig, con reticolo grande talora accompagnato dal reticolo piccolo di Golgi. In basso di Fig. 3 anche una cellula proteica.

Fig. 4. Cellula isolata del 1° tipo di Leydig con reticolo grande completo.

Fig. 5. Id. con reticolo piccolo.

Fig. 6. Cellula del 2° tipo di Leydig, accompagnata da cellule del 1° tipo.

Fig. 7. Leucociti con reticolo grande.

Fig. 8. Nefrociti con canestrelli attorno agli interclusi proteici.

Fig. 9. Id. con sfere brune, canestrelli, od anche solo bastoncini o granuli nell'interno degli interclusi stessi.

Fig. 10. Id. sferette proteiche completamente impregnate, ovvero rivestite da semilune, cerchi, semicerchi.

Fig. 11. Id. in un elemento il reticolo piccolo, nell'altra sfere canestrelli, filamenti isolati.

Fig. 12-13-14. Id. negli elementi appaiono anche concrezioni,

Fig. 15. Id. impregnato il reticolo grande.

Fig. 16. Id. reticolo a filamenti disgiunti.

Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 1.

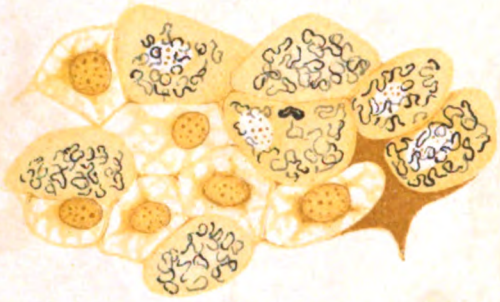


Fig. 2.

Fig. 6.

Fig. 8.

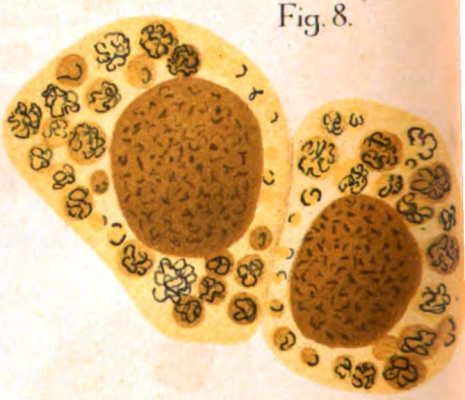


Fig. 10.

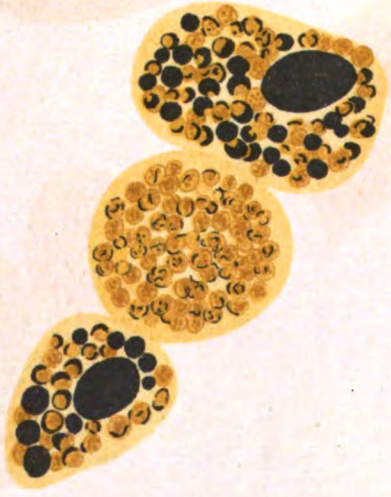
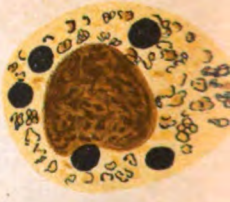


Fig. 11.

Fig. 12.

Fig. 13.



R. Monti disegno

Digitized by Google

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 7.

Fig. 9.

Fig. 14.

Fig. 15.

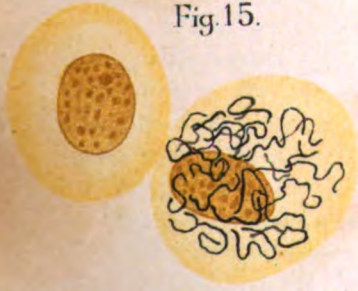


Fig. 16.

Lit. Tacchinardi e Ferrari-Pavia

The University of Chicago Libraries

Digitized by Google

LE « *LAUNEDDAS* » SARDE

Nota del M. E. prof. Pier Enea Guarnerio

(*Adunanza dell' 8 novembre 1917*)

Fin da quando fui in Sardegna la prima volta — e sono ormai più di sette lustri — attrasse la mia attenzione quel singolare strumento musicale detto *launeddas* o *liuneddas*, che non è un piffero nè una zampogna, nè qualsivoglia altro degli strumenti rusticani, che consideriamo propri della vita pastorale.

Specialmente tra i monti del Nuorese mi fu dato di sentire degli strenui sonatori di *launeddas* accompagnare o canti di chiesa in qualche sagra campestre o il così detto *ballu tundu* o *duru-duru* nelle feste di carnevale. E veramente strenui apparivano quei virtuosi delle rustiche armonie sarde, poichè a guance enfiate, per due e fin tre ore, persistevano negli accordi, respirando solo dalle narici con fiato continuo, mentre agilmente movevano le dita per chiudere o aprire questo o quel foro delle due minori fra le tre canne, che costituivano lo strumento (v. fig. 1). Queste custodivano in uno speciale astuccio di pelle di forma tubulare, denominato *strakkašu*, dentro al quale altre di ricambio tenevano in serbo, che sostituivano ad una delle prime, per variare le combinazioni melodiche, rimanendo pur sempre tre le canne imboccate dello strumento in azione.

Di solito era un sonatore solo che faceva sfoggio della sua abilità tecnica e musicale; ma mi accadde pure d'incontrare due o tre sonatori insieme, che dopo aver accordati allo stesso tono i loro strumenti, si mettevano in gara, riproducendo e svolgendo i temi musicali iniziati da uno di loro, che pel primo li aveva intonati da solo.

Stuzzicato nella mia curiosità di folklorista e dialettologo, io cominciai a prender nota di tutta la ricca nomenclatura

Digitized by Google

inerente alle *launeddas* e a ricercare quello che ne avevano detto gli scrittori sardi dal Madau (1) allo Spano (2) e al

FIG. 1.

(Per gentile concessione dei fratelli Bocca edit. della « Rassegna Mus. Ital. »).

(1) Il MADAU, *Le armonie de' sardi*, Cagliari 1787, p. 27-28, fa sfoggio d'erudizione, andando molto lontano e perdendo di vista la realtà vicina.

(2) Lo SPANO, *Ortografia sarda nazionale*, Cagliari 1840, II 14, dà una sommaria descrizione dello strumento, che dice « antichissimo »,

Digitized by Google

Porru (1) senza però trarne alcuna luce sull'origine e sul nome dello strumento, mentre di assai facile spiegazione è in generale la serie delle denominazioni che gli si riferiscono.

FIG. 2.

Più tardi mi fecero tornare per breve al problema etimologico delle *launeddas* gli appunti dello Zanardelli, che proponeva una complicata derivazione da calumella, inaccettabile, come dissi a suo luogo (2), senza contrapporvi l'etimologia che fin dai primi tempi mi ronzava per la mente, desiderando approfondire meglio il modo di costruzione dello strumento e altre particolarità dell'uso e dell'origine.

Prima ancora che io avessi agio di compiere queste indagini, mi fece riprendere il problema la capitale scoperta del prof. Giulio Fara, valente maestro compositore cagliaritano, non meno che dotto e diligente investigatore della storia degli antichi strumenti musicali, il quale in una sua pregevole Memoria (3) ha messo in luce che l'idoletto bronzeo,

fornendoci un primo saggio della sua nomenclatura. Avverte inoltre che la parola *liuneddas* è del mezzogiorno dell'isola, mentre nel Logudoro è detto *benas*, *enas*, *aenas*. Vede facilmente che queste riproducono il lat. avena, mentre per l'altro nome non fa che ripetere le fantasticherie del Madau, il quale lo deriva nientemeno che da « leone », per essere le *leoneddas* fatte di osse o stinchi di leonesse, e poi di altri animali.

(1) Il PORRU, *Dizionariu sardu-italianu*, Casteddu 1866, 2 ediz. s. *launèdda*, non propone una vera e propria etimologia, ma ricorda che dopo le canne si adoperarono gli stinchi dei cervi o dei cavalli, ecc., donde il nome di *tibie* allo strumento.

(2) V. ZANARDELLI, *Appunti lessicali e toponom.* Oneglia 1900, I 17 e la mia recensione nell'*Jahresb. rom. Philologie* VI I 186, oltre il MEYER-LÜBKE, *Rom. Etym. Wörtb.* n. 1484 (= REW.). Lo Zanardelli integra le notizie dello Spano con altri particolari sulla formazione e sull'uso delle *launeddas*, accrescendo la nomenclatura delle parti e delle varie combinazioni degli accordi.

(3) V. GIULIO FARA, *Su uno strumento musicale sardo*, nella Rivista Musicale Italiana, XX (1913) p. 763-90, e XXI (1914) p. 13-51; e in separato opuscolo in-8° di pp. 1-72, Torino, Fratelli Bocca edit., di cui mi servirò nelle citazioni.

Digitized by Google

trovato presso Ittiri nella provincia di Sassari e che si conserva nel Museo Archeologico di Cagliari (v. fig. 2), rappresenta un sonatore itifallico seduto e in atto di dar fiato alle *launeddas* (1). Egli osserva che siccome nessun popolo usa nè ha mai usato uno strumento simile di tre canne, così la statuetta protosarda ce ne attesta l'indigena remotissima antichità, e meritamente fiero dell'inestimabile valore della sua scoperta, proclama quella una « meravigliosa sorprendente estrinsecazione d'arte preistorica, che riproduce fedelmente e fa rivivere innanzi agli occhi nostri il suonatore di *launeddas* quali era trenta secoli fa » e aggiunge, il che mi pare troppo per quello che dirò in appresso io e dirà lo stesso Fara, « quale è tutt'ora, perchè nulla è cambiato in questo strumento! ».

Trovato così il punto di partenza nella storia delle *launeddas*, il Fara ebbe spianata la via all'indagine comparativa nell'evoluzione degli strumenti ad ancia, ed io mi proposi di valermene nella ricerca dell'etimo della denominazione assunta dallo strumento nelle parlate isolane. Ma gioverà qui premettere una particolareggiata descrizione dello strumento, delle sue parti e de' suoi accordi, accompagnandola coi nomi relativi e la loro etimologia.

***

Lo strumento, come già dissi più sopra, consta propriamente di tre tubi di canna, donde l'uso comune al popolo di denominarlo sempre al plurale: « *launeddas* ». Ciascuna canna ha dimensione e nome proprio. La canna più grossa e più

(1) Il bronzetto di 8 cent. d'altezza venne primamente illustrato dal prof. A. Taramelli, Direttore del Museo Archeologico di Cagliari, nelle *Notizie degli scavi* del 1907 p. 356, insieme con altri preziosi cimelii d'arte protosarda, risalenti alla civiltà nuragica. Ma mentre egli lo aveva giudicato come « un essere umano ermafrodito che in atteggiamento singolare delle gambe, incurvato quasi in posizione sedente o in atto di danza, suona la doppia tibia »; il musicista cagliaritano, messo in sospetto che la statuetta preistorica d'arte indigena potesse raffigurare un sonatore di uno strumento greco, qual'è precisamente la doppia tibia, riesaminò l'idoletto con occhio d'intenditore e scorse la triplice canna delle *launeddas* nell'arnese sonato dalla figurina, che è proprio in posizione sedente e non di danza, v. FARA, op. cit. p. 40-41. Messo sull'avviso, anche il Taramelli consentì con lui, v. *Il tempio nuragico ed i monumenti primitivi di S. Vittore di Serri* (Sardegna), nei *Monumenti antichi* pubblic. dalla R. Accademia de' Lincei, vol. XXIII, coll. 425, Roma 1914.

Digitized by Google

lunga (circa 85 cm. col becco), la quale s'imbocca alla sinistra del sonatore, fornisce un'unica nota, la più grave dell'intero strumento e s'accompagna come « basso », ovverosia « nota-pedale » fissa e continua a tutta la musica che si eseguisce con le *launeddas*.

È detta *tumbu*, forma nasalizzata del lat. tubus, come parecchi hanno veduto (1). Il Fara op. cit. p. 14 aveva pensato invece di mandarlo col log. *tumbare*, cagliar. *attumbái* 'cozzare, urtare', quasi indicasse « figuratamente l'urtare del pedale fornito da questa canna, con le melodie che eseguiscono le altre due canne ». Comparazione alquanto artificiosa e aliena dalla spontaneità popolare; ma ben presto se ne ricredette (2). I predetti due verbi sono tutt'altra cosa e vanno coi derivati dalla radice onomatopeica tum(b)-, di cui tocca il REW. al n. 8975; mentre la derivazione del *tumbu* delle *launeddas* da tubu è da ritenersi indubbia. L'inserzione del *m* avanti al *b* in questa formola e in questo territorio in ispecie, non ha nulla di insolito e può essersi svolta spontaneamente, come nella serie addotta dal Wagner loc. cit.; e di più può esservi stata promossa dall'incontro con un'altra voce campidana: *retumbu* 'rimbombo' (Porru e Spano), che facilmente si associava al suono particolare quasi di 'rimbombo' della stessa canna maggiore (3).

(1) V. Rolla, *Secondo Saggio Vocab. etim. sardo*; Cagliari 1895, p. 105, — Zanardelli, *App.* cit. p. 18 e Wagner, *Lautl. d. Südsard. Mund.* p. 65.

(2) V. *Sulla etimologia della parola* « tumbu », nello stesso vol. XXI (1914) della Rivista Musicale ital., pp. 322-23, dove il Fara ritorna sulla detta parola per abbandonare la prima comparazione e proporre la derivazione del lat. bombus 'rimbombo, mormorio, ronzio d'api', osservando che i latini definivano con *gravi bombo* il suono della canna più grande delle *tibiae impares* e con *acuto tinnitu* quello della canna minore. Ma come il lat. bombus entri nell'etimologia è detto nel testo e nella nota che segue.

(3) Avremo qui un curioso caso di contaminazione reciproca, perchè alla sua volta *retumbu* rifarà l'it. *rimbombo*, v. bombus REW. 1199[1], disposato a *tumbu*, come a dire da una parte: tubu + *retumbu* = *tumbu* e dall'altra *re-bombu + *tumbu* = *retumbu*. E passi qui pure l'altro incrocio che mostra la voce *truvedda*, con cui nel Logudoro, come vedremo più innanzi, si designa il nostro strumento (Spano parte it. s. zampogna), la quale prenderà il *r* e il genere femminile da *trumba*, ragguagliandosi a tubu + tromba. Il ragguaglio proponevo io molti anni or sono nell'*Arch. glott. it.* XIV 406, ricordandovi l'a. pis.

Digitized by Google

La seconda canna di media grandezza, lunga 52 cm. circa compreso il becco, sussegue al *tumbu* e chiamasi *sa seĝunda* oppure *mankọsa manna* o semplicemente *mankọsa*, come a dire 'mancina grande o mancina'; non solo perchè si trova a mano manca, ma anche perchè si suona esclusivamente con la manca, v. Fara op. cit. p. 14. Essa è unita al *tumbu* da una forte legatura di spago impeciato, posta all'estremità superiore della canna, proprio nel punto ove è incastrato in ciascuna un cannello, che funge da becco con tagliatavi un'ancia semplice avente l'estremità libera rivolta all'ingiù. Il becco è denominato nel Campidano *kabizza*, che significa anche 'spiga' in quella regione e ripete il lat. capitia, donde pure in sua fonetica il log. *kabitta* v. REW. 1637; e l'ancia o linguetta è per l'appunto detta nel campid. *linĝuazza*, cui corrisponde co' suoi suoni il log. *limbatta*, ossia lingua + suff. -acea.

La terza canna infine è la più corta, circa 46 cm. col becco; è indipendente, ossia non legata con le altre due e chiamasi *mankoseḍḍa* 'mancina piccola'; mentre *mediana* è una quarta canna di riserva che può sostituirsi alla precedente.

Superfluo pel nostro assunto l'aggiungere che mentre il *tumbu* non ha fori laterali, le altre due canne, la *mankọsa* e *mankoseḍḍa* hanno ciascuna quattro fori laterali nella parte anteriore della canna e tutti sulla stessa linea; inoltre più in giù sulla stessa linea un'apertura longitudinale, in forma di rettangolo assai allungato e stretto, denominato *arrefinu*. Rappresenta come il *diapason*, il punto cioè di confronto per regolare gli altri suoni della stessa canna, v. Fara op. cit. p. 20; significazione che trova riscontro nel log. *raffinare sos pesos* 'aggiustare i pesi' (Spano) e nel camp., con la caratteristica sua reduplicazione iniziale, *arrefinái*, di cui *arrefinu* è un evidente deverbale.

Gli accordi delle *launeḍḍas* prendono il nome generico di *sonu de ĝanna* (1), e tanto la riunione delle tre canne necessaria all'uopo, quanto la combinazione degli accordi che se ne cavano, sono chiamate *kunzẹrtus* dall'it. *concerto*, ai quali si dànno denominazioni particolari, quali: *kunzẹrtu kon-*

---

trobba 'tromba', e l'accolse il Salvioni, *Bricciche sarde* n. 99, in Arch. stor. sardo V 241, notando a ragione che nella voce logudora prevale tuba, nella toscana tromba. Cfr. *sa trumba* a Ploaghe.

(1) Vedremo più innanzi come questa espressione 'suono di canna' serva invece in alcuni luoghi come appellativo dello strumento stesso.

Digitized by Google

trappuntu, *mandulinu*, *puntu 'e órganu*, *mediana 'e pipia*, *fiorássiu*, *monǧa*, *viúda o fiuda*, *viudẹdda o fiudẹdda*, secondo i casi. Così p. es. il ballo sardo si accompagna col *kunzẹrtu fiorássiu*, il più ricco di note, mentre il triste accordo delle note funebri spetta al *kunzẹrtu fiúdu*.

Con codeste denominazioni il pastore sardo ha procurato felicemente di rappresentare la qualità più o meno acuta o grave, lieta o triste degli accordi di ciascun *kunzẹrtu*; onde *k. mediana 'e pipia* quello delle voci acute ed allegre come dei bambini, poichè *pipia* è fm. di *pipiu*, voce campidana per 'fanciullo, bimbo' (Spano), mentre il log. *pupia*, più conforme alla base lat. pupa REW. 6852, conserva l'*u* protonica, che nel campidanese si è assimilata alla tonica; — *k. fiúda*, *-ẹdda* quello dei tristi accenti della vedovella, come dice il camp. *fiúda* o *viúda* per vidua con metatesi vocalica e trasposizione d'accento, avvenuta probabilmente dapprima nel diminutivo *viduẹdda*: *viudẹdda*, di fronte al log. *battiu*, *-a* < captivu -a REW. 1663 che dice lo stesso; — *k. monǧa* quello lamentevole della monaca, come esprime il camp. *monǧa* acc. al log. *monża* < moni[c]a REW. 5654; — *k. fiorássiu*, che è tradotto dal Fara 'fiorettaio' musicale e trova riscontro nel log. *fiorazu* 'fioraggio, fiorame' (Spano); ha la veste campidanese di un deverbale da **fiorássiri*, forma incoativa alla foggia spagnuola di *aggradèssiri*, e sim. v. Hofmann, *Log. u. camp. Mund.* p. 77.

Sulle altre voci non occorre spender parola, tanto sono evidenti formazioni tardive sulla lingua colta. Gioverà piuttosto rilevare come le più caratteristiche delle denominazioni sopra allegate: *kabizza*, *linǧuazza*, *arrefinu*, *pipia*, *fiúda*, *monǧa*, *fiorássiu* e perfino il già ricordato *strakkaṡu* dal gr. mediev. tarcasiu REW. 8571, cfr. it. *turcasso*, siano tutte di pretto stampo campidanese; e in effetto le *launẹddas* sono uno strumento proprio dei vari Campidani. Nel Capo di sopra si trovano raramente e quando s'incontrano sono sempre importate dal mezzogiorno dell'isola e sono denominate di solito nel Logudoro: *aenas*, *enas*, come già rilevava lo Spano, v. qui la nota 2, oppure *truredda* or ora addotto e sue varietà fonetiche (1).

(1) Le cartine geoglottiche II *a* e *b* mostrano abbastanza codesta distribuzione nei due Capi. Si vede p. es. a Sindia 60: *sas trubẹddaṡa* e a Martis 66: *sas truṛẹddaṡa*, e a Bitti 53, Orosei 54, Onnifai 55, Galtelli 56, Dorgali 57: *triẹdda*; mentre a Nuoro 52: *lionẹdda* alla campidanese,

Digitized by Google

E un'altra osservazione importa di fare. I detti appellativi delle parti dello strumento e delle combinazioni musicali sono tutti d'evidente base latina, e di base latina sarà pure il nome dello strumento. Senza farneticare dietro a lingue del tutto scomparse, come si è fatto per il nome *Nuraghe*, dovremo ricercare l'etimo del nome *launẹddas*, nel patrimonio lessicale indigeno, che si venne elaborando nell'isola, dopo che il volgar latino vi estese il suo dominio. Ne è possibile pensare ad un'importazione diretta di un nome greco o latino; perchè nè gli *αὐλοὶ γαμήλιοι* dei Greci nè le *tibiae geminae* dei Latini, benchè strumenti a fiato con ancia possono paragonarsi con le *launẹddas*; e inoltre perchè, da quel che appare nelle attuali costumanze, i Greci e i Romani non importarono nell'isola che strumenti usati da artisti o soldati, per spettacoli teatrali o per segnali bellici, e probabilmente solo presso le popolazioni litoranee, v. Fara op. cit. p. 47.

L'attuale denominazione dunque dello strumento indigeno, usato nelle remote solitudini dei monti e delle valli fin dall'eta nuragica, deve esser sorta di fra gli indigeni stessi e ce ne darà la chiave la storia stessa dello strumento.

---

come parimenti a Pozzomaggiore 62 e Bonnànaro 63: *sal leonẹddaś*[a]. La stessa base apparisce anche nella Gallura, dove la forma viva di Tempio 69 suona: *li truẹddi* e quella di Sassari 68: *li truẹdduri* o *truḅẹdduli*, mentre a Porto Torres 67: *li truẹddi* come a Tempio; e isolato il soprariordato appellativo di Ploaghe 65: *sa trumba*. Per l'altra denominazione propria del Logudoro vedansi: *saś ẹnaś*[a] a S. Lussurgiu 47, Cuglieri 48 a, Gavoi 50, Bortigali 58, Macomer 59, Padria 61 e Ittiri 64; e *iś ẹnaś*[a], cioè con l'articolo campidano, a Ortueri 45, e *saś bệaś*[a] a Narbolia 46 a. Il prof. Gino Bottiglioni, alle cui solerti cure debbo codeste forme vive e quelle che più avanti seguiranno, mi comunica che avendo fatta la sua indagine in una caserma, dove erano molti Caposopresi. ha riscontrato che i più di loro ignoravano il nome dello strumento, che non è proprio della loro regione. Altri informatori mi confermano codeste notizie. Fra questi l'egr. sig. Pietro Lutzu da Scano-Montiferro mi fa sapere che nel Montiferro e nella Planargia si usa *sal bẹnas*, e in tutta la zona campidanese di Oristano 37 a, Simassi 37 b e Milis 46 b, *launẹddas*, mentre in qualche villaggio della stessa zona: *sọnus de ĝanna* o *sọnu d'ẹnas*. Del resto, le *launẹddas* tendono a scomparire pur dai luoghi, dove un tempo imperarono. Ora il nome viene dato dai ragazzi anche a dei piccoli zufoletti che fanno con le canne o con gli steli del fieno.

Digitized by Google

***

Senza qui ripetere codesta storia, tracciata egregiamente dal Fara, op. cit. p. 55-56, al nostro assunto basta notare che anche le *lanneddas* con tutta probabilità devono essersi svolte successivamente dalla semplice cannuccia d'avena o di scorza d'albero, donde il pastore primitivo si piacque di trarre qualche suono a svago e diletto, mentre guardava le greggi erranti al pascolo. E il *tumbu* dovette essere codesto primo tubo risonatore. Ma col progredire di tutte le forme del vivere, non bastò più quell'unico suono e allora col praticare dei fori laterali, uno, due, tre, fino a quattro in un altro tubo accoppiato al primo, si andò aumentando gli accordi, fino a che se ne aggiunse un terzo, da imboccare coi due primi e anch'esso con altri fori, che accrebbero ancora di più la serie dei suoni. Si arrivò così allo strumento completo, che senza il concorso di altri compagni potè soddisfare all'innato senso musicale del pastore sardo e tale rimase attraverso ai secoli.

Una attestazione, per quanto confusa ed indiretta, di questo passaggio dal tubo unico ai due e ai tre, mi pare ci sia data da alcune denominazioni che si raccolgono tuttora per indicare le *launeddas*. Così, allude all'unico tubo risonatore l'appellativo che a Seui 40 si dà allo strumento: *su sọn' e dumbu* accanto all'altro *su sọn' e janna*; e parimenti *sọnu de janna* a Villamassargia 8 presso Iglesias, a S. Basilio 22 presso Senorbi, a Sélegas 23, Sanluri 24, Sardara 25 e Laconi 34; mentre a Villacidro 15: *su sọ̈u de janna* con la caduta del *n* e la nasalizzazione dell'*o* attigua (1); in tutte le quali

(1) Un particolare discorso richiederebbe la nasalizzazione della vocale pel dileguo di -N- intervocalico, in alcuni dialetti del sud; ma senza qui studiare la manifestazione in ciascun paese, valgano questi esempi della parlata di Arbus, de' quali sono debitore alla medesima fonte e che valgono in generale anche per le altre. Il dileguo del -N- ha qui pieno effetto e la nasalizzazione si ripercuote sulla vocale tonica, se questa precede immediatamente il *n*, come si vede dalla tilde che vi sovrapponiamo; *mãu* 'mano', *kãi* 'cane'. *pãi* 'pane', *bẽi* 'bene', *bĩu* 'vino', *bukkọ̃i* 'boccone', *kanzọ̃i* 'canzone', *maśọ̃i* 'ovile', *preśọ̃i* 'prigione', *prummọ̃i* 'polmone', *rezọ̃i* 'ragione', *sọ̃u* 'suono', *trọ̃u* 'trono', *ũa* 'una', *lũiśi* 'lunedì' e sim. Parimenti se il *n* precede la tonica, è ancora questa che soffre la nasalizzazione e porta la tilde: *čeãbara*, cfr. log. *kenãbura* 'venerdì' *ǧeõãi* 'di-

Digitized by Google

denominazioni a *sọnu* si accompagna il termine specifico 'canna'. Siffatte espressioni sono del resto abbastanza diffuse, quasi sempre usate al plurale, indicando con questo la molteplicità degli accordi. Si dice infatti: *is sọnu[s] de janna* a Sèlegas 23, a Sanluri 24 e Sardara 25 or ora ricordati e con la nasalizzazione: *is sõu[s] de janna* a Barrali 13, Arbus 17, Samassi 20, Mogoro 29, Masullas 30, Siris 31, Pompu 32, Terralba 33, Cabras 38 e Riola 39 presso Oristano, località tutte del Capo di sotto e che usano pure il nome *launẹddas* variamente atteggiato secondo la loro fonetica, come vedremo fra poco.

Alle due canne (*tumba* e *maukọsa*) essenziali alle variazioni melodiche si riferisce la denominazione che si incontra, accanto a quella comune, a Jerzu 36: *iś biśinaśa* e parimenti a Lanusei 41 e Bari Sardo 42: *iś biśọnaśa*, e del pari a Gairo 43 nella stessa zona, dove però questa espressione indica propriamente le due canne maggiori e *tumẹdda* si chiama la più piccola.

Isolate rimangono alcune denominazioni a Sarróch 7 presso Pula: *is kunzẹttuśa* acc. a *launẹddas*, che equivale ad *is kunzẹrtus* 'i concerti' nel senso degli accordi di cui si è detto sopra, con l'assimilazione di *-rt-* in *-tt-*; a Laconi 34: *is zimbullẹddaśa*, come a dire «cembulelli», rifoggiato sul cat. *cembol*, piuttosto che sull'it. *cembalo* da cymbalu REW. 2441; infine a Fonni 49: *saś ridulas*, prezioso cimelio, che spetta alla famiglia di *viola*, *-ino* e rimette in causa la base dieziana (*Et. Wörth.* 341) vitula deverbale di vitulari, di contro al REW. 9119 (1).

---

giunare', *launẹddaśa*, ecc. Se poi il *n* si trova tra due vocali fuori d'accento, avviene sì il dileguo, ma non la piena nasalizzazione di una di quelle; si ode solo un leggerissimo suono nasale fra l'una e l'altra che segniamo così: *aži ~ a* 'nova' [*acina*], *ma ~ iẓẹdda* 'manina', *fẽmmi ~ a*, *rũi ~ a* 'ruggine' e sim.

(1) La voce fonnese non può meglio attestare la continuazione di vitula, di cui non altera, giusta la propria fonetica, che il *-t-* in *-d-*, v. Wagner *Südsard. Mund.* p. 36. Quanto al V- a p. 34 egli dice che si fa *b-* in tutto il dominio; ma ciò non è molto esatto, nè il W. poteva essere preciso, abbracciando un territorio molto esteso e considerando in esso tutte le condizioni di tutti i suoni. Ad altri risultati è giunto il Prof Bottiglioni nell'indagine, che intorno al V- nel fonnese ha istituito con molta precisione su una grande copia di fonti, e con me gli studiosi saranno grati al giovane valente, che li ha messi a mia disposizione e mi consente di pubblicarli. Di V- in *b-* occorrono:

Digitized by Google

Attualmente le *launeḍḍas* son fatte di canna (1). Ma prima della canna è lecito credere che si sia adoperata la scorza di qualche pianta, che fornisse tubi acconci. Tale è l'oleandro, abbondantissimo nella parte medidionale della Sardegna, dove cresce spontaneo lungo i fiumi, i torrenti e i rivi (2). Ed io fin dai primi anni della mia osservazione sono stato colpito dalla omofonia del nome *launeḍḍa* e sue varianti *leoneḍḍa*, *lioneḍḍa* con *launaži*, *leonaži*, *lionaži*, che sono le denominazioni più comuni dell'oleandro nel Campidano, la patria delle *launeḍḍas*.

binti 'venti'; *bọis* 'voi' (*ęś bọis*) 'siete voi'; *sa bọje* 'la voce', *duaś bọjes*; *bọ́idu* 'vuoto' (*ęś bọ́idu*); *beranu* 'primavera' (*ęś beranu*); *binninnare* 'vendemmiare', *bombittare* 'vomitare'. Però non mancano casi in cui V- resta, se iniziale o preceduto da parola uscente in cons., e dà *ḅ-* se preceduto da parola terminante per vocale: *vaḍḍe* 'valle', *duaś vaḍḍes*, *sa ḅaḍḍe*; *vaʰa* 'vacca', *duaś vaʰas*, *sa ḅaʰa*; *vęna*, *sa ḅęna*; *vẹntu*, *ęś vẹnt' oristanẹ́śu* 'è vento d'Oristano', *su ḅẹntu*; *vinu*, *ęś vinu bọnu* 'è vino buono', *ʰustu ḅinu* 'questo vino'; *viere* 'vedere', *nol lo ḅọǧǧu ḅiere* 'non lo voglio vedere'; *vida*, *sa ḅida*; *volare*, *nok kẹppo 'e ḅolare* 'non posso o non voglio volare; *no ęś vọstru*, *su ḅọstru*; *no ęś vẹru*, *sa ḅeridáde*.

Alcuni casi di dileguo: *tręś ęrmes* 'tre vermi', *su ęrme* 'il verme', *tręś ęspas*, *una ęspa*. Di V- in *p-*; *una pippera*, *duas pipperas*, certo per spinta assimilativa. Infine si aggiunga che tutte le consonanti iniziali restano intatte, se precedute da parola finiente in -S: *duos ʰanes* 'due cani', *duaś ǧrapias*, *duos tęlos*, *duaś dentes*, *duos pappos*, *duoś ballos*, *duaś manos*, ecc. Invece un -R si assimila sempre alla consonante seguente: *báttoh ʰanes* 'quattro cani', *báttoǧ ǧrapias*, *báttot tęlos*, *báttod dęntes*, *báttop pappos*, ecc.

(1) Il Fara op. cit. 24 ci informa che a costituirla perfetta occorre una qualità speciale di canna che « cresce solo presso alcuni villaggi e in luoghi piuttosto asciutti, e bisogna tagliarla in una data stagione non solo, ma anche — almeno così affermano i sardi costruttori — in ora propizia e tenerla, prima di lavorarla, molto tempo a stagionare ».

(2) V. Salvatore Vacca-Concas, *Manuale della Fauna e della Flora popolare sarda*, Cagliari 1916, p. 163, che veramente esprime questo giudizio per la Sardegna in generale; ma le sicure informazioni da me assunte, oltre la mia personale osservazione, limitano l'affermazione nel senso detto nel testo.

Digitized by Google

Anche il Fara (1) ha sentito codesto vincolo, ma non vi insistette e abbandonò la derivazione da *leonaži*, sedotto dall'altra da *lau* 'lauro'. E quando io gli comunicai che ero invece sempre più persuaso di connettere il nome *launeddas* con quello dell'oleandro, mi oppose alcune obbiezioni, che avrebbero di certo gran valore, se fossimo nel campo della organologia musicale, ma non nel caso nostro, in cui si tratta di una denominazione sorta spontanea di tra il popolo. Ognun sa quanto la nomenclatura popolare sia capricciosa e come i nomi delle cose sorgano non da un'esatta e completa percezione delle cose stesse; ma per lo più da una prima e parziale immagine o nozione che si ha di esse, e siffatti appellativi formati di getto si continuano di solito inalterati nelle generazioni successive, che li ripetono inconsciamente, adattandoseli alle loro disposizioni glottiche, anche quando quelli più non rispondono pienamente alla cosa stessa. È questo, a mio avviso, il caso del nome delle *launeddas*, desunto primamente dai tubi di *launaži*, che una volta devono aver servito alla loro costruzione.

Il Fara anche privatamente insiste sulle sue obbiezioni (2). Io non contesto in nulla l'esimio musicista (3). Tutto ciò ch'egli mi osserva, risponde alla tecnica strumentale, ma agli effetti dell'etimologia basta il fatto che l'oleandro può aver fornito tubi sonori. Sul che non può cader dubbio, perchè in

---

(1) V. op. cit. p. 10, dove dice che, come qualcuno volle, potrebbe pensarsi alla derivazione da *leonaži*, «potendosi pur credere che anticamente i tubi di questo strumento venissero costrutti anche con bastoncini d'oleandro, essendo questo legno di midollo assai tenero e quindi facile ad essere forato per la sua lunghezza, a guisa di tubo».

(2) Così egli mi scrive «ciò che conta, ciò che dà carattere a ciascun istrumento a fiato e ce lo fa collocare in una più che in un'altra sezione, è la forma, il mezzo per cui l'aria vibra. E questo mezzo è dato dal genere dell'imboccatura: ancia semplice, doppia; bocca laterale, bocca trasversale; bocca zappata, bocchino, ecc. L'organo caratteristico delle *launeddas* è l'ancia semplice battente; e quest'ancia non poteva o non può essere che di canna. Fu forse prima d'avena, ma subito dopo di canna, e tale rimane ancor oggi negli strumenti più moderni e perfetti che siano ad ancia».

(3) È curioso che il Fara propenso all'etimologia da *lau* 'lauro', non s'accorga che le stesse obbiezioni valgono per l'alloro che é pure un legno. Come poi la parola *lau* entri nell'onomalogia dell'oleandro si vedrà più innanzi nel testo.

Digitized by Google

alcuni luoghi del Campidano e in ispecie nel territorio di Arbus si costruiscono ancora degli zufoli d'oleandro, soprattutto in maggio, quando il legno dell'oleandro quasi di per sè si sfodera e lascia da una parte il midollo e dall'altra il tubo della corteccia. Il qual uso dimostra altresì che i pastori non hanno ritegno ad accostarsi alle labbra i tubi dell'oleandro, e quindi o ignorano o non si curano che il suo frutto contiene dei semi velenosi (1).

Quanto poi all'ancia che si dice che non si possa praticare nel tubo dell'oleandro, giova osservare che l'ancia poteva essère separata e fatta su di uno stelo d'avena, sul quale anche i ragazzi sanno inciderla (2); e un siffatto beccuccio per la sua tenuità può essere inserito nel tubo dell'oleandro senza spaccarlo, come una facile esperienza lo prova.

Tutto considerato dunque si può conchiudere che ora l'oleandro non è certo la pianta prescelta per costruire le *launèddas* (3), quantunque in qualche luogo del Campidano lo si adoperi per strumenti del genere. Però, rispetto ai primordi delle *launèddas*, è d'innegabile importanza il fatto che il tubo dell'oleandro si formi da sè naturalmente, senza bisogno di speciale lavorazione. La canna deve essere forata e lavorata con arnesi da taglio, mentre l'oleandro può offrire un tubo sonoro, nel quale è facilissimo fare i fori necessari, essendo il legno dolcissimo. Le *launèddas* risalgono di certo, come risulta dalla scoperta del Fara, ad età remotissima, forse all'età

(1) V. il cit. *Manuale* del VACCA-CONCAS p. 163. E che se ne servano pei loro arnesi musicali lo prova il fatto che a Sèlegas p. es. si valgono del midollo dell'oleandro per turare a metà l'imboccatura dello zufolo di canna.

(2) Il Fara op. cit. p. 11 ritiene per certo che anche presso i Romani si siano usate cannucce d'avena pei primi strumenti ad ancia, e ricorda che ancora oggi i ragazzi dell'isola adoperano uno stelo di avena, chiuso ad un capo presso il nodello dello stelo stesso, per praticarvi sul dorso un taglio in modo da staccarne una striscia per tre soli lati, che corrisponde ad una specie di ancia semplice, con l'estremità libera volta all'ingiù; e così foggiano uno strumento campestre che dà un solo suono ronzante, che ha una lontana analogia col timbro delle *launèddas*.

(3) Un provetto sonatore di *launèddas* e anche costruttore di esse, Mestu Lechiriu di Arbus, interpellato al riguardo, ha fatto sapere che non ritiene possibile costruirne di *leonàzi*. Ma la sua affermazione non può considerarsi assoluta, perchè si fonda solo sulla sua esperienza che è conforme all'usanza attuale, come è detto nel testo.

Digitized by Google

neolitica, quando cioè non era molto facile tagliare e lavorare il legno. Certo non possiamo provare che quelle primitive fossero di oleandro: ma è lecito supporre che tali siano state in qualche tempo e tali siano continuate ben giù nei tempi. Con la colonnizzazione romana si saranno di certo modificate e perfezionate sia nei tubi che nel becco e nell'ancia, introducendo anche l'uso della canna ad imitazione delle fistole romane (1). Si può supporre anche che siccome i tubi constano di due parti, quella col bocchino e l'ancia sia stata fatta di canna, mentre l'altra poteva essere di oleandro. Comunque, come le *launeddas* sarde non perdettero il loro carattere peculiare della triplicità dei tubi, così non venne meno il ricordo tradizionale dell'albero, che aveva concorso alla loro costruzione, e dall'oleandro venne la loro denominazione più comune e caratteristica.

Stabilito questo sulla guida della storia dello strumento, passiamo all'identificazione linguistica del nome.

***

L'it. *oleandro* come il fr. *oléandre*, sp. *oleandro*, *eloendro*, port. *loendro*, *eloendro* si considerano come derivati da una base *oleandru, formatasi dalla trasformazione del gr. rhododendros, v. REW. 7290 e ROLLAND, *Flore pop.* VIII 30, che enumera varie alterazioni b. lat.: *lorandrum*, *rorandrum*, *roduandrum*, ecc. Dalla stessa base viene alla Sicilia: *linnira* per la pianta, oltre vari nomi locali, v. *Arch. glott. it.* Suppl. VI 82; e nella Sardegna pure ne discendono le denominazioni popolari della pianta. Se non che nel Capo di sopra, dove l'oleandro spontaneo scarseggia o manca, e perciò è poco o nulla conosciuto dal popolo (2), occorrono o prette riprodu-

(1) Giova tener presente che la fistola romana, altrimenti detta siringa, è formata come un piccolo organo o ala d'uccello, con sette o più canne, di diversa lunghezza e grossezza, conteste in ordine scalare a mezzo di cera e lino. *Pan primus calamos cera conjungere plures instituit*, dice Vergilio nell'Egl. II, v. 32, perchè i Romani ne attribuivano l'invenzione al Dio Pane e la solevano rappresentare in mano della sua amante Siringa, cambiata da Giove in canna. E altrove accenna alla disparità delle canne, dicendo: *Fistula disparibus compacta arundinibus*.

(2) V. per codesta distribuzione geografica la cartina I *a* e I *b*. Il prof. Bottiglioni poi mi fa sapere che avendo fatto il suo interrogatorio in un giardino, dove sorgeva una bella pianta di oleandro, ha notato

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

zioni della voce italiana, come a Tempio 69 *aliandra*, *oliandra*, oppure curiose sostituzioni di nomi dottrinali, come p. es. *belladonna* a Padria 61 e a Sassari 68, perchè questo veleno si estrae dai semi dell'oleandro; oppure *sabadita* nel Montiferro e nella Planargia ed *erba ki fàid isturridài* a Riola 39 (1). All'incontro nel Nuorese e nella valle del Cedrino e più giù nell'Ogliastra, ai confini del Campidano, s'incontra un'alterazione popolare caratteristica della base **oleandru*, che ha una notevole estensione topografica. L'alterazione è profonda, ma come accade di spesso nella nomenclatura botanica, vi ha esercitato un'azione decisiva l'analogia di un'altra pianta assai diffusa, il 'corbezzolo' detto *olidoni*, *(o)lioni leoni* (unedo, v. WAGNER, *Südsard. Mund.* 39 e REW. 9068. Per effetto di questa attrazione analogica avviene l'internamento dell'*o*, onde *ole-* in *leo-* *leu-*) e l'inversione della seconda sillaba *an* in *na*: *leona* (2); di più la sostituzione di un suffisso indigeno *-ake* in luogo della desinenza *-dru*: si

che il 50 % delle fonti esaminate non ha saputo darle il nome e apparteneva al Capo di sopra, mentre quasi tutti quelli dell'altro Capo la conoscevano e denominavano, come pianta a loro familiare. Così dei luoghi registrati risulta sconosciuto a S. Lussurgiu 47, Cuglieri 48a, Fonni 49, Bortigali 58, Macomèr 59, Sindia 60, Bonnànaro 63, Ittiri 64, Ploaghe 65, Martis 66, e Portotorres 67, tutti del Capo di sopra.

(1) Così il sig. Lutzu, il quale aggiunge che nei tre Campidani di Oristano 37 a, Simassi 37 b e Milis 46 b si usa *leonàzi*. Il nome *sabadita* è pure dato dallo Spano come logudorese (manca infatti al Porru) per 'oleandro'. È particolarmente curiosa la confusione tra l'oleandro e la sabadiglia, che è tutt'altra pianta. L'unico punto di contatto ideologico è questo che tanto dai semi dell'oleandro quanto dai frutti della sabadiglia si trae una polvere venefica, v. il cit. *Manuale* del VACCA-CONCAS p. 303, dove si ricorda l'effetto starnutatore di questa polvere, che è anche antiparassitaria, e la locuzione di Riola 39 si riferisce appunto alla prima di codeste azioni. La voce non fa che ripetere tal quale il cat. *sabadilla*, definita analogamente « polvos pera fèr estornudar y pera matar polls », che va alla sua volta con lo sp. *cebadilla* 'polvere d'elleboro', riprodotto dal log. *sebidiglia* st. sign. (Spano), e per le varie specie d'elleboro e le sue denominazioni popolari, v. ROLLAND, *Flore pop.* I 77 sgg. La voce spagnuola è un derivato diminutivo di *cacepa* + *at* + *illa*, nel senso di 'bulbo, bulbicino'; cfr. della stessa base il camp. *sebada* 'aloe', cat. *ceba cecotri* 'aloe socotrino', *ceba marina* 'squilla', *ceba albarrana* sp. *cebolla albarrana* o *albarranilla* 'porro selvatico'.

(2) È la via additata dal SALVIONI, *Briciche sarde* N. 24 in Arch. stor. sardo, V (1909), p. 220, che non fa cenno di attrazione analogica.

Digitized by Google

arriva così a **leunake*, da cui si spiccano con una metatesi reciproca di *l-n* in *n-l* la forma viva *neulake* di Lanusei 41, Orosei 54 e Onnifai 55 nel bacino del Cedrino, e di Sarule 51 e Bitti 53 nel Nuorese; *neulaĥe* a Dorgali 57, *niulake* a Nuoro 52 e Galtellì 56.

Al medesimo ceppo si riattaccano del pari le numerose forme campidanesi che posso addurre. Alla loro formazione concorre l'incrocio con altre voci e uno scambio di suffisso. Si possono quindi dividere in tre gruppi:

a) nell'analogia di *leoni*, [*o*]*lioni* 'corbezzolo' per la via indicata più sopra e successive evidenti sfumature vocaliche, + vari suffissi di cui dirò: *leonaži* a Cagliari 1, Sèlegas 23, Laconi 34 e Jerzu 36; *leonarži* a Gùspini 18; *leunarğu* a Iglesias 9, *lau-*, *leunažu* a Pirri 3 presso Cagliari, *leunaži* a Selargius 5 e a Maracalagonis 6; *lionağği* a Lotzorai 44, *lionaži* a S. Basilio 22 presso Senorbi, ancora a Sèlegas 23, Esterzili 35, Oristano 37 a, e Seui 40; e con la caduta del *n* e la nasalizzazione dell'*a* attigua: *leoâži* ad Armungia 26 e Isili 27.

b) con incrocio di *lau* 'lauro' (1) e gli stessi suffissi: *launaržu* a Villamassargia 8 presso Iglesias; *launaži* a Villassòr 11, Sanluri 24 e Quartu S. Elena 2, dove si usa questa forma pel fiore e *launaža* per la pianta; *lauãži* a Nuraminis 12, Serramanna 14, Villacidro 15, Gonnosfanàdiga 16, Arbus 17, Mogoro 29, ecc.; *lauãžu* ancora a Villassòr 11; *louãži* a Pabillonis 19.

c) con incrocio di *linna* 'legna': *linnaži* a Senorbi 21.

Merita particolare attenzione il suffisso che viene a sostituirsi alla desinenza originaria. Appropriata è quella caratteristica logudorese in *-ake* (*-aĝe*), che ritorna in parecchi derivati da nomi botanici, usati come appellativi di Nuraghi, come *ferulaĝe* da ferula, *prunake* da prunus, *suraĝe* da *suru* < *suberu suber. Gli corrisponde nel campidanese *-aži*, che ne è il legittimo successore (2), cfr. log. *tenaĝe* camp.

(1) Al 'lauro' aveva pensato anche il Rolla, *Secondo Saggio Voc. etim.*, p. 82; ma, a tacere delle altre circostante concomitanti all'etimo *launaži*, la sua postulazione **lauronariu* o **lauronax*, *-cis* non è morfologicamente senza difficoltà.

(2) Questa desinenza logudora *-ake* (*-aĝe*), camp. *-aži* può essere o un diretto riflesso dal lat. -ax, -cis, come nell'addotto *tenaĝe*, *-aži* o in *furraĝe furraži* < fornax -cis e sim., oppure un'alterazione di altro suffisso latino caratterizzato dalla gutturale, come

Digitized by Google

tanaži < tenax -cis REW. 8638, come occorre nel maggior numero degli esempi allegati: *leunaži*, *leonaži*, *lionaži*, *leoâži*, *launaži*, *lauâži*, *louâži*, *linnaži*. Ma oltre a questo, il campidanese approfitta dell'altro suffisso derivatore di nomi di piante -ariu, che nel suo dominio riesce ad *-aržu*, *-arǧu* e con assimilazione *-aǧǧu*, onde *launaržu*, *leonarži*, *leunarǧu*, *lionaǧǧi*, nelle quali forme è da rilevarsi la desinenza *-i* in luogo di *-u*, dovuta all'analogia con le uscite in *-aži*.

Dopo tutto ciò non è meraviglia che ancora in pieno territorio campidanese il *leunaži* abbia suggerito il nome allo strumento musicale proprio di quel territorio: nè la nuova formazione che spontanea si offriva al parlante, incontra difficoltà morfologiche, perchè veniva naturale di aggiungere alla desinenza *-aži*, a indicare una piccola parte della pianta, il suff. diminutivo *-edda*, onde *launažedda* (1) e per contrazione *launędda*; o meglio di sostituire senz'altro alla desinenza *-aži* propria dei nomi delle piante, quella diminutiva *-ędda* più confacente ad un piccolo arnese formato con un ramo della pianta.

Anche qui giova distinguere la messe degli appellativi in varie serie, secondo che risentano di *lau* 'lauro', o si atten-

---

p. es in *umbraĝe* < umbraculu, cfr. FLECHIA, *Orig. d. parola Nuraghe* in «Atti d. Acc. di Torino» VII (1872) p. 864. Questo suffisso -culu -c'lu si riduce nel log. *-ju*, camp. *-ĝu* (*ku*), p. es. in *umbraju* acc. al cit. *umbraĝe*, *ispiju* acc. a *spriĝu* < speculu, e sim., v. HOFMANN, *Log. u. camp. Mund.* p. 69 e WAGNER *Südsard. Mund.* p. 44. Ora, io escluderei senz'altro che nei nomi botanici e locali del genere sopraindicato, la desinenza log. *-ake* camp. *-aži* sia una stessa cosa dell'originario lat. -ax, -acis, che è in *tenaĝe tanaži* < tenax, -cis, *furraĝe furraži* e sim.; e penso che quella desinenza tragga origine da una contaminazione, avvenuta dapprima nelle regioni contermini logudoresi e campidanesi, ossia risulti dell'esito *-ku* (*-ĝu*) da -c'lu -culu, attratto nell'analogia di *-ke* (*-ĝe*) da -ce predetto; onde *umbraĝe* presuppone un **umbraĝu* acc. ad *umbraju* < umbrac'lu, e così del pari il log. *neulake* proverrà da **neulaku* < **neulac'lu*, allo stesso modo di *leunaži* da **leun-ac'l-*.

(1) Siffatto appellativo appare in un nome locale: *Su Launaželddu* presso Donori, insieme con l'altro: *Sa Launędda* nel comune di Mandas, e *Riu Launeddas* in quel di Solarussa, v. ZANARDELLI, App. cit. p. 17.

Digitized by Google

gano alla forma *leon-*, *lion-*, che è in *leoni*, [*a*]*honi*, o altrimenti modifichino la prima sillaba (1).

I serie. — È la più largamente diffusa, giustificando così l'opinione del Fara e di chi con lui vuol vedervi un derivato da « lauro », ed eccone le forme esattamente riprodotte secondo la viva pronunzia:

a) *iś launèddaśa* a Cagliari 1.

b) *il launèddaśa* a Quartu S. Elena 2, Pirri-Monserrato 3, S. Elmas 4, Selargius 5, Sarròch 7, Villassòr 11, Senorbì 21, S. Basilio 22, Sèlegas 23, Jerzu 36, Seui 40, con l'assimilazione sintattica fra l'art. pl. *iś* e l'iniziale *l-*.

c) *il lauèddaśa* a Nuraminis 12, Serramanna 14, Villacidro 15, Gonnosfanàdiga 16, Oristano 37 a, ove s'ode anche l'articolo log. *sas*, e Cabras 38, ancora con la sopraddetta assimilazione e la riduzione della sillaba *-ne-* a semplice vocal nasale *è*.

d) *iś launèddaśa* a Dolianova 10 e *iś launèddaśa* a Lotzorai 41, in cui il *-s* dell'art. pl. è fatto sonoro e il *l-* iniziale si è palatalizzato per quest'ultima.

II serie. — Mostra gli stessi fenomeni di assimilazione all'iniziale e nasalizzazione all'interno:

a) *iś leonèddaśa* a Maracalagonis 6 e a Laconi 34, dove si raccoglie anche *sal leonèddaśa* con l'articolo logudorese, come di norma a Pozzomaggiore 62 a Bonnànnaro 63.

b) *il lionèddaśa* a Nurallao 28, Esterzili 35 e Seui 40, dove si dice pure *il laun-* come si è visto alla serie I *b*.

c) *il leoèddaśa* ad Armungia 26 e Isili 27.

III serie. — Oltre i fenomeni sopra indicati mostra la risoluzione *lau-* nella prima sillaba, dovuta forse alla forma *lora* 'alloro', che il Rolla, *Sec. Saggio*, p. 82 ci attesta e donde *lou* col noto dileguo campidanese del *-r-*, cfr. Wagner, *Südsard. Mund.* p. 39:

il louèddaśa a Villassòr 11, Barrali 13, Arbus 17, Guspini 18, Pabillonis 19, Samassi 20, Sanluri 24, Sardara 25, Mogoro 29, Masullas 30, Siris 31, Pompu 32 e Terralba 33.

(1) Talora non v'è corrispondenza tra la prima parte delle due parole per l'oleandro e per lo strumento musicale. Così a Cagliari si denomina questo *iś launèddas* e quello *leonàxi*; ma non c'è da attribuirvi importanza, perchè le fonti scambiano facilmente la prima sillaba, usando indifferentemente *lau*, *leu*, *leonàxi*.

Digitized by Google

UNA LETTERA NEGLETTA
DI MANUELE CRISOLORA AL SALUTATI
E UN'ALTRA DATATA MALE

Nota del S. C. Giovanni Mercati

(Adunanza del 4 marzo 1917

Il prof. F. Novati b. m. nelle dottissime note all'*Epistolario di Coluccio Salutati* IV 333-336 finì pochi cenni ma preziosi circa le lettere di Manuele Crisolora e i codici di esse, particolarmente il Vaticano greco 1368 creduto da altri autografo (1). Però quanto all'acefala lettera ad anonimo che egli novera per 5ª (la 6ª è la lettera a Coluccio) e dice «ridotta ad un frammento della chiusa», mi pare non siasi bene apposto.

Che al Salutati fosse diretta (come pensarono l'Andres e il de Nolhac, «semplicemente perchè era anepigrafa e precedeva la lettera a Coluccio»), non risulta per nulla, secondo il Novati, «le misere condizioni in cui ci è pervenuta... vietandoci di mettere in chiaro il nome del destinatario, intorno alla persona del quale nulla concedono di scovrire i

(1) Avverto però di non dare alcun peso ai numeri dei quinterni, che esprimono semplicemente il computo fatto dal Novati secondo lo stato presente del codice ma non esistono punto in esso. In conseguenza, da que' numeri non si può menomamente dedurre se siano andate perdute solo «alquante carte che racchiudevano il principio» della lettera 5ª, di cui discorreremo, o piuttosto un intero quinterno di 20 pagine (tali sono tutti gli altri fascicoli del codice) o non anche parecchi, tanti, ad es., quanti potevano bastare ad accogliere l'intera silloge o qualche altro gruppo di essa. Appare tuttavia (per quanto in simili cose non convenga affermare con molta sicurezza) che colla lettera 6ª al Salutati il codice finiva, susseguendo sei pagine bianche oltre quella, quasi tutta bianca, colla finale della lettera.

Digitized by Google

pochi periodi finali che abbiamo sott'occhi ». Con ciò sarebbe tolta « insieme la possibilità di risolvere un altro quesito: di sapere cioè se il Crisolora avesse scritto a Coluccio una o più lettere ». Stante questa incertezza e perchè il frammento, « d'altronde, nulla contiene d'importante e di nuovo », fu omesso nell'*Epistolario*, e nemmeno pubblicato altrove, e così esso rimane inedito (1), l'unico pezzo inedito della silloge di lettere greche del Crisolora, « che a mezzo il secolo XV correva tra le mani dei dotti in Italia ».

Ora proprio nel frammento, a lode del destinatario si ricordano — sia pure con officiosità estrema — cose non ordinarie e tali che nel Salutati convennero davvero, mentre, per lo meno a me, non sovviene altro contemporaneo, del quale, pur con tutta l'indulgenza, dir si possa altrettanto.

Infatti il corrispondente è uomo conosciuto e onorato dagli italiani e da quanti conoscono l'Italia: i suoi scritti vi sono universalmente ammirati per la loro bellezza, e l'uso che egli, tanto accurato e preciso, mai seguisse pur nelle cose minime farebbe legge per i più de' coetanei e de' posteri. Qui in Italia, nel suo presente soggiorno, il Crisolora ha avuto la grande fortuna d'incontrarlo e praticarlo e trovato in lui un fautore che sempre cerca di farlo crescere nella stima e nell'onore, come per moltissimi altri modi, così ora (suppone) associandoselo nell'indagine e nel lavoro che gli ha richiesto, mentre benissimo poteva fare da sè e forse l'aveva anche fatto da tempo. E tutto questo per l'onore della lingua greca: .. *ὧν τὴν φωνὴν διὰ τῶν πρὸς ἐμὲ πραττομένων τιμᾷς.*

E che mai avevagli domandato lo sconosciuto illustrissimo? Di minuzie piccolissime (*τῶν ἐλαχίστων, τῶν σμικροτάτων, τῶν εὐτελεστάτων*), a cui in altre cose nessuno avrebbe badato, ma che dagli scrittori non si possono totalmente trascurare, e tanto meno quanto e' sono migliori e presi a modello; di minuzie dello scrivere, nelle quali è prova della massima accuratezza il voler procedere non a caso ma secondo

(1) L'ha stampato nel frattempo, senza riconoscere il destinatario, dal codice di Leida il S.r Sp. P. Lampros *Νεος Ἑλληνομνημων* XII 401-403, in un fascicolo pervenutoci con grandissimo ritardo per causa dello stato di guerra. A quel fascicolo avendo da fare parecchie correzioni ed aggiunte e ritenendo perduta affatto la nota presente, credetti bene di riprodurre sul *Bessarione* la sostanza di quanto qui proposi, in un articoletto già composto e ricorretto in tipografia, che uscirà nel fascicolo ultimo, in ritardo, dell'annata 1917.

Digitized by Google

le regole dell'arte, « rationabiliter », come si esprime Coluccio (*Epist.* IV 271).

Con ciò non è ancora detto veramente che si tratti di ortografia. Ma — vedi combinazione! — nel codice Vaticano succede subito al frammento quell'opuscolo appunto del Crisolora sul retto uso degli spiriti, che Coluccio, negli ultimi suoi anni addirittura ossessionato dai problemi ortografici (NOVATI IV 270), provocò con una lettera in parte superstite (1) e ricevette accompagnato da una risposta in greco conservata ancora qualche decennio dopo (2), e della quale nemmeno al Novati (3) dovette sembrare possibile l'identificazione con la lunga lettera circa lo studio del greco e la traduzione Coluccciana di un opuscolo di Plutarco (4). E nello stesso ms. al frammento e all'unito trattatello sussegue la lunga lettera *τῷ περιφανεῖ καὶ λαμπροτάτῳ Κολουκίῳ*, che contiene colle stesse parole o quasi (come si mostrerà nelle note) alcune delle lodi sopra ricordate e tratta per nulla di minuzie ortografiche, bensì di argomenti molto più gravi e più interessanti anche per i due valentuomini.

---

(1) *Epistolario* IV 269 sgg. Sorprende il vedervi stampato due volte uno spropositato « sigli » (leggasi « psili » — *ψιλή*) ed un enigmatico « per ellades », senz'alcun avviso, come se le lezioni fossero giuste o facilissime a correggersi dalla grande maggioranza dai lettori.

(2) « Omissa responsione grecis letteris a Manuele tractatum eius illico subieci et ex eius manu exaratum transcripsi », così nel codice Parigino gr. 425 « il compilatore, unicamente preoccupato di grammaticali quisquilie », su cui v. NOVATI IV 270 n.

(3) Com'egli poi abbia negata la possibilità « di sapere se il Crisolora avesse scritto a Coluccio una o più lettere », non riesco a comprendere. Ma se egli stesso era inclinato « ad attribuire a codesto lacerto d'epistola [cioè alla domanda di Coluccio; e conseguentemente, aggiungo io, alla risposta di Manuele] una data oscillante tra il 1397 ed il 1399, i due termini entro i quali si è ristretta la dimora fiorentina dell'illustre maestro bizantino », mentre datava — sia pure con un punto interrogativo — la lettera superstite a Coluccio, la 6ª: « Costantinopoli, primavera del 1396 »! V. *Epist.* IV 270. 333. Il frammento nostro è del tempo delle peregrinazioni di Manuele: *διὰ τῆς νῦν ἀποδημίας*.

(4) Il tempo di quella traduzione o, meglio, rifacimento e della lettera accompagnatoria al card. Corsini ho già dovuto anticipare d'oltre un anno almeno sulla data del Novati, nell'« Addendum » a *Studi e testi* 30 (1916), e lo ricordo non tanto perché facilmente sfuggirebbe in uno scritto sopra « la versione dall'ebraico del codice Veneto greco VII » ecc., quanto perchè è altro esempio che consiglia una certa cautela nell'accettare le date congetturali del Novati.

Digitized by Google

Che sia fortuita ed insignificante una tale compagnia e successione, mi pare vietino di crederlo gli appropriati accenni alla materia del trattatello, che Manuele nel frammento giustifica con abilità ed eleganza non comune, giustificando insieme le premure del suo corrispondente per essa; e lo credo tanto meno, perchè risulta abbastanza che lo scrittore dei fogli 93 B-101 A del codice Parigino greco 425 ebbe alle mani la lettera di Coluccio, la risposta greca e il trattatello di Manuele in un gruppo, con tale successione (1).

Per questo motivo e per gli accenni personali anche più chiari, i quali pienamente convengono al Salutati, scrittore allora riputatissimo e per quel tempo eccellente, primo e principale autore della chiamata di Manuele all'insegnamento del greco in Firenze (2), e sembrano divenuti in bocca di costui la designazione caratteristica del proprio benefattore ed amico, non credo arrischiato affermare che il frammento è di una lettera al Salutati, e precisamente di quella, con cui il Crisolora accompagnò, forse anche in vece d'una prefazione, il trattatello ortografico, la sua «graeciensem orthographiolam» (direbbe Guarino Veronese) (3), che ora chiude a mo' di capitolo finale gli *Erotemata* (4).

---

(1) V. la descrizione del NOVATI IV 270.

(2) Cf. NOVATI III 122 sgg.

(3) *Epistolario di G. V. raccolto ...da R. Sabbadini* I 310 sg. Guarino lo mandò a Francesco Barbaro con una lettera accompagnatoria, che nei mss., almeno più volte, ad. es., nel Vaticano greco 62, in quello della biblioteca Vittorio Emanuele, negli Ambrosiani C 16 sup. e F 14 sup., è ancora unita e prefissa ad esso e rivela esser quello allora un opuscolo del Crisolora, e non già di Costantino Lascaris, a cui l'assegnano MARTINI e BASSI *Catalogus codd. graecc. bibliothecae Ambros.* pp. 182. 373. Ciò non toglie che il Lascaris abbia poi forse incorporato il trattatello, ritoccandolo, nella sua grammatica, e così questo possa correre in altri codici sotto il nome del Lascaris e, possibilmente, di altri «espilatori».

(4) Ed. Aldina 1549 pp. 93-101. Manuele scrisse egli appositamente l'opuscolo e solo in seguito lo inserì nella sua grammatica? oppure semplicemente stralciò un capitolo da questa, già più o meno composta, per mandarlo a Coluccio? E l'idea degli *Erotemata* vennegli mai, oltre che dal bisogno nell'insegnamento del greco, da quella interrogazione e da sollecitazioni consimili del Salutati? «Il capitolo sugli spiriti essendo accodato alla grammatica, ritengo sia stato aggiunto in seguito alla domanda del Sal.»: così scrivevami R. SABBADINI il 26 gennaio 1917.

Digitized by Google

E siccome il frammento non è così breve ed insignificante, come appare presso il Novati, e dovrebbe, al pari e accanto dell'altra lettera del Crisolora, riceversi nell'Epistolario Coluccciano, qui lo pubblico, non fosse per altro, a fine di porre gli studiosi in grado di giudicarne da se, senza che debbano rimettersi alle sentenze per quanto autorevolissime del Novati o, peggio, alle impressioni e affermazioni mie.

Il nuovo frammento è la prova di fatto, che Manuele ha scritto non una sola lettera a Coluccio, ma almeno due, e fornisce inoltre il mezzo di provare che non bene fu assegnata, sia pure con un interrogativo, la lettera integra alla primavera del 1396. Questa invero appare posteriore al frammento, perchè secondo esso il Salutati non è ancora conosciuto in Oriente (1), mentre nella lettera è detto essere egli colà più o meno celebre. Coll'aver tu voluto si copiassero le Vite di Plutarco e col cercare di farlo dalle opere conoscere agl' Italiani, « tu stesso a tua volta ne diventi celebre presso i Greci, e ora moltissimi di colà conoscono l'illustre Coluccio, e non te solo ma conoscono e celebrano questa città e i cittadini di essa; e già la fama passa dall' uno all' altro ed è già corsa fra tutti, non solo colà, ma credo eziandio dovunque » (2). Ora il frammento essendo posteriore al 1396, ancora più tarda dev'essere la lettera.

E ce n'è una conferma in quel *βουληθεὶς ἐκγράψασθαι* della stessa lettera (IV 342), poichè è verosimile che il Salutati abbia dato l'ordine di ricopiare espressamente per lui le *Vite parallele*, sol quando gli risultò vana, o almeno di esecuzione incerta o troppo lenta, la commissione data il 25 marzo 1396 all'Angeli di comprargliene una copia in Costantinopoli. «Michi vero fac. Plutarchum et omnia Plutarchi que poteris emas », gli scrive egli (III 131), evidentemente nella supposizione che copie cedibili non fossero colà tanto rare, da doverle commettere appositamente. Non sembra quindi contemporanea a tale

(1) *ὅπως ... τοῦτον μηδ' ἡ Ἑλλὰς ἀγνοῇ. . ποιήσω δοὺς αὐτοῖς γνῶσκειν ὃν οὐδαμοῦ δίκαιον ἀγνοεῖν.*

(2) *Epist.* IV 342 s.: *αὐτὸς αὐθις γνώριμος διὰ τοῦτο γέγνῃ τοῖς ἐν τῇ Ἑλλάδι καὶ νῦν πλεῖστοι τῶν ἐκεῖ τὸν λαμπρὸν Κολούκιον ἴσασι, καὶ οὐ σὲ μόνον, ἀλλὰ καὶ τὴν παροῦσαν πόλιν καὶ τοὺς αὐτῆς πολίτας ἴσασί τε καὶ ᾄδουσι διὰ ταῦτα. καὶ ἤδη λόγος ἀφ' ἑτέρου πρὸς ἕτερον χωρεῖ, ἤδη δὲ καὶ διὰ πάντων ἐρρύη, οὐκ ἐκεῖ μόνον, ἀλλ' οἶμαι καὶ ἀπανταχοῦ. οἶσθα δὲ ὅπως τὰ τοιαῦτα λέγεται, τὴν Φλορεντίαν αὐθις πρὸς τὴν ἀρχαίαν παιδείαν βλέπειν.*

Digitized by Google

commissione ma di mesi e mesi posteriore la lettera del Crisolora, che attesta essere stata già eseguita l'altra ben diversa, probabilmente di parecchio posteriore commissione.

E c'è una terza prova nel luogo d'origine della lettera, che non fu Costantinopoli, come sognò il Novati, ma Firenze, proprio Firenze, dimora di Manuele dal 1397 al 1399 (1). La correzione è tanto grave in se che è doveroso farne la dimostrazione.

I lettori avranno osservato sopra, che Manuele designa i connazionali e la patria sua colle parole *πλεῖστοι τῶν ἐκεῖ*, *ἐκεῖ*, e la città dell'amico invece non colla espressione naturale in un lontano *τὴν σήν* (o *τὴν ὑμετέραν*) *πόλιν*, nè coll'altra *τὴν νῦν πόλιν* (= la Firenze d'oggi), ma con *τὴν παροῦσαν πόλιν*, ossia « la città qui presente », « questa città qui », se bene intendo l'espressione in se stessa e in opposizione alle altre accennate.

La lettera 6ª pertanto è anch'essa del periodo fiorentino; e, se pure m'ingannassi in questo, non fu scritta ad ogni modo in Oriente, nè prima del 1397, ma dopo il 1396; ed è posteriore per tempo al nuovo frammento, che è di quel periodo, come gli viene dopo nel ms. Onde risulta giusta e inalterata la tradizione del codice Vaticano tanto nell'unione quanto nella successione dei tre scritti Crisolorini al Salutati.

Manuele Crisolora <a Coluccio Salutati, da Firenze, 1397-98?>

Dal codice Vaticano gr. 1368, ff. 111-112.

. . . . . .

f. 111r *καὶ τοῦτο δεῖγμα ἂν εἴη τῆς σῆς περὶ πάντα ἀκριβείας, τὸ κἂν τοῖς ἐλαχίστοις φεύγειν μὲν τὸ ὡς ἔτυχε, ζητεῖν δὲ τὸ ἀπὸ τῆς τέχνης. καίτοι μικρὰ μὲν οὐδὲ ταῦτα, οὐδὲν γὰρ τῶν ἀπὸ τῆς τέχνης φαῦλον. ὑῶμεν δὲ ὅμως εἶναι μικρά, ἀλλὰ*
. ō *σύ γε, καλῶς ποιῶν, οὐδὲ τούτων ὑπερορᾷς. ὅτι δέ μοι δοκεῖς ἐν τούτῳ καλῶς ποιεῖν, ἄκουσον.*

Ἐν σώματι μὲν μὴ πάνυ καλῷ οὐδὲν ἂν αἰσχος, οἶμαι, ποιήσειεν εἴ τι καὶ τῶν μικροτέρων ἐλαττωμάτων παρείη· φεύγοι δ' ἄν, οἶμαι, τοῦτο καὶ τὰς τῶν ὁρώντων ὄψεις, ἐν
10 *πολλοῖς ὁμοίοις κρυπτόμενον. τί γὰρ εἴ τις τῶν αἰσχρῶν, εἰ δὲ βούλει, τῶν μὴ πάνυ καλῶν, μείζους ἔχοι τοῦ μετρίου τὰς ἐπὶ τῶν βλεφάρων τρίχας; τί δὲ εἰ φακὸς ἢ ῥυτὶς ἤ τι*

---

[1] *κἂν* [2] *ἐλλαχίστοις*, e così a lin. [34], [40] [7] *αἰσχος* [10] [12] *ἤ τι*

(1) Cf. Novati III 120 sg. per il tempo della venuta.

Digitized by Google

τοιοῦτον μόλις ὁρώμενον ἔνεστι τῷ προσώπῳ; τίς γὰρ ἂν ἐν ἐκείνῳ ταῦτα ὁρᾴη; ἐν σώματι δὲ πάνυ καλῷ, εἴ τι καὶ τῶν σμικροτάτων ἐλαττωμάτων ἐνείη, πόρρωθεν διαπρέπει, τῆς τῶν ἄλλων ὥρας ἐκεῖνο ἐξελεγχούσης. ταὐτὸν δὲ καὶ ἐπὶ οἰκιῶν, οἶμαι, συμβαίνει· ὃ γὰρ οὐκ ἂν ἄτιμον ἔδοξεν ἐπὶ τῶν
f. 111v μὴ λίαν ἠσκημένων, | τοῦτο δόξειεν ἂν αἰσχρὸν ἐπὶ τῶν πρὸς ἀκρίβειαν καὶ κάλλος διὰ πάντων ξυντεθειμένων. καὶ ἐπὶ πόλεων δὲ καὶ ἀγρῶν καὶ ἁπλῶς πάντων τοῦτο ὁρᾶν ἔξεστιν.

Οὕτω τοίνυν ἔχει καὶ ἐπὶ τῶν λόγων καὶ διὰ τοῦτο τοῖς παρὰ σοῦ γραφομένοις τε καὶ ἐκδιδομένοις, οὕτω μὲν οὐσι καλοῖς, τοσούτους δὲ θεατὰς ἔχουσιν, οὕτω δὲ εἰς ἀκρίβειαν διὰ πάντων ἐξειργασμένοις, πάντας δὲ εἰς τὴν αὐτῶν θέαν διὰ τῆς ἐν αὐτοῖς ὥρας προκαλουμένοις, οὐδὲ τῶν σμικροτάτων ὑπεροπτέον δήπου. οὐδὲ γὰρ ὥσπερ ἐπὶ τῶν χρημάτων, οὕτως ἔχει καὶ ἐπὶ τῶν λόγων. ἐν ἐκείνοις μὲν γὰρ ἔξεστι τοῖς σφόδρα πλουσίοις τῶν ὀλίγων ὑπερορᾶν, μᾶλλον δέ, εἰ μὴ τοῦτο ποιοῖεν, καὶ μικροψυχίας ἂν δόξαν κομίσαιντο· ἐν τοῖς λόγοις δὲ ὅσῳπερ ἂν τις μείζων ᾖ, τοσούτῳ μᾶλλον αὐτῷ προσήκει μηδὲ τῶν εὐτελεστάτων ἐν τούτοις ὀλιγωρεῖν.

Ἓν μὲν οὖν τοῦτο, δι' ὃ πάνυ καλῶς ποιεῖς οὐδὲ τῶν
f. 112r ἐλαχίστων ἐν τούτοις καταμελῶν. ἔστι δὲ καὶ ἄλλη τις αἰτία, δι' ἣν εἰκότως | τοῦτο ποιοῖς· οἶσθα γὰρ ὅτι πλείστοις τῶν τε νῦν ὄντων ἀνθρώπων καὶ τῶν μετὰ σὲ νόμος δόξειεν ἂν ἅπαν ὅπερ ἐπὶ τῶν σῶν γραμμάτων εὑροιεν κείμενον, καὶ τὸ ζητεῖν ἀφέντες αὐτοὶ τῇ παρὰ τῶν σῶν χρήσονται μαρτυρίᾳ. καὶ διὰ τοῦτο τοίνυν καλῶς ἂν ἔχοι μηδ' ἐν τοῖς ἐλαχίστοις ταῦτα ἐνδεῶς ἔχειν.

Ἀλλὰ ταῦτα μὲν ἂν εἴη τῆς σῆς περὶ λόγους ἀρετῆς· ἀνέμιξας δέ τι τούτοις καὶ τῆς κατ' ἦθος ἀρετῆς. δυνάμενος γὰρ μόνος καὶ παρὰ σαυτοῦ ταῦτα εὑρεῖν, οἶμαι δὲ ὅτι καὶ πάλαι εὑρηκώς τε ταῦτα καὶ εἰδώς, ὅμως ἠβουλήθης κἀμὲ κοινωνὸν λαβεῖν τῆς περὶ τὰ τοιαῦτα θήρας, δεόμενος μέν, οἶμαι, τῆς ἐμῆς πρὸς ταῦτα ἐπικουρίας οὐδαμῶς, βουλόμενος δέ με τιμᾶν τῇ κοινωνίᾳ τῶν σπουδασμάτων, ὥσπερ καὶ ἄλλοις πλείστοις ἀεί μοι ζητεῖς τὴν τιμὴν συναύξειν. Ἐγὼ δέ σοι τούτων ἁπάντων χάριν μὲν οἶδα, χάριν δὲ εἴσομαι, καὶ πειράσομαι (1) τὴν σὴν καὶ αὐτὸς ἀρετὴν πρὸς τοὺς

[15] ἐλλαττωμάτων [20] πόλεων corr. da πόλλων [33] οὖν supplito sopra la linea.

(1) Nota una simile lode e colle stesse parole nella lettera edita a Coluccio IV 341: καὶ ζητεῖς πάντα τρόπον τήν τε ὠφέλειαν ἐμοὶ καὶ τιμὴν συναύξειν... Τῶν μὲν οὖν ὑπὲρ ἐμοῦ... χάριν μὲν οἶδά σοι νῦν καὶ χάριν δὲ εἴσομαι, καὶ πειράσομαι ecc.

Digitized by Google

οὐκ εἰδότας λέγειν, ἵνα ὢν τὴν φωνὴν διὰ τῶν πρὸς ἐμὲ
f. 112v πραττομένων | τιμᾶς (1), παρὰ τούτων ἐγκωμίων δι' ὧν ἐρᾷς λόγων τυγχάνῃς, καὶ ὅπως ὃν πᾶσα μὲν Ἰταλία, πάντες δὲ οἱ ταύτην εἰδότες ἴσασι καὶ τιμῶσι, τοῦτον μηδ' ἡ Ἑλλὰς ἀγνοῇ.

Τοῦτο μὲν οὖν μᾶλλον ὑπὲρ ἐκείνων ποιήσω, δοὺς αὐτοῖς γινώσκειν ὃν οὐδαμῶς δίκαιον ἀγνοεῖν· καὶ δῶρον δὲ αὐτοῖς τοῦτο ἱκανόν, μᾶλλον δὲ ἁπάντων μέγιστον, ξένιον παρὰ τῆς ἐμῆς ἀποδημίας ἔσται· ἅμα δὲ καὶ ἐμαυτὸν τιμήσω, δείξας αὐτοῖς οἵῳ ἀνδρὶ διὰ τῆς νῦν ἀποδημίας ὑπῆρξέ μοι συντυχεῖν· καὶ εἴ τινες δὲ ἴσως ἐν ἐκείνοις μεμφόμενοι τὴν ἐμὴν ἀποδημίαν εἶεν, τοῦτο μαθόντες οὐκ ἔτι τοῦτο ποιήσουσι.

Εὐτύχει.

Ὁ σὸς Χρυσολωρᾶς.

(1) La stessa frase ib. IV 336: σοῦ δι' ὧν ποιεῖς τὴν ἡμετέραν φωνὴν τιμῶντος.

Digitized by Google

SUL MODO DI RAPPRESENTARE IL PAESAGGIO GEOLOGICO CON ESEMPI PRESI NELL' APPENNINO NELLE PREALPI BERGAMASCHE E NEL **FRIULI**

Nota del M. E. prof. TORQUATO TARAMELLI

(*Adunanza del 31 gennaio 1918*)

Più volte, compiacendomi nella contemplazione di quei paesaggi, di cui avevo incominciato a comprendere il significato geologico, mi sono studiato di rappresentarli in modo tale da accostarmi il più possibile alla realtà, non soltanto per la forma, ma altresì per il colorito della roccia, che pure ha tanta parte nel determinare il carattere di una veduta.

Siccome quei fugaci istanti di compiacimento artistico, per quanto seguiti da mille dubbi e da propositi spesso falliti di studi più estesi, hanno contribuito a tenère vivo in me l'amore alla geologia, così io ritengo che una rappresentazione veritiera, con tinte analoghe alle reali, di una veduta di notevole importanza geologica, possa destare un vivo interesse anche in coloro, che o sono nuovi alla regione, oppure la conoscono soltanto per rapide gite, giovando così alla comprensione dei fenomeni.

Negli anni scorsi, prima che mi si guastasse la vista, mi sono provato a dipingere molti paesaggi e ampi panorama con questo mio sistema di conservare l'intonazione reale, e sono tuttora convinto che tale sistema sia da preferirsi agli altri modi di rappresentazione. Altri, con molta abilità e disponendo di materiali più abbondanti, hanno compiute od iniziate delle pubblicazioni, che tornano di grande giovamento per l'intelligenza dei fenomeni geologici. Cito ad esempio i *Geologische Caraterbilder* del Dott. H. Stille, che formano una raccolta di assai belle fotografie, prese in regioni svariatissime

Digitized by Google

di tutta la terra; tra queste vi presento alcune delle Alpi Carniche e del Carso. Il Dott. A. Stübel ha illustrato la sua opera *Der Vesuv* con paesaggi disegnati con cura e coloriti con efficace risalto, ma con intonazione troppo lontana dalle tinte naturali. Il Prof. Neumayr, nella nota opera *La Storia della Terra* inserì molte tavole colorate, nelle quali spesso si avverte un troppo stridente contrasto ed una esagerazione di tinte, che disturba e confonde, piuttosto che illustrare il fenomeno descritto. Le molte vedute fotografiche inserite nell'opera del Dott. C. Schmidt *Bildung und Bau der Schweiziger Alpen*, rese molto evidenti dagli annessi profili, formano una collezione assai istruttiva; ma, come le accennate fotografie dello Stille, presentano il difetto o direi meglio la troppo abbondanza dei particolari e trascurano molte volte quelle differenze nella natura delle rocce, che sono esclusivamente indicate dalla diversità del colorito. Credo quindi che si possa fare di meglio.

In Italia, molto opportunamente i professori M. Gortani e R. Toniolo hanno concepito e formulato un programma ampio e bene ordinato per un *Atlante Geografico Italiano* e ne pubblicarono anche un saggio in quell'ottima Rivista « *La Geografia* », che tanto utilmente contribuisce alla diffusione della cultura in Italia. Appunto come complemento di questo programma, io presento la mia proposta di riproduzione colorata dei paesaggi geologici, per potere ad un tempo ottenere la massima evidenza dei fenomeni che si vogliono illustrare e per mantenere quel carattere di amenità, che valse al nostro suolo l'invidiato nome di « Bel Paese », che il mare circonda e l'Alpe non difende. Tra i panorama geologici italiani su regioni nostre, ricorderò quello delle Prealpi Bergamasche viste dal Colle della Bastia, presso Bergamo, che fu pubblicato dal prof. Antonio Varisco nel 1881 a corredo della sua Carta Geologica di quella provincia. Quanto al disegno esso è un lavoro molto notevole per precisione di contorni e per parsimonia di tratti; ma per i colori non solo convenzionali ma troppo stridenti, perde ogni effetto prospettico e riesce poco simpatico. Se fosse stato condotto con tinte più analoghe alle reali avrebbe assai meglio corrisposto allo scopo.

Credo utile mantenere nel paesaggio le tinte del cielo; perchè l'occhio rimanga soddisfatto e non giudichi troppo schematiche le vedute, ed anche perchè le varie tinte del cielo e le ombre delle nubi si possono armonizzare con quelle inevitabili accentuazioni di tinte, che spesso occorrono per

Digitized by Google

meglio indicare alcuni dettagli. In ogni caso, la tinta del cielo, sia pure limitata alla sfumatura dell'orizzonte allo zenit, non turba ed è preferibile al colore della carta, anche quando siano per occorrere delle punteggiate per rappresentare le così dette *curve di aria*, di cui fanno tanto uso i geologi *nappisti*.

Di molti disegni, che ho eseguito col detto sistema, ne presento alcuni che raffigurano panorama e paesaggi in regioni abbastanza diverse, quali l'Appennino Pavese, le Prealpi Bergamasche e le montagne del Friuli.

Per l'Appennino Pavese, ecco il panorama geologico, che si scorge dal Castello di Montalto; colle Alpi nevose in distanza, colla pianura dove serpeggia il Po e s'innalza il Colle di S. Colombano; coi colli giallastri del pliocene ultrepadano, dal Monte Brienzone di Volpedo alla Rocca di Stradella; collo squallore delle valli del Coppa e confluenti, incise nelle argille scagliose; coi lembi miocenici, meglio coperti di coltivi e da boschi, delle valli di Nizza e dell'Ardivesta; coi monti calcari di un bianco giallognolo della catena del Penice, del Lesima, del Monte Alfè e del Boglelio; infine, colle saltuarie sporgenze dei grugni serpentinosi, che paiono una stonatura. Di questi affioramenti ofiolitici, che i Toscani con appellativo molto espressivo chiamano *monti tignosi*, porge esempio la veduta della Stretta di Bobbio, vista dai pressi di questa cittadella montanina, annidata in un allargamento della valle di Trebbia inciso negli scisti e calcari marnosi; questi comprendono le serpentine, in cui è incisa la stretta, detta anche di San Colombano. Il panorama poi che si gode da Monteleale di Volpedo, guardando verso sera, oltre al torrente Curone, è dei più istruttivi, in quantochè con tutta evidenza si distinguono le falde diluviali delle colline, poi la massa di conglomerati, delle molasse e delle argille plioceniche, le marne scialbe del Tortoniano e del Langhiano, le arenarie ed i conglomerati dell'oligocene, il brusco affioramento delle serpentine di Zebedassi e sullo sfondo i sopra ricordati calcari alberesi del Penice e del Boglelio. Questi paesaggi dell'Appennino, così riprodotti, colle tinte dei vari terreni alquanto accentuate, servono efficacemente a far intendere come l'apparente uniformità di questa regione, per poco che l'esame geologico ne distingua i terreni e le forme orografiche, pur essa si ravvivi e diventi varia e parlante, non meno che nel paesaggio alpino.

Delle Prealpi Bergamasche, mi limito a presentarvi quattro

Digitized by Google

paesaggi, disegnati nei dintorni di Val Torta: in uno spicca caratteristico l'aspetto dolomitico della Corna Grande, a ponente di quel romito comune, che soltanto da pochi anni è allacciato da una strada carreggiabile al consorzio umano; un'altro rappresenta colla diversa forma dei monti calcari del trias medio, le quarziti del trias inferiore ed il granito anfibolico, attorno al passo di Camisolo; un terzo, preso lungo la Val Biandino, raffigura il contrasto tra i conglomerati del verrucano e la massa di detto granito anfibolico, che poi si sviluppa nella Val Sassina; il quarto paesaggio infine vi dà la nota così marcatamente orobica dei conglomerati permiani, colla massa del Pizzo dei Tre Signori. Credo di non errare ritenendo che da sola la fotografia non basterebbe ad indicare queste differenze di terreno ed i rapporti stratigrafici come si può riuscire ad indicare col sistema da me adottato.

Potrei presentarvi molte consimili vedute delle due sponde del Lago di Garda, delle Valli Bresciane, del Trentino e delle Alpi Venete e Cadorine; ma preferisco di presentarvi alcuni paesaggi del Friuli, che furono riprodotti in cromolitografia molti anni or sono in uno dei miei scritti sulle rocce di quella provincia, e due vasti panorama, uno preso dal Castello di Moruzzo fino dal 1872, l'altro che feci riprodurre da un'abile artista, la Signorina Calleri, da un panorama puramente orografico del Conte Marenzi, preso nei dintorni di Opcina, sopra Trieste. I paesaggi furono presi, uno dai dintorni d'Interneppo, col lago di Cavazzo e le rupi circostanti arrotondate dall'erosione glaciale, collo sfondo coronato dai monti della Valle del But, dove campeggia un lembo di conglomerato diluviale colla chiesetta di Sompolago, all'estremità nord del laghetto, che occupa come è noto un antico decorso del Tagliamento; il secondo raffigura la massa imponente del Monte Canin, caratteristica delle formazioni calcareo-dolomitiche del Giura, a differenza delle aguglie dolomitiche, in cui sono modellate le dolomie triasiche e sul davanti scorgonsi le foreste sulle conoidi del detrito di falda e le alluvioni terrazzate, connesse ad una limitata cerchia morenica di uno stadio posglaciale del ghiacciaio di Resia; il terzo dà un'idea della valle del But o Canale di S. Pietro, coi lembi di diluviale antico di Priula e coll'amplissima conoide del Rio Randine, presso Arta, coperta da secolare foresta; il quarto mostra l'evidentissimo contrasto tra la porzione inferiore dei monti circostanti a Paularo, costituita da terreni permiani e del trias, sino al raibliano, in confronto delle soprastanti masse

Digitized by Google

dolomitiche del Sernio e delle crete serniane, col caratteristico frastaglio di guglie e di pinacoli. Questo contrasto, come è noto, costituisce il motivo caratteristico del paesaggio alpino; così della Carnia come nel Cadore. Il panorama del Friuli, preso dal Castello di Moruzzo, che trovasi sulla cerchia più esterna dell'anfiteatro morenico del Tagliamento, come bene osservava il compianto Giovanni Marinelli a pag. 154 del volume IV della « *Terra* » è tra i più grandiosi e complessi della cerchia alpina, svolgendosi dal gruppo del M. Cavallo, verso ponente, al confine colla Trevigiana, attraverso le Alpi Clautane sino ai monti della Carnia presso Tolmezzo; poi abbraccia le aspre montagne dell'Incaroio, del Canale del Ferro e la sucitata massa del M. Canin, dietro la quale sporge accuminato il M. Nero; decorre quindi verso le valli dell'Isonzo e dell'Iudrio con rilievi sempre meno accentuati, per fondersi cogli altipiani della Bainsizza, di Ternova, del Sabotino e dei dintorni di Gorizia e per terminare colla vista lontana dell'Istria, alla Punta di Salviore. Distinguendo con leggere sfumature di tinte, le dolomie dai calcari giuresi e cretacei e questi dai terreni eocenici, prevalenti nel Friuli orientale, e con una tinta alquanto più calda i terreni miocenici e più recenti del Friuli occidentale, coi colli di Ragogna e di Osoppo; posta in rilievo, sul davanti, la regione morenica, circostante al punto di vista, credo di essere riuscito a rappresentare nel modo più evidente coi contrasti del paesaggio la struttura geologica di quel bel lembo d'Italia, che con perfida menzogna appunto in questi giorni scrittori tedeschi affermano essere abitato tutto da gente non italiane.

Non è da trascurarsi questa insidia insistente dei tedeschi a far passare il Friuli come una regione non italiana. A proposito, in uno scritto del Dott. Alfredo Merz, 1815, diffuso a chissà quante migliaia in quella raccolta popolare, *a scopo nazionale tedesco*, che fa capo all'Ufficio Oceanografico diretto dal Prof. Penck e che porta il titolo assai significativo « *Die Sudeuropäischen Staaten und unser Krieg* » (badisi a quell'*unser* come involontaria confessione che l'attuale guerra fu preparatata e voluta dai tedeschi) esplicitamente affermasi e viene indicato sulla Carta illustrativa che i friulani sono distinti dagli Italiani; ed a questi si consiglia di non perdersi in sogni sentimentali circa il dominio dell'Adriatico, che appartiene, che è indispensabile ai tedeschi; citando anche un brano di lettera di Giolitti (p. 16) *l'influente uomo di Stato italiano*. È uno scritto che va meditato, anche perchè tende

Digitized by Google

sopratutto a dimostrare i danni della prevalenza inglese nel Mediterraneo, a cui, manco a dirlo, sarebbe pel mondo intero e specie per l'Italia grande vantaggio il sostituire la potenza teutonica.

Vedesi poi anche il piano, coi colli di Buttrio, di Rosazzo e di Medea, verso oriente; più a destra, i rilievi diluviali di Udine e di Variano, presso a Campo Formido. La vista di questi rilievi suscita nell'animo lo sdegno foscoliano contro quel Genio senza patria, che mentre serviva pensando al regno una sanguinaria repubblica democratica, ne spegneva un'altra, bensì aristocratica ma ben più veneranda, a vantaggio della dinastia degli Asburgo. Quanti martiri, quanti dolori, quante infamie di un governo esacrabile, ha causato per così lunghi anni quel funesto errore, a cui non seppe porre riparo nemmeno colui che lo aveva commesso. Ne piange il cuore, egregi colleghi, al pensiero che per il disastro di Caporetto, mentre vi parlo, sventoli la bandiera turca sul castello di Udine, quasi in pegno della restituzione di Tripoli, ed abbia fatto ingresso in quella città il boia, esecrando ma assai efficace sostegno della Monarchia asburghese. Fosse anche da continuare la guerra da sola, può l'Italia tollerare a lungo questo vituperio?

Forse ancora più grandioso e più suggestivo è il panorama, che si scorge da Opcina, sopra Trieste, guardando verso sera e verso tramontana: Basti il dire che da quivi l'occhio scorge il M. Baldo, poi l'altipiano di Asiago, i monti di Recoaro, il il Cima d'Asta, le principali cime del Cadore, le montagne della Trevigiana e del Bellunese mediano, le vette Carniche e la montagne calcareo-dolomitiche delle Alpi Giulie settentrionali, sino al M. Nero ed al Tricorno. Più da vicino, si seguono come onde i monti ed i colli solcati dal Natisone e dall'Iudrio e nel piano davanti spicca il sasseto desolato del Carso. Tutta la pianura friulana, colla zona littoranea di Aquilea, con le lagune di Marano e di Grado, col delta dell'Isonzo ed un vasto tratto di mare, completano il quadro con tale leggerezza aerea di tinte che l'animo si esalta e la mente si sprofonda nelle antiche storie; sia per comprendere la formazione dell'Adriatico sia per meditare, alla vista del Campanile di Aquileia, su quel cumulo di sventure, che la barbaria ha cagionato per secoli alla nostra terra disgraziata. Ritengo molto probabile che più volte, guatando quella così varia e amena porzione d'Italia, gli occhi *kaiseriani* abbiano suggerita all'animo rapace l'idea che tutto quanta quella regione italiana fosse te-

Digitized by Google

desca. Per quelle menti non è esistita una civiltà latina, estesa sino in Dalmazia, e prima ancora una civiltà etrusca, dalle Dinaridi alla valle della Drava; non il dominio veneto sull'Istria e sulla Dalmazia, guadagnato per libere dedizioni e per pacifici accordi: ma si venne nello stile aulico difondendo la denominazione ed il concetto di *litorale austriaco*, appunto in quel triste periodo in cui l'Italia fu presa nella triplice alleanza. Ora i nemici ci rimproverano di aver rotto i patti per fellonia; mentrechè per tutti quegli anni l'Italia tollerò le offese ed i danni di una inferiorità sempre più rinfacciata e l'Austria si armava al confine, con quel risultato che si è visto.

Contemplando quel paesaggio da Opcina, vien fatto anche di pensare, senza uscire nel campo della geologia applicata all'orografia, a quella condizione così importante del confine orientale nostro, per la quale la Serenissima, mai non volle difenderlo presso ai passi, troppo numerosi e taluni assai ampi e molto depressi, come lo è in misura straordinaria il passo di Starasella presso Caporetto, a soli 225 metri; bensì attese il nemico nel piano e quivi edificò la fortezza di Palmanova e rafforzò allo sbocco del Tagliamento il colle di Osoppo.

La Maestà del Re ha giustamente rimproverato ogni recriminazione come un tradimento, nè io, egregi Colleghi, mi azzarderò senza alcuna competenza a giudicare mosse strategiche e piani di guerra. Però, come geologo e nella ferma speranza che l'Italia possa acquistare, come meritato compenso a tanti sacrifici di sangue e di averi, il suo confine naturale verso oriente, debbo ricordare che appunto per la conformazione geologica e per la struttura stratigrafica delle Alpi Carniche e delle Giulie, quella muraglia presenta troppo larghe porte e troppe numerose finestre; questa condizione, per se sola, spiega il fatto di tante invasioni, che non si sono potute evitare anche quando le forze d'Italia non erano fiaccate. È istruttiva a questo riguardo una *dogale* veneta, riportata in parte dall'Occioni Bonafous nel sunto di storia, inserito nella bella *Guida* di G. Marinelli per la città di Udine, dove è detto: « *che li passi dei Friul sono aperti et dove senza alcuna difficoltà poleno venir zente d'armi et artellerie* ». Sono memorande le difese sostenute dai forti d'Osoppo e prima ancora di Cividale (anni 1509-1514; e devesi ricordare che la fortezza di Palmanova, eretta nel 1593, « chiuse per due secoli la fatale breccia del confine orientale » come bene osserva Olinto Marinelli nella *Guida delle Prealpi Giulie* (Soc. Alp. Friu-

Digitized by Google

lana, 1912) ponendo fine alle incursioni degli Ungheri e dei Turchi. La difesa dei passi presenta quivi il pericolo quasi inevitabile che se alcuno di questi è forzato, bisogna presto sgombrare anche gli altri, come è avvenuto nel recente disastro. Pur quando il nostro stato avrà il confine naturale, i passi delle Carniche, di Camporosso, di Nevea, del Predil, di Moistraca, di Idria e della Postoina rappresenteranno altrettante minacce, a brevissima distanza; ma il problema non è certamente nuovo pel nostro Stato Maggiore, ed a me basta di averlo ricordato.

Fui a lungo peritoso, egregi Colleghi, nel presentarvi questi ultimi esempi di panorama geologico; poichè parecchi di voi avete perduto su queste montagne i vostri figli, o caddero feriti, o prigionieri, sebbene valorosi; ma so del pari che l'animo vostro ha superato il dolore pensando ai destini della Patria e tutti insieme speriamo che la pianura Friulana sia per essere la tomba del *Kaiserismo*: di questa gotica e funesta deformazione della solenne maestà augustea, pacificatrice dei popoli. Come sulla pianura di Legnano la Lega Lombarda volse in fuga il feroce Barbarossa, così dove fiorì per sei secoli Aquileia la *lega umana*, sconfiggerà per sempre quel militarismo, che ruppe fede ai trattati e fece inorridire il mondo colle atrocità dei suoi delitti.

Digitized by Google

LE CONFIGURAZIONI $(10_6, 15_4)$ DI PUNTI E PIANI

Nota del M. E. prof. LUIGI BERZOLARI

(*Adunanze del 13 dicembre 1917 e del 31 gennaio 1918*)

Una congruenza di rette del terzo ordine e della seconda classe possiede 10 punti singolari e 15 piani singolari, i quali formano una configurazione $(10_6, 15_4)$, cioè sono tali che per ognuno dei punti passano sei dei piani e in ognuno dei piani stanno quattro dei punti, mentre nè tre dei punti sono in linea retta, nè tre dei piani passano per due dei punti (*).

È naturale chiedersi se sia questa l'unica configurazione di 10 punti e 15 piani avente le proprietà enunciate, o se invece altre ne esistano (**). Nella presente Nota dimostro che

(*) Questa configurazione fu studiata dal CASTELNUOVO, proiettando nello spazio ordinario la configurazione formata dai 10 punti doppi e dai 15 piani di una varietà cubica dello spazio a quattro dimensioni. V. la sua Nota *Sulle congruenze del 3° ordine dello spazio a 4 dimensioni*, Atti del R. Istituto Veneto, Serie VI, T. VI (1888), p. 525 (n. 29). Cfr. pure R. STURM, *Die Gebilde ersten und zweiten Grades der Liniengeometrie*, Bd. 2, Leipzig 1893, p. 228, dove è considerata la configurazione duale.

(**) La domanda si presenta tanto più spontanea, in quanto che in uno spazio di più che tre dimensioni le configurazioni $(10_6, 15_4)$ di punti e piani appartengono ad un unico tipo, e sono costituite dai 10 punti doppi e dai 15 piani di una varietà cubica dello spazio a quattro dimensioni. Vedasi il mio recente lavoro *Sulla varietà cubica con dieci punti doppi dello spazio a quattro dimensioni e sulla configurazione di quindici cerchi dello spazio ordinario studiata dallo Stephanos*, Rend. della R. Acc. dei Lincei, Serie 5ª, Vol. XXVI (1° semestre 1917), p. 29 e 102. Avverto che nella nota a piè della p. 102 deve leggersi «due» anzichè «tre».

Digitized by Google

esiste in fatti un'altra, e soltanto un'altra, di quelle configurazioni. Essa non sembra esser stata fin qui osservata: possiede necessariamente qualche elemento immaginario, ed ha stretto legame col sistema di due cubiche gobbe situate l'una rispetto all'altra in quella particolare posizione che il KOHN ha chiamato *ottaedrica*, perchè tali curve sono invarianti simultaneerispetto ad un gruppo ottaedrico di collineazioni quaternarie (*)

Nuove proprietà della figura determinata da due cubiche gobbe in siffatta posizione esporrò in altro lavoro, che spero di poter presto pubblicare.

1. Se una cfz. del tipo indicato esiste, denotiamone i punti con 0, 1,...., 9, e supponiamo che ad es. 0, 1, 2, 3 giacciano in un piano. Degli altri cinque piani della cfz. uscenti da 0, uno al più passerà per ciascuna delle rette 01, 02, 03, quindi due almeno di quei piani non passeranno per alcuno dei punti 1, 2, 3, cioè conterranno nuovi punti della cfz.

Ora possono darsi due casi, secondo che l'intersezione di tali due piani non contiene, oppure contiene, insieme con 0, un secondo punto della cfz.

Nella prima ipotesi, i due piani siano 0456 e 0789. I rimanenti tre piani per 0, dovendo contenere uno al più dei punti 1, 2, 3, come dei punti 4, 5, 6, e come dei punti 7, 8, 9, saranno per es. 0147, 0258, 0369. I sei piani per 0 si dividono così, e in una sola maniera, in due terne

$$(1) \qquad \begin{cases} 0123, & 0456, & 0789; \\ 0147, & 0258, & 0369, \end{cases}$$

così fatte che due piani di una medesima terna hanno in comune il solo punto 0 della cfz., mentre due piani di terne diverse hanno in comune anche un altro punto di essa.

Nella seconda ipotesi, col piano 0123 si abbiano pure i piani 0456 e 0478. Il punto 9 appartiene certamente a qualcuno degli altri tre piani per 0; ma un tal piano non può inoltre contenere uno dei punti 5, 6 e uno dei punti 7, 8; non può, ad es., contenere 0, 5, 7, 9, altrimenti sui due restanti piani per 0 potrebbero giacere soltanto 1, 2, 3, 6, 8, 9,

(*) KOHN, *Über die Oktaëderlage und die Ikosaëderlage von zwei cubischen Raumcurven*, Sitzungsb. der Akad. der Wiss. in Wien, Math.-naturw. Classe, Bd. CVIII, Abth. II (1899), p. 58. Cfr. pure CIANI, *Sopra i gruppi finiti di collineazioni quaternarie dotati di cubiche gobbe invarianti*, Rend. del Circolo matem. di Palermo, t. XVI, (1902), p. 327.

Digitized by Google

il che è assurdo. Uno di quei tre piani per 0 conterrà dunque, con 9, uno dei punti 1, 2, 3 e inoltre o uno dei punti 5. 6 o uno dei punti 7, 8: sia per es. il piano 0269. Quanto agli ulteriori due piani per 0, si può allora disporre delle denominazioni in guisa che siano per es. 0157 e 0389.

In questo secondo caso pertanto i sei piani per 0 si separano, in un solo modo, in due terne

$$2) \quad \begin{cases} 0123, & 0269. & 0389; \\ 0157, & 0456, & 0478, \end{cases}$$

tali che i piani di una stessa terna hanno a due a due in comune, oltre a 0, un secondo punto della cfz., mentre ogni piano dell'una terna ha in comune con un piano dell'altra un punto, oltre a 0, e con gli altri due il solo punto 0.

Secondo che per un punto della cfz. ha luogo il primo od il secondo caso, diremo che il punto è *di prima* oppure *di seconda specie*.

2. Cominciamo con l'ammettere che tutti i punti della cfz. siano di prima specie. Se i sei piani per 0 sono quelli segnati in (1), i simboli (incompleti) dei piani per 1 e dei piani per 2 saranno risp.

$$(3) \quad \begin{cases} 1023, & 14\ldots, & 17\ldots, \\ 1047, & 12\ldots, & 13\ldots; \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} 2013, & 25\ldots, & 28\ldots, \\ 2058, & 21\ldots, & 23\ldots. \end{cases}$$

Ora i piani $12\ldots$, $21\ldots$ che qui figurano sono certamente diversi dal piano 0123; e passando già per i medesimi due punti 1 e 2 della cfz., coincidono. Sul piano così risultante debbono ancora giacere due dei punti 5, 6, 8, 9 in quanto il piano appartiene a (3), e due dei punti 4, 6, 7, 9 in quanto esso appartiene a (4): sono dunque in un piano i punti 1, 2, 6, 9.

Così continuando, si conclude che, *quando tutti i punti della cfz. si suppongano di prima specie, la cfz. può essere di un solo tipo, ed è lecito fissare le denominazioni de' suoi punti in modo che i 15 piani di essa siano*

$$(I) \quad \begin{cases} 0123, & 0369, & 1269, & 1567, & 2579, \\ 0147, & 0456, & 1358, & 2347, & 3459, \\ 0258, & 0789, & 1489, & 2168, & 3678. \end{cases}$$

Con ragionamenti analoghi, benchè alquanto più minuziosi, si trova che:

Le cfz. di cui si tratta non possono avere i loro punti appartenenti tutti alla seconda specie.

Digitized by Google

Una cfz., che abbia i suoi punti in parte di prima e in parte di seconda specie, può essere di due soli tipi, caratterizzati da ciò, che nell'uno esistono sei punti di seconda specie e quattro di prima specie, giacenti questi ultimi sopra un piano; nell'altro esistono sei punti di prima e quattro di seconda specie, essendo questi ultimi vertici di un tetraedro.

Le denominazioni dei punti si possono scegliere in modo che i 15 piani di tali cfz. siano per il primo tipo

$$(II)\quad \begin{matrix} 0123, & 0369, & 1269, & 1579, & 2678, \\ 0147, & 0456, & 1358, & 2347, & 3489, \\ 0258, & 0789, & 1468, & 2459, & 3567, \end{matrix}$$

e per il secondo tipo

$$(III)\quad \begin{matrix} 0123, & 0389, & 1248, & 1679, & 2678, \\ 0157, & 0456, & 1346, & 2357, & 3479, \\ 0269, & 0478, & 1589, & 2459, & 3568, \end{matrix}$$

dove nel tipo (II) *sono 0, 1, 2, 3 i punti di prima specie, e nel tipo* (III) *sono 0, 1, 6, 8 i punti di seconda specie.*

Si riconosce però facilmente che il tipo (III) è impossibile. Supposto infatti esistente, esso darebbe luogo a sette punti, in ognuno dei quali concorrerebbero tre rette congiungenti due punti della cfz., cioè

$$H \equiv 25 \,.\, 37 \,.\, 49\,,$$

$$A \equiv 01 \,.\, 23 \,.\, 57\,, \qquad A' \equiv 68 \,.\, 27 \,.\, 35\,,$$
$$B \equiv 18 \,.\, 24 \,.\, 59\,, \qquad B' \equiv 06 \,.\, 29 \,.\, 45\,,$$
$$C \equiv 16 \,.\, 34 \,.\, 79\,, \qquad C' \equiv 08 \,.\, 39 \,.\, 47\,.$$

La cfz. sarebbe dunque costituita nel modo seguente. Sugli spigoli di un triedro di vertice H stanno le tre coppie di punti 2 e 5, 3 e 7, 4 e 9, le quali determinano sulle facce del triedro tre quadrangoli completi aventi a comune il punto diagonale H e per altre coppie di punti diagonali A e A', B e B', C e C'. I quattro rimanenti punti della cfz., 0, 1, 6, 8, sono vertici d'un tetraedro, di cui le coppie di spigoli opposti passano ordinatamente per A e A', B e B', C e C'. Che invece siffatta figura non sia possibile si deduce dalla considerazione di due triangoli aventi i vertici nei punti 2, 3, 4, 5, 7, 9 e prospettivi rispetto al centro H. Tali sono per es. i triangoli 2 3 4 e 5 7 9, e le intersezioni A, B, C dei loro lati

Digitized by Google

omologhi stanno perciò in linea retta. Ma di qui scende, contrariamente all'ipotesi, che 0, 1, 6, 8 sono complanari (*).

Nei numeri seguenti si dimostrerà l'effettiva esistenza dei tipi (I) e (II), dandone, con la costruzione, qualcuna delle proprietà.

3. Il tipo (I) conduce alla cfz., di cui si disse fin dal principio, formata dai punti e dai piani singolari di una congruenza di terz'ordine e seconda classe. Infatti l'esame delle quaterne di punti situati sui 15 piani mostra che esistono 15 punti P, in ognuno dei quali concorrono tre rette congiungenti due punti della cfz., di guisa che coi 15 piani di questa si possono formare 15 triedri aventi per vertici i punti P. Tali punti sono

$P_1 \equiv 01 . 23 . 47$, $P_6 \equiv 06 . 39 . 45$, $P_{11} \equiv 16 . 29 . 57$,
$P_2 \equiv 02 . 13 . 58$, $P_7 \equiv 07 . 14 . 89$, $P_{12} \equiv 18 . 35 . 49$,
$P_3 \equiv 03 . 12 . 69$, $P_8 \equiv 08 . 25 . 79$, $P_{13} \equiv 19 . 26 . 48$,
$P_4 \equiv 04 . 17 . 56$, $P_9 \equiv 09 . 36 . 78$, $P_{14} \equiv 24 . 37 . 68$,
$P_5 \equiv 05 . 28 . 46$, $P_{10} \equiv 15 . 38 . 67$, $P_{15} \equiv 27 . 34 . 59$.

Ogni punto della cfz. sta sugli spigoli di nove triedri, ed i sei triedri rimanenti si distribuiscono in due terne tali che i vertici dei triedri di ciascuna terna giacciono sopra una retta. Così il punto 0 si trova sugli spigoli dei triedri aventi per vertici $P_1, P_2, \ldots, P_9$, e le due terne in cui si dividono gli altri sei triedri hanno per vertici P_{11}, P_{12}, P_{14} e P_{10}, P_{13}, P_{15}.

Che ad es. P_{11}, P_{12}, P_{14} siano allineati, si deduce, per una nota proprietà, da ciò, che i tre triangoli 159, 672, 834, posti in piani distinti, sono a due a due prospettivi (con i vertici nell'ordine scritto), essendo centri di prospettiva i tre punti nominati (**).

(*) Alla stessa conclusione si perviene nel modo più semplice anche col mezzo delle coordinate, assumendo come tetraedro fondamentale quello che ha per vertici H e i coniugati armonici di H rispetto alle coppie di punti 25, 37 e 49 (sicchè la faccia opposta ad H contiene i punti A, A', B, B', C, C').

(**) Del resto basta osservare che i due triangoli 19 P_{12} e 62 P_{14}, appartenenti a piani diversi, sono così riferiti che i loro lati omologhi $1P_{12}$ e $6P_{14}$, $9P_{12}$ e $2P_{14}$, 19 e 62 sono incidenti. Essi sono dunque prospettivi, perciò sulla retta $P_{12}P_{14}$ sta pure il punto P_{11} in cui concorrono 16 e 29.

Digitized by Google

Ad ogni punto della cfz. risultano così coordinate due rette s, che diremo tra loro *coniugate*. Esistono dieci coppie di rette s coniugate, e sono:

$P_1\ P_5\ P_{10}\ ,\ P_2\ P_4\ P_{14}$; $P_2\ P_9\ P_{11}\ ,\ P_3\ P_8\ P_{10}$;
$P_1\ P_6\ P_{11}\ ,\ P_3\ P_4\ P_{15}$; $P_4\ P_8\ P_{13}\ ,\ P_5\ P_7\ P_{11}$;
$P_1\ P_8\ P_{12}\ ,\ P_2\ P_7\ P_{15}$; $P_4\ P_9\ P_{12}\ ,\ P_6\ P_7\ P_{10}$;
$P_1\ P_9\ P_{13}\ ,\ P_3\ P_7\ P_{14}$; $P_5\ P_9\ P_{15}\ ,\ P_6\ P_8\ P_{14}$;
$P_2\ P_6\ P_{13}\ ,\ P_3\ P_5\ P_{12}$; $P_{10}\ P_{13}\ P_{15}\ ,\ P_{11}\ P_{12}\ P_{14}$.

Di qui si scorge che per ogni punto P passano quattro rette s, e che le quattro rette coniugate giacciono in un piano. Si ottengono a questo modo 15 piani π, di cui ciascuno può dirsi *coniugato* ad un punto P.

I 15 punti P, i 15 piani π e le 20 rette s dànno la nota cfz. di due tetraedri prospettivi. Ma ognuno dei piani (I) contiene tre punti P e non passa per nessuna delle rette s, perciò quei piani si possono assumere come piani singolari d'infinite congruenze del terz'ordine e della seconda classe (*).

4. Nella cfz. (II) esistono tre punti di concorso di terne di rette congiungenti due punti della cfz.:

$$E \equiv 01\,.\,23\,.\,47\,, \qquad F \equiv 02\,.\,13\,.\,58\,, \qquad G \equiv 03\,.\,12\,.\,69\,.$$

Essi sono dunque i punti diagonali del quadrangolo piano 0123, ed i rimanenti sei punti della cfz. stanno a due a due in linea retta con uno dei medesimi: 4 e 7 con E, 5 e 8 con F, 6 e 9 con G. Degli otto piani determinati da uno dei punti 4, 7 con uno dei punti 5, 8 e con uno dei punti 6, 9, due passano per 0, due per 1, due per 2, e due per 3, ognuna di queste coppie di piani contenendo complessivamente i sei punti.

Conviene, anche per ciò che seguirà, introdurre le coordinate, prendendo, com'è lecito,

$$4 \equiv (1,\ 0,\ 0,\ 0), \qquad 0 \equiv (a_1,\ a_2,\ a_3,\ 1),$$
$$7 \equiv (0,\ 0,\ 0,\ 1), \qquad 1 \equiv (b_1,\ b_2,\ b_3,\ 1),$$
$$5 \equiv (0,\ 1,\ 0,\ 0), \qquad 2 \equiv (c_1,\ c_2,\ c_3,\ 1),$$
$$8 \equiv (0,\ 0,\ 1,\ 0), \qquad 3 \equiv (d_1,\ d_2,\ d_3,\ 1),$$
$$6 \equiv (1,\ 1,\ 1,\ 1), \qquad 9 \equiv (y_1,\ y_2,\ y_3,\ 1),$$

dove, per le ipotesi ammesse, tutti i numeri a, b, c, d, y sono diversi da zero.

(*) Cfr. De Paolis, *Ricerche sulle superficie del 3° ordine*, Mem. della R. Acc. dei Lincei, Serie 3ª, Vol. X (1880-81) p. 123 (n. 19 e 20); Castelnuovo, loc. cit.

Digitized by Google

La considerazione dei piani (II), eccettuati per ora 0123, 0369, 1269, dà le condizioni

$$a_1 = c_1 = c_2, \qquad b_1 = d_1 = d_3,$$
$$a_3 = b_2 = 1, \qquad y_2 = d_2, \qquad y_3 = c_3,$$
$$a_1 y_2 = a_2 y_1, \quad b_1 y_3 = b_3 y_1, \quad a_2 b_3 = a_3 b_2, \quad c_2 d_3 = c_3 d_2.$$

Mantenendo, per mezzo di queste, soltanto i simboli y_1, y_2, y_3, a_2, b_1, b_3, c_1, le ultime quattro divengono

$$a_2 y_1 = c_1 y_2, \quad b_1 y_3 = b_3 y_1, \quad a_2 b_3 = 1, \quad y_2 y_3 = b_1 c_1,$$

e da esse si deduce

$$y_1^2 = y_2^2 y_3^2.$$

Risulta dunque

$$y_1 = \pm y_2 y_3.$$
$$b_1 c_1 = y_2 y_3, \quad b_3 c_1 = \pm y_3, \quad a_2 y_3 = \pm c_1,$$

nelle quali sono da prendere o i segni superiori o i segni inferiori.

Ma coi segni superiori i punti 0, 1, 2, 3, 4, 7, contrariamente al supposto, starebbero in un piano, quello di equazione

$$y_3 x_2 - c_1 x_3 = 0.$$

Si debbono perciò scegliere i segni inferiori, cioè

$$y_1 + y_2 y_3 = 0, \quad b_1 c_1 - y_2 y_3 = 0, \quad y_3 + b_3 c_1 = 0,$$
$$c_1 + a_2 y_3 = 0.$$

Le quaterne piane di punti 0123, 0369, 1269, non ancora considerate, forniscono le ulteriori relazioni

$$(5) \quad \begin{cases} (y_2 + y_3)(y_2 y_3 - c_1^2) = 0, \\ (y_2 + y_3 - y_2 y_3 + 1) c_1^2 - (y_2 + y_3 + y_2 y_3 - 1) y_2 y_3 = 0, \\ (y_2 + y_3 + y_2 y_3 - 1) c_1^2 - (y_2 + y_3 - y_2 y_3 + 1) y_2 y_3 = 0. \end{cases}$$

Ora non può aversi $c_1^2 = y_2 y_3$, chè ne seguirebbe $b_1 = c_1$, ed i punti 0, 1, 2, 3, 5, 8 starebbero sul piano

$$(y_3 + c_1) x_1 - (y_2 + c_1) y_3 x_4 = 0.$$

Sarà dunque $y_2 + y_3 = 0$, tenendo conto della quale la seconda e la terza delle (5) si riducono entrambe alla

$$(y_2^2 - c_1^2)(y_2^2 + 1) = 0.$$

L'ipotesi $y_2^2 - c_1^2 = 0$, ossia $y_2 = \pm c_1$, non può accogliersi, giacchè col segno positivo 0, 1, 4, 5, 6 sarebbero sul piano $x_3 - x_4 = 0$, e col segno negativo 2, 3, 6, 7, 8 sarebbero sul piano $x_1 - x_2 = 0$.

Digitized by Google

Si ha dunque necessariamente

$$y_2^2 + 1 = 0, \qquad \text{ossia} \qquad y_2 = \pm i.$$

Prendendo ad es. il segno positivo, e per comodo scrivendo λ al posto di c_1, si ottengono per i 10 punti della cfz. le coordinate:

$$0 \equiv (\lambda, -i\lambda, 1, 1), \qquad 1 \equiv (1, \lambda, i, \lambda),$$
$$2 \equiv (\lambda, \lambda, -i, 1), \qquad 3 \equiv (1, i\lambda, 1, \lambda),$$
$$4 \equiv (1, 0, 0, 0), \qquad 5 \equiv (0, 1, 0, 0),$$
$$6 \equiv (1, 1, 1, 1), \qquad 7 \equiv (0, 0, 0, 1),$$
$$8 \equiv (0, 0, 1, 0), \qquad 9 \equiv (1, -i, i, -1),$$

dove λ denota un numero arbitrario (*)

Le coordinate dei punti E, F, G risultano allora le seguenti:

$$E\ (\lambda + i, 0, 0, i\lambda + 1),$$
$$F\ (0, \lambda, -1, 0),$$
$$G\ [i(\lambda + 1) - (\lambda - 1),\ 2i\lambda,\ 2i,\ i(\lambda + 1) + \lambda - 1].$$

5. Ricorrendo alle equazioni, si riconosce che *sono armoniche le seguenti quaterne di piani passanti per le rette 47, 58, 69:*

(6)	47 (58 69),	58 (69 47),	69 (47 58),
(7)	47 (58 03),	58 (69 01),	69 (47 02),
(8)	47 (58 FG),	58 (69 EG),	69 (47 EF).

La proprietà relativa alle quaterne (6) può enunciarsi anche così:

I punti 4, 5, 6, 7, 8, 9 sono tali che, sulla cubica gobba da essi determinata, le tre coppie 47, 58, 69 si separano a due a due armonicamente,

e dà ragione del fatto che *i sei punti non possono essere tutti reali.*

Per mezzo del parametro λ le rette 47, 58, 69 sono a due a due riferite proiettivamente, essendo E, F, G punti tra loro corrispondenti. L'esistenza della terna (8) di gruppi armonici prova che le proiettività tra le rette 58 e 69, 69 e 47, 47 e 58 risultano con le sezioni dei tre fasci involutori che hanno per

(*) Mentre nel tipo (I), di cui si disse al n. 3, i sei piani della cfz. che passano per un punto di essa sono tangenti ad un cono quadrico (CASTELNUOVO, l. c.), per le cfz. del tipo (II) questa proprietà non ha luogo.

Digitized by Google

assi 47, 58, 69 e per coppie di piani doppi 475 e 478, 586 e 589, 694 e 697.

Il piano $EFG \equiv 0123$, determinato dalle terne di punti corrispondenti nelle anzidette proiettività, varia mantenendosi osculatore ad una cubica gobba Γ'_3, della quale si ha così la rappresentazione parametrica in coordinate di piani:

$$(9)\qquad \begin{cases} u_1 = -2\,i\,\lambda\,(\lambda - i), \\ u_2 = (i-1)\,(\lambda^2 - 1), \\ u_3 = (i-1)\,\lambda\,(\lambda^2 - 1), \\ u_4 = 2\,\lambda\,(\lambda + i), \end{cases}$$

epperò anche la rappresentazione parametrica in coordinate di punti:

$$(10)\qquad \begin{cases} x_1 = (i+1)\,(\lambda + i)\,(\lambda^2 - 4\,i\,\lambda - 1), \\ x_2 = 4\,\lambda^3, \\ x_3 = 4, \\ x_4 = -(i-1)\,(\lambda - i)\,(\lambda^2 + 4\,i\,\lambda - 1). \end{cases}$$

Tra i piani osculatori di Γ'_3 si trovano le tre coppie di piani doppi delle tre involuzioni poc'anzi considerate, e si ottengono dalle (9) risp. per $\lambda = \infty, 0, 1, -1, i, -i$, cosicchè, nella sviluppabile dei piani osculatori a Γ'_3, quelle tre coppie sono armoniche a due a due.

Costruite dunque le tre coppie di punti 47, 58, 69 (v. il n. 9), e scelto come piano $EFG \equiv 0123$ uno qualunque dei piani osculatori di Γ'_3, i rimanenti punti 0, 1, 2, 3 della cfz. (II) sono le intersezioni di questo piano con le coppie di piani 456 e 789, 468 e 579, 459 e 678, 567 e 489.

6. Inversamente, se sono date tre coppie di punti 47, 58, 69 nella posizione indicata al n. precedente, *il piano che contiene i quattro restanti punti d'una cfz. del tipo* (II) *può scegliersi ad arbitrio tra i piani osculatori di* DUE *cubiche gobbe ben determinate.* Una è la Γ'_3, di cui si disse sopra, avente per piani osculatori

475, 478, 586, 589, 694, 697.

L'altra, che dirò Γ'_3, è quella che oscula i piani

476, 479, 584, 587, 695, 698,

e può generarsi come inviluppo di un piano variabile, secante le rette 47, 58, 69 in tre punteggiate proiettive, dove le proiettività tra 58 e 69, 69 e 47, 47 e 58 si ottengono con le sezioni dei tre fasci involutori che hanno risp. per assi

Digitized by Google

47, 58, 69 e per coppie di piani doppi 476 e 479, 584 e 587, 695 e 698.

La rappresentazione parametrica di Γ'_3 è data, in coordinate di piani, dalle formole

$$(11)\qquad \begin{cases} u_1 = (i-1)(\lambda^2-1), \\ u_2 = 2\lambda(\lambda+i), \\ u_3 = -2i\lambda(\lambda-i), \\ u_4 = (i-1)\lambda(\lambda^2-1), \end{cases}$$

e in coordinate di punti dalle formole

$$(12)\qquad \begin{cases} x_1 = 4\lambda^3, \\ x_2 = -(i-1)(\lambda-i)(\lambda^2+4i\lambda-1), \\ x_3 = (i+1)(\lambda+i)(\lambda^2-4i\lambda-1), \\ x_4 = 4. \end{cases}$$

Le precedenti coppie di piani, che nella sviluppabile dei piani osculatori sono a due a due armoniche, si hanno dalle (11) coi valori 1 e -1, ∞ e 0, $-i$ e i di λ.

Diamo pure le formole che esprimono per mezzo del parametro λ le coordinate dei punti della cubica Γ_1 determinata da 4, 5, 6, 7, 8, 9. Per l'esistenza dei gruppi armonici (8), i piani che dalle rette 47, 58, 69 proiettano risp. G, E, F contengono i coniugati armonici di F rispetto alle coppie di punti 02, 13, 58, di G rispetto alle coppie 03, 12, 69, e di E rispetto alle coppie 01, 23, 47. Questi piani hanno le equazioni

$$x_2 - \lambda x_3 = 0,$$
$$(i+1)(\lambda - i)x_1 + (i-1)(\lambda + i)x_4 = 0,$$
$$(i\lambda+1)x_1 - (i+1)x_2 - (i+1)\lambda x_3 + (\lambda+i)x_4 = 0,$$

e al variare di λ (ossia del piano EFG nella sviluppabile dei piani osculatori a Γ'_3) descrivono tre fasci proiettivi. Il punto comune alle terne di piani omologhi percorre la cubica Γ_1, della quale si ottiene così la richiesta rappresentazione parametrica:

$$x_1 = -(i-1)\lambda(\lambda+i),$$
$$x_2 = \lambda(\lambda^2+1),$$
$$x_3 = \lambda^2+1,$$
$$x_4 = (i+1)\lambda(\lambda-i).$$

Digitized by Google

I punti 4, 7, 5, 8, 6, 9 si hanno per $\lambda = i, -i, \infty, 0, 1, -1$ (*).

7. È notevole la relazione che lega la cubica Γ_1 con le cubiche Γ'_2 e Γ'_3.

Sia Q la superficie del second'ordine passante per le rette $a \equiv 47$, $b \equiv 58$, $c \equiv 69$; e nella schiera R a cui tali rette appartengono dicansi a', b', c' le coniugate armoniche di a, b, c rispetto alle coppie bc, ca, ab. In altre parole, se come campo binario si assume la schiera R, le due terne $a\,b\,c$ e $a'\,b'\,c'$ costituiscono il covariante cubico l'una dell'altra, talchè a e a', b e b', c e c' sono, entro R, coniugate nell'involuzione J che ha per rette doppie le due generatrici l, m componenti l'hessiano comune di quelle due terne.

Chiamando $a_1\,a_2$, $b_1\,b_2$, $c_1\,c_2$ le coppie di generatrici dell'altra schiera di Q uscenti dalle coppie di punti 47, 58, 69, in tale schiera esse si separano a due a due armonicamente, e incontrano le rette a, b, c e a', b', c' in 36 punti, e, dualmente, giacciono con queste rette in 36 piani.

Delle coppie formate coi 36 punti consideriamo, ne' sei modi possibili, tre che siano scelte una su a, una su b, una su c, e nel tempo stesso una sulla coppia $a_1\,a_2$, una sulla $b_1\,b_2$, una sulla $c_1\,c_2$. Le sei sestuple di punti individuano sei cubiche gobbe $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots, \Gamma_6$, come segue:

$$\begin{aligned}
\Gamma_1 &\equiv aa_1,\ aa_2,\ bb_1,\ bb_2,\ cc_1,\ cc_2,\\
\Gamma_2 &\equiv ba_1,\ ba_2,\ cb_1,\ cb_2,\ ac_1,\ ac_2,\\
\Gamma_3 &\equiv ca_1,\ ca_2,\ ab_1,\ ab_2,\ bc_1,\ bc_2,\\
\Gamma_4 &\equiv aa_1,\ aa_2,\ cb_1,\ cb_2,\ bc_1,\ bc_2,\\
\Gamma_5 &\equiv ca_1,\ ca_2,\ bb_1,\ bb_2,\ ac_1,\ ac_2,\\
\Gamma_6 &\equiv ba_1,\ ba_2,\ ab_1,\ ab_2,\ cc_1,\ cc_2.
\end{aligned}$$

Similmente denotiamo con $\Gamma'_1, \Gamma'_2, \ldots, \Gamma'_6$ le sei cubiche passanti per le coppie di punti che si deducono dalle precedenti sostituendo alle a, b, c le rette a', b', c'.

(*) Un'altra non meno semplice rappresentazione di Γ_1 si ottiene con le formole

$$x_1 = \frac{1}{\sigma+1},\ x_2 = \frac{1}{\sigma+i},\ x_3 = \frac{1}{\sigma-i},\ x_4 = \frac{1}{\sigma-1},$$

dalle quali i punti 4, 7, 5, 8, 6, 9 si hanno coi valori -1, 1, $-i$, i, ∞, 0 del nuovo parametro σ.

Digitized by Google

È chiaro che tanto sulle Γ quanto sulle Γ' le tre coppie di punti che hanno servito a individuarle sono armoniche a due a due, di guisa che l'intiera figura risulta completamente determinata quando si conosca una qualunque delle menzionate dodici terne di coppie di punti.

La considerazione delle dodici terne di coppie di piani, che in modo duale si possono formare coi 36 piani su accennati, conduce alle stesse cubiche Γ e Γ', pensate come inviluppi dei loro piani osculatori. Così, ad esempio, i piani che proiettano da a' i punti aa_1 e aa_2, da b' i punti bb_1 e bb_2, da c' i punti cc_1 e cc_2, sono risp. osculatori a Γ_1 in questi punti. Infatti (*) due generatrici di R, che siano coniugate nell'involuzione J, sono anche tali nel sistema nullo individuato da Γ_1 (mentre ogni generatrice della schiera trasversale è reciproca di sè stessa in quel sistema nullo).

Le dodici cubiche Γ e Γ' determinano così lo stesso sistema nullo, che è il prodotto della polarità rispetto a Q per l'involuzione rigata avente per assi l, m (**).

Segue inoltre che Γ_i e Γ'_i ($i = 1, 2, \ldots, 6$) sono non soltanto coniugate nella detta involuzione rigata, ma pure polari reciproche rispetto a Q. *Le cubiche stesse hanno insomma posizione ottaedrica* (***).

Poichè le cubiche Γ_1, Γ'_2, Γ'_3 sono appunto quelle che così designammo nei n. 5 e 6, il risultato ottenuto può enunciarsi dicendo che *per avere le cubiche Γ'_2 e Γ'_3 del n. precedente, basta fissare, nel gruppo $\Gamma_1\,\Gamma_2 \ldots \Gamma_6$ determinato da Γ_1, le due curve (Γ_2 e Γ_3) non aventi con Γ_1 alcun punto comune, e cercare nel gruppo delle Γ' quelle che sono con esse in posizione ottaedrica.*

(*) Cfr., anche per la citazione di lavori precedenti, la mia Nota II.ª *Intorno alla rappresentazione delle forme cubiche e biquadratiche sulla cubica gobba*, Rend. del Circolo matem. di Palermo, t. V (1891), p. 33.

(**) Nel sistema di coordinate di cui si fece uso nei n. 4, 5 e 6, la quadrica Q e il complesso lineare luogo delle rette reciproche di sè stesse nel sistema nullo hanno le equazioni

$$(i+1)\,(x_1 x_2 - x_3 x_4) + (i-1)\,(x_1 x_3 - x_2 x_4) = 0\,,$$
$$4\,i\,p_{23} + (i+1)\,p_{31} + (i-1)\,p_{12}$$
$$+ 4\,p_{14} - (i+1)\,p_{24} + (i-1)\,p_{34} = 0\,.$$

(***) Cfr. i citati lavori del KOHN e del CIANI.

Digitized by Google

8. La cubica Γ_2 interviene pure a proposito di un'altra proprietà della cfz. avente i piani (II).

Dicansi *rette* della cfz. le 45 congiungenti due dei 10 punti di essa: ognuna è altresì intersezione di due dei 15 piani della cfz., ma non inversamente.

Ciò posto, osserviamo che *coi piani della cfz. si possono formare sei esaedri semplici aventi per spigoli sei rette della cfz.*, e sono

0417,	1759,	5924,	2437,	3756,	5604;
0714,	1468,	6827,	2734,	3489,	8907;
0528,	2867,	6735,	3518,	1846,	4605;
0825,	2549,	4938,	3815,	1579,	7908;
0639,	3948,	4816,	1629,	2945,	4506;
0936,	3657,	5719,	1926,	2678,	7809.

Gli spigoli successivi di questi esaedri dànno luogo a sei esagoni gobbi semplici, in ognuno dei quali due lati opposti si tagliano in un punto della cfz. Così il primo esagono ha per lati 04, 17, 59, 24, 37, 56, di cui gli opposti s'incontrano in 4, 7, 5. Ne segue che *in ciascun esagono le tre rette che uniscono le coppie di vertici opposti concorrono in un punto.*

I sei punti di concorso hanno ordinatamente le coordinate

$$(13)\quad \begin{cases} (i,\ 0,\ i-1,\ -1),\ (i+1,\ 2,\ 0,\ -(i-1)),\ (1,\ 0,\ 0,\ -1), \\ (1,\ 0,\ 0,\ 1),\quad (0,\ i,\ 1,\ 0),\quad (0,\ -i,\ 1,\ 0), \end{cases}$$

e sono pure risp. le intersezioni dei piani 478 e 475 con la retta 69, dei piani 589 e 586 con la retta 47, dei piani 697 e 694 con la retta 58.

Gli stessi sei punti non sono dunque altro che i punti ac_1, ac_2, ba_1, ba_2, cb_1, cb_2 *considerati al n. precedente sulla cubica* Γ_2.

In modo del tutto analogo si presenta la cubica Γ_3, quando le stesse proprietà si riferiscano ad una cfz. del secondo sistema di cui si trattò nel n. 6, cioè ad una cfz. che provenga da Γ'_2 anzichè da Γ'_3.

Si ottiene del resto molto semplicemente la Γ_3 anche partendo dalla cfz. fin qui studiata. Fissato per es. il primo dei precedenti esaedri, si osservi che dalle sue facce resta escluso il solo punto 8 di quella cfz. Orbene, la retta che unisce questo punto col primo dei punti (13) incontra la retta 47 nel punto ab_2 di Γ_3. Gli altri cinque esaedri dànno similmente i punti ab_1, bc_2, bc_1, ca_2, ca_1 della stessa curva.

Digitized by Google

Rileviamo ancora quest'altra proprietà, implicita in ciò che precede:

Tra i 60 piani che contengono tre soli punti della cfz., 24 sono tali che a quattro a quattro passano per i sei punti (13), *e sono ordinatamente*

024,	027,	035,	038,	016,	019,
137,	134,	128,	125,	239,	236,
695,	698,	476,	479,	584,	587,
478;	475;	589;	586;	697;	694.

Altre numerose proprietà si collegano alla considerazione delle dodici cubiche Γ e Γ' (e di sistemi ∞^1 di cubiche che le comprendono), ma poichè non si riferiscono all'argomento principale di questa Nota, rimando per esse al lavoro, di prossima pubblicazione, a cui ho accennato in sul principio.

9. Le formole del n. 4 mostrano implicitamente che, date le coppie di punti 47 e 58 e dato il punto 6 (essendo 4, 5, 6, 7, 8 soggetti alla sola condizione che quattro qualunque di essi non siano in un piano), la ricerca del punto 9 che rende armonici i tre gruppi (6) si riduce ad un problema di secondo grado. Non è però superfluo assegnare del punto 9, per via geometrica, una costruzione semplice e diretta.

Anzitutto è chiaro che il punto cercato appartiene tanto alla retta g in cui si secano i piani coniugati armonici di 476 rispetto a 475, 478 e di 586 rispetto a 584, 587, quanto al cono quadrico C, di vertice 6, luogo delle rette della stella 6 da cui le coppie di punti 47 e 58 sono proiettate mediante coppie armoniche di piani. Diciamo dunque 9 e 9' le intersezioni di g con C. Siano inoltre H e K i punti d'incontro di g con le rette 47 e 58, ed M e N i punti d'appoggio della retta condotta per 6 a tagliare le stesse 47 e 58. I due gruppi di punti 47 HM e 58 KN risultano armonici, quindi le due rette uscenti da 6 e secanti l'una le rette 45 e 78, l'altra le rette 48 e 57, tagliano entrambe g: dicansi R ed S i due punti d'incontro. La retta g è così coniugata di MN in ciascuna delle due involuzioni rigate che hanno per assi le coppie 45, 78 e 48, 57 di spigoli opposti del tetraedro 4578. Ma queste involuzioni sono permutabili e dànno per prodotto l'involuzione rigata avente per assi i due rimanenti spigoli 47, 58; perciò *R ed S separano armonicamente H e K.*

Le rette che da 6 proiettano 4, 7, 5, 8 formano un quadrispigolo iscritto nel cono C, i cui spigoli diagonali passano per R, S ed M (o N). Dunque 9 *e* 9' *separano armonicamente R ed S.*

Digitized by Google

Se ξ è il piano tangente a C lungo la generatrice 65, i quattro piani ξ, 658, 654, 657 sono armonici, quindi ξ taglia la retta 47 nel punto H. Per analoga ragione passa pure per H il piano tangente a C lungo la generatrice 68. Ne segue che 658 è il piano polare della retta $6H$ rispetto a C, cosicchè 9 *e* 9′ *dividono armonicamente H e K.*

In conclusione, *i due punti cercati* 9 *e* 9′ *costituiscono sulla retta g la coppia che divide armonicamente l'una e l'altra delle due coppie (tra loro armoniche) HK ed RS.*

10. I punti 9 e 9′ del n. precedente coincidono con quelli di cui trovammo le coordinate al n. 4: terminando, indicheremo un'altra proprietà di cui godono gli stessi punti.

Diciamo per brevità che *due punti sono reciproci rispetto ad un tetraedro* quando ognuno sta sul piano polare dell'altro rispetto al tetraedro. Ciò posto, facilmente si verifica che *le tre coppie di punti 47, 58, 69 fin qui considerate sono tali che una qualunque consta di punti reciproci rispetto al tetraedro avente i vertici nei punti delle altre due coppie.*

Si può chiedere se sia vero anche il teorema inverso. Supposto che le tre coppie di punti 47, 58, 69 abbiano la proprietà da ultimo enunciata, e fissato il sistema delle coordinate come al n. 4, un facile calcolo prova che la risposta è negativa, poichè, dati 4, 5, 6, 7, 8, per il punto 9 risultano sei diverse posizioni

$$(14)\quad \begin{cases} 9 \equiv (1, -i, i, -1), & 9' \equiv (1, i, -i, -1), \\ A \equiv (3, -3, 1, -1), & B \equiv (1, -1, 3, -3), \\ C \equiv (3, 1, -3, -1), & D \equiv (1, 3, -1, -3), \end{cases}$$

di cui soltanto la prima e la seconda rendono armoniche le quaterne di piani (6).

I sei punti (14) giacciono dunque sul piano polare π di 6 rispetto al tetraedro 4758; e nel fascio che ha per asse la retta $g \equiv 9\,9'$, il piano π è il coniugato armonico del piano $g\,6$ rispetto ai piani $g\,47$ e $g\,58$.

Sono molto semplici le relazioni che intercedono tra i punti (14) e i punti H, K, R, S, considerati al n. precedente, di cui le coordinate son date da:

$$H \equiv (1, 0, 0, -1), \qquad K \equiv (0, 1, -1, 0),$$
$$R \equiv (1, 1, -1, -1), \qquad S \equiv (1, -1, 1, -1).$$

Dei punti diagonali del quadrangolo $ABCD$, due sono H e K, avendosi $H \equiv BC \,.\, AD$, $K \equiv CA \,.\, BD$, mentre il terzo $L \equiv (1, -1, -1, 1) \equiv AB \,.\, CD$ è il coniugato di 6 nell'in-

Digitized by Google

voluzione rigata che ha per assi le rette 47 e 58. I punti R ed S sono le intersezioni della retta g coi lati CD e AB del quadrangolo.

Questi stessi lati sono le intersezioni di π coi piani polari di S ed R rispetto al tetraedro 4758.

La figura precedente ha pure un semplice legame col quadrilatero completo avente per lati le rette in cui π taglia le facce del tetraedro 4758 (*). Infatti 9 e 9' sono le intersezioni della retta g con la conica invariante del quadrilatero, la quale, sul piano π, di equazione

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0,$$

è rappresentata da

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 0.$$

I vertici del quadrangolo *associato* al quadrilatero sono i punti

$$V_1\,(-3, 1, 1, 1), \quad V_2\,(1, -3, 1, 1),$$
$$V_3\,(1, 1, -3, 1), \quad V_4\,(1, 1, 1, -3),$$

proiezioni di 4, 7, 5, 8 dal punto 6 sul piano π. Essi appartengono risp. ai lati AC, AD, BC, BD del quadrangolo $ABCD$, e sono separati armonicamente dalle rispettive coppie di vertici per mezzo di H e K, cosicchè i punti diagonali del quadrangolo stesso associato sono R, S ed L.

Sono ovvie le costruzioni con le quali, inversamente, dal quadrangolo $V_1 V_2 V_3 V_4$ si deduce il quadrangolo $ABCD$.

(*) Per le nozioni intorno al quadrilatero, di cui qui si fa uso, cfr. le mie Note *Sulla lemniscata proiettiva*, in questi *Rendiconti*, Serie II, Vol. XXXVII (1904), p. 277 e 304; *Sulla polarità rispetto ad un quadrilatero piano completo*, Ibid., Serie II, Vol. XLIX (1916). p. 463, dove si trovano anche le citazioni dei lavori anteriori.

Digitized by Google

VERSO LA RINASCENZA DELL'IDEALISMO GIURIDICO

Nota del S. C. prof. Lodovico Barassi.

(*Adunanza del 7 febbraio 1918*)

La guerra atroce che va insanguinando i campi di Europa ha posto l'uno di fronte all'altro due modi diversi di concepire il diritto. Da una parte il diritto concepito in funzione degli interessi concreti dello Stato; dall'altro il diritto considerato come un organismo di norme inspirate alla necessità di attuare quegli scopi idealistici di giustizia, che si scorgono riflessi nelle aspirazioni di un' umunità dolorante, e anelante al giusto equilibrio di tutti i valori materiali e morali.

Veramente che la lotta sia per la difesa del diritto è apertamente proclamato solo sulla bandiera dell'Intesa. Diritto è tutela della libertà di tutti: degli individui, come delle piccole collettività; dei piccoli come dei grandi Stati. Mai, come dopo la brutale aggressione degli imperi centrali, intesa a sovvertire il mondo, a calpestare i deboli, a colpire di tradimento i piu forti, si è intesa così bene e profondamente nella sua sostanziale e immanente verità la natura e la funzione del diritto, come mezzo che garantisce a ognuno il pacifico e autonomo sviluppo delle proprie energie.

Si capisce quindi perfettemente l'impeto di ribellione, nei popoli dell' intesa, contro un atteggiamento che rivelava una singolare concezione deviatrice del diritto dalla sua funzione più vera e sacra. Si tratta in sostanza del rapporto tra i due concetti di diritto e di forza. Finora si era sempre ritenuto che queste due idee non si possono dissociare: come diceva Pascal la forza senza il diritto sarebbe odiosa, e il diritto senza la forza impotente. La forza giusta, e il diritto forte, ecco dunque un sano equilibrio, a tutela delle libertà pei singoli, che nell'anima latina ha il valore di un assioma.

Digitized by Google

Ma quando avvenne quella brutale invasione del Lussemburgo e del Belgio che sconvolse il mondo Bethmann Hollweg invocò a propria giustificazione il diritto, coll'espressione, che ormai appartiene alla storia, del principio per cui necessità non ha legge. E subito accorsero a rincalzo i giuristi della dotta Germania, tra i quali scelgo Giuseppe Kohler, proprio questo fecondissimo scrittore, che per le sue origini pareva impregnato di un po' dell'anima latina, e del suo idealismo (1). Il Kohler solennemente dichiarò che il diritto di necessità è superiore alle leggi ordinarie, e costituisce un diritto speciale che ubbidisce solo alla « dialettica realistica » di questo mondo e sdegna ogni sentimentalità. Ed ecco la formula sintetica che racchiude il rapporto tra forza e diritto, e la missione di quest'ultimo. « Là dove le regole ordinarie dell'organizzazione giuridica non offrono alcun mezzo per risolvere il conflitto il diritto deve inchinarsi davanti al fatto e dar ragione al vincitore: *factum valet* ». Par di sentire l'eco, immutata attraverso agli anni, della voce di Bismarck, quando tuonava, nel Reichstag, dichiarando che la forza è superiore alla legge.

Questa sarebbe, dunque, la giustificazione giuridica dell'aggressione; ed è logico che il succitato professore dell'Università di Berlino disprezzi perciò gli americani, che reputa ignoranti e chiacchieroni, gente che non ha mai capito nulla della filosofia del diritto, cioè del diritto di quella che Kohler chiama « la grande, la nobile, l'unica Germania ». E pensare che secondo una recentissima asserzione in una rivista austriaca che si pubblica a Innsbruch, la causa degli orrori odierni starebbe nella mancanza, per parte dell'Intesa, di idealismo nella formazione dei principi fondamentali del diritto delle genti!

Ora non è questo il luogo e il momento per un esame, che pure sarebbe interessante, circa i nessi di questa teoria divinizzatrice della forza e del fatto compiuto con la precedente elaborazione dottrinale del diritto negli imperi centrali, in specie circa la parte che questa elaborazione attraverso a parecchi decenni abbia avuto nella minuziosa preparazione della guerra. Certo è che non è questa del Kohler, una voce isolata. Per quanto ciò possa sembrar strano al profano di diritto, sta però che essa risponde a un indirizzo dottrinale realistico o positivista, che ha qualche propaggine anche nella dottrina internazionalistica italiana (alludo all'Anzilotti, che di questo

(1) *Not kennt kein Gebot*. Berlin, 1915, p. 22-23.

Digitized by Google

indirizzo è uno dei principali banditori). È, dunque, la realistica visione dell'unilaterale interesse concreto, al disopra di un idealismo atto ad avvicinare il diritto alla comune coscienza del popolo, informata a un senso più vivo dell'umanità e della solidarietà civile e internazionale.

Rientra in questa tendenza realistica una teoria che par fatta apposta per coonestare l'enunciazione, che pure rimarrà nella storia, dei trattati internazionali come stracci di carta. La teoria, cioè, per cui i trattati, mercè la clausola *rebus sic stantibus*, vincolano sino a che questo faccia comodo all'una delle parti. A guardar bene il filo conduttore è unico nelle due enunciazioni del cancelliere, cioè è la prevalenza della forza al diritto: perchè mai la parte che non ha più il proprio tornaconto dovrebbe ritenersi vincolata? E si capisce che è solo il contraente più forte, che può darsi il lusso di far prevalere la propria unilaterale volontà, cioè la sua forza.

Ora, io non dico che queste due teorie, per fermarci ad esse, non contengano qualche elemento di verità dal punto di vista del diritto privato interno. La dottrina civilistica ha da tempo ammessa la validità della clausola *rebus sic stantibus*; ha riconosciuto pure l'affermazione giustificatrice dello stato di necessità: l'ha appunto proclamata il famoso buon giudice Magnaud in alcune delle sue decisioni (che per fortuna sono rimaste, in quella crudezza, isolate), e ciò appunto in nome di quell'idealismo giuridico che ora si impenna, e giustamente, di fronte alla brutalità degli imperi centrali. Ma anche per il diritto privato interno c'è modo e modo di intendere l'applicazione di questi principi, pei quali bisogna saper temperare l'egoismo individuale al lume della solidarietà sociale: solidarietà di individui, quanto al diritto interno, e di nazioni, quanto al diritto esterno. Così dal punto di vista del diritto privato interno (che su questo argomento offre maggiori analogie col diritto internazionale) in virtù dell'art. 1124 C. civ. it., la buona fede e l'equità escludono la considerazione unilaterale dell'interesse esclusivo di uno solo dei contraenti, che invochi la cosiddetta « presupposizione » per sottrarsi al contratto. E secondo i più lo stesso deve dirsi quanto allo stato di necessità, sempre nel diritto privato, in cui si riconosce l'opportunità di un giudizio comparativo tra l'interesse di chi è autore del danno, e quello del terzo che lo subisce.

Che tuttavia lo stesso principio di equilibrio sia da applicare nei rapporti tra gli Stati è giustamente contestato, data la piena eguaglianza tra Stati grandi e piccoli. E infatti è stato giu-

Digitized by Google

stamente rilevato (1) che le norme internazionali vincolano solo gli Stati che vi si assoggettano volontariamente; non è così per gli individui in uno Stato riguardo al suo diritto interno. Qui si, si intende un intervento coattivo dello Stato per conciliare, in nome della solidarietà, diritti od interessi individuali in conflitto. Ma l'analogia non può ammettersi nel diritto internazionale, per una diversa valutazione della solidarietà tra gli Stati, secondo un indirizzo più idealistico. Perchè qui il fenomeno della solidarietà ci si palesa colla santità dei trattati, escludente l'arbitraria applicazione di una clausola *rebus sic stantibus* in nome dei diritti fondamentali dello Stato.

Ed è appunto contro questa tendenza così umana ed universale, affermata nella vecchia *comitas gentium*, che si rivolge la « Realpolitik » austro-germanica, inspirata all' unilaterale affermazione della forza, come fonte di diritto.

Ora non sarebbe esatto sostenere che questa affermazione del diritto del più forte, che pure aveva avuto un paladino nel gran Federico, che sembra quindi essere una tradizione degli Hohenzollera, abbia pure avuto nell'elaborazione scientifica del diritto in Germania, prima della guerra, un appoggio incondizionato. È però certo che la struttura dello Stato e dell'ordinamento giuridico, quale da Lutero ed Hegel in poi si venne progressivamente affermando in Germania, fino a diventare quasi assiomatica nella dottrina anche dei paesi latini, ha contribuito a preparare il terreno da cui è rampollata quella proclamazione barbarica. Recentemente il Polier (*Revue des nations latines*, fasc. di gennaio, 1918) rinfacciava appunto alla Germania la tendenza statolatrica che ha condotta all'equazione: la forza è il diritto.

E in quest'accusa c'è una gran parte di vero: si sa che non è solo con Hegel (2), che comincia la sottile trama ideologica che doveva condurre a creare quel formidabile concentramento di potere che è l'organizzazione statale tedesca; Hegel, il quale proclamava che lo Stato è la totalità etica, che esso raffigura l'ingresso di Dio nel mondo, che si deve assodare come qualcosa di mondano-divino Così è riconosciuta l' onnipotenza della volontà dello Stato, come creatrice esclusivo del diritto, dello Stato che ha la forza coattiva per imporlo: concetto che

(1) Borsi, *Ragione di guerra e stato di necessità nel diritto internazionale*, p. 26.

(2) Cfr. Bonucci, *Imperialismo luterano*, 1918.

Digitized by Google

si è recentemente affermato essere un bisogno mentale, così come quello che conduce a Dio (1). Così ancora si è riuscito, in una monarchia plurinazionale come l'Austria, a imperniare, autocraticamente, il concetto di patria nello Stato, non nella nazione; ancora una volta lo Stato è tutto, e l'individuo, o le collettività minori, malgrado l'imponenza delle unità di razza di civiltà e di sentimento, non sono prese in considerazione.

Ora, salvo quest'ultima manifestazione così squisitamente absburghese, non direi che la realtà di uno Stato forte si debba ripudiare: anche quando il nostro popolo avrà raggiunto quella maturità politica e sociale che ha ad es. l'inglese. Così non occorre proprio, a mio avviso, reagire alla pesante macchina statale prussiana col porre in dubbio che lo Stato sia il creatore esclusivo della norma giuridica. Qualche tentativo recentissimo del Romano in questo senso (*L'ordinamento giuridico*, cit.) non par destinato al successo; e del resto indebolire lo Stato è un male, per noi di razza latina, poco proclivi, per temperamento o per ragioni storiche, al senso della disciplina.

Piuttosto quel che importa è che il diritto non sia inteso come emanazione del più forte. E noto subito come l'applicazione incondizionata del metodo positivo della scuola storica agevoli questa concezione, col far del diritto il precipitato fatale dell'ambiente sociale, plasmato appunto dal più forte nella lotta coi più deboli.

Perciò contro questa conclusione benedetta sia la reazione latina in nome dell'idealismo giuridico, che invoca le supreme esigenze della giustizia, e la concezione del diritto quale è uscita dalla gran madre Roma. Questa meta ideale ha avuto espressione ipertrofica nell'antico diritto naturale: e non è raro imbatterci oggi, specie in Francia, in auspicate affermazioni del prossimo rifiorire di quest'ultimo. Oggi il diritto naturale, inteso nel senso genuino e primitivo di vero diritto cogente per una propria virtù intrinseca, e di cui il diritto positivo della legge non sarebbe che una derivazione, cioè appunto come lo concepì Ugo Grazio, è caduto per sempre sotto i colpi della scuola storica, alla quale spetta il merito incontestabile di aver chiarito il rapporto intimo che sussiste tra il diritto e i

(1) KELSEN, *Ueber Staatsunrecht*, cit. in ROMANO, *L'ordinamento giuridico*, Pisa, 1918, p. 99.

Digitized by Google

bisogni di un popolo. Il diritto esce dalla vita vissuta, non dalla contemplazione di formule astratte ad immanenti: e questo per il diritto inteso sia come istituzione positiva, sia in senso deontologico, cioè come dovrebbe essere, benchè non sia da escludere che certe esigenze supreme della morale e della giustizia, da concepirsi come atteggiamento ideale del diritto, siano appunto canoni immanenti. Ma in realtà il diritto naturale è oggi qualche cosa di diverso; esso si è evoluto, e coloro che lo propugnano (il Geny, il Saleilles, lo Charmont, e tra noi il Del Vecchio) ne fanno un diritto a contenuto variabile, in quanto possano variare i postulati ideali.

Sopratutto non è esatto chiamarlo « diritto » se con questo si allude solo al diritto positivo: oggi non si attribuisce alla formulazione idealistica del diritto naturale che valore puramente deontologico. E allora quello che si chiama « rinascenza del diritto naturale » non è, in sostanza, che una accentuazione del contenuto ideale, che deve riconoscersi alle norme e agli istituti giuridici, i quali disciplinano fatti e rapporti della vita reale, ma, appunto, per la migliore attuazione di questi rapporti secondo la loro natura e le esigenze della società. Non basta, dunque, che sia l'attuazione degli interessi individuali o collettivi: occorre che questa attuazione sia ravvivata e contenuta dalla forza moderatrice di un'idea « superiore all'egoistico urto degli interessi », secondo la formula del Polier. Sarebbe, come ognuno vede, il ritorno a una fase che pareva ormai superata del diritto naturale, ma che in realtà non è mai morta. Ricordiamo il pensiero fondamentale del nostro Ludovico Muratori, per il quale la disciplina dei rapporti umani in cui vi è lotta di appetiti e conflagrazione tra interessi opposti, deve essere illuminata e ispirata dalle esigenze della ragione; quelle esigenze che in Giambattista Vico sono sintetizzate nel buono riconosciuto come equo.

Dichiaro di fare piena adesione a questo movimento idealista, convinto che non basta il realismo dei fatti e dei bisogni economici a spiegare la formazione e l'evoluzione del diritto; convinto sopratutto che uno degli effetti benefici della guerra vittoriosa per noi, sarà appunto di determinare la necessità di un impulso sempre più vigoroso agli ideali di giustizia e di equità distributiva, un'aspirazione sempre più forte al miglioramento morale, oltrechè materiale, del nostro popolo. E in questo senso dovremo pur plasmare anche il diritto. Dobbiamo vedere in questo non il puro strumento della tendenza edonistica collettiva o individuale, come vorrebbe una concezione brutal-

Digitized by Google

mente realistica che riconosce solo l'onnipotenza e il fatalismo di un unilaterale determinismo economico. Ho una fede troppo viva nel progresso morale del popolo, o, se si vuole, nella necessità di questo progresso, anche come uno dei fattori essenziali del suo crescente benessere materiale, per credere che al di sopra del corpo di leggi costituite attraverso alla troppo spesso manchevole collaborazione degli organi legislativi non aleggi un ideale di giustizia e di bontà, di equità e di equanimità che le leggi non sempre riescono a raggiungere.

Si opporrà che il diritto, che disciplina l'attività pratica ed edonistica degli uomini, non può avere contenuto idealistico. Ma appunto si tratta di sviluppare la virtù educatrice del diritto, incanalando quest'attività in modo conforme alla dignità umana: questo, si intende, fin dove la cosa è possibile all'artificiale pressione della norma giuridica. Insomma il legislatore non deve nè può limitarsi a constatare che così si fa nell'uso della pratica quotidiana, che così vuole la tradizione; ma deve chiedersi: è giusto, è equo, è conforme al progresso morale e sociale dell'uomo? Non deve dunque asservirsi al fatto, come si fa oggi ad es. in materia di atti emulativi o di consuetudini contrarie all'equità o di ommissioni colpose. E da questo punto di vista se vi è arte che rifugga dall'impiego puro del metodo positivo, è proprio l'arte del legislatore.

E tuttavia è innegabile che questo idealismo non esclude affatto la formazione realistica del diritto. Starei anzi per dire che in un certo senso quell'idealismo rientra nel quadro di questa visione realistica: non è forse realtà vera e quotidiana l'aspirazione di tutti noi di razza latina ad una più intensa valutazione dei valori morali, atti ad attenuare la brutale sopraffazione del più forte, nella lotta di tutti i giorni col più debole, a infondere maggior rispetto per tutto ciò che non è l'Io, a ottenere una miglior comprensione del contenuto fattivo della solidarietà sociale? In questo senso l'idealismo si allea ai risultati della scuola storica, in quanto, oggi più che mai, l'elaborazione legislativa che non tenesse conto di queste supreme esigenze etiche non sarebbe più la risultante di tutti i fattori che positivamente offre la vita, e cioè sarebbe una sovrapposizione violenta alla vita così come è concepita da tutti. Il senso di giustizia è dunque uno dei fatti sociali, ma è anche un sentimento, un'idealità cui spetta una funzione deontologica di moderazione, di correzione; può avere un'origine varia, nella coscienza dei singoli: l'idea religiosa, la ragion pura, il senso umanistico della solidarietà, e dell'utilità sociale, ma è sempre un riflesso della vita che ci circonda.

Digitized by Google

Ma a questo punto ci possiamo domandare se proprio l'invocazione di questo idealismo giuridico rappresenti una innovazione rivoluzionaria nella formazione legislativa ed esegetica del diritto. E la risposta è indubbiamente negativa. A prescindere dallo stesso concetto del diritto, come limitazione delle autonomie dei singoli nell'interesse di questi singoli e della società, concetto che racchiude già in sè un principio etico fondamentale, è certo che questo idealismo non è mancato mai, anche in coloro che sono agli antipodi colle dottrine inspirate al diritto naturale: assuma l'aspetto del sentimento della giustizia in Spencer, o dell'interesse sociale sostituito a quello individuale in Bentham, o più esplicitamente la solidarietà sociale nel Duguit. Ma non è, questo della solidarietà, un altissimo ideale, ove lo si contemperi col necessario rispetto dell'individuo? E se è così è il caso di discorrere di un rinvigorimento, più che di una vera e propria rinascenza dell'idealismo giuridico. Cioè di uno sviluppo ulteriore di quelle che sono le caratteristiche del diritto latino.

Così, il rispetto alla libertà individuale non deve dissociarsi da un più intimo affiatamento tra la morale ed il diritto; ed è probabile che si sia oggi passato il segno nella reazione a un passato in cui si era talora ecceduto nel raccostamento di quelle due categorie di norme. Certo, nessuno può illudersi che il diritto da sè possa migliorare l'uomo. Esso contiene degli istituti che possono essere un mezzo mirabile per attuare quella ciceroniana ed evangelica *charitas humani generis* che è così prossima alla caratteristica universalità del genio latino; ma solo se è migliorato l'ambiente sociale in cui la legge deve essere applicata. Così da Roma antica ci è venuta la figura immortale del *diligens paterfamilias*, figura, questa, che si presta ad essere intesa con un contenuto morale e sociale sempre più intenso col crescere delle esigenze della solidarietà sociale. E i codici a tipo latino posseggono una disposizione mirabile: quella per cui il contenuto dei contratti si deve intendere al lume dell'equità e della buona fede (art. 1124 C. civ. ital.): una valvola per cui può penetrare largamente nella nostra vita giuridica quotidiana il soffio rigeneratore delle più elevate e nobili aspirazioni dell'umanità. Ma in tutti e due i casi è la coscienza sociale che plasma il contenuto della legge; e questa risponderà tanto meglio ai fini idealistici della realtà quotidiana quanto più sarà migliore l'uomo.

Questo è vero, in fondo, anche quanto all'interpretazione del diritto vigente, ove si accolga il criterio storico evolutivo.

Digitized by Google

Si può anzi dire che la più recente tendenza idealistica ha avuto i suoi più caldi fautori proprio a proposito dell'interpretazione giuridica. E non vorrei escludere che questi scrittori abbiano passato il segno, appunto in nome del loro ideale. Si tratta della scuola cosiddetta del « diritto libero », che per avvicinare il diritto alla vita, e trasfondere in esso le esigenze della giustizia svincola il giudice dal testo della legge, nei casi determinati dalla vita pratica, per cui la legge non provveda espressamente.

È evidente come, malgrado questa dottrina pretenda di assumere un atteggiamento realistico, inspirandosi allo scopo degli istituti e alla natura della cose, essa in sostanza serva all'idealismo, in quanto l'indagine della natura delle cose può non essere che l'eco inconscia delle aspirazioni etiche e sociali atte a rinnovare il diritto.

Io non credo di poter aderire a questa tendenza dottrinale estremamente liberista. Disconoscere che la legge crei un sistema completo, a cui bisogna risalire per trovare la regola pei casi non espressamente disciplinati, equivale ad ammettere l'intervento tumultuario dell'ordine giuridico, secondo il capriccio dell'interprete, che potrà così attuare una meta idealisticamente umanitaria, come proclamare il diritto del più forte. In questo senso il sistema esauriente della legge deve considerarsi quasi un riflesso della solidarietà che è coesione di autonomie individuali, e serve a meglio coordinare queste ultime agli scopi della collettività: un vantaggio non piccolo, se anche in suo nome l'adattamento del diritto agli scopi concreti, ai bisogni pulsanti della vita sia alquanto più lento. In ogni Stato è bene che la volontà collettiva si affermi con norme, con canoni direttivi, con limiti ben determinati, ai quali debba ispirarsi la concreta e quotidiana formazione del diritto; nessuna concezione, si badi, è più eminentemente democratica di questa, che salvaguarda rispetto agli individui, così come rispetto agli Stati, uno dei tre principi usciti dalla rivoluzione francese: l'eguaglianza. L'eguaglianza, cioè la libertà, cioè la sicurezza che ogni singola autonomia sia garantita dai medesimi presupposti teorici, compatibili del resto, appunto in virtù della tendenza idealista, con un temperamento atto a sorreggere i deboli nella lotta coi più forti.

Dunque riconoscimento di una forte coesione delle singole autonomie individuali, che ne salvaguardi il pacifico e fecondo sviluppo, ed eventualmente le integri e le sorregga. In questo senso non potremo aderire a una recente corrente realistica

Digitized by Google

capitanata in Francia dal Duguit, e che rappresenta in certo modo l'esasperazione della solidarietà, in nome del realismo. La vittoria completa del realismo è vicina (ci assicura il Duguit); bisogna definitivamente bandire ogni concetto metafisico dalla scienza giuridica come da tutte le altre; il progresso giuridico è a questo prezzo. Io credo che non si possono negare alcuni vantaggi di questa corrente ideologica, che ha rovesciato le barriere di un formalismo ricostruttivo troppo rigido, e, imperniando l'indagine sullo scopo così degli istituti, come della volontà privata e della legge, ha ossigenato e vivificato la scienza del diritto positivo, cioè l'ha avvicinata di più alla vita, l'ha resa più malleabile e adatta ai bisogni concreti, più rispondente, insomma, alla vita reale. Il pregio non è piccolo: non foss'altro ha reso forse meno misteriosa e cabalistica l'arte del giurista, che fin ora era sembrata ai profani una selva inestricabile di formule involute: appunto la « *Iuristerei* » di cui discorre Faust nelle prime parole con cui si apre il capolavoro goethiano.

E sta bene. Ma il male è che, trascinati dall'entusiasmo, i fautori di questo realismo, in Francia, minacciano di ricadere, a loro volta, nell'errore che ora da molti, sempre nei paesi latini, si rinfaccia alla dottrina germanica, cioè di piegare troppo il diritto alla « realizzazione dei fini sociali », sciogliendo con troppo disinvoltura la formazione giuridica dall'ossequio della cosiddetta « logica giuridica » e trascurando eccessivamente il punto di vista dell'individuo. Il Duguit, infatti, non tien conto dell'autonomia delle volontà singole, nega diritti soggettivi alle persone, non riconoscendo ad esse che una funzione sociale da compiere, ad esse assegnata dalla divisione centrale del lavoro. L'individuo è nulla, e lo Stato è tutto. È stata vantata la sincerità di questo sistema, che tien conto dei fenomeni reali della vita giuridica. Io ne dubito fortemente, e persisto a non abbandonare il sistema economico-giuridico nelle codificazione latine penetrato attraverso alle dottrine dei fisiocratici e del diritto naturale. Questo sistema si impernia sull'autonomia delle volontà private (art. 1123 Cod. Civ.); e quest'ultima affermazione dell'individuo creatore del movimento giuridico quotidiano accanto a quella di un senso vigoroso della solidarietà umana mi sembra la più efficace garanzia della libertà.

In nome di questa solidarietà così intesa, come affratellamento di energie individuali, ben venga tutto ciò che possa contribuire a una sempre maggiore espansione dell'unità legi-

Digitized by Google

slativa tra le nazioni. Il Lambert e il Saleilles hanno vigorosamente perorato, in Francia, la formazione di un « diritto comune legislativo », che non è, per ora, se non una meta lontana, molto lontana. Anche questa è, ad ogni modo, una espressione del rinnovato idealismo giuridico, secondo un indirizzo umanistico al quale si presta mirabilmente, intanto, l'universalità del genio latino. È a desiderare che approdi il tentativo di alleanza legislativa italo-francese, iniziato ora sotto gli auspici di Vittorio Scialoia: un passo verso quel « diritto comune dell'umanità civilizzata » del Saleilles, nato dalla conciliazione degli opposti interessi e dalla selezione dei fatti sociali.

Non vi è, dunque, alcun dubbio sul rifiorire di questo idealismo giuridico, che si propone di assicurare ad ogni singola autonomia individuale le condizioni di un fecondo e pacifico sviluppo, nel seno di una collettività sempre più ampia ed armonicamente solidale. E ripeto: allo Stato spetterà, in avvenire, una ben più energica missione morale ed educatrice; di cui deve largamente risentire quel tessuto connettivo della società umana che è il diritto. In questo senso ed entro questi limiti i fatti debbono essere piegati alla ragione, secondo un'espressione del Saleilles, non la ragione ai fatti, secondo vorrebbe la nuovissima giustificazione dottrinale della barbarie austro-germanica.

Io vorrei ricordare a questo proposito alcune parole del Brunetière che hanno quasi un sapere di profezia (furono scritte nel 1896): senza questo idealismo, gli obbiettivi meramente utilitari della scienza ci ricondurrebbero presto « a una barbarie ragionata, ben più insopportabile, ben più orribile, ben più disperante dell'antica » (*Discours de combat*, I).

È notevole come questo ricorso dell'idealismo giuridico rappresenti nella storia un mezzo di reazione e di lotta che viene a galla ed erompe ogni qualvolta si tratta di difendere il diritto, cioè la libertà, e cioè la libertà degli individui e delle singole nazionalità, contro il prepotere tirannico di una minoranza di uomini. Il diritto naturale sorse col rifiorire degli studi romanistici in Olanda, a tutela dei diritti individuali, e fu in auge, nel secolo XVIII, quando l'esercizio autocratico del potere monarchico era al suo apogeo; esso fu un'arma formidabile, che agitarono filosofi e pensatori precursori della rivoluzione francese, e da cui trasse sostanzialmente origine la dichiarazione dei diritti dell'uomo e del cittadino. È anzi notevole come le prime manifestazioni dottrinarie più impor-

Digitized by Google

tanti del diritto naturale in questa sua prima forma riguardassero la disciplina del diritto di guerra: così Ugo Grozio in Olanda, così Alberico Gentili in Italia. Appunto si era sentito il bisogno di questa ricostruzione idealistica quanto al punto più vitale e sensibile dei rapporti internazionali. Anche oggi il pericolo che le libertà individuali e collettive hanno corso e corrono per opera dei due imperi centrali ha determinato una nuova corrente idealista. E dalle rovine fumanti, dal sangue sparso a torrenti per la difesa della giustizia e del diritto uscirà la dichiarazione solenne ed eterna dei diritti fondamentali degli Stati, uniti da un vincolo che, in un avvenire certamente non immediato, potrebbe essere la concorde società delle nazioni.

Digitized by Google

SULLA ESTRAZIONE DELLA RADICE FUNZIONALE n-ESIMA DI UNA DATA FUNZIONE

Note di FILIPPO SIBIRANI

(*Adunanza del 7 e del 21 febbraio 1918*)

1. Una prima generalizzazione del problema — detto di BABBAGE — di determinare una funzione la cui iterata n-esima riproduce la variabile indipendente (*) consiste nella determinazione di una funzione la cui iterata n-esima coincide con una prefissata funzione.

Rappresentando con $\varphi_{(n)}(x)$ la iterata n-esima di $\varphi(x)$, ogni funzione $\varphi(x)$ soddisfacente all' equazione funzionale

$$\varphi_{(n)}(x) = f(x) \tag{1}$$

si può dire, col Pincherle (**), *radice funzionale* n-*esima* della funzione $f(x)$.

Nella citata Nota il Pincherle dice che « di questo problema si hanno soluzioni solo in casi che si possono dire sporadici: una trattazione sistematica non è stata pure tentata; anche per il caso più semplice di $n = 2$, ben poco si può dire sulla soluzione generale ».

Ritengo perciò, nella scarsezza di risultati in questo campo, che non sia del tutto privo di interesse qualche contributo alla soluzione di questo problema.

Gli autori che si sono occupati di problemi di iterazione hanno considerato specialmente l' iterazione in relazione al carattere analitico della funzione da iterare (***); il Pincherle

(*) PINCHERLE, *Équations et opérations fonctionelles*. Encyclopédie des Sciences Mathématiques, T. II, vol. 5, 1er fasc. pag. 52 (Paris 1912).

(**) PINCHERLE, *Alcune osservazioni sulla iterata di una funzione data*. Rendiconti delle Sessioni della R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna (1913-14).

(***) PINCHERLE, ibidem, pag. 76.

Digitized by Google

si è posto invece dal punto di vista della teoria delle funzioni di variabile reale: io considererò il problema enunciato dallo stesso punto di vista.

Supponendo sempre la $f(x)$ continua e definita nell'intervallo $0 \dashv 1$ ed ivi avente valori compresi fra 0 ed 1, nei paragrafi 4, 6, 7 considero vari tipi di funzioni per le quali la conoscenza di una soluzione della 1) in uno o più convenienti intervalli, comunque piccoli, è sufficiente per determinare una soluzione in tutto l'intervallo $0 \dashv 1$, della quale dò l'effettiva costruzione.

Se, data una funzione $f(x)$ in un intervallo $a \dashv b$ ed un numero positivo ε, la funzione $\varphi(x)$ è tale da soddisfare, nello stesso intervallo, alla condizione

$$| f(x) - \varphi_{(n)}(x) | < \varepsilon, \tag{2}$$

dirò che $\varphi(x)$ è in $a \dashv b$ una *radice funzionale n-esima approssimata di* f(x), coll'approssimazione ε.

Col sostituire in uno o più opportuni intervalli di piccolezza arbitraria alla data funzione $f(x)$ (appartenente ai tipi considerati nei citati paragrafi) una funzione lineare che prende gli stessi valori di $f(x)$ negli estremi di detti intervalli, si ottiene una funzione $\psi(x)$ che rappresenta approssimativamente la $f(x)$ e per la quale, in virtù dei risultati dei § 4, 6, 7, si può trovare una radice funzionale n-esima in tutto $0 \dashv 1$. Prefissato il numero ε, si può prendere l'ampiezza di codesti intervalli δ in modo che la radice funzionale n-esima della $\psi(x)$ sia una funzione $\varphi(x)$ che soddisfa alla (2); vale a dire che per le funzioni dei tipi considerati si può costruire una radice funzionale n-esima con quella approssimazione che si voglia prefissare.

Una quistione interessante da risolvere è quella di determinare delle condizioni sufficienti perchè una successione di radici funzionali n-esime approssimate, costruite con l'impiego di intervalli δ le cui ampiezze formino successioni di numeri tendenti a zero, ammettano una o più funzioni limiti continue, le quali, come si prova senza difficoltà, sono radici funzionali n-esime della data funzione. Risultati che valgano per tutti i tipi di funzioni $f(x)$ considerati non ho potuto conseguire; dò tuttavia una condizione sufficiente in alcuni casi.

Mostro infine, mediante due esempi, come l'insieme delle radici approssimate costruite col prendere i δ minori di un assegnato numero possa avere una sola funzione limite, oppure anche un numero infinito di funzioni limiti.

Digitized by Google

2. Con $f_{(-1)}(x)$ denoto la funzione inversa di $f(x)$, supposta questa crescente o decrescente, con $f_{(-n)}(x)$ l'iterata n-esima di $f_{(-1)}(x)$; ponendo $f_{(0)}(x) = x$, $f_{(1)}(x) = f(x)$, vale, com'è ben noto, la relazione

$$f_{(p)}[f_{(q)}(x)] = f_{(p+q)}(x)$$

qualunque siano gli interi p e q positivi, nulli o negativi.

Per semplicità di scrittura, scriveremo $\varphi\,\psi\,\chi(x)$ in luogo di $\varphi[\psi(\chi(x))]$.

Se $\vartheta(x)$ è una radice funzionale n-esima di $f(x)$, cioé se $\vartheta_{(n)}(x) = f(x)$ si deduce tosto che, essendo

$$\vartheta_{(kn+q)}(x) = \vartheta_{(kn)}\,\vartheta_{(q)}(x) = \vartheta_{(q)}\,\vartheta_{(kn)}(x)\ ,\quad \vartheta_{(kn)}(x) = f_{(k)}(x),$$

sarà:

$$\vartheta_{(kn+q)}(x) = f_{(k)}\,\vartheta_{(q)}(x) = \vartheta_{(q)}\,f_{(k)}(x)$$

cioè:

i simboli operatori $\vartheta_{(q)}$ e $f_{(k)}$ *sono permutabili.*

In particolare si ha

$$\vartheta_{(-n)}f(x) = x\quad ;\quad \vartheta_{(1-n)}f(x) = \vartheta(x)\ .$$

Per brevità di linguaggio diremo che la curva $y = f_{(n)}(x)$ è la iterata n-esima della curva $y = f(x)$ e che questa è la radice n-esima della curva $y = f_{(n)}(x)$; diremo poi curva f in luogo di curva $y = f(x)$.

Sia $OABC$ un quadrato coi due lati OA, OC sui semiassi positivi x e y rispettivamente, entro il quale è disegnata una curva f (crescente o decrescente); da un punto P interno al quadrato mandiamo una parallela all'asse x fino ad incontrare in B_1 la diagonale OB, da B_1 la parallela all'asse y fino ad incontrare in C_1 la f: l'operazione per cui si passa da P a C_1 la diremo riflessione orizzontale di P su f; se riflettiamo orizzontalmente su f il punto C_1 ed otteniamo C_2, diremo che C_2 è ottenuto da P per doppia riflessione orizzontale su f; così si può eseguire la k-pla riflessione orizzontale di P su f. Se ξ η sono le coordinate di P, le coordinate del punto ottenuto per prima riflessione orizzontale su f sono η, $f(\eta)$; quelle del punto ottenuto per doppia riflessione orizzontale sono $f(\eta)$, $f_{(2)}(\eta)$ ed in generale quelle del punto ottenuto per k-pla riflessione orizzontale sono $f_{(k-1)}(\eta)$, $f_{(k)}(\eta)$.

Se da P mandiamo la parallela all'asse y fino ad incontrare la diagonale OB in Q_1, poi da Q_1 la parallela all'asse x

Digitized by Google

fino ad incontrare la f in R_1, l'operazione per cui da P passiamo ad R_1 la diremo prima riflessione verticale di P su f. Se riflettiamo verticalmente R_1 su f in R_2, diremo che R_2 è ottenuto da P per doppia riflessione verticale su f. Se le coordinate di P sono ξ, η, le coordinate di R_1 sono $f_{(-1)}(\xi), \xi$, quelle di R_2 sono $f_{(-2)}(\xi), f_{(-1)}(\xi)$, ed in generale quelle del punto ottenuto per (k)-pla riflessione verticale su f sono $f_{(-k)}(\xi), f_{(-k+1)}(\xi)$.

3. Sia data nell'intervallo $0 \mapsto 1$ una funzione $f(x)$ continua crescente i cui valori sono contenuti fra 0 ed 1.

Indichiamo il metodo grafico per costruire la iterata di qualunque ordine di $f(x)$, suggerito dal Pincherle.

Si costruisca il quadrato $OABC$ sul segmento $0 \mapsto 1$ dell'asse x e si conduca la diagonale OB. Sia A_1 un punto di f; si rifletta orizzontalmente $k-2$ volte A_1 su f, e sia C_{k-2} il punto che si determina, da cui si mandi una parallela all'asse x che incontri in A_k l'ordinata di A_1. Se l'ascissa di A_1 è ξ, le coordinate di C_{k-2} sono, come s'è visto, $f_{(k-2)}(\xi), f_{(k-1)}(\xi)$, onde le coordinate di A_k sono $\xi, f_{(k)}(\xi)$, cioè $A_{(k)}$ appartiene alla curva iterata k-esima della f. Facendo percorrere ad A_1 la curva f, si ottiene così la sua iterata k-esima.

4. Sia data in $0 \mapsto 1$ una funzione $f(x)$ continua crescente e soddisfacente alle condizioni

$$(3) \quad f(0)=0 \ , \ f(1)=1 \ , \ f(x) < x \quad \text{per} \quad 0<x<1 .$$

Supponiamo sia noto in $0 \mapsto \delta$, con δ piccolo ad arbitrio, una (*) radice funzionale n-esima di $f(x)$ la quale si annulli in $x=0$ e sia, in detto intervallo, crescente (**).

(*) Gioverà notare che diciamo *una* radice funzionale n-esima, giacchè una funzione può avere infinite radici funzionali di uno stesso ordine. Ad es. se $\varphi(x)$ soddisfa all'equazione di Babbage $\varphi_{(n)}(x)=x$ e ψ è simbolo di funzione arbitraria, le infinite funzioni $F=\psi_{(-1)}\varphi\psi(x)$ sono tutte radici funzionali n-esime della funzione $y=x$. Si vede infatti immediatamente che $F_{(n)}=\psi_{(-1)}\varphi_{(n)}\psi(x)=x$.

(**) Da quanto si è detto nella nota precedente si vede anche la necessità di ammettere come ipotesi la crescenza della radice funzionale, giacchè, pur essendo $f(x)$ crescente, vi possono essere radici funzionali non crescenti. Ed abbiamo ammesso ancora come ipotesi che la radice si annulli per $x=0$, giacchè se $f(0)=0$ una radice funzionale può avere in $x=0$ valori diversi da 0 ed anche infinito; ad es. di x^4 è radice funzionale quadrata $\frac{1}{x^2}$ che è decrescente ed in $x=0$ ha un punto di infinito; la $y=x^2$ è pure radice quadrata funzionale di x^4 e soddisfa alle condizioni poste nel testo.

Digitized by Google

Supponiamo, per semplicità, $n = 3$, ma si vedrà che il procedimento ed il ragionamento valgono, salvo le naturali estensioni, per n qualunque.

Sia $\vartheta(x)$ la radice funzionale terza data in $0 \mapsto \delta$. Se H è l'estremo destro (di ascissa δ) dell'arco di ϑ, riflettiamo orizzontalmente H sulla f nel punto M_1 di ascissa $f_{(-1)}\vartheta_{(2)}(\delta)$. È

$$\delta \mapsto f_{(-1)}\vartheta_{(2)}(\delta) \tag{4}$$

il primo intervallo in cui si costruisce la radice funzionale terza (*).

Sia A_1 un punto di f di ascissa ξ compresa nell'intervallo (4); da A_1 mandiamo la parallela all'asse x fino ad incontrare la radice terza in C_1 (di ascissa $\vartheta_{(-1)}f(\xi)$); riflettiamo verticalmente C_1 sulla radice in C_2 e riflettiamo pure verticalmente C_2 sull'ordinata di A_1 in A'_1. Le coordinate di A'_1 sono ξ, $\vartheta_{(-2)}f(\xi)$ (**). Facendo percorrere ad A l'intervallo (4), resta in esso definita la funzione $\vartheta_{(-2)}f(x)$.

Notiamo che per essere ξ compreso nell'intervallo (4) è $f(\xi) < \vartheta_{(2)}(\delta)$, onde ha senso la scrittura $\vartheta_{(-2)}f(\xi)$, essendo $\vartheta_{(-2)}$ definito in $0 \mapsto \vartheta_{(2)}(\delta)$. Così, essendo $\vartheta_{(-2)}f(\xi) < \delta$, è lecito scrivere

$$\vartheta_{(-2)}f\,\vartheta_{(-2)}f(\xi) = \vartheta\,\vartheta_{(-2)}f(\xi);$$

essendo $\vartheta\,\vartheta_{(-2)}f(\xi) < \delta$, sarà

$$\vartheta_{(-2)}f\,\vartheta\,\vartheta_{(-2)}f(\xi) = \vartheta_{(2)}\,\vartheta_{(-2)}f(\xi) = f(\xi),$$

ciò che dimostra che l'iterata terza di $\vartheta_{(-2)}f(x)$ è $f(x)$; cioè:

$$\vartheta_{(-2)}f(x)$$

rappresenta in (4) una radice funzionale terza di $f(x)$, o, meglio, la funzione che in $0 \mapsto \delta$ coincide con $\vartheta(x)$ e in (3) con $\vartheta_{(-2)}f(x)$ è nell'intervallo

$$0 \mapsto f_{(-1)}\vartheta_{(2)}(\delta) \tag{5}$$

radice funzionale terza di $f(x)$.

(*) Per la radice funzionale n-esima si rifletterebbe orizzontalmente $n-2$ volte il punto H sulla radice n-esima data in $0 - \delta$; il punto analogo ad M_1 avrebbe l'ascissa $f_{(-1)}\vartheta_{(n-1)}(\delta)$.

(**) Per la radice n-esima si rifletterebbe verticalmente il punto C_1 $n-2$ volte sulla radice e una volta sull'ordinata di A_1 giungendo al punto di coordinate ξ, $\vartheta_{(1-n)}f(\xi)$.

Digitized by Google

Codesta funzione è continua e crescente, giacchè se x_1 e x_2 sono due punti dell'intervallo (4) e $x_1 < x_2$, essendo $\vartheta_{(-2)}$ funzione crescente in $0 \mapsto \vartheta_{(2)}(\delta)$ sarà,

$$\vartheta_{(-2)} f(x_1) < \vartheta_{(-2)} f(x_2)$$

e d'altra parte

$$\lim_{x = \delta} \vartheta_{(-2)} f(x) = \vartheta(\delta) .$$

Sia M'_1 il punto della curva radice nell'estremo superiore dell'intervallo (5). La riflessione orizzontale di M'_1 sulla curva radice dà il punto H e sulla f il punto M_2 di ascissa $f_{(-1)}\vartheta(\delta)$. È

$$f_{(-1)}\vartheta_{(2)}(\delta) \mapsto f_{(-1)}\vartheta(\delta) \tag{6}$$

il secondo intervallo in cui si costruisce la radice col procedimento già usato nell'intervallo precedente. Se A_2 è un punto di f di ascissa ξ compresa nell'intervallo (6), si manda la parallela ad all'asse x fino incontrare la radice in D_1, si riflette verticalmente D_1 sulla radice in D_2 e D_2 si riflette verticalmente sull'ordinata di A_2 in A'_2, le cui coordinate sono $\xi, f_{(-1)}\vartheta f(\xi)$. Facendo percorrere ad A_2 l'intervallo (6) resta ivi definita la funzione

$$f_{(-1)}\vartheta f(x) ,$$

la quale è radice funzionale terza di $f(x)$ in (6). Invero l'iterata terza di codesta funzione è $f_{(-1)}\vartheta_{(3)} f(x)$ e, per essere x compreso in (6), $f(x)$ è compreso fra $\vartheta_{(2)}(\delta)$ e $\vartheta(\delta)$, vale a dire l'argomento di $\vartheta_{(3)}$ è contenuto nell'intervallo $0 \mapsto \delta$, in cui $\vartheta_3 = f$; tenendo conto di ciò, si ha subito $f_{(-1)}\vartheta_{(3)} f(x) = f(x)$.

Dicendo M'_2 l'estremo destro dell'arco di radice costruito, la riflessione orizzontale di M'_2 sulla curva radice dà M'_1 e sulla f dà il punto M_3, di ascissa $f_{(-1)}(\delta)$. È

$$f_{(-1)}\vartheta(\delta) \mapsto f_{(-1)}(\delta) \tag{7}$$

il terzo intervallo ove si costruisce la radice. Applicando lo stesso procedimento si definisce in (7) la funzione

$$f_{(-1)}\vartheta f(x) \ (*) .$$

(*) Si osservi che negli ultimi due intervalli la espressione analitica della radice funzionale è identica.

Digitized by Google

Osserviamo che M_2 è la riflessione verticale di L (punto della radice di ordinata uguale all'ordinata di M_1) su f, che M_3 è la riflessione verticale di H sulla stessa curva; così M_4 la cui ascissa limita superiormente l'ulteriore intervallo di costruzione della radice è la riflessione verticale su f di M'_1: di qui una rapida costruzione degli intervalli in cui successivamente si costruisce la radice funzionale.

Il quarto intervallo è

$$f_{(-1)}(\delta) \mapsto f_{(-2)}\,\vartheta_{(2)}(\delta)\ ,$$

ed ivi è radice funzionale terza la funzione

$$f_{(-1)}\,\vartheta_{(-2)}\,f_{(2)}(x)\ ;$$

il quinto intervallo è

$$f_{(-2)}\,\vartheta_{(2)}(\delta) \mapsto f_{(-2)}\,\vartheta(\delta)\ ,$$

ed ivi è radice funzionale terza la funzione

$$f_{(-2)}\,\vartheta\,f_{(2)}(x)\ ;$$

il sesto intervallo è

$$f_{(-2)}\,\vartheta(\delta) \mapsto f_{(-2)}(\delta)$$

ed ivi è radice funzionale terza la funzione

$$f_{(-2)}\,\vartheta\,f_{(2)}(x)\ .\ (*)$$

Ciò procedendo si ottengono i successivi intervalli limitati dai punti

$$x_{3p+1} = f_{(-p)}(\delta)\ ,\quad x_{3p+2} = f_{(-p-1)}\,\vartheta_{(2)}(\delta)\ ,\quad x_{3(p+1)} = f_{(-p-1)}\,\vartheta(\delta),$$
$$(p = 0, 1, 2, 3, \ldots.)$$

il primo essendo $x_0 = 0$.

Gli intervalli riempiono tutto l'intervallo $0 \mapsto 1$; infatti essendo $f_{(-1)}$ funzione crescente soddisfacente alla condizione $f_{(-1)}(x) > x$ per $0 < x < 1$, è, per $0 < \xi < 1$,

$$\lim_{p=\infty} f_{(-p)}(\xi) = 1\ (**)\ ,$$

(*) Vedi nota precedente.

(**) PINCHERLE, l. c. pag. 81.

Digitized by Google

onde

$$\lim_{r=\infty} x_r = 1 .$$

Se poi diciamo y_r l'ordinata alla radice in x_r, poichè $y_r = x_{r-2}$, anche

$$\lim_{r=\infty} y_r = 1 ,$$

epperò la radice funzionale terza in $x = 1$ prende il valore 1.

La radice funzionale terza che si costruisce è

$$\begin{array}{lll} f_{(-p)}\,\vartheta_{(-2)}\,f_{(p+1)}(x) & \text{in} & x_{3p+1} \mapsto x_{3p+2} \\ f_{(-p-1)}\,\vartheta\,f_{(p+1)}(x) & \text{in} & x_{3p+2} \mapsto x_{3p+4} \end{array} \qquad (p = 0, 1, 2, \ldots.)$$

Queste formule si deducono senza difficoltà col metodo di induzione da p a $p+1$.

Per il caso di n qualunque gli intervalli sono limitati dai punti

$$x_0 = 0 \ , \ x_1 = \delta \ , \ \ldots. \ x_{np+1} = f_{(-p)}(\delta) \ , \ x_{np+i} = f_{(-p-1)}\,\vartheta_{n+1\ i}(\delta)$$

$$(i = 2, 3, \ldots. \ n) \qquad (p = 0, 1, 2, 3, \ldots.) .$$

La radice funzionale n-esima è in $x_{np+1} \mapsto x_{np+2}$

$$f_{(-p)}\,\vartheta_{(1-n)}\,f_{(p+1)}(x) \qquad (p = 0, 1, 2, \ldots.)$$

e negli $n-1$ intervalli consecutivi

$$f_{(-p-1)}\,\vartheta\,f_{(p+1)}(x) \qquad (p = 0, 1, 2 \ldots.)$$

Ond'è che, riunendo in uno solo gli $n-1$ intervalli in cui la radice funzionale n-esima ha la stessa espressione analitica, si può concludere:

Se f(x) *è una funzione continua crescente in* $0 \mapsto 1$ *soddisfacente alle condizioni* (3), *di cui sia* $\vartheta(x)$ *una radice funzionale* n-*esima in* $0 \mapsto \delta$ (*con* δ *piccolo ad arbitrio*) *crescente ed annullantesi in* $x = 0$, *è radice funzionale* n-*esima di* f(x), *continua e crescente in* $0 \mapsto 1$ *la funzione definita da*

$$(8) \qquad \begin{array}{lll} \vartheta(x) & \text{in} & 0 \mapsto \xi_1 \\ f_{(-p+1)}\,\vartheta_{(1-n)}\,f_{(p)}(x) & \text{in} & \xi_{2p-1} \mapsto \xi_{2p} \\ f_{(-p)}\,\vartheta\,f_{(p)}(x) & \text{in} & \xi_{2p} \mapsto \xi_{2p+1} \end{array}$$

Digitized by Google

ove è

$$\xi_1 = \delta \ , \ \xi_{2p-1} = f_{(-p+1)}(\delta) \ , \ \xi_{2p} = f_{(-p)}\vartheta_{(1-n)}(\delta)$$
$$(p = 1, 2, 3, \ldots.)$$

5. Facciamo qualche esempio.

a) La curva di cui si voglia trovare la radice funzionale n-esima sia rappresentata dalla spezzata che unisce $(0, 0)$ ad (a, b) (con $0 < a < b < 1$) ed (a, b) ad $(1, 1)$; cioè sia

$$(9) \qquad \begin{aligned} f(x) &\equiv \frac{b}{a}\, x && \text{in } 0 \mapsto a \\ f(x) &\equiv \frac{1-b}{1-a}\, x + \frac{b-a}{1-a} && \text{in } a \mapsto 1 . \end{aligned}$$

In $0 \mapsto a$ la radice funzionale n-esima è $\sqrt[n]{\frac{b}{a}} \, . \, x$; in $a \mapsto 1$ si ha

$$f_{(p)} = \left(\frac{1-b}{1-a}\right)^p (x-1) + 1$$

$$f_{(-p)} = \left(\frac{1-a}{1-b}\right)^p (x-1) + 1 ;$$

onde la radice funzionale n-esima di (9) è

$$\sqrt[n]{\frac{b}{a}} \, . \, x \quad \text{in} \quad a \mapsto 1$$

$$\sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^{n-1}} \, \frac{1-b}{1-a} \, (x-1) + \left(\sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^{n-1}} - 1\right)\left(\frac{1-a}{1-b}\right)^{p-1} + 1$$

$$\text{in} \quad 1 - \frac{(1-a)^p}{(1-b)^{p-1}} \mapsto 1 - (1 - \sqrt[n]{a\,b^{n-1}})\left(\frac{1-a}{1-b}\right)^p$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} \, (x-1) + \left(\sqrt[n]{\frac{b}{a}} - 1\right)\left(\frac{1-a}{1-b}\right)^p + 1$$

$$\text{in} \quad 1 - (1 - \sqrt[n]{a\,b^{n-1}})\left(\frac{1-a}{1-b}\right)^p \mapsto 1 - \frac{(1-a)^{p+1}}{(1-b)^p} \, .$$

Digitized by Google

La curva radice è costituita da una spezzata i cui infiniti lati hanno alternativamente i coefficienti angolari

$$\sqrt[n]{\frac{b}{a}} \quad , \quad \sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^{n-1}} \cdot \frac{1-b}{1-a}$$

b) Sia

$$f(x) \equiv x^m \quad \text{in} \quad 0 \mapsto \delta \qquad m < 1$$

$$f(x) \equiv \frac{\delta^m - 1}{\delta - 1}\, x + \frac{\delta - \delta^m}{\delta - 1} \quad \text{in} \quad \delta \mapsto 1 \tag{10}$$

La radice funzionale n-esima di (10) è

$$x^{\sqrt[n]{m}} \quad \text{in} \quad 0 \mapsto \delta\,,$$

$$\left(\frac{1-\delta}{1-\delta^m}\right)^{p-1}\left[\left\{\left(\frac{1-\delta^m}{1-\delta}\right)^p (x-1)+1\right\}^{m^{\frac{1-n}{n}}} - 1\right] + 1$$

in

$$1 - \frac{(1-\delta)^p}{(1-\delta^m)^{p-1}} \mapsto 1 - \left(\frac{1-\delta}{1-\delta^m}\right)^p \left(1 - \delta^{\sqrt[n]{m^{n-1}}}\right)$$

e

$$\left(\frac{1-\delta}{1-\delta^m}\right)^p \left[\left\{\left(\frac{1-\delta^m}{1-\delta}\right)^p (x-1)+1\right\}^{\sqrt[n]{m}} - 1\right] + 1$$

in

$$1 - \left(\frac{1-\delta}{1-\delta^m}\right)^p \left(1 - \delta^{\sqrt[n]{m^{n-1}}}\right) \mapsto 1 - \frac{(1-\delta)^{p+1}}{(1-\delta^m)^p}\,.$$

6. *a*) Supponiamo che $f(x)$ sia continua e crescente in $0 \mapsto 1$ e sia

$$f(0) = 0 \quad , \quad f(1) = 1 \quad , \quad f(x) > x \quad \text{per} \quad 0 < x < 1\,, \tag{11}$$

e supponiamo nota una radice funzionale n-esima di $f(x)$ in un intervallo $(1-\delta) \mapsto 1$ (con δ arbitrariamente piccolo) che prende il valore 1 in $x = 1$. Gli intervalli in cui successivamente si costruisce la radice funzionale n-esima di $f(x)$ procedono da 1 verso 0 e le ascisse dei loro estremi hanno per

Digitized by Google

espressione le espressioni degli estremi degli intervalli del caso considerato al § 4, ove si cambi δ in $1-\delta$. Gli intervalli riempiono tutto l'intervallo $0 \mapsto 1$, giacchè, essendo $f_{(-1)}(x)$ crescente e $f_{(-1)}(x) < x$ per $0 < x < 1$, se ξ è compreso fra 0 e 1 è

$$\lim_{p=\infty} f_{(-p)}(\xi) = 0 . \quad (*)$$

b) Sia $f(x)$ continua e crescente in $0 \mapsto 1$, $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ e l'equazione

$$f(x) - x = 0$$

abbia un numero finito di soluzioni

$$(12) \qquad b_0 = 0 , b_1 , b_2 , \ldots . b_{q-1} , b_q = 1 .$$

Se la differenza $f(x) - x$ cambia di segno ogni volta che x attraversa una delle $q-1$ radici (12) interne a $0 \mapsto 1$ e, ad esempio, in $b_0 \mapsto b_1$ è $f(x) < x$, la costruzione della radice funzionale n-esima di $f(x)$ è possibile col procedimento indicato nel § 4, ogni volta che sia nota una radice funzionale n-esima crescente negli intervalli

$$(13) \qquad \begin{array}{c} 0 \mapsto \delta_1 \quad , \quad b_2 - \delta_2 \mapsto b_2 \quad , \quad b_2 + \delta_3 \mapsto b_3 , \\ b_3 - \delta_4 \mapsto b_3 , \; b_4 + \delta_5 \mapsto b_5 \quad , \quad \ldots . \end{array}$$

con $\delta_1 , \delta_2 , \ldots .$ piccoli ad arbitrio e con la condizione che la radice data nel 1°, 3°, 5°, ... intervallo prenda nell'estremo inferiore il valore uguale all'ascissa dell'estremo stesso, e nel 2°, 4°, 6°, ... intervallo prenda nell'estremo superiore il valore uguale all'ascissa dell'estremo stesso.

La ragione di queste ipotesi consiste nei due fatti seguenti:

1° eseguendo l'indicata costruzione in un intervallo $b_{2r} \mapsto b_{2r+1}$ in cui $f(x) < x$ i punti di divisione degli intervalli tendono a b_{2r+1} ed in un intervallo $b_{2r-1} \mapsto b_{2r}$ in cui $f(x) > x$ tendono a b_{2r-1};

2° la costruzione della radice funzionale n-esima in ciascuno degli intervalli limitati dai punti (12) è indipendente dalla radice funzionale negli altri intervalli.

c) Potrebbe accadere che $f(x) - x$ non cambiasse di segno quando x attraversa qualcuna delle radici (12): ad es. supponiamo che la f sia tangente in (b_1 , b_1) alla diagonale OB;

(*) PINCHERLE l. c. pag. 82.

Digitized by Google

allora nei due intervalli consecutivi $0 \rightarrowtail b_1$, $b_1 \rightarrowtail b_2$ è $f(x) < x$; è ovvio che in tal caso occorre la conoscenza di una radice funzionale di $f(x)$ in $b_1 \rightarrowtail b_1 + \delta_2$ anzichè nel secondo degli intervalli (13).

Se supponiamo $f(x)$ continua e crescente in $0 \rightarrowtail 1$ e di più

$$f(0) = 0 \quad , \quad f(1) = \beta < 1 \quad , \quad f(x) < x \quad \text{per} \quad 0 < x < 1 \, ,$$

gli intervalli di successiva costruzione della radice funzionale sono in numero finito. Invero, o esiste un intero p per cui $f_{(p)}(\beta) = \delta$ ed allora, essendo $f_{(-1)}(\beta) = 1$, è ancora $f_{(-p-1)}(\delta) = 1$ e quindi $\xi_{2p+1} = 1$; oppure $f_{(p)}(\beta) = \vartheta_{(1-n)}(\delta)$ ed allora $f_{(-p-1)}\, \vartheta_{(1-n)}(\delta) = 1$ e quindi $\xi_{2p+2} = 1$; e in ogni altro caso esiste un intero p per cui una delle due relazioni ha luogo

$$f_{(p)}(\beta) < \vartheta_{(1-n)}(\delta) < \delta < f_{(p-1)}(\beta)$$
$$\vartheta_{(1-n)}(\delta) < f_{(p)}(\beta) < \delta < f_{(p-1)}(\beta) \, .$$

A seconda che ha luogo la prima o la seconda, l'ultimo punto prima di 1 è ξ_{2p+1} o ξ_{2p+2}.

Pure in numero finito sono gli intervalli di costruzione se

$$f(0) = a > 0 \quad , \quad f(1) = 1 \quad , \quad f(x) > x \quad \text{per} \quad 0 > x > 1 \, .$$

Ad es., la curva di cui si vuole la radice funzionale n-esima sia la spezzata che unisce il punto $(0\,,0)$ con il punto $(a\,, a^{n+1})$ (con $a < 1$) e questo punto con il punto $(1\,, a^{n+1} - a + 1)$; cioè sia

$$f(x) \equiv a^n x \qquad \text{in} \quad 0 \rightarrowtail a$$
$$f(x) \equiv x + a(a^n - 1) \quad \text{in} \quad a \rightarrowtail 1$$

La radice funzionale n-esima è data da $a\,x$ in $0 \rightarrowtail a$, da

$$a^{1-n} x + (a^n - 1) \mid p\, a\, (a^{1-n} - 1) + a \mid$$

in

$$p\, a - (p-1)\, a^{n+1} \rightarrowtail p\, a + a^n (1 - p\, a) \qquad (p = 1, 2, 3 \ldots .)$$

e da

$$a\, x + p\, a\, (a-1)\, (a^n - 1)$$

in

$$p\, a + a^n (1 - p\, a) \rightarrowtail (p+1)\, a - p\, a^{n+1} \qquad (p = 1, 2, 3 \ldots .)$$

Digitized by Google

Se $\frac{1}{a}$ è l'intero k, allora $\xi_{2k} = 1$ e gli intervalli sono in numero di $2k$; se $\frac{1}{a}$ non è intero, ma k è il massimo intero contenuto in $\frac{1}{a}$, ξ_{2k} è l'ultimo punto di divisione prima di 1 e gli intervalli sono in numero di $2k+1$.

La radice funzionale n-esima è rappresentata da una spezzata di un numero finito di lati aventi coefficienti angolari alternativamente uguali ad a e a^{1-n}.

7. *a*) Negli ultimi paragrafi della Nota che collo stesso titolo della presente ho avuto l'onore di presentare il 7 febbraio (*), ho dimostrata la possibilità di costruire una radice funzionale n-esima per delle funzioni che in $0 \mapsto 1$ sono continue crescenti, prendono valori compresi fra 0 ed 1 e soddisfano a certe altre condizioni, quando si conosca una radice funzionale n-esima in opportuni intervalli che possono essere piccoli ad arbitrio.

Abbandoniamo ora l'ipotesi che sia $f(x)$ crescente in $0 \mapsto 1$, ma ammettiamo che abbia un numero finito di massimi e di minimi. Sia $f(0) = 0$, in $0 \mapsto h_1$ sia $f(x)$ crescente, in $h_1 \mapsto 1$ sia $f(x) < f(h_1)$. Supponiamo nota in $0 \mapsto \delta$, con δ piccolo ad arbitrio, una radice funzionale crescente; col procedimento del § 4 si costruisce la radice funzionale n-esima in $0 \mapsto h_1$; indichiamola con $\vartheta(x)$; la conoscenza di codesta funzione basta alla costruzione della radice funzionale n-esima in $h_1 \mapsto 1$, come ora mostreremo.

Siano $h_1, h_2, h_3, \ldots h_r$ le ascisse dei punti di massimo e di minimo interni a $0 \mapsto 1$ disposte in senso crescente; in ognuno degli $r+1$ intervalli

$$0 \mapsto h_1,\ h_1 \mapsto h_2,\ h_2 \mapsto h_3, \ldots\ h_r \mapsto 1$$

la funzione $f(x)$ ha una funzione inversa determinata: rappresenteremo con $f^{[i]}(x)$ la funzione $f(x)$ in $h_{i-1} \mapsto h_i$ e con $f^{[i]}_{(-1)}(x)$ la sua inversa, definita in $f^{[i]}(h_{i-1}) \mapsto f^{[i]}(h_i)$.

La radice funzionale n-esima in $h_{i-1} \mapsto h_i$ è data da

$$F^{[i]}(x) = \vartheta f^{[i]}_{(-1)} f^{[i]}(x).$$

(*) Questi Rendiconti pag. 271.

Digitized by Google

Infatti, posto

$$f_{(-1)}^{[1]} f^{[1]}(x) = \varphi ,$$

al variare di x in $h_{1-1} \mapsto h_1$, φ varia in un intervallo contenuto in $0 \mapsto h_1$, ond'è che

$$F_{(n)}^{[1]}(x) = \vartheta_{(n)}\, \varphi = f^{[1]}\, \varphi = f^{[1]} f_{(-1)}^{[1]} f^{[1]}(x) = f^{[1]}(x) .$$

Graficamente la radice funzionale n-esima di $f^{[1]}(x)$ si ottiene così: per un punto $A^{(1)}$ di $f^{[1]}$ si manda la parallela all'asse x fino ad incontrare in $A^{(1)}$ la $f^{[1]}$, da $A^{(1)}$ la parallela all'asse y fino ad incontrare la ϑ in $B^{(1)}$ e da questo punto la parallela dell'asse x fino ad incontrare in $B^{(1)}$ la ordinata di $A^{(1)}$; il punto $B^{(1)}$ appartiene alla cercata curva radice.

Si può osservare che se $f(x)$ è minore di x nei punti interni a $0 \mapsto 1$, se f è simmetrica rispetto alla retta $x = \frac{1}{2}$, e $f(0) = 0$, anche la radice funzionale n-esima è simmetrica rispetto alla stessa retta, di guisa che se $\vartheta(x)$ è la radice in $0 \mapsto \frac{1}{2}$, sarà $\vartheta(1-x)$ la radice in $\frac{1}{2} \mapsto 1$.

Se la funzione $f(x)$, con $f(x) < x$, $f(0) = 0$, è periodica di periodo minore di 1, anche la sua radice funzionale n-esima è periodica con lo stesso periodo; se $f(x)$ è crescente in $0 \mapsto a$ ed in $a \mapsto 1$ è periodica con periodo minore di $1-a$ ed acquista valori non superiori a $f(a)$, anche la radice funzionale n-esima è periodica in $a \mapsto 1$ con lo stesso periodo.

Consideriamo, ad es. la funzione $f(x)$ definita da

$$f(x) \equiv \frac{b}{a} x \qquad \text{in } 0 \mapsto a \qquad (0 < b < a < 1)$$

$$f(x) \equiv b \cos\left(\frac{2\pi k}{1-a}(x-a)\right) \quad \text{in} \quad a \mapsto 1$$

con $k > 1$; la $f(x)$ è in $a \mapsto 1$ periodica di periodo $\frac{1-a}{k}$.

La radice funzionale n-esima di $f(x)$ è definita da

$$\sqrt[n]{\frac{b}{a}}\, x \qquad \text{in} \qquad 0 \mapsto a$$

e da

$$\sqrt[n]{b\, a^{n-1}} \cos\left(\frac{2\pi k}{1-a}(x-a)\right) \quad \text{in} \quad a \mapsto 1$$

Digitized by Google

b) Le considerazioni svolte al § 6, *a*) fanno vedere che se $f(x) > x$ in $0 \mapsto 1$, $f(1) = 1$, se $f(x)$ è crescente in $a \mapsto 1$ e in $0 \mapsto a$ è $f(x) \geq f(a)$, la conoscenza di una radice funzionale n-esima in $1 - \delta \mapsto 1$ con δ piccolo ad arbitrio, basta per la costruzione della radice in tutto $0 \mapsto 1$.

Se ad es. è

$$f(x) \equiv 1 - b \cos\left(\frac{2\pi k}{a}(x - 1 + a)\right) \quad \text{in} \quad 0 \mapsto 1 - a$$

$$f(x) \equiv \frac{b}{a}x + \frac{a - b}{a} \quad \text{in} \quad 1 - a \mapsto 1 \quad (0 < b < a < 1)$$

la radice funzionale n-esima è

$$1 - \sqrt[n]{\frac{b}{a}} + \sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^{n-1}} - \sqrt[n]{b\,a^{n-1}} \cos\left(\frac{2\pi k}{a}(x - 1 + a)\right)$$

$$\text{in} \quad 0 \mapsto 1 - a$$

$$1 - \sqrt[n]{\frac{b}{a}}(1 - x) \qquad \text{in} \quad 1 - a \mapsto 1.$$

c. Supponiamo che $f(x)$ abbia in un punto (a, a) della diagonale OB una massimo, in $0 \mapsto a$ sia $f(x) > x$ e se l'ultimo minimo prima di a è k' assunto in a', i valori di $f(x)$ in $0 \mapsto a'$ ed in $a \mapsto 1$ siano compresi fra k' e a: basta allora la conoscenza di una radice funzionale n-esima in $a - \delta \mapsto a$, con δ piccolo ad arbitrio, per costruire la radice funzionale n-esima in tutta $0 \mapsto 1$. Invero si costruisce, com'è indicato al § 6 *a*) la radice in $a' \mapsto a$ e quindi, per le considerazioni di questo paragrafo, in $0 \mapsto a'$, $a \mapsto 1$.

In modo analogo si ottiene la radice se $f(x)$ ha in (a, a) un minimo, se in $a \mapsto 1$ è $f(x) < x$ e, se il primo massimo dopo a è k' assunto in a', i valori di $f(x)$ in $0 \mapsto a$ ed in $a' \mapsto 1$ sono compresi fra k' e a e se si conosce una radice crescente in $a \mapsto a + \delta$ con δ piccolo ad arbitrio.

Se la funzione $f(x)$, crescente in $0 \mapsto h_1$, ha in h_1 un massimo $k_1 \leq h_1$, se in $0 \mapsto h_1$ la equazione $f(x) - x = 0$ ha un numero finito di radici $b_1 = 0, b_2, \ldots b_r$, e se in $h_1 \mapsto 0$ non assume valori maggiori di k_1, la costruzione di una radice funzionale n-esima si fa, nota una radice crescente in intervalli comunque piccoli aventi un estremo nelle dette radici e soddisfacente alle condizioni poste al § 6 *b*).

d) Supponiamo che $f(x)$ sia in $0 \mapsto h_1$ crescente e minore di x, abbia in 0 il valor 0, abbia in h_1 il massimo k_1,

Digitized by Google

in $h_1 \rightarrowtail 1$ abbia anche valori maggiori di k_1; si conosca una radice funzionale n-esima crescente in $0 \rightarrowtail \delta$, con δ piccolo ad arbitrio. Per (h_1, k_1) si mandi una parallela all'asse x la quale incontri per la prima volta la curva f in M che apparterrà ad un arco crescente. Se, come in a) di questo paragrafo, denotiamo con $h_1, h_2, \ldots h_r$ le ascisse dei punti di massimo e di minimo e con $f^{(i)}$ la f in $h_{i-1} \rightarrowtail h_i$, supponiamo che M appartenga a $f^{(q)}$. Le coordinate di M sono dunque

$$f^{(q)}_{(-1)} f^{(1)} (h_1),\ k_1;$$

in

$$0 \rightarrowtail f^{(q)}_{(-1)} f^{(1)} (h_1)$$

la costruzione di una radice funzionale n-esima si fa come è indicato in a). Chiamiamo $\vartheta(x)$ la radice in $0 \rightarrowtail h_1$. Il punto $(h_1, \vartheta(h_1))$ della radice si riflette orizzontalmente sulla radice stessa in $(\vartheta(h_1), \vartheta_{(2)}(h_1))$ e la parallela dell'asse x per quest'ultimo punto, per essere $\vartheta_{(2)}(h_1) > f(h_1)$, incontra la curva data per la prima volta o in un punto di $f^{(q)}$ o di $f^{(q+r)}$ con $r > 0$; in ogni modo l'ascissa del punto d'incontro è maggiore di $f^{(q)}_{(-1)} f^{(1)} (h_1)$.

Se l'incontro avviene in $f^{(q)}$, in

$$f^{(q)}_{(-1)} f^{(1)} (h_1) \rightarrowtail f^{(q)}_{(-1)} \vartheta_{(2)} (h_1) \tag{14}$$

o in

$$f^{(q)}_{(-1)} f^{(1)} (h_1) \rightarrowtail h_q$$

se l'incontro avviene in $f^{(q+r)}$, la radice funzionale n-esima è data da

$$\vartheta_{(1-n)} f^{(q)} (x).$$

Se supponiamo che l'incontro avvenga colla $f^{(q)}$ e sia $f^{(q)}$ crescente in $h_{q-1} \rightarrowtail 1$, l'ulteriore intervallo di definizione della radice va da $f^{(q)}_{(-1)} \vartheta_{(2)} (h_1)$ all'ascissa del punto d'incontro della $f^{(q)}$ con la parallela all'asse x per il punto $(h_1, \vartheta(h_1))$ cioè a $f^{(q)}_{(-1)} \vartheta(h_1)$ ed ivi è radice n-esima la funzione

$$f^{(q)}_{(-1)} \vartheta f^{(q)} (x).$$

Le ascisse degli estremi degli intervali e l'espressione analitica della radice n-esima sono date, a partire dall'intervallo (14), dalle (8) qualora si sostituisca $f^{(q)}$ a f; il numero

Digitized by Google

degli intervalli essendo limitato o no a seconda che $f^{(q)}(1) < 0$ o $f^{(q)}(1) = 1$.

Da quanto precede si vede facilmente come si faccia la costruzione della radice n-esima se la retta $y = \vartheta_{(q)}(h_1)$ incontra per la prima volta la f in $f^{(q+r)}$.

Facciamo un esempio. Sia.

$$f(x) \equiv \frac{x}{8} \qquad \text{in } 0 \dashv \frac{1}{2}$$

$$f(x) \equiv \frac{1}{16} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-8x^2+10x-3}{2}} \qquad \text{in } \frac{1}{2} \dashv \frac{3}{4}$$

$$f(x) \equiv x - \frac{11}{16} \qquad \text{in } \frac{3}{4} \dashv 1 .$$

La radice funzionale terza di $f(x)$ è definita da

$$\frac{x}{2} \qquad \text{in } 0 \dashv \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} + \sqrt{-16x^2+20x-6} \qquad \text{in } \frac{1}{2} \dashv \frac{10-\sqrt{3}}{16} \text{ ed in } \frac{10+\sqrt{3}}{16} \dashv \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{16}\sqrt{(8x-5)^2 + \frac{11}{4} + \sqrt{1-(8x-5)^2}} \qquad \text{in } \frac{10-\sqrt{3}}{16} \dashv \frac{10+\sqrt{3}}{16}$$

$$4x - \frac{11}{4} \qquad \text{in } \frac{3}{4} \dashv \frac{13}{16}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{8}\sqrt{1-\left(4x-\frac{13}{4}\right)^2} \qquad \text{in } \frac{13}{16} \dashv 1 .$$

8. I risultati precedenti ci permettono ora di dimostrare: *tutte le volte che la funzione* f(x) *si comporta in* $0 \dashv 1$ *come nei casi considerati nei* § 4, 6, 7 *si può determinare una radice funzionale* n-*esima con quell'approssimazione che si vuole.*

Si supponga la $f(x)$ continua crescente in $0 \dashv 1$ e soddisfacente alle condizioni (3). Consideriamo la curva φ che coincide con la data f in $\delta \dashv 1$ ed in $0 \dashv \delta$ (δ piccolo ad arbitrio) è la corda che sottende l'arco di f che si proietta in detto intervallo. Anche la φ è continua crescente e soddisfa alle condizioni (3). Poichè in $0 \dashv \delta$ è $\varphi(x) \equiv \frac{f(\delta)}{\delta} x$, ivi è radice funzionale n-esima $\sqrt[n]{\frac{f(\delta)}{\delta}} \cdot x$ che è crescente e si annulla

Digitized by Google

in $x = 0$. Dunque per quanto fu detto al § 4, si può costruire una radice funzionale n-esima in tutto $0 \mapsto 1$. La sua espressione analitica è

$$\left(\frac{f(\delta)}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}} . x \qquad \text{in} \quad 0 \mapsto \delta$$

$$f_{(-p+1)}\left(\left(\frac{f(\delta)}{\delta}\right)^{\frac{1-n}{n}} f_{(p)}(x)\right) \qquad \text{in} \quad \xi_{2p-1} \mapsto \xi_{2p}$$

$$f_{(-p)}\left(\left(\frac{f(\delta)}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}} f_{(p)}(x)\right) \qquad \text{in} \quad \xi_{2p} \mapsto \xi_{2p+1}$$

ove

$$\xi_1 = \delta \quad \xi_{2p-1} = f_{(-p+1)}(\delta) \quad , \quad \xi_{2p} = f_{(-p)}\left(\delta^{\frac{1}{n}} f(\delta)^{\frac{n-1}{n}}\right)$$
$$(p = 1, 2, \ldots).$$

Se chiamiamo con $\vartheta(x)$ la radice funzionale n-esima così definita della $\varphi(x)$ è, in tutto $0 \mapsto 1$,

$$|f(x) - \vartheta_{(n)}(x)| < f(\delta)$$

e poichè, scegliendo opportunemente δ, può sempre farsi

$$f(\delta) < \varepsilon,$$

con ε prefissato piccolo ad arbitrio, è mostrato come si possa costruire della $f(x)$ la radice funzionale n-esima con quella approssimazione che si voglia prefissare.

In tutti gli altri casi considerati, quando negli intervalli di piccolezza arbitraria, nei quali si era supposta nota una radice funzionale n-esima, si sostituisca all'arco di curva data la corda relativa, ci si trova nelle condizioni in cui si può costruire in $0 \mapsto 1$ una radice funzionale, la quale è radice approssimata per $f(x)$.

9. Come abbiamo osservato nel § 1, una quistione interessante è di vedere se l'insieme delle radici funzionali n-esime di $f(x)$, costruite col fare percorrere all'ampiezza di ciascuno degli intervalli in cui si sostituisce alla $f(x)$ una funzione lineare un insieme ordinato di numeri tendenti allo zero, abbia una o più funzioni limiti continue.

Osserviamo che se tali funzioni esistono, ognuna di esse è radice funzionale n-esima di $f(x)$. Infatti, se indichiamo con $I(\psi)$ l'insieme delle radici funzionali n-esime approssimate che tendono alla funzione continua $\Psi(x)$ e con $I(\varphi)$ il corrispondente insieme di funzioni che rappresentano appros-

Digitized by Google

simativamente la $f(x)$ e di cui le ψ sono le radici n-esime, si ha

$$\lim \mathrm{I}(\varphi) = f(x)$$

$$\lim \mathrm{I}(\psi_{(n)}) = \Psi_{(n)}$$

e poichè $\mathrm{I}(\varphi)$ ed $\mathrm{I}(\psi_{(n)})$ coincidono, sarà

$$\Psi_{(n)} = f(x),$$

cioè $\Psi(x)$ è radice funzionale n-esima di $f(x)$.

Consideriamo il caso in cui $f(x) < x$ nei punti interni di $0 \dashv 1$, $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ ed $f(x)$ abbia derivata positiva crescente, con $f'(0) = \mu > 0$.

Costruiamo la successione di radici funzionali n-esime approssimate col prendere per intervallo iniziale intervalli le cui ampiezze formano la successione di numeri tendenti a zero

$$\delta,\ f(\delta),\ f_{(2)}(\delta),\ f_{(3)}(\delta), \ldots .$$

Chiamiamo ψ_k la radice costruita usando come primo intervallo quello di lunghezza $f_{(k)}(\delta)$ ed i punti di divisione relativi ad essa con $\xi_r^{(k)}$. Allora è

$$\psi_k \equiv x \left(\frac{f_{(k+1)}(\delta)}{f_{(k)}(\delta)} \right)^{\frac{1}{n}} \qquad \text{in} \quad 0 \dashv f_{(k)}(\delta)$$

$$\psi_k \equiv f_{(-q+1)} \left(\left(\frac{f_{(k+1)}(\delta)}{f_{(k)}(\delta)} \right)^{\frac{1-n}{n}} f_{(q)}(x) \right) \qquad \text{in} \quad \xi_{2q-1}^{(k)} \dashv \xi_{2q}^{(k)}$$

$$\psi_k \equiv f_{(-q)} \left(\left(\frac{f_{(k+1)}(\delta)}{f_{(k)}(\delta)} \right)^{\frac{1}{n}} f_{(q)}(x) \right) \qquad \text{in} \quad \xi_{2q}^{(k)} \dashv \xi_{2q+1}^{(k)}$$

ove è

$$\xi_{2q-1}^{(k)} = f_{(k+1-q)}(\delta) \quad , \quad \xi_{2q}^{(k)} = f_{(-q)} \left(f_{(k)}(\delta)^{\frac{1}{n}} \cdot f_{(k-1)}(\delta)^{\frac{n-1}{n}} \right)$$

Osserviamo che per $r > 0$ è

$$\xi_{2q-1}^{(k)} = \xi_{2(q+r)-1}^{(k+r)} .$$

Consideriamo ora la derivata di ψ_{k+r} in

$$\xi_{2(q+r)-1}^{(k+r)} \dashv \xi_{2(q+r)}^{(k+r)} ;$$

Digitized by Google

è

$$\frac{d\,\psi_{k+r}(x)}{d\,x} = \tag{16}$$

$$= \left(\frac{f_{(k+r+1)}(\delta)}{f_{(k+r)}(\delta)}\right)^{\frac{1-n}{n}} \frac{d\,f}{d\,x} \prod_{i=1}^{q+r-1} \frac{\left(\frac{d\,f}{d\,X}\right)_{X = f_{(q+r-i)}(x)}}{\left(\frac{d\,f}{d\,X}\right)_{X = f_{(-i)}\left(\left(\frac{f_{(k+r+1)}(\delta)}{f_{(k+r)}(\delta)}\right)^{\frac{1-n}{n}} f_{(q+r)}(x)\right)}}$$

Poichè $f_{(k+r+1)}(\delta) < f_{(k+r)}(\delta)$ è

$$f_{(q+r)}(x) < \left(\frac{f_{(k+r+1)}(\delta)}{f_{(k+r)}(\delta)}\right)^{\frac{1-n}{n}} f_{(q+r)}(x)$$

e quindi

$$f_{(q+r-i)}(x) < f_{(-i)}\left(\left(\frac{f_{(k+r+1)}(\delta)}{f_{(k+r)}(\delta)}\right)^{\frac{1-n}{n}} f_{(q+r)}(x)\right);$$

cosicchè per l'ipotesi che $\frac{d\,f}{d\,x}$ sia crescente, ogni fattore del prodotto ultimo di (16) risulta minore di 1. Il primo fattore del secondo membro di (16) tende crescendo a $\sqrt[n]{\mu^{1-n}}$, onde in $\xi^{(k+r)}_{2(q+r)-1} \mapsto \xi^{(k+r)}_{2(q+r)}$ è

$$\frac{d\,\psi_{k+r}}{d\,x} < \sqrt[n]{\mu^{1-n}}\,\frac{d\,f}{d\,x}\,. \tag{17}$$

In $\xi^{(k+r)}_{2(q+r)} \mapsto \xi^{(k+r)}_{2(q+r)+1}$ è

$$\frac{d\,\psi_{k+r}}{d\,x} = \left(\frac{f_{(k+r+1)}(\delta)}{f_{(k)}(\delta)}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{\frac{d\,f}{d\,x}}{\left(\frac{d\,f}{d\,X}\right)_{X = f_{(-1)}\left(\left(\frac{f_{(k+r+1)}(\delta)}{f_{(k)}(\delta)}\right)^{\frac{1}{n}} f_{(q+r)}(x)\right)}} \times \tag{18}$$

$$\times \prod_{i=1}^{q+r+1} \frac{\left(\frac{d\,f}{d\,X}\right)_{X = f_{(q+r-i)}(x)}}{\left(\frac{d\,f}{d\,X}\right)_{X = f_{(-i-1)}\left(\left(\frac{f_{(k+r+1)}(\delta)}{f_{(k+r)}(\delta)}\right)^{\frac{1}{n}} f_{(q+r)}(x)\right)}}$$

Digitized by Google

Ora osserviamo che nel detto intervallo è

$$f_{(q+r+1)}(x) \leq f_{(q+r+1)}(\xi_{2(q+r)+1}) = f_{(k+r+2)}(\delta)$$

$$f_{(k+r+1)}(\delta) = \left(\frac{f_{(k+r+1)}(\delta)}{f_{(k+r)}(\delta)}\right)^{\frac{1}{n}} f_{(q+r)}(\xi_{2(q+r)}) \leq \left(\frac{f_{(k+r+1)}(\delta)}{f_{(k+r)}(\delta)}\right)^{\frac{1}{n}} f_{(q+r)}(x)$$

e poichè $f_{(k+r+2)}(\delta) < f_{(k+r+1)}(\delta)$, è

$$f_{(q+r+1)}(x) < \left(\frac{f_{(k+r+1)}(\delta)}{f_{(k+r)}(\delta)}\right)^{\frac{1}{n}} f_{(q+r)}(x),$$

e quindi

$$f_{(q+r+i)}(x) < f_{(-i-1)}\left(\left(\frac{f_{(k+r+1)}(\delta)}{f_{(k+r)}(\delta)}\right)^{\frac{1}{n}} f_{(q+r)}(x)\right);$$

di guisa che l'ultimo prodotto di (18) è minore di 1: ne consegue che in $\xi_{2(q+r)}^{(k+r)} \mapsto \xi_{2(q+r)+1}^{(k+r)}$ è

$$\frac{d\,\psi_{k+r}}{d\,x} < \left(\frac{f_{(k+r+1)}(\delta)}{f_{(k+r)}(\delta)}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{\frac{d\,f}{d\,x}}{\left(\frac{d\,f}{d\,X}\right)_{X = f_{(k+r)}(\delta)}} < \left(\frac{f(\delta)}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\mu} \cdot \frac{d\,f}{d\,x}. \tag{19}$$

Sia $f'(x)$ limitata in $0 \mapsto 1$. Prefissato un numero positivo ε piccolo a piacere, esiste un numero positivo η_1 per cui

$$f(\eta_1) < \varepsilon;$$

allora in $0 \mapsto \eta_1$ tutte le $\psi_s(x)$ oscillano per meno di ε. Si determini il numero k per cui $f_{(k)}(\delta) \leq \eta_1$. Fissato k, le (17) e (19) mostrano che per tutti gli r positivi le $\psi_{k+r}(x)$ hanno derivata in $f_{(k)}(\delta) \mapsto 1$ minore di un numero indipendente da r; cioè nel detto intervallo le $\psi_{k+r}(x$ sono egualmente continue. Se $f'(x)$ ha in $x = 1$ un punto d'infinito, altrettanto avverrà delle $\psi'_s(x)$. Ma poichè tutte le ψ_s hanno in $x = 1$ il valore 1, determinato un numero positivo η_2 tale che sia

$$1 - f(\eta_2) < \varepsilon,$$

tutte le ψ_s oscillano per meno di ε in $1 - \eta_2 \mapsto 1$. Determinato q in modo che sia $\xi_{2q-1}^{k} > 1 - f(\eta_2)$, tutte le $\psi_{k+r}(x)$ hanno in

$$f_{(k)}(\delta) \mapsto \xi_{2q-1}^{(k)}$$

derivata minore di un numero assegnabile, cioè tutte le $\psi_{k+r}(x)$ sono in $f_{(k)}(\delta) \mapsto \xi_{2q-1}^{(k)}$ egualmente continue.

Digitized by Google

Esiste dunque un numero h positivo tale che in ogni intervallo di ampiezza minore di h e contenuto in $f_{(k)}(\delta) \mapsto 1$ se $f'(x)$ è limitata o in $f_{(k)}(\delta) \mapsto \xi^{(k)}_{2q-1}$ se $f'(x)$ non è limitata, l'oscillazione di tutte le ψ_{k+r} è minore di ε; allora se h' è il minore di tre numeri h, $f^{(k)}(\delta)$, $1 - \xi^{(k)}_{2q-1}$, in ogni intervallo di $0 \mapsto 1$ di ampiezza minore di h' l'oscillazione di tutte le ψ_{k+r} è minore di ε. Segue che la successione delle $\psi_s(x)$ è una successione di funzioni egualmente continue in $0 \mapsto 1$; resta così dimostrato:

Se $f(x)$ *è funzione crescente a derivata prima crescente ed è*

$$f(0) = 0,\ f(1) = 1,\ f(x) < x \text{ per } 0 < x < 1,\ f'(0) = \mu > 0,$$

la successione delle radici n *- esime funzionali approssimate costruite col prendere per primo intervallo intervalli di ampiezza eguale ai numeri della successione* (15) *hanno una o più funzioni limiti continue che sono radici funzionali* n *- esime di* $f(x)$.

La condizione $\mu > 0$ si vede che è largamente sufficiente, giacchè le $\frac{d\,\psi_{k+r}}{d\,x}$ *possono* rimanere finite anche se $\mu = 0$; ciò avviene se i due prodotti che abbiamo sostituiti coll'unità nello stabilire le (17) e (19) sono infinitesimi di tal ordine da rendere finiti i limiti per $r = \infty$ dei secondi membri di (16) e (18).

In modo analogo si mostra che ammette una o più funzioni limiti continua la successione delle radici n - esime funzionali approssimate di $f(x)$ se essa è crescente a derivata decrescente con $f(0) = 0$, $f(1) = 1$, $f(x) > x$ per $0 < x < 1$, $f'(1) = \mu > 0$, costruite col prendere per primo intervallo di costruzione (che ha un estremo in $x = 1$) intervalli di ampiezza δ, $f(\delta)$, $f_{(2)}(\delta)$, $f_{(3)}(\delta)$, ... La stessa cosa si dimostra se la curva f attraversa in un numero finito di punti la diagonale OB e se in questi punti ha inflessione; e se di più la derivata di $f(x)$ ha il minimo $\mu > 0$ ed è crescente ove $f(x) < x$ e decrescente ove è $f(x) > x$.

10. Successioni come la (15) se ne possono costruire infinite cambiando il valore di δ, ed in corrispondenza infinite successioni di radici n - esime approssimate di $f(x)$. Se δ' non coincide con nessun valore $f_{(r)}(\delta)$ quando r percorre la serie naturale dei numeri, la successione $S_{\delta'}$ delle radici approssimate costruite col prendere per primo intervallo intervalli di ampiezza δ', $f(\delta')$, $f_{(2)}(\delta')$, $f_{(3)}(\delta')$,... è distinta dalla precedente

Digitized by Google

successione S_δ. Mostreremo con due esempi come possa accadere di ottenere col procedimento indicato infinite radici funzionali n - esime di una data funzione, e come possa invece accadere che comunque si prenda δ si provenga ad un'unica radice funzionale n - esima.

a) Sia $f(x) \equiv x^m$ con $m > 1$; la succesione (15) è qui

$$\delta,\ \delta^m,\ \delta^{m^2},\ldots.\ \delta^{m^k},\ldots.$$

La radice n - esima approssimata costruita col prendere per primo intervallo quello di ampiezza δ^{m^k} è ψ_k definita da

$$\delta^{\frac{m^{k-p+1}(m-1)(1-n)}{n}} \cdot x^m \quad \text{in} \quad \xi^{(k)}_{2p-1} \mapsto \xi^{(k)}_{2p}$$

$$\delta^{\frac{m^{k-p}(m-1)}{n}} \cdot x \quad \text{in} \quad \xi^{(k)}_{2p} \mapsto \xi^{(k)}_{2p+1}$$

ove è

$$\xi^{(k)}_0 = 0,\ \xi^{(k)}_{2p-1} = \delta^{m^{k-p+1}},\ \xi^{(k)}_{2p} = \delta^{\frac{m^{k-p}(mn-m+1)}{n}}.$$

Qui è

$$\xi^{(k)}_{2p-1} = \xi^{(k+r)}_{2(p+r)-1},\ \xi^{(k)}_{2p} = \xi^{(k+r)}_{2(p+r)} \qquad (r > 0)$$

e

$$\psi_k(x) = \psi_{k+r}(x) \quad \text{in} \quad \delta^{m^k} \mapsto 1.$$

La successione di funzioni

$$\psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3,\ldots.\ \psi_k,\ldots. \tag{20}$$

tende uniformemente ad una funzione limite. Invero scelto ε positivo piccolo a piacere, si determini r in modo che sia $\delta^{m^r} < \varepsilon$; allora per qualunque h positivo, ψ_r e ψ_{r+h} mentre coincidono in $\delta^{m^r} \mapsto 1$, in $0 \mapsto \delta^{m^r}$, essendo entrambe minori di ε, soddisfano alla disuguaglianza

$$|\psi_r - \psi_{r+h}| < \varepsilon.$$

Ciò basta per concludere che la (20) tende uniformemente ad una funzione limite continua $\Psi(x)$.

Se in luogo di δ prendiamo un numero δ_1 che non coincide con una potenza di δ della forma δ^{m^p} (p intero), otteniamo

Digitized by Google

un'altra radice funzionale n-esima diversa da $\Psi(x)$ (*); preso un numero δ_2 che non coincida in alcuna potenza δ^{m^p}, $\delta_1^{m^p}$ si avrà una terza radice funzionale n-esima di x^m diversa dalle due precedenti. Così si vede che si possono aver infinite radici funzionali n-esime di x^m, le quali sono tutte diverse da $x^{\sqrt[n]{m}}$ che è pure radice funzionale n-esima di x^m.

b) Come secondo esempio, si consideri la funzione

$$f(x) \equiv 1 - \sqrt{1-x}.$$

Si constata subito che è

$$f_{(p)} = 1 - (1-x)^{2^{-p}} \quad , \quad f_{(-p)} = 1 - (1-x)^{2^p}$$

Mantenendo le notazioni dianzi introdotte, la radice funzionale n-esima ψ_k approssimata è definita da

$$(21) \qquad 1 - \left[1 - \left(1 + (1-\delta)^{2^{-(k+1)}}\right)^{\frac{1}{n}} \left(1 - (1-x)^{2^{-(k+p)}}\right)\right]^{2^{p+k}}$$

in $\xi^{(k)}_{2(p+k)} \mapsto \xi^{(k)}_{2(p+k)+1}$ e da

$$(22) \qquad 1 - \left[1 - \left(1 + (1-\delta)^{2^{-(k+1)}}\right)^{\frac{n-1}{n}} \left(1 - (1-x)^{2^{-(p+k)}}\right)\right]^{2^{p+k-1}}$$

$$\text{in } \xi^{(k)}_{2(p+k)-1} \mapsto \xi^{(k)}_{2(p+k)} .$$

Osserviamo che

$$\log\left[1 - \left(1 + (1-\delta)^{2^{-(k+1)}}\right)^{-\frac{1}{n}} \left(1 - (1-x)^{2^{-(p+k)}}\right)\right]^{2^{p+k}} =$$

$$= \frac{\log\left[1 - \left(1 + (1-\delta)^{2^{-(k+1)}}\right)^{-\frac{1}{n}} \left(1 - (1-x)^{2^{-(p+k)}}\right)\right]}{2^{-(p+k)}}$$

e che ambo i termini dell'ultima frazione tendono a zero al tendere di k all'∞; il limite della precedemte espressione

---

(*) Tanto l'una quanto l'altra delle curve radici sono formate da tratti rettilinei e di archi di parabola di m^0 ordine della forma $y = a\,x^m$; poiché non coincidono gli intervalli ove la radice funzionale è rappresentata da una funzione lineare o da una funzione $a\,x^m$, le due radici sono manifestamente diverse.

Digitized by Google

sarà, per la regola di l'Hospital, il limite del quoziente di

$$\frac{-2^{p-1}}{n}\left\{1-(1-x)^{2^{-(k+p)}}\right\}\left\{(1-\delta)^{2^{-(k+1)}}\log(1-\delta)+\right.$$

$$\left.+\left\{1+(1-\delta)^{2^{-(k+1)}}\right\}(1-x)^{2^{-(p+k)}}\log(1-x)\right.$$

per

$$\left\{1+(1-\delta)^{2^{-(k+1)}}\right\}^{\frac{n+1}{n}}\left[1-\left\{1+(1-\delta)^{2^{-(k+1)}}\right\}^{-\frac{1}{n}}\left\{1-(1-x)^{2^{-(p+k)}}\right\}\right]$$

cioè

$$2^{-\frac{1}{n}}\log(1-x)$$

onde la (21) tende per $k=\infty$ ad

$$1-(1-x)^{2^{-1:n}}.$$

Collo stesso procedimento si trova che il limite della (22) per $k=\infty$ è ancora $1=(1-x)^{2^{-1:n}}$ e poichè questo limite è indipendente da p, così è in tutto $0 \mapsto 1$

$$\lim_{k=\infty}\psi_k(x)=1-(1-x)^{2^{-1:n}},$$

la quale, come si può anche verificare facilmente, è radice funzionale n-esima di $1-\sqrt{1-x}$. Questa radice non dipende neanche da δ epperò tutte le successioni che si possono costruire per gli infiniti valori di δ tendono all'unica funzione $1-(1-x)^{2^{-1:n}}$.

Digitized by Google

RICERCHE SULLA SECREZIONE RENALE NEL TRITON CRISTATUS (*)

(CON UNA TAVOLA)

Nota della Dott. ANNA VIVANTI

(*Adunanza del 21 febbraio 1918*)

È noto come molti autori si siano occupati della secrezione renale dal punto di vista istologico e come taluni di essi per tali ricerche abbiano usato il metodo indiretto praticando cioè iniezioni sottocute od intravenose di materie coloranti in animali di varia specie.

A. Basler (1906) riassume con molta cura la storia dell'argomento. Egli prende le mosse dal 1874, allorchè R. Heidenhain tentò pel primo alcune esperienze, iniettando una soluzione satura a freddo di indaco e verificando che tale colorante viene espulso pei tubuli contorti. Egli stesso, in seguito ad alcuni tentativi fatti su vertebrati diversi sia a sangue caldo che a sangue freddo ed usando varii coloranti, asserisce, come già altri autori, che essi vengono eliminati pei canalicoli contorti.

Alle medesime conclusioni giunge H. Schlecht (1906) iniettando il litiocarminio in mammiferi; egli dice che, eccetto che in date condizioni patologiche, il litiocarminio viene espulso pei tubuli contorti.

E. Brugnatelli (907), lavorando sopra gattini neonati, nei quali vengono praticate iniezioni endovenose di bleu A (colore indicato così da Mesnil e Nicolle), giunge alla conclusione che tale materia, depositata sotto forma di granuli nelle cellule dei tubuli contorti, viene eliminata per mezzo del loro epitelio e

(*) Mi è grato esprimere pubblicamente la più viva riconoscenza alla illustre Prof. Rina Monti che mi fu larga dei suoi preziosi consigli e del suo valido aiuto nel corso delle mie ricerche.

Digitized by Google

che le altre parti del rene non esercitano funzione eliminatoria. Osserva che solamente « l'epitelio della capsula di Bowmann ha una funzione di eliminazione in quella parte più o meno estesa che si trova all'imbocco del tubulo contorto ».

Suzuki (1912) eseguisce numerose esperienze su varie specie di mammiferi praticando in tali animali iniezioni sottocute od intravenose di soluzioni di carminio. Egli, prescindendo da altri risultati, scinde per tutti gli animali sperimentati il sistema dei canalicoli in due parti: una superiore che comprende i tratti principali sino all'inizio delle anse sottili nei quali il carminio si deposita più o meno abbondantemente sotto forma di granuli, ed un secondo tratto che rimane privo di granuli di carminio.

A. Mayer e G. Stödel (1905), usando soluzioni colloidali d'argento, fecero tre serie di esperienze sul cane. Videro il metallo depositarsi in dati territori renali sotto forma di granuli opachi, che, in determinate condizioni di luce, presentano margine rifrangente. Osservarono la presenza di tali granuli in grande quantità nelle cellule dei tubuli contorti e nel protoplasma cellulare del ramo ascendente, mentre sia i glomeruli, che la capsula ed il ramo discendente ne erano privi. Gli Autori aggiungono che solo eccezionalmente possono apparire qua e là uno o due granuli in un punto del capillare del glomerulo.

***

Le esperienze fatte finora furono limitate quasi esclusivamente ai mammiferi. Io ho avuto l'idea di ripeterle sopra alcuni batraci ed espongo qui i risultati dei miei studi.

Tutte le mie ricerche vennero eseguite sopra tritoni (Triton cristatus) raccolti in diverse epoche dell'anno, maschi o femmine, di peso vario, nei quali veniva iniettata una data quantità di sostanza colorante o di metallo. Lo scopo che mi sono prefisso è quello di osservare in quale parte del rene e sotto quale forma si deposita la materia iniettata e donde ne avviene la secrezione. Come materie coloranti mi servii del carminio ammoniacale e del bleu di metilene in soluzione acquosa al $^1/_2$ %, e come metallo dell'argento colloidale.

Tecnica generale: facevo penetrare nel tritone la sostanza praticando all'animale nella regione del ventre una iniezione sottocute. Ebbi sempre la precauzione che l'ago fosse sottilissimo e che la materia penetrasse colla maggior lentezza pos-

Digitized by Google

sibile; dopo un tempo determinato sacrificavo l'animale operato e ne toglievo i reni per osservarli macro e microscopicamente.

Tecnica istologica: ottenni buoni risultati e preparati evidentissimi fissando i pezzi iniettati con carminio ammoniacale in soluzione satura di sublimato, quelli con bleu di metilene in molibdato d'ammonio al 6 % e quelli con argento colloidale in Sauer (alcool assoluto 60 cc., cloroformio 30 cc., acido acetico 10 cc., sublimato 5 gr.). Feci le inclusioni in paraffina e colorai le sottili sezioni sempre con un colore nucleare e talvolta anche con uno protoplasmatico.

Esperienze eseguite con carminio ammoniacale.

I. In una ♀ del peso di 9 gr. viene iniettato 1 cc. di carminio ammoniacale sottocute; dopo due ore uccisione. Sia in questo, sia nei casi successivi feci evaporare il colorante sino alla completa scomparsa dell'odore ammoniacale e lo filtrai dopo averlo lasciato raffreddare.

Macroscopicamente il rene non sembra alterato; alcune sezioni fatte per congelamento ed incluse in glicerina si mostrano incolori.

Microscopicamente si osserva: 1° granulazioni nei tubuli contorti; 2° granulazioni nelle anse di Henle; 3° mancanza di granulazioni nel glomerulo.

Nei tubuli contorti i granuli sono in prevalenza disposti tra le ciglia dell'orlo a spazzola, mentre alcuni hanno già oltrepassato l'orletto e sono caduti nel lume cellulare (fig. A). In alcune cellule ve ne sono moltissimi raggruppati irregolarmente nella zona sottonucleare. Nelle cellule delle anse si ha la stessa disposizione, i granuli cioè sono riuniti più o meno abbondantemente lungo l'orlo della cellula rivolto verso il lume o sono sparsi qua e là nel lume stesso.

Le cellule dei canalicoli si presentano alquanto rigonfie, mostrano evidente il contorno e l'orlo a spazzola; gli spazi intertubulari sono regolari, il lume ampio, vuoto o con un reticolo a larghe maglie cosparso o no di granuli di carminio.

II. In una ♀ del peso di 12 gr. vengono iniettati 1 $^1/_2$ cc. di liquido; dopo 24 ore il tritone viene sacrificato. Macroscopicamente la cute dell'animale mostra una tinta rossa diffusa, più intensa alle estremità. I reni sono di un rosso cupo.

Microscopicamente ho notato la presenza di granuli di carminio nelle cellule dei tubuli contorti distribuiti in modo vario: o sparsi irregolarmente in tutto il protoplasma (fig. B), o disposti in file abbastanza regolari in modo da formare un arco al disopra dell'orlo a spazzola (fig. C), o ridotti quasi completamente allo stato di vacuoli.

Digitized by Google

Le cellule dei tubuli sono rigonfie, sporgono nel lume che è sempre ampio e vuoto; il limite cellulare è poco evidente, il protoplasma denso, formato da un reticolo rado ed irregolare; l'orlo a spazzola visibile o no.

Vicino al nucleo esistono spesso corpicciuoli di forma varia, d'una tinta giallo-verdastra, che ritengo siano lipoidi. Nelle anse di Henle il lume talvolta è completamente ripieno di secreto formato da piccoli granuli di carminio addossati fittamente gli uni agli altri, mentre le cellule sono assolutamente incolori, e prive di carminio; la sostanza colorante del lume proviene quindi dai tubuli contorti.

Le anse glomerulari presentano una tinta rosea diffusa e solo in rari casi si osservano con evidenza granuli di carminio raggruppati in modo vario alla loro periferia. Nella capsula di Bowmann si osserva un reticolo a larghe maglie cosparso di minutissimi granuli rossi che qua e là si agglomerano formando delle macchie intensamente colorate.

III. In un ♂ del peso di 5 1/2 gr. vengono iniettati sottocute 2 cc. di carminio ammoniacale; dopo mezz'ora sacrifico l'animale.

Macroscopicamente i reni hanno assunto una tinta rosea molto pallida.

Microscopicamente noto: 1° mancanza di granuli; 2° una tinta rosea diffusa in qualche tubulo e negli spazi intertubulari; 3° alquanto secreto sotto forma di vescicole rosee nel lume di qualche tubulo; 4° le anse glomerulari rosse e prive di granuli.

In seguito dunque alle esperienze eseguite con carminio ammoniacale vengo alle conclusioni seguenti:

1° il colorante si deposita sotto forma di piccoli granuli tondeggianti; 2° l'eliminazione avviene sicuramente ed in prevalenza per mezzo dell'epitelio dei tubuli contorti; 3° le anse di Henle e la capsula di Bowmann hanno una minima parte nella funzione eliminatoria; 4° nei tritoni sacrificati mezz'ora dopo l'iniezione il carminio non ha ancora assunto l'aspetto di granuli; questi sono molto più abbondanti negli individui sacrificati dopo 24 ore che non in quelli sacrificati dopo 2 ore.

Esperienze eseguite con bleu di metilene.

I. In un ♂ del peso di 9 gr. viene praticata una iniezione sottocute di 1 cc. di bleu di metilene al 1/2 %; dopo 24 ore l'animale viene sacrificato.

II. In un ♂ del peso di 7 gr. vengono iniettati sottocute 1 1/2 cc. di colorante; dopo 24 ore uccisione. Macrosco-

Digitized by Google

picamente il tritone ha assunto una tinta bleu chiara; internamente i reni sono di un azzurro cupo.

Tolgo immediatamente l'organo all'animale e lo taglio in parte al congelatore, fissando le sezioni in molibdato di ammonio ed includendole in glicerina. Ho potuto così vedere che il bleu di metilene si fissa sotto forma di piccoli granuli, i quali però colla morte completa della cellula si disciolgono quasi del tutto.

Includo l'altra porzione in paraffina e dalle osservazioni microscopiche noto che il colorante è diffuso in tutti gli spazi intertubulari ed intercellulari. Inoltre nel primo caso solo di rado il bleu si trova depositato sotto forma di granuli in alcune cellule dei canalicoli contorti, mentre nel secondo i granuli sono abbondantissimi e di dimensioni abbastanza considerevoli; sparsi nel protoplasma, talvolta circondano il nucleo (fig. D). Le cellule sono rigonfie, l'orlo a spazzola ben conservato, i limiti tra l'una e l'altra evidentissimi.

Ho veduto qualche granulo nelle anse ascendenti.

Concludendo: il bleu di metilene si deposita in granuli e viene eliminato dalle cellule dei canalicoli contorti.

Esperienze eseguite con argento colloidale.

	peso dell'animale			dose del liquido iniettato		tempo trasc. dall'iniezione all'uccisione	
I	♀	gr.	9	cc.	2 1/2	ore	1/2
II	♂	"	8	"	2	"	1 1/2
III	♀	"	8	"	2 1/2	"	2
IV	♂	"	6	"	2	"	2
V	♂	"	6	"	1	"	3
VI	♀	"	9	"	2	"	5
VII	♀	"	8	"	2	"	24
VIII	♂	"	10	"	2	"	24

Come al solito praticavo un'iniezione sottocute nella regione ventrale, facendo penetrare lentamente il liquido; isolavo quindi l'animale operato e dopo un tempo determinato toglievo i reni che immergevo immediatamente nel liquido fissatore preparato di fresco.

Come regola generale, dirò che il metallo si deposita sotto forma di granuli che hanno l'aspetto di sferule nere, con margine fortemente rifrangente, come già descrissero altri autori (Mayer e Stödel 1905).

Risultati ottenuti nelle varie esperienze.

Digitized by Google

I. Esito negativo; nel rene non v'è traccia dell'argento iniettato, che probabilmente non era ancora penetrato in circolo.

II. I granuli, scarsi e limitati a poche cellule di qualche tubulo contorto, sono disposti irregolarmente verso il lume; ed alcuni se ne osservano nel lume stesso. Le cellule dei canalicoli sono rigonfie con orlo a spazzola ben conservato. I glomeruli e le anse normali.

III. Esistono alcuni granuli disposti irregolarmente nelle cellule dei tubuli contorti nella zona compresa tra il nucleo ed il corpo a spazzola o poco al disopra di questo (fig. E); molti al di sotto ed alcuni nel lume, sparsi tra le maglie di un largo reticolo. In qualche ansa ho riscontrato la presenza di granuli di argento colloidale riuniti a gruppi. Nei glomeruli sono visibili parecchi granuli verso l'inizio del tubo urinario.

IV. In questo caso le granulazioni sono molto scarse, limitate a due o tre tubuli contorti, situate verso il lume. Le cellule basse, nettamente distinte tra di loro, presentano l'orlo a spazzola evidentissimo; il lume ampio e vuoto.

V. Poche granulazioni in qualche tubulo contorto immediatamente al di sopra dell'orlo a spazzola (fig. F); ed alcune nel lume. Le cellule sono basse con limite ben determinato ed orlo a spazzola visibile. In questo solo caso mi è occorso anche di notare la presenza di un ammasso di granuli di metallo nella capsula di Bowmann vicino alla parete esterna; può darsi quindi che anche il glomerulo prenda parte alla secrezione dell'argento colloidale.

VI. Esistono moltissimi granuli in tutte le cellule dei tubuli contorti (fig. G), sparsi irregolarmente nel protoplasma, specie nella zona sottonucleare; pochi nel lume. Le cellule si presentano molto rigonfie, con limite netto ed orlo a spazzola quasi sempre evidente. Mancano i granuli nei glomeruli e nelle anse.

VII. Nella grande maggioranza delle cellule dei canalicoli contorti le granulazioni sono scarse, solo in poche il metallo è depositato abbondantemente (fig. H). Nelle altre parti dell'organo non ne ho riscontrate.

VIII. Sono evidenti numerose granulazioni di argento colloidale nelle cellule dei tubuli contorti (fig. I e L), agglomerate fittamente nella zona sottonucleare; al di sopra del nucleo poche sparse qua e là, ed alcune nel lume. Le cellule si presentano rigonfie con limite nettamente distinto.

Digitized by Google

In seguito alle varie esperienze eseguite ed alle osservazioni fatte vengo alle conclusioni seguenti:

1° L'argento colloidale appare sotto forma di sferette nere con margine rifrangente; 2° si depositano abbondantemente nelle cellule dei canalicoli contorti, localizzandosi nel protoplasma ove sono sparse irregolarmente; mancano nel nucleo. Alcune se ne osservano nel lume tra le maglie di un largo reticolo; 3° nelle anse appaiono di rado agglomeramenti di granuli; 4° nei glomeruli si notano talvolta poche granulazioni verso l'inizio del tubo urinario; 5° l'eliminazione del metallo iniettato avviene per mezzo dei tubuli contorti.

INDICE BIBLIOGRAFICO

1906 A. Basler. — *Ueber Ausscheidung und Resorption in der Niere.* Archiv. für Phys., B. 112, p. 203.

1906 H. Schlecht. — *Experimentelle Untersuchungen über die Resorption und die Ausscheidung des Lithionkarmins unter physiologischen und pathologischen Bedingungen.* Ziegler's Beiträge, Vol. XL, fasc. 3.

1907 E. Brugnatelli. — *Ricerche sui fenomeni di eliminazione per via renale.* Boll. Soc. Med. Pavia, Anno XXI, N. 4.

1912 E. Suzuki. — *Zur Morphologie der Nierensekretion.* Jena.

1905 A. Mayer e G. Stödel. — *Examens hystologiques des reins après injection dans le sang de métaux colloidaux.* C. R. Soc. Biol. Paris, T. 57, p. 712-714.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. A. — Cellula di tubulo contorto con granuli di carminio ammoniacale disposti in prevalenza tra le ciglia dell'orlo a spazzola.

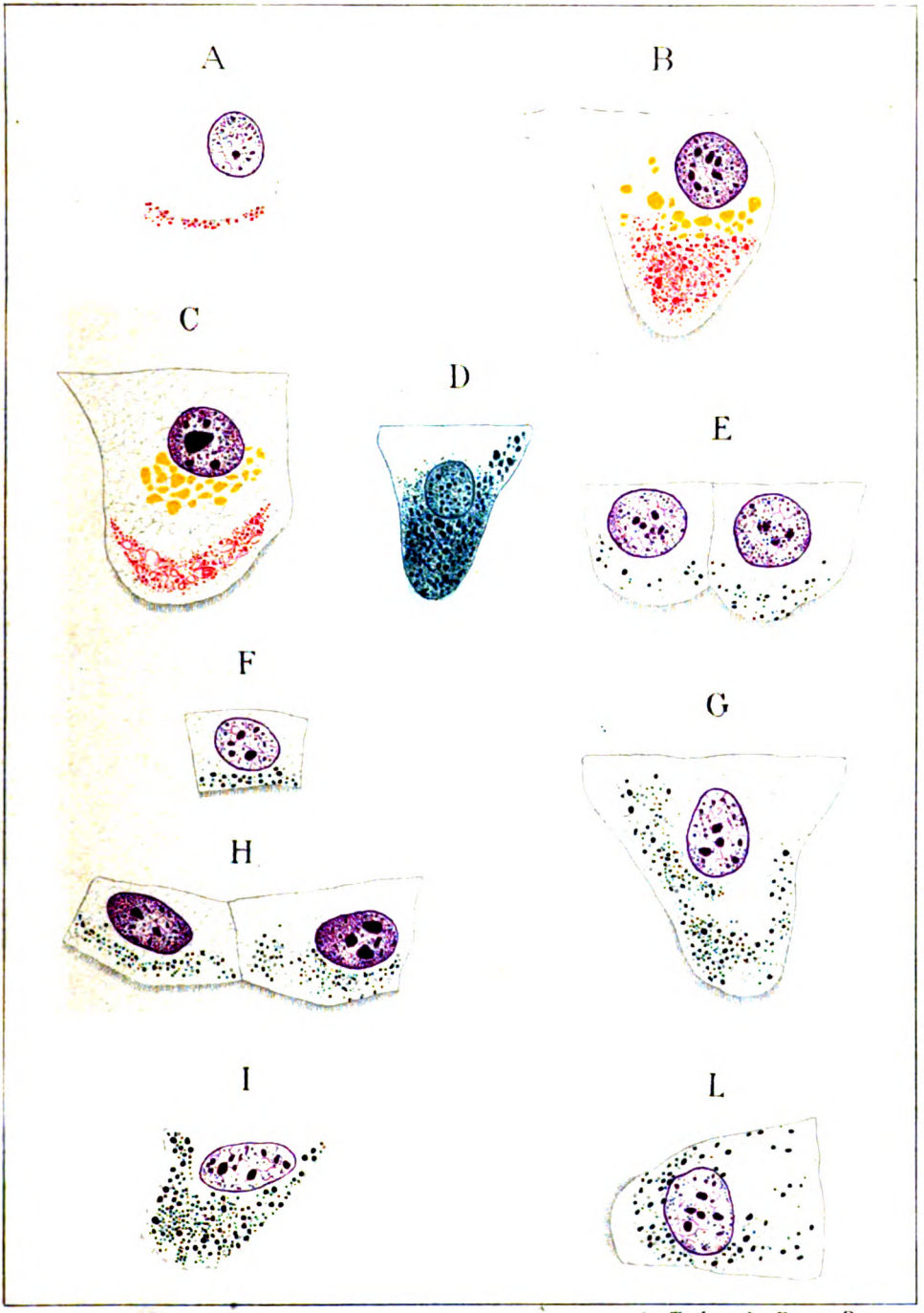
Fig. B. — Cellula di tubulo contorto con granuli di carminio ammoniacale sparsi irregolarmente in tutto il protoplasma.

Fig. C. — Cellula di tubulo contorto con granuli di carminio ammoniacale disposti in modo da formare un arco.

Fig. D. — Cellula di tubulo contorto con granuli di bleu di metilene sparsi abbondantemente nel protoplasma.

Fig. E. — Cellule di tubulo contorto ove sono visibili scarsi granuli di argento colloidale sparsi nel protoplasma nella zona sottonucleare (esperienza III).

Digitized by Google



Lit. Tachinardi e Ferrari-Pavia

D.r A. Vivanti - Ricerche sulla secrezione renale del Triton cristatus

The University of Chicago Libraries
Digitized by Google

Digitized by Google

FIG. F. — Cellula di tubulo contorto con granuli di argento colloidale immediatamente al di sopra dell'orlo a spazzola (esperienza V).

FIG. G. — Cellula di tubulo contorto con granuli di argento colloidale sparsi nella zona sopra e sottonucleare (esperienza VI).

FIG. H. — Cellule di tubulo contorto con granuli di argento colloidale depositati abbondantemente (esperienza VII).

FIGG. I e L. — Cellule di tubulo contorto con granuli di argento colloidale agglomerati fittamente specie nella zona sottonucleare (esperienza VIII).

I disegni furono fatti colla camera chiara con oculare compensatore 4 ed immersione di $^1/_{15}$.

Digitized by Google

GENNAIO 1918

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197-521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 135.147* 12h	Ponte a Sarnico M. 135.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	— 0.53	+ 0.05	— 0.18	— 0.11	— 0.26	+ 0.11	+ 1.40
2	— 0.54	+ 0.05	— 0.19	— 0.12	— 0.26	+ 0.10	+ 1.41
3	— 0.54	+ 0.05	— 0.20	— 0.13	— 0.27	+ 0.08	+ 1.40
4	— 0.54	+ 0.04	— 0.21	— 0.14	— 0.27	+ 0.07	+ 1.40
5	— 0.55	+ 0.04	— 0.21	— 0.15	— 0.28	+ 0.07	+ 1.40
6	— 0.56	+ 0.04	— 0.22	— 0.15	— 0.28	+ 0.05	+ 1.40
7	— 0.57	+ 0.03	— 0.22	— 0.16	— 0.29	+ 0.05	+ 1.40
8	— 0.56	+ 0.04	— 0.23	— 0.16	— 0.29	+ 0.04	+ 1.40
9	— 0.54	+ 0.03	— 0.23	— 0.12	— 0.25	+ 0.06	+ 1.40
10	— 0.57	+ 0.03	— 0.23	— 0.15	— 0.28	+ 0.07	+ 1.40
11	— 0.58	+ 0.03	— 0.24	— 0.16	— 0.29	+ 0.08	+ 1.40
12	— 0.59	+ 0.03	— 0.24	— 0.16	— 0.29	+ 0.09	+ 1.40
13	— 0.60	+ 0.02	— 0.24	— 0.16	— 0.29	+ 0.09	+ 1.41
14	— 0.61	+ 0.02	— 0.25	— 0.16	— 0.28	+ 0.10	+ 1.41
15	— 0.62	+ 0.02	— 0.25	— 0.17	— 0.30	+ 0.10	+ 1.41
16	— 0.62	+ 0.01	— 0.25	— 0.17	— 0.30	+ 0.08	+ 1.41
17	— 0.63	+ 0.01	— 0.25	— 0.18	— 0.31	+ 0.09	+ 1.41
18	— 0.63	+ 0.00	— 0.23	— 0.19	— 0.32	+ 0.07	+ 1.41
19	— 0.63	+ 0.00	— 0.22	— 0.17	— 0.29	+ 0.06	+ 1.41
20	— 0.62	+ 0.01	— 0.22	— 0.18	— 0.30	+ 0.04	+ 1.41
21	— 0.61	+ 0.01	— 0.21	— 0.18	— 0.30	+ 0.07	+ 1.41
22	— 0.60	+ 0.03	— 0.21	— 0.17	— 0.29	+ 0.09	+ 1.41
23	— 0.54	+ 0.05	— 0.21	— 0.15	— 0.27	+ 0.08	+ 1.41
24	— 0.52	+ 0.06	— 0.21	— 0.15	— 0.27	+ 0.04	+ 1.41
25	— 0.52	+ 0.06	— 0.20	— 0.16	— 0.29	+ 0.05	+ 1.41
26	— 0.52	+ 0.06	— 0.20	— 0.16	— 0.29	+ 0.02	+ 1.41
27	— 0.52	+ 0.07	— 0.20	— 0.16	— 0.29	— 0.00	+ 1.41
28	— 0.52	+ 0.07	— 0.20	— 0.16	— 0.29	— 0.05	+ 1.41
29	— 0.51	+ 0.07	— 0.20	— 0.16	— 0.29	— 0.06	+ 1.41
30	— 0.51	+ 0.07	— 0.21	— 0.16	— 0.29	— 0.06	+ 1.41
31	— 0.51	+ 0.07	— 0.22	— 0.16	— 0.29	— 0.06	+ 1.41

(1) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Digitized by Google

Adunanza del 7 Marzo 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. P. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Berzolari, Colombo, Del Giudice, Fantoli, Franchi, Gorini, Guarnerio, Jorini, Jung, Körner, Menozzi, Murani, Oberziner, Paladini, Pascal C., Sabbadini, Scherillo, Supino C., Tarameili T., Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Barassi, Bellezza, Cisotti, Gabba L., Gamba, Mariani, Rocca, Verga.

Giustificano l'assenza per motivi di salute i MM. EE.: Celoria, Ceruti, Forlanini, Lattes; e per ragioni d'ufficio il S. C. Saldini.

L'adunanza è aperta alle ore 13,45.

Dietro invito del presidente, il segretario M. E. prof. Zuccante legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse sono le seguenti:

per la Classe di lettere, scienze morali e storiche:

Cerrato L. Le Odi di Pindaro; testo, versione e commento. Sestri Ponente, 1918.

Giovannozzi G. Scolopi galileiani. Firenze, 1917.

Pascal A. Nel trigesimo della sua morte. Milano, 1918.

Società storica lombarda. Francesco Novati. Milano, 1917.

E per la Classe di scienze matematiche e naturali:

Reina V. Sulla determinazione di porzioni della superficie del geoide per mezzo di misure sopra di essa. Roma, 1917.

See T. J. J. Electrodynamic wave-theory of physical forces. Vol. 1, bulletins 1 to 6 inclusive. Lynn, 1917.

Usai G. Una questione di analisi combinatoria. Napoli, 1917.

Digitized by Google

Il prof. Zuccante, presentando all'Istituto il volume del Cerrato, così si esprime:

« Presento all'Istituto, a nome dell'autore che ne fa dono cortese, il volume: « Le odi di Pindaro » testo, versione e commento di Luigi Cerrato, professore ordinario di letteratura greca nella R. Università di Genova.

Il Cerrato non ci dà una versione in poesia, ma in prosa, ben sapendo che un poeta di razza, il Carducci, stimò prudente tradurre, egli pure, in prosa, non in poesia, un'ode del sommo lirico greco, e memore del consiglio dello Zanella e forse anche dell'oraziano: *Pindarum quisquis studet aemulari.* E la sua prosa vigorosa, robusta e pur insieme fedele interprete e seguace, riesce, meglio che non potesse la poesia, a rendere l'ardimento dei concetti e delle frasi, l'impeto della composizione, i voli della fantasia sovrana del sovrano poeta. E la versione d'ogni singola ode è preceduta da un'introduzione e da un argomento, cioè da opportunissime dilucidazioni estrinseche ed intrinseche, atte ad orientare convenientemente il lettore in quella grande selva paurosa; e accompagnata a mano a mano da un chiaro sobrio commento, ove è riassunto il più ed il meglio d'una ricca e vasta dottrina filologica e storica, che il Cerrato possiede, ma di cui non fa sentire il peso.

Quanto al testo, noto solo che è questa la prima volta che si pubblica per *intero* in Italia nel nostro secolo, in una edizione attendibile.

L'opera del Cerrato è, adunque, sotto ogni rispetto notevole; ed io sono lieto di segnalarla all'Istituto ».

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Paolo Bellezza legge « *Note di enantiosemia* ».

Il prof. Bruto Caldonazzo riassume brevemente la sua nota « *Sulla fusione di vene liquide* ». Questa lettura era ammessa dalla Sezione di scienze matematiche.

Essendo assente il prof. G. B. Cacciamali, il M. E. prof. Taramelli ne illustra lo studio « *Una falda di sovrascorrimento a S. Pellegrino* » La nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze naturali.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in seduta privata. È all'ordine del giorno la proposta di nomina di un Membro effettivo nella Sezione di scienze politiche e giuridiche, in sostituzione del compianto prof. Livio Minguzzi. Il M. E.

Digitized by Google

prof. Franchi legge la relazione della detta Sezione; essa sarà stampata e distribuita ai Membri effettivi per la relativa discussione, che seguirà nell'adunanza del 21 Marzo, come stabilisce l'art. 15 del Regolamento organico.

Dopo di che, l'adunanza è sciolta alle ore 14.30.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
O. MURANI

Digitized by Google

Adunanza del 21 Marzo 1918

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Buzzati, Colombo, Del Giudice, Fantoli, Franchi, Gabba B., Gerbaldi, Gobbi, Gorini, Guarnerio, Jorini, Jung, Murani, Paladini, Sabbadini, Supino C., Tansini, Villa, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Barassi, Bellezza, Cisotti, De Marchi M., Gabba L., Grassi, Mariani, Rocca, Supino F.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE.: Celoria, vicepresidente, Ceruti, Forlanini, Lattes E.; e per ragioni d'ufficio, i MM. EE. Golgi, Taramelli.

L'adunanza è aperta alle ore 13.40

Dietro invito del Presidente, il M. E. prof. Oreste Murani, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso Segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

Calderini A. Liberi e schiavi nel mondo dei papiri. Prolusione ai corsi della Scuola papirologica per l'anno 1917-18.

— Papiri greci e libri italiani. Roma, 1918.

Stampini E. Post XL annos; inscriptio. Torino, 1917.

E per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

Enriques F. Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche, pubblicate per cura del dott. Oscar Chisini. Vol. 2. Bologna, 1918.

Vercelli F. Presagi meteorici in rapporto alle operazioni di guerra (Campagna 1917). Comando della 3ª Armata, 1918.

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Umberto Cisotti riferisce brevemente intorno alla sua nota: « *Una formola generale relativa a moti permanenti di liquidi pesanti e sue applicazioni;*

Digitized by Google

Il S. C. prof. Felice Supino presenta la sua nota: « *Mortalità di carpa affetta da ciclochetiasi* » e ne discorre:

Sullo scritto del dott. Rocco Serini, « *Deformazioni longitudinali e trasversali di un corpo elastico omogeneo* », ammesso alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche, discorre brevemente il S. C. Cisotti.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata per la trattazione degli affari.

È all'ordine del giorno la discussione sulla proposta di nomina di un membro effettivo nella Sezione di scienze politiche e giuridiche. Chiede qualche schiarimento sopra un punto della relazione il M. E. prof. Gorini, a cui rispondono il relatore e il presidente.

Dopo di ciò, resta stabilito che la votazione per la nomina avrà luogo, a norma di Regolamento, nella prossima adunanza dell'11 aprile.

L'adunanza è sciolta alle ore 14.40.

Il Presidente

P. DEL GIUDICE

Il Segretario

G. ZUCCANTE

Digitized by Google

Adunanza dell' 11 Aprile 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. P. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Buzzati, Del Giudice, Gabba B., Gobbi, Gorini, Guarnerio, Jorini, Jung, Menozzi, Murani, Paladini, Pascal C., Salvioni C., Scherillo, Supino C., Tansini, Taramelli T., Zuccante.

E i SS. CC.: Arnò, Bellezza, Brizi, Cisotti, Coletti, Gabba L., Grassi, Volta.

Giustificano la loro assenza per motivi di salute i MM. EE.: Celoria, Ceruti, Forlanini, Lattes E.; e per ragioni d'ufficio i MM. EE.: Sabbadini e Körner.

L'adunanza è aperta alle ore 13,45.

Il presidente invita il segretario M. E. prof. Zuccante a leggere il verbale dall'adunanza precedente. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Per la Classe di lettere, scienze morali e storiche:

Brandstetter R. Die Reduplikation in den indianischen, indonesischen und indogermanischen Sprachen. Lucerna, 1917.

Year Book of the Carnegie Endowment for International Peace, 1917, N. 6. Washington, 1917.

E per la Classe di scienze matematiche e naturali:

Cuerpo (El) de ingenieros de minas y aquas, 1917. Lima, 1917.

Teodoro G. Il ciclo di sviluppo dell' « Akamushi » secondo le recenti ricerche dei giapponesi Miyajima e Okumura. Firenze, 1918.

Si passa indi alle letture.

Il prof. Bruto Caldonazzo legge la sua nota « *Sulla contrazione di vene liquide che si fondono* » La lettura era ammessa dalla Sezione di scienze matematiche.

Digitized by Google

In assenza del Dott. Teofilo Spoerri, il M. E. prof. Salvioni dice poche parole della nota « *Il dialetto della Valsesia* II. *Consonantismo* ». La lettura era ammessa dalla Sezione di storia e filologia.

Il prof. Emilio Veneroni riassume la sua nota « *Sulle corrispondenze piane simmetriche* [22] *della classe uno* ». La lettura era ammessa dalla Sezione di scienze matematiche.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in seduta privata per la trattazione degli affari.

È all'ordine del giorno la nomina di un Membro effettivo nella Sezione di scienze politiche e giuridiche. Si procede alla votazione, e funzionano da scrutatori i MM. EE. Salvioni e Gorini. A sensi dell'artic. 15 del Regolamento organico risulta eletto il prof. Alfredo Ascoli dell'Università di Pavia, e il presidente ne proclama la elezione a Membro effettivo della detta Sezione.

Quanto alla nomina delle Commissioni esaminatrici dei concorsi scaduti delle Fondazioni Cagnola, Brambilla, Borgomaneri, l'Istituto ne delega alla Presidenza la relativa formazione.

La seduta è sciolta alle ore 14,30.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
O. MURANI

Digitized by Google

Adunanza del 25 Aprile 1918

PRESIDENZA DEL M. E. PROF. T. TARAMELLI

MEMBRO ANZIANO

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Berzolari, Bonfante, Buzzati, Franchi, Gobbi, Golgi, Guarnerio, Jorini, Jung, Körner, Mangiagalli, Murani, Oberziner, Paladini, Pascal C., Sabbadini, Sala, Salvioni C., Scherillo, Supino C., Tansini, Taramelli T., Villa, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Arnò, Cisotti, De Marchi L., Gabba, Grassi, Verga.

Scusano la loro assenza, per ragioni d'ufficio, il M. E. Del Giudice, presidente, e, per motivi di salute, i MM. EE. Celoria, vicepresidente, Ceruti, Forlanini, Gorini, Lattes E.

L'adunanza è aperta alle ore 13.40.

Dietro invito del presidente, il segretario, M. E. prof. Murani, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Che sono, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

Dean B. A bibliography of fishes; enlarged and edited by Charles Rochester Eastmann. Vol. 1, Authors' titles A-K. Cambridge Mass., 1916.

Battelli A. e Cardani P. Trattato di fisica sperimentale ad uso delle Università. Vol. 1-3. Milano (Acquisto).

E per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

Gouvernment Belge. Ce que les belges de la Belgique envahie pensent de la séparation administrative, avec un avan-propos de M. H. Carton de Wiart. Le Havre, 1917.

Willy Breton. Les caracteristiques du front belge. Lausanne, 1918.

Digitized by Google

ZUCCANTE G. Relazione sul concorso ai premi del Ministero della pubblica istruzione per le scienze filosofiche e sociali, del 1916. Roma, 1918.

LATTES E. Terzo seguito del saggio di un indice lessicale etrusco. Napoli, 1918.

Il presidente comunica all'Istituto la lettera del prof. Alfredo Ascoli, il quale ringrazia della sua recente nomina a Membro effettivo nella Classe di lettere e scienze morali e storiche, Sezione di scienze politiche e giuridiche.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Camillo Supino legge sul « *Costo economico e costo finanziario della guerra* ».

Il dott. Domenico Fava presenta la I^a^ parte della sua nota: « *Alfonso II. d'Este raccoglitore di codici greci* », ammessa alla lettura dalla Sezione di letteratura e filosofia. In assenza dell'Autore, ne discorre brevemente il M. E. prof. Carlo Pascal.

Il prof. Luigi Brusotti presenta una nota: « *Discriminanti e fasci nella topologia proiettiva del piano* », ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche. Non essendo il Brusotti potuto intervenire all'adunanza, riassume la nota il M. E. prof. Berzolari.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata.

È all'ordine del giorno la nomina delle Commissioni esaminatrici dei concorsi scaduti delle Fondazioni Cagnola, Brambilla, Borgomaneri. Già nella precedente adunanza l'Istituto avea dato incarico alla presidenza di proporre le Commissioni esaminatrici. Che infatti vengono proposte e fissate così: Concorso Cagnola, MM. EE. Golgi, Mangiagalli, S. C. Bonardi; Concorso Brambilla: MM. EE. Jorini, Menozzi, Murani, SS. CC. Arnò, Carrara; Concorso Borgomaneri, MM. EE. Zuccante, Villa, S. C. Rocca.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
T. TARAMELLI

Il Segretario
G. ZUCCANTE

Digitized by Google

MORTALITÀ DI CARPE
AFFETTE DA CICLOCHETIASI

Nota del S. C. prof. FELICE SUPINO

(*Adunanza del 21 marzo 1918*)

Verso la fine dello scorso anno si verificò in un grande bacino situato nel giardino dell'Acquario di Milano, una forte mortalità di carpe a specchi. Si trattava di esemplari tutti di bellissimo aspetto, del peso di un chilogramma e più ciascuno. All'esame si notò che mentre il loro stato di nutrizione, il colorito della pelle, la mancanza assoluta di macchie o lesioni sulla pelle, le perfette condizioni dei visceri, davano loro l'aspetto di pesci sani, le condizioni delle branchie rivelavano invece profonde alterazioni. Questi organi si mostravano fortemente congesti; erano coperti da un velo bianco e da numerose macchie irregolari. Furono fatti preparati a fresco e sezioni in paraffina, e si riscontrò in abbondanza un parassita, la *Cyclochaeta Domerguei* Wallengren, mentre i tessuti delle branchie si mostravano in più parti in via di distruzione. Questo parassita era la causa della mortalità di tali pesci.

La Cyclochaeta Domerguei appartiene, come è noto, ai Protozoi, classe dei Ciliati, ordine dei Peritrichi. Senza entrare in particolari nei riguardi della struttura della Cyclochaeta, dirò solo che vista di lato essa si presenta a forma di campana, la parte inferiore leggermente infossata. Il corpo possiede due corone di ciglia; l'una posta più in alto quasi nel mezzo, l'altra in basso al bordo inferiore, e al di sopra di quest'ultima si trova un'altra corona costituita di cirri rigidi. Visto dal di sotto, l'animale si presenta in forma di disco leggermente infossato, mostra una corona di ciglia alla cui base si trova una membranella detta velo. La parte inferiore infossata costituisce una ventosa e il parassita si attacca con questa alla vittima. Con le sezioni si mette in evidenza un grosso nucleo che si mostra assai lungo e incurvato.

Digitized by Google

Questo parassita era stato fino a qualche tempo fa riscontrato solo negli acquari; il Mazzarelli lo trovò nelle branchie degli agoni del lago di Lugano, dimostrando così la presenza della Cyclochaeta anche nelle acque libere (1).

La Cyclochaeta si riscontra su vari pesci, sopratutto sulle trote e sui ciprinidi, ma è stata osservata anche nelle anguille ed in altri pesci ed io stesso l'ho vista in qualche esemplare di persico-sole e di persico-trota che si trovava nelle vasche di questo Acquario.

Gli autori la considerano un parassita della pelle che può invadere le branchie. Ora, nel caso che è oggetto della presente nota, mentre come ho detto, il parassita si trovava abbondante sulle branchie tanto da causare la morte delle carpe, non si riscontrava affatto sulla pelle che si mostrava all'aspetto assolutamente normale e all'esame microscopico priva di tale parassita. Non saprei dire per quali condizioni speciali tale parassita possa attaccare esclusivamente le branchie lasciando immune la pelle.

Si tentò la cura delle carpe ammalate da prima con soluzioni diluitissime (1 per 500,000) di permanganato di potassio nelle quali i pesci permanevano per un certo tempo e ciò per alcune volte a distanza di qualche giorno. In seguito a questa cura si notò all'esame microscopico una grande diminuzione, ma non la scomparsa totale dei parassiti. Desiderando perciò fare una cura più energica e più rapida, furono allora fatti dei bagni di cloruro di sodio in soluzione di circa il 2 % nei quali le carpe furono tenute per 15-20 minuti. Tali bagni furono ripetuti più volte alla distanza di 3-4 giorni. Nello stesso tempo il bacino nel quale si trovavano i pesci ammalati, fu disinfettato con la calce e tenuto a secco per un certo tempo. Dopo questi bagni non si riscontrarono più all'esame microscopico i parassiti; con tutto ciò qualche carpa morì ancora, date le condizioni avanzate della malattia che portava gravi distruzioni nei tessuti delle branchie.

Ciò dimostra che quando la malattia non fosse troppo avanzata, la cura col permanganato di potassio, magari in soluzioni un po' meno diluite, e ciò anche secondo il ricambio d'acqua nel bacino, sarebbe sufficiente. E poichè, trattandosi di bacini di una relativa grandezza, tale metodo di cura è

(1) MAZZARELLI, *Su di alcune malattie di pesci e gamberi osservate in Lombardia*. Atti III congresso naz. pesca tenutosi in Milano nel 1906 - Milano 1908.

Digitized by Google

senza dubbio più semplice, potendosi versare tale prodotto sciolto e immesso con le dovute cautele direttamente nel bacino dove si trovano i pesci ammalati, ed in ogni modo è assai più economico, si potrebbe riccorrere a questo sistema riservando la cura con i bagni di cloruro di sodio nei casi più gravi e nei quali la cura debba procedere più sollecitamente.

Non mi è stato possibile, per varie ragioni, fare ulteriori studi su questo importante parassita; in ogni modo mi sembra interessante segnalare il fatto di questa grande mortalità di carpe causata dalla Cyclochaeta. La ciclochetiasi cui si dava finora una importanza relativa, deve dopo questi fatti esser invece presa in seria considerazione e richiamare l'attenzione dell'allevatore il quale altrimenti potrebbe risentire dalla presenza di questo parassita danni assai rilevanti, superiori a quanto finora si poteva aspettare. Infatti poichè la Cyclochaeta è considerata di solito quale parassita della pelle, in questo caso sia perchè la cura ne è più facile, sia sopratutto perchè agevolmente ci si accorge delle condizioni anormali dei pesci dalla presenza di macchie e lesioni sulla pelle, si riesce con relativa facilità a salvare gli individui affetti da tale parassita. Ma quando questo attacca, e attacca esclusivamente, le branchie, allora non è facile accorgersene e ci se ne accorge solo quando qualche pesce muore e se ne fa l'esame. Ma in tal caso la malattia è già se non in tutti, in molti individui di quel dato bacino così avanzata, che anche con la cura si avrà egualmente una certa mortalità, poichè ancorchè sieno stati distrutti i parassiti, alcune carpe seguiteranno a morire per il fatto che le branchie si trovano in condizione tale da non poter più funzionare.

È perciò che bisogna sorvegliare attentamente gli allevamenti e, nel caso, intervenire coi sistemi di cura che sono stati sopra indicati e specialmente, se possibile e se si richiede una cura energica e pronta e non si abbia modo di seguire dal punto di vista tecnico l'andamento della malattia, con i bagni di cloruro di sodio, i quali danno certamente in breve tempo resultati più sicuri.

Digitized by Google

SULLA FUSIONE DI VENE LIQUIDE

del prof. BRUTO CALDONAZZO

(*Adunanza del 7 marzo 1918*)

Recentemente il CISOTTI (*) ha studiato il problema piano della confluenza di due vene *libere* (**) G_1 e G_2, (Fig. 1).

Caratteristica essenziale del moto è la seguente. Due filetti interni, uno per ciascuna vena, si *urtano* in un punto *O, spar-*

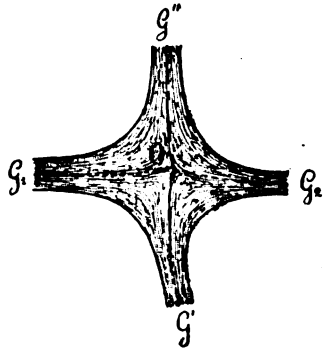


FIG. 1.

tiacque; in conseguenza dell'urto la velocità si annulla in *O*. i due filetti ivi arrestatisi si sdoppiano, per saldarsi a due a

(*) U. CISOTTI, *Vene confluenti*, Ann. di Mat., t. XXIII, serie III (1914), pp. 285-311, oppure *Nuovo Cim.*, Vol. X (1915, 2° sem.) pp. 256-316.

(**) Cioè comprese tra linee di flusso *isotachie*. Se lungo tali linee il liquido della vena in moto confina con un fluido in quiete (perciò forse esterne conservative o nulle) le linee sono altresì *isobariche* nei due casi: 1°, il piano del moto è superficie equipotenziale per le forze esterne o mancano tali forze; 2° la densità è continua attraverso tali linee. Cfr. la mia Nota, *Vene fluenti tra pareti interrotte*, Ann. di Mat., t. XXV, serie III, (1916) p. 39.

Digitized by Google

due in due ulteriori filetti, che costituiscono a lor volta i filoni di due vene libere G' e G'', procedenti indefinitamente a valle.

È ovvio che si avrebbe un comportamento analogo, e cioè uno spartiacque interno con conseguente sdoppiamento di vene, anche nel caso in cui G_1 e G_2 fossero vene *forzate*, cioè vene guidate da pareti rigide, fino in prossimità della regione dove confluiscono, (Fig. 2).

Premesso ciò, poniamo la seguente questione: è possibile la confluenza di due vene senza *sdoppiamento* e quindi senza uno spartiacque?

Tale questione è oggetto della presente Nota. In modo preciso ci proponiamo di indagare la possibilità dinamica del moto seguente.

Due *getti forzati* G_1 e G_2 sboccano da due canali a pareti

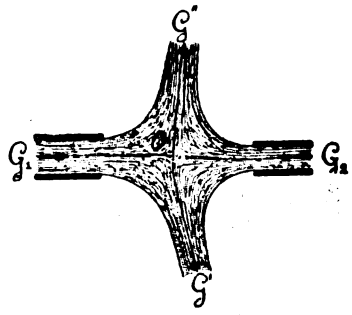


FIG. 2.

rettilinee parallele in due *vene libere*, convergendo verso una stessa località, (Fig. 3). Le due linee isotachie: λ_1 che si stacca dalla parete sinistra μ_1 di G_1, λ_2 che si stacca dalla parete destra μ_2 di G_2 procedono indefinitamente a valle. Le altre due linee isotachie λ'_1 e λ'_2 procedono fino ad uno stesso punto P situato al finito. Quivi le due vene vengono a contatto ed a partire da questo punto proseguono *fuse* in un'unica vena risultante G_0, indefinitamente estesa, guidata dai peli λ_1 e λ_2.

In P i peli λ'_1 e λ'_2 cessano di essere linee isotachie e si *fondono* in un unico filetto, che procede *interno* alla vena risultante, discriminando i due contributi che ad essa portano G_1 e G_2. Il moto è permanente, irrotazionale, il liquido in moto è perfetto.

Come si rileva subito, condizione necessaria per tale fusione è che i peli λ'_1 e λ'_2 nel punto P abbiano *la stessa tan-*

Digitized by Google

gente. In caso contrario infatti in P si avrebbe un *urto* di filetti; la velocità allora si annullerebbe oltre che in P anche su λ'_1 e λ'_2 e per conseguenza nell'intero campo del moto, contro l'ipotesi.

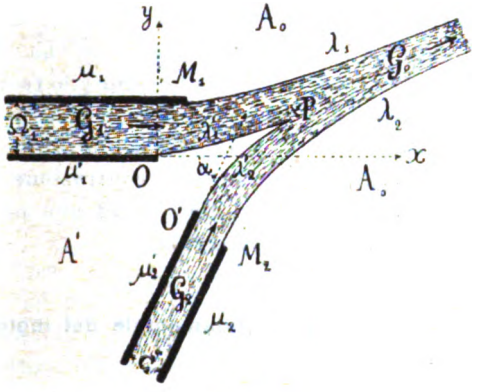


FIG. 3.

Lo studio analitico del problema mette in rilievo la sua possibilità, per getti G_1 e G_2 verificanti una determinata condizione (§ 6).

La vena libera G_0 può propagarsi tanto nell'angolo con-

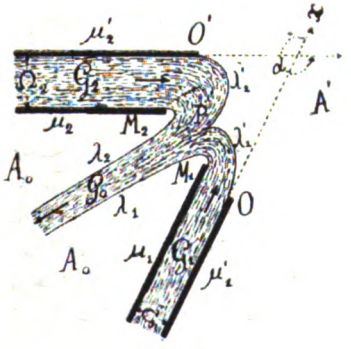


FIG. 4.

cavo (Fig. 3), quanto nell'angolo convesso (Fig. 4) formato dalle direzioni dei due canali. Va eccettuato il caso di getti paralleli concorrenti in cui G_0 può propagarsi solo compresa tra i due canali.

Inoltre, supposta G_0 confinante con un fluido in quiete a

Digitized by Google

pressione costante (*), risulta che nella regione esterna a G_0 e non attraversata da essa la pressione deve essere maggiore di quella dell'altra regione attraversata dalla vena stessa.

Per dati getti G_1 e G_2, prefissato che la vena risultante si propaghi a destra o a sinistra di uno di essi, l'eccesso della prima pressione sulla seconda risulta determinato. Quando le vene confluenti G_1 e G_2 sono *libere* (caso CISOTTI, Fig. 1) nella regione esterna al campo del moto si ha dovunque la stessa pressione. Per conseguenza due vene libere non possono fondersi in un'unica vena libera; affinchè sia possibile tale fusione le vene confluenti devono essere *forzate*.

Come in problemi analoghi, vi è contrazione della vena libera G_0. Per ragioni di spazio rimetto ad una prossima nota l'esame del coefficiente di contrazione.

§ 1. — Equazione fondamentale del moto.

Conveniamo di indicare con G_1 il canale dalla cui parete destra μ'_1 si stacca il filetto λ'_1 e di assumere quale semiasse negativo delle x la parete μ'_1 stessa (Fig. 3 e 4). In tal guisa il sistema cartesiano ortogonale sinistrorso, cui riferiremo i punti del campo, è tale che la parete μ_1 giace nel semipiano $y > 0$.

Siano u e v le componenti della velocità secondo gli assi, ϑ l'angolo che essa fa col semiasse $O\,x$, contato positivamente nel senso antiorario, tra limiti che preciseremo in seguito (§ 2). Fissiamone la determinazione $\vartheta = 0$ su μ_1 e μ'_1; sia α il valore costante di ϑ su μ_2 e μ'_2.

Conviene fermare l'attenzione sul significato di α. A questo proposito si confrontino tra loro le figure 3 e 4, in cui le pareti dei canali hanno identica configurazione e posizione reciproca. Nelle due figure però si sono scambiati tra loro G_1 e G_2.

Si constata facilmente che α è l'angolo di cui ruota il vettore velocità quando si percorre il tratto di linea di flusso costituita da λ'_1 e λ'_2 a partire da O fino al punto O'. Si tenga presente ancora che ϑ è funzione finita uniforme e continua in tutto il campo del moto e che necessariamente la *cuspide* presentata in P (vedi sopra p. 315) dalla linea considerata è rivolta al campo del moto. In conseguenza di ciò l'angolo α coincide con uno dei due angoli β, $(0 \leq \beta \leq \pi)$ o $2\pi - \beta$ formati dalle direzioni dei due canali. Nel caso concreto della

(*) Cfr. la nota (**) a pag. 315.

Digitized by Google

figura 3 si ha $\alpha = \beta$, nel caso invece della figura 4 si ha $\alpha = 2\pi - \beta$.

Fissato pertanto il sistema di getti G_1 e G_2, occorre ancora fissare la determinazione β o $2\pi - \beta$ di α. In ogni caso è $0 \leq \alpha \leq 2\pi$.

Ciò premesso, poniamo

$$x + iy = z \quad , \quad u - iv = w \quad , \quad (i = \sqrt{-1}).$$

L'equazione fondamentale che regge il nostro moto irrotazionale di liquido perfetto, è la seguente:

$$\frac{df}{dz} = w \,, \tag{1}$$

dove w ed f sono funzioni regolari uniformi della variabile complessa z, ed è $f = \varphi + i\psi$, dove φ è il *potenziale cinetico*, ψ la *funzione di corrente*.

Il contorno del campo del moto, nel quale dobbiamo considerare le due funzioni f e w è costituito dalle tre linee di flusso (Fig. 3 e 4):

$$\mu_1 , \lambda_1 \quad ; \quad \mu'_1 , \lambda'_1 , \lambda'_2 , \mu'_2 \quad ; \quad \mu_2 , \lambda_2 .$$

Su ciascuna di esse la ψ deve assumere un valore costante. Posto, come è lecito, $\psi = 0$ in 0, si ha, chiamando q_1 e q_2 le *portate* di G_1 e G_2:

$$\psi = \begin{cases} q_1 \ , & \text{su } \mu_1 \text{ e } \lambda_1 \\ 0 \ , & \text{su } \mu'_1 , \lambda'_1 , \lambda'_2 \text{ e } \mu'_2 ; \\ -q_2 \ , & \text{su } \mu_2 \text{ e } \lambda_2 . \end{cases} \tag{2}$$

Queste condizioni, tenuto presente il comportamento uniforme della velocità all'infinito del campo, determinano la funzione $f(z)$ a meno di una costante reale, inessenziale pel problema.

Anche la funzione $w(z)$ è individuata dalle condizioni al contorno. Basterà provarlo per la funzione $t(z) = \vartheta + i\tau$, dove ϑ ha il significato precisato sopra e τ è il logaritmo reale del valore V della velocità.

Si ha infatti

$$w = e^{-t} . \tag{3}$$

Poichè la velocità è finita e continua in valore e direzione e diversa da zero in tutti i punti del campo, t è funzione regolare finita uniforme in tutto il campo del moto.

Digitized by Google

Sulle linee λ_1 e λ_2, isotachie, aventi in comune il punto all'infinito di G_0 (dove la velocità ha regime uniforme) la velocità assume lo stesso valore costante V_0. Analogamente su λ'_1 e λ'_2, aventi in comune il punto P la velocità assume uno stesso valore costante V'.

Dopo ciò, posto $\tau_0 = \log V_0$, $\tau' = \log V'$, è manifesto che $t(z)$ deve soddisfare alle condizioni al contorno seguenti:

$$(4) \qquad \tau = \begin{cases} \tau_0 \text{ , su } \lambda_1 \text{ e } \lambda_2 ; \\ \tau' \text{ , su } \lambda'_1 \text{ e } \lambda'_2 ; \end{cases} \qquad \vartheta = \begin{cases} 0 \text{ , su } \mu_1 \text{ e } \mu'_1 ; \\ a \text{ , su } \mu_2 \text{ e } \mu'_2 . \end{cases}$$

I valori 0 ed a di ϑ sono dati del problema. I valori τ_0 e τ' di τ sono a priori costanti ma incogniti. Essi (e con essi t) risultano determinati in virtù del problema misto al contorno cui dà luogo la valutazione di t.

Il problema sarebbe risolto una volta determinata f o w. La loro effettiva valutazione però non si può conseguire direttamente in generale, col riferirsi ai punti del campo A del moto. Basta pensare che è a priori incognito il campo stesso. Ricorreremo perciò al noto metodo del LEVI-CIVITA.

§ 2. — Il rettangolo R.

La funzione $t = t(z)$, regolare, finita, uniforme dei punti del campo A, stabilisce una corrispondenza biunivoca tra i

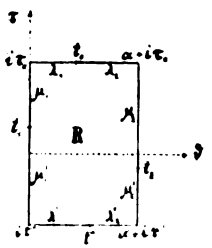


FIG. 5.

punti di questo campo del piano complesso z e la regione R, del piano complesso $t = \vartheta + i\tau$, che costituisce il campo di esistenza della t stessa. Il campo R, situato necessariamente al finito è *l'immagine conforme diretta* del campo A.

Per le (4) R è il rettangolo del piano t coi vertici nei punti

$$i\tau' \quad , \quad a + i\tau' \quad , \quad a + i\tau_0 \quad , \quad i\tau_0 ,$$

Digitized by Google

che sono ordinatamente le immagini dei punti O, O', M_2, M_1, (Cfr. Fig. 3 e 4 con 5, dove sono indicati colle stesse lettere i tratti corrispondenti del contorno).

In tale rappresentazione, in particolare, i punti all'infinito di G_1 e G_2 hanno per immagini i punti

$$t_1 = i\,\tau_1 \quad , \quad t_2 = a + i\,\tau_2 ,$$

dove indicando con Ω_1 ed Ω_2 le *luci* dei due canali e posta $= 1$ la densità del liquido in moto, è

$$\tau_1 = \log \frac{q_1}{\Omega_1} \quad , \quad \tau_2 = \log \frac{q_2}{\Omega_2} . \tag{5}$$

Al punto all'infinito a valle di G_0 corrisponde il punto $t_0 = \vartheta_0 + i\,\tau_0$, ϑ_0 essendo l'angolo che individua la direzione assintotica di G_0.

Infine il punto P si trasforma nel punto $t' = \vartheta' + i\,\tau$, ϑ' individuando la direzione della velocità in P, e quindi la direzione della tangente comune in P a λ'_1 e λ'_2.

Evidentemente la rappresentazione di A su R è possibile solo se è $a \neq 0$; nel caso $a = 0$ non esiste quindi la funzione t, cioè non è possibile la *fusione* delle vene G_1 e G_2 nella vena G_0. Dalla speciale configurazione di R segue immediatamente che è

$$0 \leq \vartheta \leq a \quad , \quad \text{con } 0 < a \leq 2\,\pi .$$

Perciò quando $\beta = 0$ [§ 1] è possibile per a la sola determinazione $2\,\pi$; cioè quando i due canali G_1 e G_2 sono paralleli e concorrenti la vena G_0 può propagarsi soltanto internamente alla striscia limitata dai due canali. È allora necessariamente

$$\vartheta_0 = \pi .$$

§ 3. — Valore delle velocità. Pressione.

Poichè la rappresentazione di A su R è *diretta* (Fig. 3, 4 e 5), dovrà essere $\tau_0 > \tau'$, quindi τ_0 è il massimo valore di τ, mentre τ' ne è il minimo.

Per conseguenza la velocità assume il valore *massimo* $V_0 = e^{\tau_0}$ sulle linee λ_1 e λ_2, il valore *minimo* $V' = e^{\tau'}$ sulle linee λ'_1 e λ'_2.

Si vede poi facilmente che ϑ è sempre crescente, nel senso del moto su λ_1 e λ'_1; decrescente, nello stesso senso su λ_2 e λ'_2. Perciò le linee λ non hanno flessi; in particolare λ_1 e λ_2 sono convesse rispetto al campo del moto, λ'_1 e λ'_2 sono invece concave.

Digitized by Google

Si ha infine $0 < \vartheta' < \alpha$, $0 < \vartheta_0 < \alpha$, il cui significato geometrico è evidente.

Nel caso in cui le linee λ sono *isobariche* (*), oltre che isotachie, detta p_0 la pressione costante su λ_1 e λ_2, il valore della pressione p in un generico punto del campo del moto è

$$p = p_0 + \frac{1}{2}(V_0^2 - V^2).$$

Da quanto precede risulta che p_0 è il minimo valore che la pressione assume nel campo del moto. Sui peli λ'_1 e λ'_2 la pressione avrà invece il valore massimo

$$p' = p_0 + \frac{1}{2}(V_0^2 - V'^2).$$

Il liquido in quiete della regione A_0 (che è a contatto con A lungo λ_1 e λ_2) ha quindi la pressione p_0, mentre quello, pure in quiete, della regione A' (che è a contatto con A lungo λ'_1 e λ'_2) ha la pressione $p' > p_0$.

Ne segue che per la possibilità del fenomeno nelle due regioni A_0 ed A' deve esservi una pressione *diversa*, la pressione minore essendo quella della regione A_0, la quale viene attraversata dalla vena G_0.

L'eccesso di pressione è: $p' - p_0 = \frac{1}{2}(V_0^2 - V'^2)$.

§ 4. — La funzione $f(t)$.

La relazione analitica $z = z(t)$, che permette di passare dai punti di R a quelli di A (relazione ancora incognita, ma di cui a priori si può assicurare l'esistenza) permette di considerare la f quale funzione dei punti di R. Le condizioni per la f al contorno di A, stabilite dalle (2), si trasportano inalterate nelle parti corrispondenti del contorno di R e definiscono la $f(t)$ a meno di una inessenziale costante reale, che conveniamo di assumere in modo che sia $f(i\tau') = 0$.

Introduciamo la funzione ellittica p di WEIERSTRASS, coi semiperiodi $\omega = \alpha$, $i\omega' = i(\tau_0 - \tau')$ e poniamo

$$u = t - i\tau' \ , \ u_1 = t_1 - i\tau' \ , \text{ ecc.}$$

La funzione $f(t)$ cercata, è la seguente

$$(6) \qquad f(t) = \frac{q_1}{\pi} \log \frac{p\,u - p\,u_1}{p\,u - p\,u_0} + \frac{q_2}{\pi} \log \frac{p\,u - p\,u_2}{p\,u - p\,u_0} \ ,$$

(*) Cfr. la nota (**) a pag. 315.

Digitized by Google

colla determinazione $i\pi$, per $u = i\omega'$, per la parte immaginaria del 1° logaritmo, $-i\pi$, per $u = \omega + i\omega'$, per la parte immaginaria del 2° logaritmo (*).

§ 5. — Corrispondenza tra il campo del moto ed il rettangolo.

Dalla (1) si ha, per la (3), $dz = e^{it}\,df$, cioè per la (6)

$$dz = \frac{e^{it}}{\pi}\,F(u)\,p'u\,dt,$$

ove si è posto, per brevità,

$$(7)\qquad F(u) = \frac{q_1}{p u - p u_1} + \frac{q_2}{p u - p u_2} - \frac{q_1 + q_2}{p u - p u_0}.$$

Essendo $z = 0$ per $t = 0$, la precedente, integrata, fornisce la relazione

$$(8)\qquad z = \frac{1}{\pi}\int_{t\,\tau'}^{t} e^{it}\,F(u)\,p'u\,dt,$$

che stabilisce la corrispondenza cercata tra i due campi A ed R. Essa individua pertanto il campo del moto; assieme alla (6) — oppure alla (3) — essa individua ancora la velocità in ogni punto di A.

Val la pena di notare i seguenti casi limiti:

a) $\tau_1 = \tau_0\ (= \tau')$; la parete μ_1 (μ'_1) sparisce ed è sostituita dal pelo λ_1 (λ'_1) che si estende indefinitamente anche a monte;

b) $\tau_1 = \tau_2 = \tau_0\ (= \tau')$; entrambe le pareti μ_1 e μ_2 (μ'_1 e μ'_2) sono sostituite dai peli λ_1 e λ_2 (λ'_1 e λ'_2);

c) $\tau' = -\infty$; i peli λ'_1 e λ'_2 spariscono e le pareti μ'_1 e μ'_2 hanno l'estremo al finito in comune.

(*) Per constatare che la (6) soddisfa ai requisiti richiesti si tenga presente che sul contorno di R, percorso nel senso positivo, a partire dall'origine, la $p\,u$ decresce per valori reali da $+\infty$ a $-\infty$.

Digitized by Google

§ 6. — Le costanti del problema.

Nel proporre il problema vien spontaneo di porre quali *dati* le portate dei canali, la loro configurazione e posizione reciproca, che sono determinate qualora si diano le luci Ω_1 ed Ω_2, le ubicazioni degli estremi delle pareti e l'angolo β. Deve essere dato ancora (§ 1) la determinazione β o $2\pi - \beta$ dell'angolo a.

In generale però il sistema di canali così determinato non può essere dato completamente ad arbitrio.

Per provarlo, premettiamo che avendo scelto il sistema di riferimento col semiasse $O, -x$ coincidente con la parete μ'_1, per fissare gli estremi delle pareti dei canali basta dare le ubicazioni dei punti O', M_1, ed M_2, cioè due parametri per O', uno per M_1, un'altro per M_2 giacendo M_1 su μ_1, M_2 su μ_2.

Nell'integrale generale (8) compaiono le costanti

$$q_1 , q_2 , \Omega_1 , \Omega_2 , a , \vartheta_0 , \tau_0 \text{ e } \tau'.$$

(In funzione di q_1, q_2, Ω_1 ed Ω_2 le (5) determinano τ_1 e τ_2). Esse devono soddisfare a quattro relazioni reali indipendenti: due si ottengono imponendo al secondo membro della (8) di coincidere per $t = a + i\tau'$ colla z del punto O'; le altre due imponendo ancora al secondo membro della (8) di coincidere per $t = i\tau_0$ e $t = a + i\tau_0$ ordinatamente colla z dei punti M_1 e M_2.

Tre di queste relazioni determinano τ', ϑ_0 e τ_0; la rimanente deve essere soddisfatta da q_1, q_2, Ω_1, Ω_2, a e dai quattro parametri che determinano le z dei punti O', M_1, M_2.

Una di tali grandezze pertanto è determinata, fissate le rimanenti. Ad es. per un dato sistema di canali, fissato a, il problema è possibile solo quando il rapporto delle portate ha un valore ben determinato, che dipende da a e dallo speciale sistema di pareti rigide.

Supposto invece date le portate e la configurazione separatamente di ciascun canale, ma non la reciproca posizione, la condizione accennata equivale a ridurre a due i tre gradi di libertà che corrispondono alle ∞^3 posizioni distinte che un canale (G_2 ad es.) può assumere rispetto all'altro (G_1).

Di ciò si deve tener conto volendo realizzare un moto che sia un modello di quello da noi studiato.

Nel caso in cui le pareti di G_1 sono simmetriche di quelle

Digitized by Google

di G_2, rispetto ad una retta (in tal caso è pure simmetrico il campo del moto rispetto alla retta stessa) la condizione indicata — mi limito ad asserirlo — risulta automaticamente soddisfatta.

§ 7. — Ubicazione del punto di raccordo P.

La z del punto P, nel quale si raccordano le linee λ'_1 e λ'_2 si ricava dalla (8) ponendovi $t = \vartheta'$.

Per determinare ϑ' si noti che il potenziale della velocità φ è sempre crescente lungo le linee di flusso, nel senso del moto; perciò nel percorrere il tratto di linea di flusso costituita da λ'_1 e λ'_2 la φ deve presentare un massimo in P, invertendosi il senso del moto attraverso questo punto lungo la linea stessa. È quindi $d\varphi = 0$ in P, e cioè per

$$t = t' = \vartheta' + i\tau'.$$

Poichè sul lato $\tau = \tau'$ di R, immagine di λ'_1 e λ'_2, ψ è costante, vi è $d\varphi = df$; si ha dunque $df = 0$ per $t = t'$, ossia per la (6), tenuta presente la (7),

$$F(\vartheta') = 0. \tag{9}$$

La radice di questa equazione compresa tra 0 ed a è la ϑ' cercata.

§ 8. — Equazioni delle linee λ.

Dalla (8) si possono ricavare le equazioni parametriche delle linee λ, nella variabile ϑ, facendovi

$$t = \vartheta + i\tau', \begin{cases} 0 \leq \vartheta \leq \vartheta' & \text{, su } \lambda'_1; \\ \vartheta' \leq \vartheta \leq a & \text{, su } \lambda'_2; \end{cases} \qquad t = \vartheta + i\tau_0, \begin{cases} 0 \leq \vartheta \leq \vartheta_0 & \text{, su } \lambda_1; \\ \vartheta_0 \leq \vartheta \leq a & \text{, su } \lambda_2. \end{cases}$$

Tali equazioni però, e così la (8), non sono riuscito a porre sotto forma finita, pur introducendo le ordinarie trascendenti ellittiche.

I peli λ tuttavia si possono definire analiticamente in forma finita. Infatti sia s l'arco contato su una generica λ, positivamente nel senso del moto (nel qual senso φ cresce), a partire dal punto, ove esso si raccorda colla parete rigida,

Digitized by Google

ad un suo punto generico. Indicando con c il valore costante della velocità sul pelo considerato, la (1) ci fornisce

$$d\,s = \frac{1}{c}\,d\,\varphi\,,$$

da cui integrando

$$s = \frac{1}{c}\,(\varphi - \varphi^*)\,,$$

φ^* essendo il valore di φ per $s = 0$.

È questa una relazione, in termini finiti, della forma $s = s\,(\vartheta)$, che individua la linea λ considerata e che permette anche la sua costruzione per punti.

Dalla precedente si può ricavare, derivando rispetto a ϑ, il raggio ϱ di curvatura, espresso pure in termini finiti, in funzione di ϑ.

Si avrebbe ad es., per i punti di λ'_1 e λ'_2:

$$\varrho = \frac{1}{\pi}\,F\,(\vartheta)\,p'\,(\vartheta) \quad , \quad 0 \leq \vartheta \leq \alpha\,,$$

la quale, essendo secondo la (9) $F\,(\vartheta') = 0$, mette in rilievo che nel punto P la linea costituita da λ'_1 e λ'_2 ha una cuspide come in base alla natura stessa del problema avevamo già potuto affermare.

Digitized by Google

UNA FALDA DI SOVRASCORRIMENTO A S. PELLEGRINO

Nota del prof. G. B. Cacciamali

(Adunanza del 7 marzo 1918)

Due problemi geologici riflettenti i dintorni di S. Pellegrino, in V. Brembana, mi ero proposto di studiare e di risolvere durante il mio soggiorno nello scorso estate in quel sito di cura: pel primo problema trattavasi di stabilire l'età, ossia la posizione seriale, di quegli schisti neri che, più o meno in connessione colla dolomia principale, largamente affiorano in detta località; e pel secondo trattavasi di stabilire se i lembi raibliani che, avendo detta dolomia e sopra e sotto, affiorano in due serie rispettivamente sui due versanti della valle a S. Pellegrino potessero spiegare la propria singolare posizione col fatto d'un carreggiamento.

Ad occuparmi del primo problema fui indotto da osservazioni già fatte nel 1909 in una mia fugace visita a S. Pellegrino. Avevo l'anno prima studiati in dintorni di Lodrino e di Lumezzane (V. Trompia), dove in quella dolomia principale sono largamente intercalati schisti neri; e quanto vidi a S. Pellegrino mi persuase che anche qui si dovesse trattare di schisti constratificati alla dolomia anzichè di schisti infraliassici, come unanimemente è ammesso dai geologi, a cominciare dall'Hauer (1858), dal Curioni (1877) e dal Varisco (1881) per venire fino ai nostri contemporanei. Si ricordi come anche a Vello, sul lago d'Iseo, si presentino schisti neri che già Ragazzoni, Curioni e Salmojraghi riconobbero intercalati alla dolomia principale, mentre più tardi vennero inesattamente ascritti all'Infralias del Baltzer (1901) e del Tilmann (1909): e si ricordino pure le conosciutissime analoghe intercalazioni in varî punti della V. Seriana. Non dobbiamo poi dimenticare che i dati paleontologici che possediamo sugli schisti di S. Pellegrino sono troppo scarsi, e che mentre in un punto (presso

Digitized by Google

la parrocchia) il Varisco cita la presenza dell'*Aviculà contorta*, caratteristica del Retico, in un altro punto (a sud di S. Rocco, sulla sponda del Brembo) l'Escher von der Linth aveva già fin dal 1853 indicate impronte di *Calamites*, vegetale caratteristico del Trias e mancante al Retico. Nelle mie gite dello scorso estate mi occupai dunque del problema; e per quanto detti schisti non mi abbiano mai offerti fossili, il loro esame petrografico e stratigrafico, in confronto anche con quello degli schisti riccamente fossiliferi e sicuramente infraliassici delle vicine località di Sussia e di Viciarola, mi riconfermerò nella mia prima ipotesi, non essere cioè gli schisti neri di S. Pellegrino che una *facies* della dolomia principale; però tale conclusione non ritengo definitiva che per la massima parte di essi, ammettendo la possibilità che in qualche punto si possa effettivamente trattare di schisti retici. La questione dunque non è sufficentemente matura per esser svolta come si conviene, e mi riserbo quindi di far ciò se e quando mi sarà dato rinnovare ricerche, osservazioni e confronti.

Ad occuparmi del secondo problema, il quale forma oggetto della presente nota, fui indotto dopo che, a datare dal 1910, potei dimostrare la presenza nelle prealpi bresciane di numerosi sovrascorrimenti da nord a sud, inquantocchè tali fatti tectonici — di cui dissi e nei Commentari dell'Ateneo di Brescia e nel Bollettino della Società Geologica Italiana — richiamarono la mia attenzione e su analoghi fatti offerti dalle Grigne e dal Resegone ed illustrati dal Philippi (1895-1899), e sui sovrascorrimenti nella plaga della Presolana segnalati dal Porro (1903), ed infine tanto su quei lembi di Raibl di S. Pellegrino che furono ben messi in evidenza dal Caffi (1904), quanto sulla ipotesi che a spiegare la presenza degli stessi lembi emise il Taramelli in una nota del 1908 a questo Istituto. In detta nota è solo in via incidentale che il Taramelli ricordando quei due allineamenti raibliani li spiega coll'ipotesi di un accavallamento, per spinta da nord; in successive pubblicazioni egli anzi abbandona del tutto l'ipotesi stessa; ma di questa io mi impadronii, e reputo di aver raggiunto le prove della realtà d'un carreggiamento. Per ottenere ciò dovetti naturalmente da S. Pellegrino estendere il campo delle mie esplorazioni, le quali infatti a nord si spinsero fino a S. Giovanni Bianco, a sud fino oltre Zogno, e ad ovest ed est rispettivamente fino ai spartiacque tra la V. Brembana e le valli di Brembilla e di Serina. Nella plaga così delimitata mi si palesò completo il dispositivo tectonico di un carreggia-

Digitized by Google

mento: poco a monte di S. Rocco abbiamo nel Raibl le radici, ossia l'anticlinale generatrice della falda di copertura, anticlinale che costantemente si palesa all'orlo del paese retrostante a tali falde; dai due versanti di S. Rocco fino a Zogno si distende la blanda copertura; da S. Rocco stesso fino poco oltre a sud di S. Pellegrino l'incisione del Brembo ha aperta nella copertura una gran finestra mostrante il corrugatissimo substrato; a Zogno ed alquanto oltre a sud si mostra la fronte della falda colla sinclinale coricata di raccordo tra copertura e substrato, sinclinale che è la caratteristica dell'orlo del paese antistante alle falde carreggiate.

Ma veniamo senz'altro ad una particolareggiata descrizione dei fatti. Nella massa raibliana che si distende a monte di S. Rocco il Deecke ebbe già fin dal 1885 a precisare una sinclinale con asse toccante circa S. Giovanni Bianco e Dossena, seguita da un'anticlinale ad asse passante poco a sud di Fuipiano e di S. Gallo; esaminiamo quest'ultima, ed esaminiamola innanzi tutto in sezione trasversale coladdove l'incisione del Brembo ne mise allo scoperto il nocciolo, vale a dire nel tratto tra il ponte ferroviario a sud di S. Giovanni e S. Rocco; detto nocciolo anticlinale, costituito dall'orizzonte raibliano più basso, ossia dalle arenarie rossastre, ci rivelerà tosto due fatti importanti: 1.° Che mentre sul proprio fianco nord gli strati hanno pendenza molto blanda (circa 20°), l'immergenza degli strati del fianco sud è piuttosto considerevole (circa 35°-40°). 2.° Che mentre verso nord (sulla sinclinale), come anche ad ovest e ad est (sulle due prosecuzioni, meno abrase, dell'anticlinale) le arenarie rossastre vengono coperte dal secondo orizzonte raibliano, da quello cioè delle arenarie, delle marne e dei calcari grigio-cinerei fossiliferi, verso sud questo secondo orizzonte manca, ed a S. Rocco quindi le arenarie rossastre vengono a diretto contatto della dolomia.

Il primo fatto è molto suggestivo, come indizio che qui si abbia a fare colle radici di una falda, ogni falda essendo generata da un'anticlinale coricata, ed ogni anticlinale coricata che sia stata abrasa avendo lasciato appunto come cicatrice un nocciolo anticlinale dissimmetrico; il nostro nocciolo infatti non può essere che il residuo di un'anticlinale un tempo assai più sviluppata e coricata a sud, anticlinale di cui del resto devono tuttora sussistere le prosecuzioni est ed ovest, le quali si mostreranno, o piuttosto riveleranno successivamente i propri elementi, mano mano che ci allontaniamo dal punto di massima abrasione, ossia mano

Digitized by Google

mano che risaliamo i due versanti della valle. Ad est infatti se risaliamo la V. d'Antea non tarderemo a trovare che le pendenze a sud di quegli strati di Raibl raggiungono talvolta anche alto grado; ai Mulini di Dossena osserveremo anzi che mentre alla nostra destra giù nel torrente gli strati passano sotto la dolomia quasi orizzontali, sulla strada presentano immergenza di circa 60°; più su si raggiunge poi l'ala normale dell'anticlinale, con strati di nuovo pressochè orizzontali e passanti sotto la dolomia di M. Gioco. Qualche cosa di analogo si può osservare ad ovest: così per esempio sulla mulattiera S. Pellegrino-Fuipiano la pendenza fortissima a sud degli strati del Raibl che poco prima di casa Pagacorna succede alla dolomia; e così più oltre ad ovest, e quindi più in alto, la quasi orizzontalità degli strati dell'ala normale dell'anticlinale (nord di Ca Brusate e fianco nord di M. Molinasco). Abbiamo dunque sostanzialmente la piega a C dell'anticlinale coricata variamente offrentesi a seconda del grado e delle modalità dell'abrasione: in basso strati che si immergono sotto la dolomia, poi strati che si raddrizzano, ed in alto strati che mentre si sovrappongono alla predetta dolomia, sopportano altra massa della stessa formazione.

L'altro fatto offerto dal nocciolo anticlinale, il fatto cioè dell'anormale contatto a S. Rocco tra l'orizzonte inferiore raibliano e la dolomia, è pure molto suggestivo, perchè ci indica uno scorrimento che potrebbe benissimo essere connesso collo scorrimento d'una falda carreggiata. E di tale connessione avremo chiare prove seguendo ad ovest e ad est di S. Rocco l'andamento della linea di anormale contatto; vedremo prima di tutto che si tratta d'una linea spezzata ad angolo in corrispondenza di S. Rocco, ed i cui due segmenti indietreggiano rispettivamente verso NO e NE portandosi a livelli più alti, e poi ritornano verso sud sempre innalzandosi; la linea ha quindi andamento spiraloide, che in projezione planimetrica dà una figura di M, ed in sezione N-S risponde ad una piega a C. Ora tutto ciò è appunto la caratteristica della linea d'affioramento dei contatti anormali offerti verso le proprie radici da ogni falda carreggiata che sia stata trasversalmente incisa da una valle. Vedremo poi ancora come lungo la nostra linea vada mutandosi il contatto anormale tra dolomia e Raibl, la massa dolomitica racchiusa nel C venendo dal basso all'alto, lungo il C stesso, successivamente a contatto dei diversi membri raibliani dell'ala superiore dell'anticlinale, dapprima cioè colle arenarie rossastre, poi colla for-

Digitized by Google

mazione grigio-fossilifera, ed infine colle marne policrome associate a calcari dolomitici trasformati in tufo giallo, orizzonte che chiude la serie raibliana. Tale massa dolomitica vien dunque ad avere Raibl tanto sotto che sopra; ma mentre in profondità per successiva comparsa dei membri raibliani mancanti, deve presto raggiungersi il raccordo, in alto il raccordo non viene raggiunto, e la discordanza diviene discordanza di carreggiamento. Si è così costituita una falda: la massa dolomitica col Raibl sottostante (completo) ne diventa il substrato, ed il Raibl sovrastante (orizzonte superiore) colla dolomia che normalmente sopporta ne diventa la copertura.

Se le marne policrome ed i tufi gialli del Raibl non si presentano in modo continuo alla base della coltre, bensì in modo saltuario formando quelle due serie di lembi di cui più sopra si disse, non cessa per questo dal rivelarsi la continuità dell'accavallamento di dolomia su dolomia, la continuità quindi della superficie di scorrimento della coltre, e quindi ancora la continuità delle due linee di affioramento (le due gambe dell'M) della superficie stessa; e la rivelazione, dove manca la fortunata indicatrice guida dei detti lembi raibliani, vien data dal contatto anormale tra dolomia e dolomia, contatto anormale a sua volta rivelato dai due fatti seguenti: 1° Che alla dolomia di substrato sono associati gli schisti neri discussi, mentre la dolomia di copertura ne manca. 2.° Che questa si presenta in serie normale completa, cioè colla parte basale bruna, cavernoso-brecciata, fetida, e colla rimanente parte maggiore cinerea o biancastra, tipica.

L'andamento in planimetria delle dette due linee segnanti la separazione della coltre dal substrato è precisamente il seguente: la linea occidentale si stacca da quella di discontinuità radicale a nord di Ca Brusate, passa a queste case, si interna in V. di Alino seguendo il piede SE di M. Molinasco, riuscita da detta valle si interna in V. Borlezza, e riuscita anche da questa segue il piede est di Pizzo di Sole toccando le case Colle (presso la così detta Vetta della funicolare), si interna in V. dei Socchi e ne riesce seguendo il piede NE di M. Zucco; finisce alla Madonna di Caravaggio. La linea orientale si stacca da quella di discontinuità radicale circa ai Mulini di Dossena, e per Valborgo si dirige ai piedi occidentali di Corna Rondenina e di M. Gioco, passa poi a casa Filippo, a Salvarizza e sopra Piazzo alto (al piede ovest di M. Rabbioso), segue indi al piede NO di Corna Camozzera, tocca Frasnedello e finisce alle case Valcumina. Alla Madonna di Caravaggio

Digitized by Google

ed alle case Valcumina, poste rispettivamente sulla destra e sulla sinistra del Brembo e quasi fronteggiantisi, le due linee dunque si riuniscono (le due gambe dell'M si congiungono), e così — insieme alla linea di discontinuità radicale — esse vengono a circondare completamente un'area, la « conca di S. Pellegrino », avente all'incirca la forma di un cuore, colla parte orientale assai più sviluppata dell'occidentale; quest'area — misurante una lunghezza di circa due chilometri e mezzo (tra S. Rocco e Madonna di Caravaggio), ed una larghezza massima di circa tre e mezzo (tra la punta in V. d'Alino e Salvarizza) — è una *finestra* aperta dall'erosione nella copertura e mostrante il substrato.

Ora che ne conosciamo i limiti rispettivi, possiamo partitamente esaminare substrato e copertura: ci troveremo tosto davanti a due tectoniche affatto diverse, tormentata e dalle pieghe pigiate e compresse nel substrato, semplicissima e dagli andamenti dolci e blandi nella copertura, due tectoniche affatto diverse la cui concomitanza riusciva inesplicabile, e che alla luce della teoria dei carreggiamenti si spiega ora invece con grande chiarezza.

Nel substrato, verso le radici, devono necessariamente continuare le pieghe a C, che però presso il Brembo, per abrasione, presenteranno solo la parte inferiore, e quindi strati o verticali o fortemente scendenti a sud, ciò che di fatto l'osservazione ci rivela tanto da S. Rocco alle Terme sulla destra del Brembo, come da Ca dei Rizzi a Pradaria sulla sinistra. Sulla destra sono verticali gli strati della dolomia e degli schisti affioranti presso il chilometro 24 nell'alveo stesso del fiume (ove sono le fonti dette di S. Rocco), come sono verticali gli strati di tutto lo sperone dolomitico che si allunga tra V. d'Alino e V. Borlezza sopportando l'altopiano Piazza Cava-Torre (mozzicone di valle quaternaria), ciò che si può benissimo constatare guardando da Antea; nel tratto inferiore della V. Borlezza, dove la dolomia è profondamente incisa, questa mostra (sotto Pradello e Torre da un lato, al Mulino nell'alveo, e sotto Plecchio e Paradiso dall'altro lato) strati verticali, per quanto la verticalità non sia chiarissima, ed anzi in qualche punto gli strati sembrino invece orizzontali (forse corrispondendo all'incurvatura superiore del C); la verticalità degli strati nel dirupo che dal Paradiso scende alle Terme (ove sono le fonti dette di S. Pellegrino) si può notare anche dalla stazione ferroviaria.

Con tutta probabilità la presenza di dicchi di porfirite

Digitized by Google

dioritica a nord di Piazza Cava ed a sud di S. Rocco, nonchè le sorgenti semi-termali di S. Rocco e di S. Pellegrino, sono in relaziene colla locale verticalità di strati, tale disposizione tectonica avendo potuto facilitare la salita del magma, e favorendo la salita delle acque da zona relativamente profonda.

Sulla sinistra del Brembo il detrito impedisce di vedere la stratificazione nel massiccio dolomitico di Spettino, che degrada ad Antea e Balconcello; ma presso quest'ultima casa si mostrano strati scendenti a sud di circa 75° ed anche, almeno sembra, verticali; nel tratto inferiore poi di V. Sambussa, dalle omonime case al ponte tra Pradaria e l'officina elettrica, si mostrano gli schisti con inclinazioni a sud di circa 60° ed anche più.

Nella rimanente parte del substrato si notano pendenze varie, anche a nord, come negli schisti delle cave di Piazzo basso per la sinistra del Brembo, ed in quelli dell'alveo di V. dei Socchi presso la parrocchiale di S. Pellegrino per la sinistra; e si notano anche splendidi arricciamenti, come nella dolomia scura schistosa della Madonna di Caravaggio. Nel complesso si ha l'impressione trattarsi d'una sinclinale coricata presentante corrugamenti secondarî dovuti ad enormi pressioni subite. Si sa infatti che il moto da nord a sud della falda di copertura non è che la reazione ad una spinta più profonda che agì in senso contrario nel substrato, il quale quindi fu sottoposto a duplice pressione, orizzontale per la spinta da sud, verticale per la sovrastante falda agente da rullo compressore.

Passiamo ora alla detta falda, e vediamo innanzitutto a quali altezze essa poggi sui due limiti occidentale ed orientale della finestra. Il limite od orlo ovest presenta le seguenti quote: Ca Brusate 595, al più alto affioramento raibliano di V. d'Alino 750, al Raibl di V. Borlezza 650, al Raibl di Colle 650, al Raibl di V dei Socchi 500; e l'orlo est quest'altre: a Valborgo 682, al piede ovest di M. Gioco 1050, a Salvarizza 946, all'affioramento raibliano a SO di Piazzo alto 650, a Frasnedello 541. Come si può arguire da questi dati, la falda nel senso trasversale (ossia dello scorrimento) dapprima sale e poi discende, dimostrando d'essere una falda a cupola, onde si spiega come l'erosione abbia potuto aprirvi così ampia finestra; e nel senso longitudinale (ossia del corrugamento) dimostra di possedere una discreta salita assiale verso est (discesa assiale verso ovest), le rispettive culminazioni dei due orli presentando una differenza altimetrica di circa 300 metri.

Digitized by Google

Tale non orizzontalità dell'asse della falda spiega molti fatti che si riferiscono alla distribuzione delle formazioni nella copertura stessa: già s'è detto come alla base di questa, a parte i lembi di marne policrome e tufi gialli del Raibl superiore, si presenti la dolomia fetida, ossia l'orizzonte inferiore della dolomia principale, cui sovrasta la massa maggiore, tipica, della dolomia stessa; ora, mentre a mattina a costituire la copertura non interviene, fuori della nominata, alcun'altra formazione, e la dolomia principale si estende quindi fino a formare la cresta partiacque tra la V. di Serina e la V. Brembana (M. Gioco, Pizzo Rabbioso, Corna Camozzera, Pizzo di Spino), a sera detta dolomia anzichè estendersi fino a formare la cresta partiacque tra V. Brembana e V. di Brembilla (M. Sornadello, M. Foldone, Castel Regina, Pizzo Serra) resta più bassa, e non forma che una serie montuosa (M. Molinasco, Pizzo del Sole, M. Zucco) posta interamente sul versante di V. Brembana, cosicchè a costituire la copertura intervengono anche formazioni sovrastanti alla dolomia stessa: ecco infatti al di là della dolomia della serie montuosa predetta, ad una quota intorno ai 1000 metri, l'Infralias di Viciarola e di Sussia, ed ancor più oltre, a formare la cresta partiacque, ecco un calcare bloccoso, più o meno dolomitico, che può spettare al Sinemuriano inferiore e corrispondere alla così detta *Corna* del Bresciano.

La dolce, chiara e regolare pendenza ad ovest che presentano gli strati della dolomia principale (così sotto Viciarola sul versante sinistro dell'alta V. Borlezza, e sotto Sussia al M. Zucco) continua nelle superiori formazioni, che sono quindi in perfetta concordanza; la successione dei varî orizzonti, dalla dolomia al piano ad *Avicula contorta*, a quello a *Conchodon infraliassicus* ed alla presunta parte basale del Lias, è assolutamente regolare e completa; nessuna piega o rigetto che possa in alto far ricomparire la dolomia principale si presenta, e quindi dobbiamo confermare che la cresta partiacque sia costituita da Lias, fatto del resto identico a quello già noto offerto dalla costiera separante V. Brembilla da V. Imagna. Che la roccia della cresta tra il Sornadello ed il Serra non sia, come venne ritenuto, dolomia principale, risulta anche dalla forma stessa del profilo: invano si cercherebbero infatti su detta cresta i caratteristici pinnacoli di erosione di quella dolomia, chè vi si vedono invece le morbide linee che caratterizzano i monti calcarei; nè il dirupo a picco che offre Castel Regina dal lato di S. Pellegrino ci può mettere in dubbio, simili dirupi non mancando nel calcare bloccoso del Lias inferiore.

Digitized by Google

Va da sè che la presenza ivi del Lias inplica necessariamente la continuità — non solo sul versante di V. Brembilla, ciò che è già noto, ma anche su quello di V. Brembana — dell'affioramento infraliassico sottostante, implica cioè: che l'Infralias della V. Brembilla per Catrimerio si leghi a quello di Sussia; che tra Sussia e Viciarola non vi sia già interruzione, bensì restringimento planimetrico della fascia infraliassica, dovuto all'erosione retrograda di V. Borlezza; che identico fenomeno si presenti oltre Viciarola, in corrispondenza di V. Grande; e che infine questa fascia infraliassica brembana vada verso nord a collegarsi coll'Infralias di V. Taleggio. Tali fatti ho effettivamente, almeno in parte, potuto constatare.

A sud della finestra di S. Pellegrino l'integrata copertura, costituita da dolomia principale, continua verso sud fino a Zogno, e più precisamente fino ad una linea E-O che coincide coll'alveo della valletta di Grumello dei Zanchi (affluente di sinistra del Brembo) e colla prima parte del tratto E-O del Brembo (perocchè a Zogno questo fiume piega bruscamente a sera, per non riprendere che oltre Sedrina la direzione sud). Tale copertura è però profondamente incisa e dal Brembo stesso e, sulla sinistra di questo, dal torrente Ambria che isolò dal Pizzo di Spino le alture di Endenna e Somendenna, mentre a destra del Brembo nessuna forte incisione porta soluzione di continuità tra M. Zucco e le sue propaggini meridionali; la V. d'Ambria o di Serina anzi mette a giorno il substrato, costituito, come quello di S. Pellegrino, da dolomia e da schisti neri. A questo proposito, in V. Ambria trovandosi la fonte Bracca, la cui acqua è analoga a quella di S. Pellegrino e di S. Rocco, mi pare il caso di rilevare il fatto che mentre agli schisti della dolomia corrisponde questo tipo di sorgenti minerali, agli schisti indubbiamente retici corrisponde altro tipo di sorgenti minerali, di cui sono esempî le fonti di S. Omobono (V. Imagna) e di Gaverina e di Spinone (V. Cavallina).

Anche tra Ambria e Zogno sono aperte piccole finestre lungo il corso del Brembo, mettenti a giorno il substrato (con schisti della dolomia o con schisti retici non discuto); questa circostanza, unita all'altra che la dolomia principale qui in basso si presenta col proprio orizzonte inferiore « dolomia fetida », dimostra che la falda di scorrimento, arcuata a S. Pellegrino, è qui pressochè orizzontale. Va da sè che sulle alture alla dolomia fetida continua a sovrapporsi la massa tipica della dolomia principale, e che ad occidente a questa continua a sovrapporsi l'Infralias dapprima cogli schisti, poi coi calcari, i

Digitized by Google

quali ultimi, dopo il M. Serra (e cioè per il valico tra Sussia e Catrimerio, per S. Antonio abbandonato e per Corna Rossa), costituiscono il partiaque tra il Brembo ed il Brembilla.

E passiamo ora all'esame della fronte della falda. Mentre, come s'è detto, la superficie di posa della coltre è suborizzontale, le formazioni del partiacque ultimo nominato si vanno abbassando, e l'Infralias viene infine a toccare il Brembo nel tratto fra Sedrina e la valletta che sta a mattina degli splendidi arricciamenti di Corna Rossa e ad un chilometro e mezzo a sera di Zogno. I detti arricciamenti dei calcari retici non possono non esser notati anche da chiunque passi in ferrovia; ed in detta valletta si trovano gli schisti a bactrillii. L'Infralias toccato il Brembo lo attraversa piegando bruscamente ad est e seguendo quindi la sponda sinistra del fiume e la sinistra di V. Grumello; l'orizzonte degli erodibilissimi schisti deve esser stato anzi la determinante e di detta V. Grumello e della locale direzione verso ovest del Brembo. Tale andamento dell'Infralias indica chiaro che siamo qui al limite meridionale o fronte della falda; ma ciò non potrebbe esser provato in modo esauriente se qui stesso non si presentassero quei dispositivi tectonici, od almeno dei resti non abrasi sui quali costruire quei dispositivi tectonici che caratterizzano ogni fronte di falda carreggiata; vediamo.

È noto che in questi fenomeni di carreggiamento il nocciolo della falda viene costituito dalla formazione più massiccia e meno plastica (nel nostro caso la dolomia principale), mentre le formazioni meno massiccie e più plastiche (nel caso nostro l'Infralias ed il Lias) costituiscono il rivestimento o guscio della falda e stabiliscono i raccordi. Ogni falda essendo poi in ultima analisi un'anticlinale coricata, o derivando da un'anticlinale coricata, deve al proprio fronte presentare la cerniera dell'anticlinale, ossia il rivestimento incurvato a C colla concavità rivolta in senso contrario a quella del C sinclinale che abbiamo visto nel substrato davanti alle radici. Inoltre la gamba rovescia della cerniera deve, almeno per un certo tratto, incunearsi sotto il nocciolo, per poi riuscirne più in basso in gamba normale, determinando così una sinclinale coricata, che in ultima analisi è ancora la sinclinale del substrato; attuati i raccordi, questa gamba normale riuscente va a costituire il paese antistante.

Nel caso nostro dunque, per quanto la fortissima abrasione abbia molto asportato, rimangono tuttavia traccie sufficentemente evidenti dell'ora ricordato dispositivo tectonico. Così percor-

Digitized by Google

rendo sulla sinistra del Brembo la strada da Grumelle a Stabello passeremo davanti a spendidi liscioni rocciosi fortemente scendenti a nord: sono superfici di strati dei calcari retici che s'immergono sotto la dolomia della destra del Brembo, rimanendo certo nascosti dallo stretto piano alluvionale gli interposti schisti; ed eccoci quindi in presenza dell'ala rovescia della cerniera. Ma il rivestimento della falda comprende anche il Lias, che porta ancor più a sud la cerniera, la parte liassica della cui ala inversa, osservabile per esempio a Sedrina in quegli strati rovesciati, non si spinge già più sotto la falda, il raccordo essendo stato ormai raggiunto a mezzo dell'Infralias. Del resto per concludere sull'avanzamento della nostra falda, anche considerandone solo il nocciolo, possiamo calcolare, dalle radici raibliane dunque al fronte dolomitico, — che forse a Zogno giungeva un pò più a sud che non ora (si ricordi che sulle alture ad est di Poscante, dove è mancata la forte abrasione, la dolomia principale si spinge alquanto più a sud) — un percorso di circa 8 chilometri.

Quanto al suo andamento longitudinale, la nostra falda deve evidentemente proseguire tanto ad ovest del cordone M. Sornadello-M. Serra, quando ad est del cordone M. Gioco-Pizzo di Spino, cordoni montuosi che sono semplici catene partiacque trasversali; dobbiamo quindi cercare dette prosecuzioni; ma le nostre ricerche saranno presto frustrate del fatto di quella discesa o salita assiale di cui già ci occupammo. Consideriamo infatti che una falda ci si manifesta solo in quanto sia messa in evidenza la superficie di discordanza tra substrato e copertura; fosse visibile la sola copertura o lo fosse il solo substrato, direttamente la falda a noi non si rivelerebbe affatto; ed ecco appunto che questi due casi si presentano rispettivamente a sera ed a mattina della plaga esaminata. A sera, per la discesa assiale, non affiora che copertura, e la superficie di discontinuità è sepolta, nè viene menomamente raggiunta dalle incisioni di V. Brembilla e di V. Imagna; solo più oltre, un rigetto N-S riporta in alto le formazioni dianzi sepolte, ed ecco che ricompare anche la falda al Resegone di Lecco, dove abbiamo dolomia principale su Infralias.

A mattina invece, per la salita assiale, la copertura è via via sempre più abrasa, finchè non si mostra che substrato; solo in V. Serina possono essere ancora proficue le nostre ricerche: si ripete qui infatti, a sud di Serina, la spinta in avanti del Raibl in corrispondenza dell'alveo della valle, ed è quindi verosimile che in detta valle si ripeta anche quell' M

Digitized by Google

riscontrata in V. Brembana, un M. però a gambe non ricongiungentisi, e tenentisi molto in alto rispettivamente sotto i crinali delle due catene partiacque, quella cioè verso la V. Brembana (da M. Gioco in giù), e quella verso la V. Seriana (da M. Alben in giù). Ad est di V. Serina un accavallamento non ricompare che molto oltre, e cioè nell'alta V. Trompia, dove abbiamo schisti cristallini addossati a formazioni permo-triassiche.

Solo dunque in V. Brembana ed in V. Serina si presentano le condizioni neccessarie per il mostrarsi della nostra falda, che potremo per conseguenza denominare « falda M. Sornadello-M. Gioco-M. Alben ».

Digitized by Google

DEFORMAZIONI LONGITUDINALI E TRASVERSALI DI UN CORPO ELASTICO OMOGENEO ED ISOTROPO (*)

Nota IIª di Rocco Serini

(*Adunanza del 21 marzo 1918*).

Nella presente seconda nota completo il problema del suolo, studiandone le deformazioni trasversali. Passo in seguito al problema della sfera, del quale ottengo la soluzione pel caso delle deformazioni longitudinali, mentre per quello delle deformazioni trasversali viene accennata la risoluzione deducibile dalla ordinaria.

Nel mentre ringrazio l'Istituto per la cortese ospitalità al mio modesto lavoro, mi propongo in una terza nota di esporre i risultati ottenuti nel problema generale.

§ 5. *Deformazioni trasversali.* La condizione rot $\boldsymbol{s} = 0$, come vedemmo nel precedente §, porta come conseguenza

$$\text{div } \boldsymbol{s} = 0. \tag{24}$$

Cioè, nel caso del suolo, una deformazione longitudinale deve essere anche trasversale, non però viceversa.

Siccome div $\boldsymbol{s}$ è armonica, perchè sia soddisfatta la (19) basterà che lo sia in superficie quindi dovrà essere

$$\frac{\partial S_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial S_{y_1}}{\partial y_1} + \left(\frac{\partial S_z}{\partial z}\right)_{z=0} = 0. \tag{24'}$$

I due primi termini sono immediatamente noti, dati S_{x_1}, S_{y_1}. Dalla (24') ricaveremo $\left(\frac{\partial S_z}{\partial z}\right)_{z=0}$, cioè la derivata

(*) Vedi Iª Nota. Rendiconti Istituto Lombardo. Adunanza del 17 gennaio 1918.

Digitized by Google

normale di S_z che, essendo armonica (*), è con ciò determinata. Lo è quindi anche S_z.

Si osservi a tal uopo che dalla 24') si ricava

$$\left(\frac{\partial S_z}{\partial z}\right)_{z=0} = -\left(\frac{\partial S_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial S_{y_1}}{\partial y_1}\right); \tag{25}$$

e quindi (**)

$$\int_\sigma \left(\frac{\partial S_z}{\partial z}\right)_{z=0} d\sigma = -\int_\sigma \left(\frac{\partial S_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial S_{y_1}}{\partial y_1}\right) d\sigma = 0,$$

come deve essere per la derivata normale di una funzione armonica.

La deformazione è perfettamente determinata essendo

$$S_x\ ,\ S_y\ ,\ S_z\ ,$$

le funzioni armoniche che hanno in superficie rispettivamente, valore S_{x_1}, valore S_{y_1}, derivata normale

$$-\left(\frac{\partial S_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial S_{y_1}}{\partial y_1}\right).$$

Se sono dati F_{x_1}, F_{y_1}, F_{z_1} ricordiamo che, per la (24), dalle (I'') si ricava

$$F_{x_1} = -2\omega^2\left(\frac{\partial S_x}{\partial z}\right)_{z=0}, \ldots\ldots, \ldots\ldots \tag{26}$$

mentre le condizioni di equilibrio

$$\int_\sigma F_{x_1}\, d\sigma = \int_\sigma F_{y_1}\, d\sigma = \int_\sigma F_{z_1}\, d\sigma = 0,$$

assicurano che le (26) danno effettivamente derivate di funzioni armoniche.

Dovremo perciò avere

$$S_x = -\frac{1}{2\pi}\int_\sigma \left(\frac{\partial S_x}{\partial z}\right)_{z=0} \frac{d\sigma}{r} = \frac{1}{4\pi\omega^2}\int_\sigma F_{x_1}\frac{d\sigma}{r}\ , \tag{27}$$

dove r è la solita distanza del punto $(x\ y\ z)$, con $z > 0$, dal punto $(x_1\ ,\ y_1\ ,\ 0)$, con formole analoghe per S_y, S_z.

(*) Si vede dalle equazioni fondamentali (1) supponendovi div $\mathbf{s} = 0$.

(**) Vedi MORANDI, l. c. p. 164 formola (5).

Digitized by Google

Rimane a verificare che le (27) soddisfano la (24) cioè che è

$$\operatorname{div} \boldsymbol{s} = \frac{1}{4\pi\omega^2} \int_\sigma \left(F_{x_1} \frac{\partial 1/r}{\partial x} + F_{y_1} \frac{\partial 1/r}{\partial y} + F_{z_1} \frac{\partial 1/r}{\partial z} \right) d\sigma = 0 .$$

Ricordiamo perciò che

$$\frac{\partial 1/r}{\partial x} = - \frac{\partial 1/r}{\partial x_1} , \quad \frac{\partial 1/r}{\partial y} = - \frac{\partial 1/r}{\partial x_1} ,$$

ed integriamo per parti i due primi termini. Avremo [vedi nota (*)]

$$\int_\sigma F_{x_1} \frac{\partial 1/r}{\partial x} d\sigma = - \int_\sigma \frac{\partial F_{x_1}}{\partial x_1} \frac{d\sigma}{r} ,$$

con formola analoga pel secondo integrale.

Bastando sia verificata la (24) per $z = 0$, si dovrà avere

$$(28) \qquad \int_\sigma \left(\frac{\partial F_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial F_{y_1}}{\partial y_1} \right) \frac{1}{r_1} d\sigma_1 - \frac{1}{2\omega^2} F_{z_1} = 0 ,$$

essendo r_1 la distanza del punto $(x, y, 0)$ dal punto $(x_1, y_1, 0)$ di $d\sigma_1$.

In particolare soddisfano alla (28) le condizioni

$$\frac{\partial F_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial F_{y_1}}{\partial y_1} = 0 \quad , \quad F_{z_1} = 0 .$$

Se sono dati S_{x_1} , S_{y_1} , F_{z_1} osservando che dalla terza delle (26)

$$F_{z_1} = - 2\omega^2 \left(\frac{\partial S_z}{\partial z} \right)_{z=0} ,$$

otteniamo immediatamente dalla (24')

$$(29) \qquad \frac{\partial S_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial S_{y_1}}{\partial y_1} - \frac{1}{2\omega^2} F_{z_1} = 0 .$$

Finalmente dati F_{x_1} , F_{y_1} , S_{z_1} sarà S_z determinata siccome se ne conoscono i valori in superficie. Ma si potrà allora determinare $\left(\frac{\partial S_z}{\partial z} \right)_{z=0}$ e quindi F_{z_1}; introducendo quest'ultimo valore in (28) si ha la condizione richiesta.

Digitized by Google

Problema della sfera.

§ 6. *Coordinate polari. — Alcune formole.* Per il problema della sfera è conveniente scegliere il sistema delle coordinate polari col centro della sfera per origine, appunto perchè la superficie del corpo appartiene a una famiglia del sistema. Siano perciò ϱ, Θ, φ, rispettivamente il raggio vettore, la colatitudine e la longitudine d'un punto. $f(\varrho, \Theta, \varphi)$ una funzione finita e continua colle sue derivate prime o seconde.

Avremo intanto come è ben noto

$$\Delta^2 f = \frac{1}{\varrho^2 \operatorname{sen} \Theta}\left[\frac{\partial}{\partial \varrho}\left(\varrho^2 \operatorname{sen} \Theta \frac{\partial f}{\partial \varrho}\right) + \right. \tag{30}$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial \Theta}\left(\operatorname{sen} \Theta \frac{\partial f}{\partial \Theta}\right) + \frac{1}{\operatorname{sen} \Theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}\right].$$

Sieno inoltre $\bar{\varrho}, \bar{\theta}, \bar{\varphi}$, i tre vettori unitarî che definiscono le tangenti alle linee coordinate (il primo diretto verso l'origine): valgono le formole

$$\bar{\varrho} \times \operatorname{grad} f = \frac{\partial f}{\partial \varrho} \quad , \quad \bar{\theta} \times \operatorname{grad} f = \tag{31}$$

$$= \frac{1}{\varrho}\frac{\partial f}{\partial \Theta} \quad , \quad \bar{\varphi} \times \operatorname{grad} f = \frac{1}{\varrho \operatorname{sen} \Theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi},$$

che danno le proiezioni o componenti del vettore grad f sulle tangenti alle linee coordinate. Le (31) si possono ottenere dall'espressione di grad f in coordinate cartesiane, mediante trasformazione in coordinate polari.

Ma più direttamente si ottengono applicando i metodi del Calcolo Differenziale assoluto (*).

Si osservi perciò che in coordinate polari il ds^2 dello spazio è dato da

$$ds^2 = d\varrho^2 + \varrho^2 d\Theta^2 + \varrho^2 \operatorname{sen}^2 \Theta \, d\varphi^2. \tag{32}$$

In generale quando

$$ds^2 = a_{11} dx_1^2 + a_{22} dx_2^2 + a_{33} dx_3^2, \tag{32'}$$

le

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} \quad ; \quad \frac{\partial f}{\partial x_3},$$

(*) Vedi G. Ricci e T. Levi-Civita. *Méthodes de calcul différentiel absolu. Mathematische Annalen.* Bd. 54, pp. 135-137 e pp. 193-196.

Digitized by Google

rappresentano un sistema covariante di primo ordine e le

$$(31') \qquad \frac{1}{\sqrt{a_{i\,i}}} \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad , \quad (i = 1 , 2 , 3) ,$$

danno le componenti d'un vettore secondo le linee coordinate x_i. Ma quando si prendano coordinate cartesiane ($a_{i\,i} = 1$) tale vettore diventa appunto grad f. Tanto basta per affermare nel caso delle coordinate polari, la validità delle (31) e delle (31') per coordinate ortogonali qualsiasi.

Dato ora il vettore $\boldsymbol{s} = \text{grad } f$, si tratta di calcolare il nuovo vettore

$$(33) \qquad \frac{d\,\boldsymbol{s}}{d\,P}\,\bar{\varrho} .$$

Si ha precisamente:

$$(33') \qquad \bar{\varrho} \times \frac{d\,\boldsymbol{s}}{d\,P}\,\bar{\varrho} = \frac{\partial^2 f}{\partial\,\varrho^2} \quad , \quad \bar{\theta} \times \frac{d\,\boldsymbol{s}}{d\,P}\,\bar{\varrho} =$$

$$= \frac{1}{\varrho} \frac{\partial^2 f}{\partial\,\varrho\,\partial\,\theta} \quad , \quad \bar{\varphi} \times \frac{d\,\boldsymbol{s}}{d\,P}\,\bar{\varrho} = \frac{1}{\varrho\,\text{sen}\,\theta} \frac{\partial^2 f}{\partial\,\varrho\,\partial\,\varphi} .$$

Una prima dimostrazione si avrebbe trasformando direttamente in coordinate polari l'espessione cartesiana di (33) col tener conto che $\boldsymbol{s} = \text{grad } f$.

Ma possiamo anche ottenere le (33') col seguente ragionamento fondato sui metodi del Calcolo Differenziale assoluto. Nello spazio rappresentato da (32') le formole

$$\frac{1}{\sqrt{a_{i\,i}}} \frac{\partial^2 f}{\partial\,x_i\,\partial\,x_1} \quad , \quad (i = 1 , 2 , 3) .$$

rappresentano le componenti d'un vettore (basta infatti porre nelle (31') $\frac{\partial f}{\partial\,x_1}$ in luogo di f).

Si tratta ora di dimostrare che

$$(33'') \qquad \bar{x}_i \times \frac{d\,\boldsymbol{s}}{d\,P}\,\bar{x}_1 = \frac{1}{\sqrt{a_{i\,i}}} \frac{\partial^2 f}{\partial\,x_i\,\partial\,x_1} ,$$

essendo $\bar{x}_i$ il vettore unitario tangente alla linea x_i. Ora le (33'') sono vere nel caso delle coordinate cartesiane; basta infatti far coincidere x_1 con z e i primi membri diventano come facilmente si verifica

$$\frac{\partial^2 f}{\partial\,z^2} \quad , \quad \frac{\partial^2 f}{\partial\,z\,\partial\,x} \quad , \quad \frac{\partial^2 f}{\partial\,z\,\partial\,y} .$$

Digitized by Google

Se ne deduce che esse sono vere per coordinate qualsiasi: in coordinate polari danno appunto le (33').

§ 7. *Deformazioni longitudinali. — Condizioni per lo spostamento in superficie.* Siano S_ϱ, S_θ, S_φ le componenti dello spostamento d'un punto, secondo le linee coordinate.

Se la deformazione è longitudinale dovremo avere per le (31),

$$(34)\quad S_\varrho = \frac{\partial f}{\partial \varrho}\ ,\quad S_\theta = \frac{1}{\varrho}\frac{\partial f}{\partial \theta}\ ,\quad S_\varphi = \frac{1}{\varrho \operatorname{sen}\theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\ .$$

e per le (I'), (30),

$$(35)\quad \Delta^2 f = \frac{1}{\varrho^2 \operatorname{sen}\theta}\left[\frac{\partial}{\partial \varrho}\left(\varrho^2 \operatorname{sen}\theta \frac{\partial f}{\partial \varrho}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\operatorname{sen}\theta \frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}\right] = c\ .$$

Le (34) dovranno valere anche in superficie; su essa dovremo quindi avere

$$(36)\quad S_{\theta_1} = \frac{1}{R}\frac{\partial f(R, \theta_1, \varphi_1)}{\partial \theta_1}\ ,\quad S_{\varphi_1} = \frac{1}{R \operatorname{sen}\theta_1}\frac{\partial f(R, \theta_1 \varphi_1)}{\partial \varphi_1}$$

dove si è indicato con R il raggio della sfera e con θ_1, φ_1, le coordinate di un suo punto generico. Dalle (36) otteniamo

$$(37)\quad \frac{\partial S_{\theta_1}}{\partial \varphi_1} = \frac{\partial (\operatorname{sen}\theta_1 S_{\varphi_1})}{\partial \theta_1}\ .$$

Soddisfatta la (37) le (36) determinano

$$f(R, \theta_1, \varphi_1)$$

a meno di una costante.

Un calcolo semplice dimostra che

$$(38)\quad \Delta^2 \frac{1}{6} c \varrho^2 = c$$

quindi

$$(39)\quad f = \frac{1}{6} c \varrho^2 +$$

(*) Vedi Burgatti l. c. pag. 371. La relativa dimostrazione sebbene un po' lunga è però facilissima.

Digitized by Google

funzione armonica avente sulla sfera il valore $f(R, \Theta_1, \varphi_1) +$ costante. Date perciò S_{θ_1}, S_{φ_1} che soddisfino alla (37) e la costante c (dilatazione) si determina in primo luogo con sole quadrature $f(R, \Theta_1, \varphi_1)$, dopo di che la deformazione longitudinale è perfettamente determinata. Occorrerà quindi verificare quando sia dato il valore S_{ϱ_1} di S_ϱ in superficie se la (39) soddisfa alla condizione

$$S_{\varrho_1} = \left(\frac{\partial f}{\partial \varrho}\right)_{\varrho = R} . \tag{40}$$

Ma la deformazione è anche perfettamente determinata dato S_{ϱ_1}. Infatti avremo in primo luogo

$$c = -\frac{1}{S}\int_\sigma S_{\varrho_1}\, d\sigma \tag{41}$$

e conoscendosi così $\Delta^2 f = c$ e la derivata normale di f (per la 40) la funzione f sarà perfettamente determinata.

Si osservi in particolare che se la $f(R, \Theta_1, \varphi_1)$ è un potenziale binario cioè soddisfa alla equazione

$$\frac{\partial}{\partial \Theta_1}\left(\operatorname{sen}\Theta_1 \frac{\partial f}{\partial \Theta_1}\right) + \frac{1}{\operatorname{sen}\Theta_1}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi_1^2} = 0 \tag{42}$$

allora si ha

$$f = f(R, \Theta, \varphi) + \frac{1}{6} c\, \varrho^2 \quad , \quad S_\varrho = \frac{1}{3} c\, \varrho . \tag{39'}$$

Per trattare completamente il problema generale, occorre trovare la derivata normale di una funzione armonica di cui sia dato il valore sulla sfera.

§ 8. *Condizioni per la forza in superficie.* Siano

$$F_{\varrho_1}, F_{\theta_1}, F_{\varphi_1}$$

le componenti della forza unitaria in superficie. Moltiplichiamo scalarmente la (I') per $\bar{\varrho}, \bar{\theta}, \bar{\varphi}$ tenendo presenti le (33') e ricordando che $\boldsymbol{n}$ coincide con ϱ e

$$\bar{\varrho} \times \bar{\varrho} = 1 \quad , \quad \bar{\varrho} \times \bar{\theta} = 0 \quad , \quad \bar{\varrho} \times \bar{\varphi} = 0 .$$

Digitized by Google

Avremo

$$(43)\qquad \begin{cases} F_{\varrho_1} = -2\,\omega^2 \left(\dfrac{\partial^2 f}{\partial \varrho^2}\right)_{\varrho = R} - (\Omega^2 - 2\,\omega^2)\,c\,, \\ F_{\theta_1} = -\dfrac{2\,\omega^2}{R}\left(\dfrac{\partial^2 f}{\partial \varrho\,\partial \Theta}\right)_{\varrho = R}, \\ F_{\varphi_1} = -\dfrac{2\,\omega^2}{R\,\operatorname{sen}\Theta_1}\left(\dfrac{\partial^2 f}{\partial \varrho\,\partial \varphi}\right)_{\varrho = R}. \end{cases}$$

Dalle ultime due equazioni appare che

$$-\frac{R\,F_{\theta_1}}{2\,\omega^2}\,, \quad -\frac{R\,F_{\varphi_1}\operatorname{sen}\Theta_1}{2\,\omega^2}\,,$$

devono essere le derivate parziali rispetto a Θ_1, φ_1 della funzione

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \varrho}\right)_{\varrho = R}$$

quindi dovrà essere (a meno d'un fattore costante comune)

$$(44)\qquad \frac{\partial F_{\theta_1}}{\partial \varphi_1} = \frac{\partial (\operatorname{sen}\Theta_1 F_{\varphi_1})}{\partial \Theta_1}\,.$$

Soddisfatta questa condizione determineremo $\left(\dfrac{\partial f}{\partial \varrho}\right)_{\varrho = R}$ con quadrature: tale determinazione avviene come è noto a meno di una costante addittiva. Fissato ad arbitrio la dilatazione c potremo determinare tale costante in modo da soddisfare la condizione necessaria

$$\int_S \Delta^2 f\, d\,S + \int_\sigma \left(\frac{\partial f}{\partial \varrho}\right)_{\varrho = R} d\,\sigma = 0\,.$$

Ma allora f è determinata conoscendosi $\Delta^2 f = c$ e la derivata normale $\left(\dfrac{\partial f}{\partial \varrho}\right)_{\varrho = R}$: basterà quindi determinare la prima delle (43).

Se $F_{\theta_1} = F_{\varphi_1} = 0$ si trova la notissima deformazione longitudinale

$$s = \frac{1}{3}\,c\,\varrho\,\bar{\varrho}\,,$$

Digitized by Google

quando

$$F_a = P\,\overline{\varrho}\,,$$

con P costante, avendosi in tal caso

$$c = -\frac{3\,P}{3\,\Omega^2 - 4\,\omega^2}\,.$$

§ 9. *Deformazioni trasversali.* Se la deformazione oltre che trasversale deve essere anche longitudinale le relative condizioni si deducono dalla trattazione precedente ponendovi $c = 0$. Il caso d'una deformazione puramente trasversale si è dimostrato ribelle ai metodi precedenti. Per risolverlo basterebbe riprendere la trattazione generale del problema elastico della sfera (*).

Si otterrebbero così in modo abbastanza semplice le condizioni cercate.

(*) Vedi p. e. ALMANSI, *Sulla deformazione della sfera elastica.* Memorie Acc. Torino, 47, 1897.

Digitized by Google

SULLA CONTRAZIONE DI VENE LIQUIDE CHE SI FONDONO

Nota del prof. BRUTO CALDONAZZO

(*Adunanza dell' 11 aprile 1918*)

In una nota precedente (*) mi sono occupato della fusione senza urto, in un' unica vena libera G_0, di due getti piani G_1 e G_2 effluenti da due canali rettilinei (Fig. 1). Ne ho assegnato l'integrale di moto ed ho trovato che la velocità sui peli liberi limitati λ'_1 e λ'_2 assume il valore *minimo* (V'), mentre sui peli liberi illimitati λ_1 e λ_2 assume il valore *massimo* (V_0).

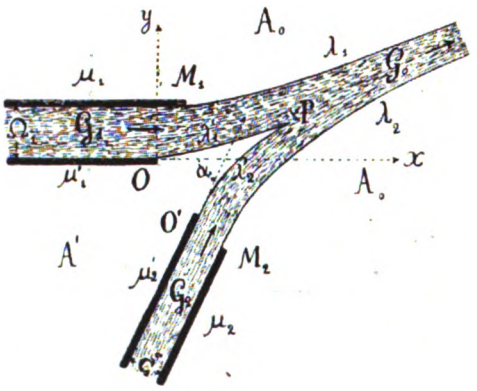


FIG. 1.

Per quest'ultima circostanza la larghezza assintotica Ω_0 di G_0 è la più piccola di tutte le sezioni della vena stessa. Vi è dunque *contrazione* della vena G_0.

Ordinariamente si definisce *coefficiente di contrazione* di una vena libera che effluisce da un orifizio, *il rapporto C tra*

(*) Questo volume, pag. 317.

Digitized by Google

la sua sezione assintotica (sezione contratta) *e quella della bocca di efflusso* (larghezza iniziale della vena libera).

Nel caso attuale poichè la vena G_0 effluisce da *due orifizi distinti* (Fig. 1) non si può in generale introdurre l'ordinario coefficiente C di contrazione. Occorre definire pertanto un opportuno coefficiente. Ho scelto quale definizione di coefficiente di contrazione della vena G_0 il rapporto K tra la larghezza assintotica Ω_0 e la somma delle luci dei canali $\Omega_1 + \Omega_2$:

$$K = \frac{\Omega_0}{\Omega_1 + \Omega_2}.$$

Indicando con V_1 e V_2 le velocità a monte di G_1 e G_2, tenuto presente che per l'incompressibilità del liquido in moto la portata q_0 di G_0 è la somma delle portate di G_1 e G_2, e cioè assumendo $= 1$ la densità,

$$q_0 = q_1 + q_2 = \Omega_1 V_1 + \Omega_2 V_2,$$

per quanto si è detto si deduce facilmente che è

$$(1) \qquad \frac{V'}{V_0} < K < 1.$$

La valutazione di K, come pure quella dell'estremo inferiore della (1), richiedono in generale la completa risoluzione del problema, secondo quanto è indicato nella n. cit. sopra (*).

Si può tuttavia stabilire una limitazione per K mediante i dati caratteristici della questione, senza ricorrere all'integrale generale del moto, applicando un noto teorema del Levi-Civita (**).

Di ciò mi occupo nella presente Nota, con speciale referenza ai due casi particolari:

I) canali G_1 e G_2 *paralleli concorrenti*, (Fig. 2), n. 2;

II) campo del moto *simmetrico* rispetto alla bisettrice dell'angolo formato dagli assi dei canali, (n. 4). Indico da ultimo con quale accorgimento si possa ancora introdurre l'ordinario coefficiente di contrazione C.

Mi si presenta così l'occasione di rilevare una categoria di vene libere il cui C, con opportuna scelta dei getti forzati G_1 e G_2, è piccolo quanto si vuole.

1. — Sieno $\boldsymbol{a}$ ed $\boldsymbol{a}'$ i vettori unitari normali ai segmenti

(*) Questo volume, pag. 317.

(**) *Sulla contrazione delle vene liquide*, Atti del R. Ist. Veneto di Sc. Lett. ed Arti, t. LVIV, (1905) pagg. 1465-1472).

Digitized by Google

$M_1\ M_2$, OO', (Fig. 1) e rivolti verso la vena G_0; l ed l' le lunghezze dei due segmenti. Sia $\boldsymbol{n}$ il vettore unitario normale al contorno del campo del moto, rivolto al campo stesso, e si ponga:

$$\boldsymbol{R} = \frac{1}{2}\int_{\mu} V^2\,\boldsymbol{n}\,d\mu,$$

dove μ indica l'insieme delle pareti dei canali, V il valore della velocità. Evidentemente $\boldsymbol{R}$ è *l'azione dinamica risultante* esercitata dal liquido sulle pareti dei canali.

Il teorema citato (*) ci dà:

$$(2)\quad q\,\boldsymbol{V}_{11} + q_2\,\boldsymbol{V}_2 - 2\,q_0\,\boldsymbol{V}_0 = 2\,\boldsymbol{R} - l\,V_0^2\,\boldsymbol{a} + l'\,V'^2\,\boldsymbol{a}'\ (**).$$

(*) T. Levi-Civita, loco citato.

(**) Poichè la velocità deriva da un potenziale φ. funzione armonica regolare uniforme dei punti del campo del moto, il vettore $\boldsymbol{V}$ soddisfa al teorema (*) del Levi-Civita:

$$(a)\qquad \int_s (\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{n})\,\boldsymbol{V}\,ds = \frac{1}{2}\int_s V^2\,\boldsymbol{n}\,ds,$$

con s indicando il contorno del campo. Sulle linee di flusso è

$$\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{n} = 0$$

e il primo membro, nel nostro caso, si riduce a

$$q_1\,\boldsymbol{V}_1 + q_2\,\boldsymbol{V}_2 - q_0\,\boldsymbol{V}_0;$$

il secondo membro è eguale a

$$\frac{1}{2}\,(q_1\,\boldsymbol{V}_1 + q_2\,\boldsymbol{V}_2 - q_0\,\boldsymbol{V}_0) + \boldsymbol{R} + \\ + \frac{1}{2}\,V_0^2\int_{\lambda}\boldsymbol{n}\,ds + \frac{1}{2}\,V'^2\int_{\lambda'}\boldsymbol{n}\,ds,$$

λ indicando l'insieme di linee λ_1 e λ_2, λ' l'insieme di linee λ'_1 λ'_2.

Poichè $l'\int \boldsymbol{n}\,ds$ esteso ad un contorno chiuso è nullo, si ricava (tenuta presente la configurazione del campo, Fig. 1):

$$\int_{\lambda}\boldsymbol{n}\,ds = -\,l\,\boldsymbol{a} + \frac{\boldsymbol{V}_0}{V_0}\,\Omega_0\quad,\quad \int_{\lambda'}\boldsymbol{n}\,ds = l'\,\boldsymbol{a}'.$$

Sostituendo nell'ultima espressione ed eguagliando le espressioni trovate pei due membri di (a), con facili riduzioni, si ottiene la (2).

Digitized by Google

2. — I due canali siano *paralleli e concorrenti*, inoltre le due coppie di punti O e O', M_1 e M_2 appartengano ciascuna ad una stessa sezione normale delle pareti, (Fig. 2 in cui è in particolare $\Omega_1 = \Omega_2$).

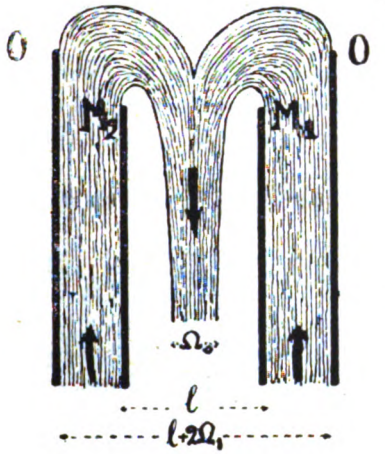


FIG. 2.

In questo caso $\boldsymbol{V}_1$, $\boldsymbol{V}_2$, $-\boldsymbol{V}_0$, $-\boldsymbol{a}$, $-\boldsymbol{a}'$ sono paralleli e di egual verso, mentre $\boldsymbol{R}$, necessariamente è normale alle pareti e quindi a questi vettori.

Perciò la (2) fornisce le due relazioni:

$$\boldsymbol{R} = 0 \,, \tag{3}$$

$$q_1 V_1 + q_2 V_2 + 2 q_0 V_0 = l V_0^2 - (l + \Omega_1 + \Omega_2) V'^2,$$

essendo $l' = l + \Omega_1 + \Omega_2$.

La prima esprime che è nulla l'azione dinamica risultante esercitata dal liquido sulle pareti. La seconda si può sfruttare come segue. Conveniamo di indicare con G_2 il canale avente la velocità assintotica minore; è quindi

$$V' < V_2 \leq V_1 < V_0 .$$

Tenuto conto di ciò, dalla seconda delle (3) si possono ricavare le relazioni

$$l V_0^2 - 2 q_0 V_0 - \{q_1 V_1 + 2 q_2 V_2 + (l + \Omega_1) V_2^2\} < 0,$$

$$l V_0^2 - 2 q_0 V_0 - (q_1 V_1 + q_2 V_2) > 0 .$$

Digitized by Google

che forniscono le seguenti limitazioni per V_0:

$$\frac{1}{l}\left\{q_0 + \sqrt{q_0^2 + l\,(q_1 V_1 + q_2 V_2)}\right\} < V_0 < \frac{1}{l}\left\{q_0 + \right.$$

$$\left. + \sqrt{q_0^2 + l\,[q_1 V_1 + 2\,q_2 V_2 + (l + \Omega_1)\,V_2^2]}\right\}.$$

Facendo rimpicciolire l i due estremi di queste ineguaglianze (e assieme ad essi V_0) crescono; viceversa i due estremi decrescono al crescere di l. Non è lecito tuttavia far crescere l quanto si vuole.

Dovendo essere infatti $V_0 < V_1$, l'ultima ineguaglianza esige che sia

$$l < \frac{q_1 V_1 + 2\,q_2 V_2 + \Omega_1 V_2^2}{V_1^2 - V_2^2}.$$

Una tale restrizione per l (che svanisce per $V_1 = V_2$) è in accordo colla circostanza che il sistema di canali non può essere dato completamente ad arbitrio (*).

Le limitazioni trovate per V_0 si traducono nelle seguenti limitazioni per il coefficiente $K = \dfrac{\Omega_0}{\Omega_1 + \Omega_2} = \dfrac{1}{V_0}\dfrac{q_0}{\Omega_1 + \Omega_2}$:

$$(4)\qquad \frac{l\,q_0}{(\Omega_1 + \Omega_2)\left(q_0 + \sqrt{q_0^2 + l\,[q_1 V_1 + 2\,q_2 V_2 + (l + \Omega_1)\,V_2^2]}\right)} <$$

$$< K < \frac{l\,q_0}{(\Omega_1 + \Omega_2)\left(q_0 + \sqrt{q_0^2 + l\,(q_1 V_1 + q_2 V_2)}\right)}.$$

È evidente che per l sufficientemente piccolo di fronte ad $\Omega_1 + \Omega_2$, il coefficiente K corrispondente è piccolo quanto si vuole.

Conformemente alla (1), l'estremo superiore della (4) va sostituito con l'unità quando questo estremo supera l'unità stessa.

Nel caso notevole in cui è $V_2 = V_1$, $q_2 = q_1$, e quindi $\Omega_2 + \Omega_1$, $q_0 = 2\,q_1 = 2\,\Omega_1 V_1$ (il campo del moto è simmetrico rispetto alla retta che biseca la striscia di piano compresa tra i due canali) le (4) divengono:

$$(5)\qquad \frac{l}{l + 4\,\Omega_1} < K < \sqrt{1 + \frac{l}{2\,\Omega_1}} - 1.$$

Si ha ad es. per $l = \Omega$: $0{,}20 < K < 0{,}23$.

(*) Cfr. la mia Nota già citata, § 6.

Digitized by Google

Sarebbe facile di constatare che per $V' = V_1$ [i peli λ'_1 e λ'_2 si estendono all'∞ a monte sostituendo le pareti μ'_1 e μ'_2, cfr. la mia Nota § 5, b)] K coincide coll'estremo inferiore e che per $V' = 0$ [le pareti μ'_1 e μ'_2 si estendono all' ∞ a valle, cfr. la mia Nota § 5, c)] K coincide coll' estremo superiore.

3. — I due canali, e con essi l'intero campo del moto, siano *simmetrici* rispetto alla bisettrice dell'angolo formato dagli assi dei due canali, le cui pareti supporremo in entrambi troncate da una sezione normale alle pareti stesse (Fig. 3).

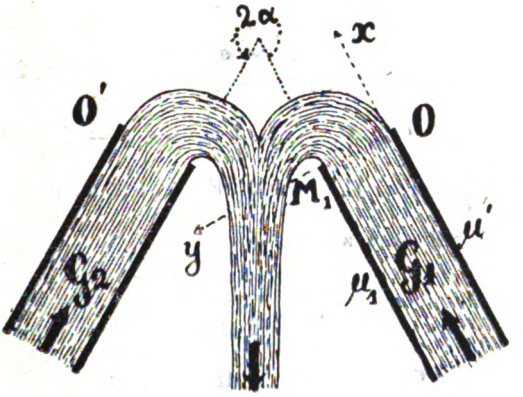


FIG. 3.

I due membri della (2) sono allora paralleli al vettore unitario $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' = \dfrac{\boldsymbol{V}_0}{V_0}$ e si ha

$$V_2 = V_1, \; q_2 = q_1, \; \Omega_2 = \Omega_1, \; l' = l - 2\,\Omega_1 \cos a \; (*).$$

Indicando con $\boldsymbol{R}_1$ la reazione dinamica risultante esercitata sulle pareti di G_1 (che è simmetrica rispetto alla bisettrice indicata di quella esercitata sulle pareti di G_2), dalla (2) moltiplicata scalarmente per $\boldsymbol{a}$ si ottiene la relazione:

$$(6) \qquad 2\,\Omega_1 V_1^2 \cos a - 4\,\Omega_1 V_1 V_0 = -4 R_1 \operatorname{sen} a - l\,V_0^2 + (l - 2\,\Omega_1 \cos a)\,V'^2 .$$

(*) $2a$ è l'angolo di cui ruota la velocità passando dal punto O al punto O', (Fig. 3). Vedi in proposito la mia Nota § 1, in cui lo stesso angolo è indicato con a.

Digitized by Google

Si ha inoltre

$$0 < R_1 = \int_{OM_1} u\, v\, ds;\ (*).$$

Da questa, per essere in tutto il campo del moto

$$0 \leq u \leq V_0\ ,\ 0 \leq v \leq V_0\ ,\ u^2 + v^2 = V^2 \leq V_0^2,$$

si ricava:

$$0 < R_1 < \frac{1}{2}\, \Omega_1\, V_0^2\,.$$

Tenendo conto di questa e che $V' < V_1 < V_0$, dalla (6) si possono dedurre le relazioni:

$$l\, V_0^2 - 4\, \Omega_1\, V_1\, V_0 + (4\, \Omega_1 \cos a - l)\, V_1^2 < 0,$$

$$(l + 2\, \Omega_1 \operatorname{sen} a)\, V_0^2 - 4\, \Omega_1\, V_1\, V_0 + 2\, \Omega_1 \cos a\, V_1^2 > 0\,.$$

Poichè nel caso attuale è

$$K = \frac{\Omega_0}{2\, \Omega_1} = \frac{V_1}{V_0}\,,$$

le precedenti, divise per V_0^2, divengono:

$$(4\, \Omega_1 \cos a - l)\, K^2 - 4\, \Omega_1\, K + l < 0\,.$$

$$2\, \Omega_1 \cos a\, K^2 - 4\, \Omega_1\, K + l + 2\, \Omega_1 \operatorname{sen} a > 0\,.$$

(*) Si applichi la formola di Levi-Civita al campo limitato delle pareti di G_1 e dalle due sezioni ad esse normali, l'una all'∞ a monte, l'altra OM_1 all'estremo a valle di G_1. $\boldsymbol{i}$ e $\boldsymbol{j}$ essendo i vettori unitari fondamentali del sistema di riferimento $O\,x\,y$, si ottiene (Fig. 3),

$$q_1\, V_1\, \boldsymbol{i} - \int_{OM_1} (\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{i})\, \boldsymbol{V}\, ds = \boldsymbol{R}_1 + \frac{1}{2}\, q_1\, V_1\, \boldsymbol{i} - \frac{1}{2}\, \boldsymbol{i} \int_{OM_1} V^2\, ds,$$

da cui, posto $\boldsymbol{V} = u\, \boldsymbol{i} + v\, \boldsymbol{j}$. essendo $\boldsymbol{R}_1 = -\, R_1\, \boldsymbol{j}$ con $R_1 > 0$, (perchè su μ_1 è $V_1 \leq V \leq V_0$, su μ'_1 è $V' \leq V \leq V_1$, cfr. la mia Nota, § 3) si ricava:

$$-\, \frac{1}{2}\, q_1\, V_1\, \boldsymbol{i} + \int_{OM_1} (u^2\, \boldsymbol{i} + u\, v\, \boldsymbol{j})\, ds = R_1\, \boldsymbol{j} + \frac{1}{2}\, \boldsymbol{i} \int_{OM_1} V^2\, ds.$$

Moltiplicando scalarmente per $\boldsymbol{j}$ si ottiene la relazione indicata.

Digitized by Google

La discussione (che per brevità ometto) di queste relazioni conduce a stabilire le seguenti limitazioni per K:

$$(7) \qquad \frac{l}{2\,\Omega_1 + \sqrt{4\,\Omega_1^2 + l^2 - 4\,\Omega_1\, l\, \cos a}} < K <$$

$$< \frac{l + 2\,\Omega_1 \operatorname{sen} a}{2\,\Omega_1 + \sqrt{4\,\Omega_1^2 - 2\,\Omega_1 \cos a\,(l + 2\,\Omega_1 \operatorname{sen} a)}},$$

avendo cura di sostituire al limite superiore l'unità, conformemente alla (1), quando il limite stesso è maggiore di 1 oppure non è reale. Il limite stesso non supera 1/2 per

$$l \leq \frac{\Omega_1}{2} \cos a \left(\operatorname{tg} \frac{\pi - 2\,a}{4} - 1\right),$$

la quale, essendo $l > 0$, può verificarsi solo per $2\,a > \pi$. Corrispondentemente è $K < 1/2$.

Le (7) per $a = \pi$ coincidono con le (5). Queste però, dedotte dalle (4), hanno una validità maggiore di quella che loro spetterebbe, considerate come caso particolare delle (7).

Le (7) infatti valgono nell'ipotesi che le pareti dei canali s'arrestino ad una sezione normale ad esse, mentre le (5) valgono nell'ipotesi meno restrittiva che le due coppie di estremi O ed O', M_1 ed M_2 separatamente appartengono ad una stessa normale alla direzione comune dei canali.

4. — Ritornando al caso generale (Fig. 1), i peli λ'_1 e λ'_2 si possono riguardare guidati da pareti rigide aventi la stessa configurazione dei peli. Queste pareti fittizie assieme a quelle dei due canali si possono pensare come costituenti un vaso da cui effluisce la vena G_0, la bocca di efflusso avendo la sezione $l = M_1 M_2$. Sotto questo punto di vista si può introdurre anche per G_0 l'ordinario coefficiente di contrazione

$$C = \frac{\Omega_0}{l}.$$

Ciò è perfettamente giustificato nel caso in cui il segmento $M_1 M_2$ non taglia i peli λ'_1, λ'_2 o le pareti μ'_1, μ'_2. Per la definizione di K è

$$C = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{l} K.$$

Segue dalla (1)

$$\frac{V'}{V_0} \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{l} < C < \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{l},$$

Digitized by Google

il limite superiore andando sostituito con l'unità quando

$$\Omega_1 + \Omega_2 \geq l .$$

È manifesto che se fosse possibile scegliere l grande quanto si vuole, si avrebbe un corrispondente C piccolo quanto si vuole. In generale tale scelta non è possibile per qualsiasi sistema di getti G_1 e G_2, come si vide ad es. in particolare nel n. 2. È possibile tuttavia nel caso della *simmetria*. In questo caso, per *canali paralleli concorrenti*, dalle (5), moltiplicate per $\frac{2\,\Omega_1}{l}$, si ricava

$$(8) \qquad \frac{1}{2 + \frac{l}{2\,\Omega_1}} < C < \frac{1}{1 + \sqrt{1 + \frac{l}{2\,\Omega_1}}} .$$

E quindi sempre $C < 1/2$. Per $l = 6\,\Omega_1$ si ha ad es.

$$\frac{1}{4} < C < \frac{1}{3} .$$

Nel caso più generale di *canali simmetrici non paralleli concorrenti*, in modo analogo, le (7) forniscono

$$(9) \qquad \frac{1}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{l}{2\,\Omega_2}\right)^2 - \frac{l}{\Omega_1}\cos\alpha}} < C <$$

$$< \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos\alpha\left(\frac{l}{2\,\Omega_1} + \operatorname{sen}\alpha\right)}} .$$

Il limite superiore va sostituito coll'unità quando è maggiore di 1 oppure non è reale. Lo stesso limite non supera 1/2 per

$$l \geq 4\,\Omega_1 \sqrt{-\operatorname{tg}\alpha} ,$$

il che può verificarsi solo per $2\,\alpha > \pi$. Corrispondentemente è $C < 1/2$. Ad es. per $2\,\alpha = 3\,\pi/2$ si ha $C < 1/2$ per $l \geq 4\,\Omega_1$: se in particolare è $l = 6\,\Omega_1$ le (9) danno $0{,}20 < C < 0{,}43$.

Vene libere effluenti a cui la teoria assegna un coefficiente di contrazione $C < 1/2$ vennero segnalate dal Levi-Civita (*). Ricerche sperimentali fatte in proposito dal Masoni (**) non

(*) Loco citato.

(**) Masoni, *Corso d'idraulica teorica o pratica*, Napoli, Pellerano, (1908); 3ª edizione, p. 224.

Digitized by Google

confermarono tuttavia le previsioni teoriche e di questa mànda-ta conferma, dà soddisfacente spiegazione il CISOTTI (*).

Il CISOTTI inoltre mette in rilievo il seguente dispositivo di pareti col quale (secondo la teoria) si ottiene una vena libera effluente con $C < 1/2$. In un tubo cilindrico chiuso da un fondo piano normale alle generatrici del cilindro è immerso un secondo cilindro aperto, parallelo al primo. Il liquido, scorrendo tra i due cilindri effluisce in vena libera nel secondo.

Il moto che così si ottiene in tre dimensioni ha per analogo in due dimensioni il caso $\alpha = \pi$ da me studiato (n. 2) quando $V'_2 = V'_1$, colla differenza che il fondo del tubo esterno è costituito dalle linee isotachie λ'_1, λ'_2 anzichè da una parete rettilinea normale al tubo (**).

Questa differenza svanisce quando le pareti del tubo esterno si estendono indefinitamente anche a valle, perchè allora si annulla in entrambi i casi la velocità sul fondo del tubo ($V'' = 0$). Allora, per quanto si fece notare alla fine del n. 2, C coincide col limite superiore delle (8):

$$C = \frac{1}{1 + \sqrt{1 + \frac{l}{2\,\Omega_1}}};$$

ciò vale anche pel moto analogo in tre dimensioni, come infatti si potrebbe dedurre dalla relazione stabilita dal CISOTTI (***) per tale caso.

Per un esame sperimentale del coefficiente C della vena G_0, ora studiato (sarebbe interessante per quanto si disse il caso in cui secondo la teoria è $C < 1/2$) sarà opportuno che i peli liberi λ'_1 e λ'_2 siano effettivamente guidati da pareti rigide, aventi la configurazione spettante a tali peli. È ovvio prevedere che lungo tali pareti la velocità avrà sensibilmente il valore costante V'' assegnatole dalla teoria; sulle pareti stesse quindi il liquido agirà con sola azione idrostatica.

(*) U. CISOTTI, *Sulla contrazione delle vene liquide*, Atti del R. Ist. Veneto di Sc. Lett. ed Arti, t. LXXIV (1915) pag. 1507.

(**) Quest'ultimo caso, per tubi coassiali, fu preso in considerazione da M. RÉTHY, *Strahlformen incompressibler reibungsloser Flüssigkeiten*, Math. Ann., V. 46, p. 265. L'A. non mette però in rilievo il coefficiente C.

(***) l. c. (*) pag. 1509, formola (I_3).

Digitized by Google

UNA FORMOLA GENERALE RELATIVA A MOTI PERMANENTI DI LIQUIDI PESANTI E SUE APPLICAZIONI

Nota del S. C. Prof. UMBERTO CISOTTI.

(*Adunanza del 21 marzo 1918*)

§. 1. — Classificazione di superficie dal punto di vista idromeccanico.

1. — Sia S una regione dello spazio, sede di un moto regolare, permanente e irrotazionale di una massa liquida (perfetta) pesante. Sia σ la superficie chiusa (o il complesso di superficie chiuse) che limita S. Designi $\boldsymbol{n}$ il vettore unitario normale a σ, in un generico suo punto, rivolto verso S, $\boldsymbol{V}$ la velocità in un punto sia di S che di σ.

In generale σ è costituita da parti aventi ciascuna un ufficio idromeccanico ben determinato e diverso in generale dall'una all'altra. A tre — nei problemi usuali — si possono ridurre i tipi di superficie (o parti di superficie) sotto il punto di vista del loro diverso ufficio idromeccanico.

I. *Superficie di flusso.* — È costituita da una semplice infinità di linee di flusso ed è quindi tale che la linea di flusso passante per un suo punto generico appartiene alla superficie stessa. Condizione caratteristica di una superficie di flusso è che in ogni suo punto si abbia:

$$\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{n} = 0.$$

Appartengono a questo tipo le *pareti rigide fisse* e le *superficie libere.*

II. *Superficie piana trasversa.* — È un pezzo di superficie piana attraversata normalmente dalle particelle liquide e da tutte colla stessa velocità. Essa è caratterizzata dalle relazioni:

$$\boldsymbol{n} = \pm \boldsymbol{h} \quad , \quad \boldsymbol{V} = c\,\boldsymbol{h},$$

Digitized by Google

valide in ogni suo punto, essendo $\boldsymbol{h}$ un vettore unitario costante e c una costante positiva (valore della velocità).

Il duplice segno di $\boldsymbol{h}$ nella prima delle precedenti relazioni sta manifestamente a significare che il flusso attraverso la superficie piana può aver luogo nel senso di $\boldsymbol{n}$ o nel senso opposto.

Appartengono a questo tipo le sezioni trasversali della corrente di un canale aperto o di un tubo in regime uniforme.

III. *Superficie isobarica.* — Su di essa il valore p della pressione specifica si conserva costante. Se si assume $= 1$ la densità costante del liquido e si indica con z la quota verticale ascendente di un generico punto (contata a partire da un livello arbitrariamente prefissato) entro masse liquide pesanti dotate di moto permanente e irrotazionale si ha notoriamente:

$$\frac{1}{2} V^2 + p + g z = \text{costante},$$

dove g è il valore dell'accelerazione di gravità.

Una superficie isobarica è pertanto caratterizzata dalla seguente relazione:

$$V^2 + 2 g z = I$$

dove I è una costante.

Appartengono a questo tipo le superficie libere, cioè ordinariamente le superficie di separazione dell'acqua dall'aria atmosferica.

§. 2. — Trasformazione di una formola di Levi-Civita.

2. — Ciò premesso, prendiamo in esame la seguente formola:

$$(1) \qquad \int_\sigma (\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{n}) \boldsymbol{V} \, d\sigma = \frac{1}{2} \int_\sigma \boldsymbol{V}^2 \boldsymbol{n} \, d\sigma,$$

che ha reso utili servigi in questioni idromeccaniche (*)

Voglio dedurre da essa altra formola, più specifica pei vari casi concreti, che da essa si ottiene mettendo in rilievo in ciascuno dei due integrali i differenti contributi dovuti

(*) Levi-Civita: «*Sulla contrazione delle vene liquide*» [Atti del Reale Ist. Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; Tomo LXIV (1905), p. 1465-1472].

Cisotti: «*Vene fluenti*» [Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, t. XXV (1908), pag. 161]; «*Sul moto di un solido in un canale*» [Ibidem, t. XXVIII (1909), pag. 340]; «*Sulla biforcazione di*

Digitized by Google

alle varie parti di σ che appartengono all'uno o all'altro dei tipi di superficie classificati nel paragrafo precedente.

Supporrò σ costituita da superficie piane trasverse τ [tipo II], da pareti rigide ω [tipo I] e da superficie libere λ [tipo I e tipo III]. Tenendo presenti le condizioni caratteristiche, che devono essere soddisfatte nei punti delle superficie dei tipi specificati (§ 1) il primo membro della (1) si trasforma nel modo espresso dalla relazione seguente:

$$\int_\sigma (\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{n}) \boldsymbol{V}\, d\sigma = \Sigma_\tau \pm c^2 \tau \boldsymbol{h} = \Sigma_\tau c^2 \tau \boldsymbol{n},$$

il simbolo Σ_τ indicando manifestamente somma riferentesi a tutte le superficie piane trasverse τ che compaiono in σ, e designando altresì con τ l'area della porzione di superficie indicata colla stessa lettera.

D'altra parte, si ha:

$$\int_\sigma V^2 \boldsymbol{n}\, d\sigma = \Sigma_\tau c^2 \tau \boldsymbol{n} + \Sigma_\lambda \int_\lambda (\Gamma - 2gz) \boldsymbol{n}\, d\lambda + \Sigma_\omega \int_\omega V^2 \boldsymbol{n}\, d\omega,$$

dove è manifesto il significato di Σ_λ e di Σ_ω e dove Γ è costante (la stessa sopra i pezzi λ se, come si suppone, su tutti agisce la medesima pressione: l'atmosferica). Per questa relazione e per la precedente, la formola (1) di LEVI-CIVITA si trasforma nella seguente:

$$(2) \quad \Sigma_\tau c^2 \tau \boldsymbol{n} = \Sigma_\lambda \int_\lambda (\Gamma - 2gz) \boldsymbol{n}\, d\lambda + \Sigma_\omega \int_\omega V^2 \boldsymbol{n}\, d\omega.$$

3. — Si tratta ora di traformare la prima somma del secondo membro. A tal uopo si applichi alla funzione

$$\Gamma - 2gz,$$

considerata nel campo S, il teorema del gradiente; si ha:

$$\int_S \operatorname{grad} (\Gamma - 2gz)\, dS = -\int_\sigma (\Gamma - 2gz) \boldsymbol{n}\, d\sigma.$$

Chiamando $\boldsymbol{k}$ il vettore unitario verticale ascendente, essendo:

$$\operatorname{grad} (\Gamma - 2gz) = -2g\boldsymbol{k},$$

---

una vena liquida» [Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Vol. XX (1911), pag. 495]; «*Vene confluenti*» [Annali di Matematica pura ed applicata, t. XXIII (1914), pag. 305]; «*Sulla contrazione delle vene liquide*» [Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti t. LXXIV (1915), pag. 1499-1509].

CALDONAZZO: «*Sulla contrazione di vene che si fondono*» [Questi Rendiconti, in corso di stampa].

Digitized by Google

la precedente si riduce alla seguente:

$$2\,g\,S\,\boldsymbol{k} = \int_{\sigma} (\Gamma - 2\,g\,z)\,\boldsymbol{n}\,d\,\sigma,$$

indicando con S il volume del campo finora indicato colla stessa lettera.

L'integrale del secondo membro si può scrivere nel modo seguente:

$$\Sigma_\lambda \int_{\lambda} (\Gamma - 2\,g\,z)\,\boldsymbol{n}\,d\,\lambda + \Sigma_\omega \int_{\omega} (\Gamma - 2\,g\,z)\,\boldsymbol{n}\,d\,\omega + \\ + \Sigma_\tau\,\boldsymbol{n} \int_{\tau} (\Gamma - 2\,g\,z)\,d\,\tau;$$

si noti altresì che, indicando con z_τ la quota del baricentro geometrico della sezione piana τ, si ha:

$$\int_{\tau} (\Gamma - 2\,g\,z)\,d\,\tau = (\Gamma - 2\,g\,z_\tau)\,\tau;$$

della precedente relazione si ricava quindi:

$$\Sigma_\lambda \int_{\lambda} (\Gamma - 2\,g\,z)\,\boldsymbol{n}\,d\,\lambda = 2\,g\,S\,\boldsymbol{k} - \\ - \Sigma_\tau\,(\Gamma - 2\,g\,z_\tau)\,\tau\,\boldsymbol{n} - \Sigma_\omega \int_{\omega} (\Gamma - 2\,g\,z)\,\boldsymbol{n}\,d\,\omega\,.$$

Questa fornisce la cercata trasformazione della prima somma del secondo membro della (2).

4. — Sostituendo il primo membro della precedente nella (2), si ottiene:

$$\Sigma_\tau\,(c^2 + \Gamma - 2\,g\,z_\tau)\,\tau\,\boldsymbol{n} = 2\,g\,S\,\boldsymbol{k} + \\ + \Sigma_\omega \int_{\omega} (V^2 - \Gamma + 2\,g\,z)\,\boldsymbol{n}\,d\,\omega\,. \tag{3}$$

È questa una notevole relazione vettoriale che, come mi propongo di mostrare, si presta a utilizzazioni concrete.

Se, in particolare, esiste una direzione caratterizzata da un vettore unitario $\boldsymbol{i}$ per cui su ω è:

$$\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{i} = 0,$$

come accade ad es. per canali a fondo e a sponde piane, oppure per tubi cilindrici, dalla precedente relazione se ne ricava un'altra scalare assai semplice, moltiplicando scalarmente per $\boldsymbol{i}$; si ottiene:

$$\Sigma_\tau\,(c^2 + \Gamma - 2\,g\,z_\tau)\,\tau\,\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{i} = 2\,g\,S\,\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{i}\,. \tag{4}$$

Se poi $\boldsymbol{i}$ è altresì orizzontale, essendo allora $\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{i} = 0$, la precedente si semplifica in:

$$\Sigma_\tau\,(c^2 + \Gamma - 2\,g\,z_\tau)\,\tau\,\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{i} = 0\,. \tag{5}$$

Digitized by Google

5. — Le formole del numero precedente presuppongono la esistenza di superficie libere λ; qualora queste manchino conviene riferirsi senz'altro alla (2) che, in assenza di λ, si riduce a:

$$\Sigma_\tau \, c^2 \, \tau \, \boldsymbol{n} = \Sigma_m \int_\omega V^2 \, \boldsymbol{n} \, d\omega : \tag{3'}$$

essa, nel caso in discorso, tiene il posto della (3). Conseguentemente la relazione scalare (4) va sostituita colla seguente:

$$\Sigma_\tau \, c^2 \, \tau \, \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{i} = 0 . \tag{4'}$$

6. — Se infine σ è costituita da sole superficie di flusso, vengono cioè a mancare le superficie piane trasverse, come è noto si ha $V = 0$ in ogni punto di S (*); in tal caso la formola (1), da cui sono dedotte le altre, è identicamente soddisfatta.

§ 3. -- Applicazioni.

7. — Come prima applicazione prendo in esame uno *stramazzo*, di cui la Fig. 1 rappresenta schematicamente una sezione longitudinale in piano verticale.

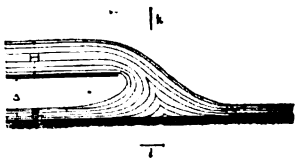


FIG. 1.

Una corrente di un canale a fondo orizzontale stramazza sopra un suolo o canale pure orizzontale dando luogo a due correnti di senso opposto.

Converrà fissare una sezione trasversale a monte del canale stramazzante e una sezione a valle di ciascuna delle due

(*) Basta riflettere che $\boldsymbol{V} = \text{grad}\, \varphi$, dove φ è il potenziale di velocità, che si suppone funzione armonica uniforme (si noti che si tratta di moti *aciclici*) regolare in S, e che avendosi per ipotesi

$$\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{n} = \frac{d\varphi}{dn} = 0$$

su σ, φ si riduce a una costante e quindi $\boldsymbol{V} = 0$.

Digitized by Google

correnti derivate; queste tre sezioni debbono essere sufficientemente lontane dalla località dello stramazzo per cui si comportino sensibilmente come superficie piane trasverse. La superficie σ che limita la regione in studio è adunque in tal caso costituita da tre superficie piane trasverse, da due pareti rigide e da due superficie libere. È altresì applicabile la formola (5), quando per $\boldsymbol{i}$ si assuma p. es. la direzione e il senso del flusso a monte della corrente stramazzante.

Sia Δ la misura del *salto*; indichiamo con H, H_1, H_2 le profondità della corrente principale e delle correnti derivate nelle sezioni trasversali (a monte la prima e a valle le rimanenti), c, c_1, c_2 i valori delle rispettive velocità. Assumendo quale quota zero il fondo inferiore si ha manifestamente [§ 1, III]:

$$\Gamma = c^2 + 2\,g\,(\Delta + H) = c_1^2 + 2\,g\,H_1 = c_2^2 + 2\,g\,H_2\,.$$

Tenendo conto di ciò la (5) fornisce la seguente notevole relazione:

$$2\,(c^2\,H - c_1^2\,H_1 + c_2^2\,H_2) + g\,(H^2 - H_1^2 + H_2^2) = 0\,,$$

che unitamente alle due precedenti e alla condizione di incomprimibilità:

$$c\,H = c_1\,H_1 + c_2\,H_2\,,$$

determina c_1, c_2, H_1, H_2 quando sieno noti — com'è nella natura della questione — Δ, H, c, g.

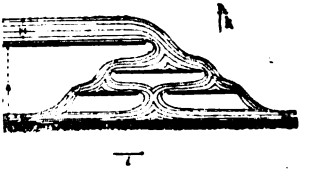


FIG. 2.

È interessante di rilevare che affinchè il fenomeno dello stramazzo abbia luogo nel modo descritto *è necessaria* la presenza di g. Infatti se $g = 0$, le precedenti relazioni si riducono alle seguenti:

$$c_1 = c_2 = c\,, \quad H - H_1 + H_2 = 0\,, \quad H = H_1 + H_2\,.$$

Dalle due ultime scende:

$$H_2 = 0 \quad , \quad H_1 = H;$$

scompare cioè la corrente derivata di ritorno.

Digitized by Google

Ritornando al caso di g non nullo è facile convincersi che le quattro relazioni dianzi stabilite continuano a valere anche se lo stramazzo prima di dar luogo alle correnti derivate si scinde in stramazzi parziali come mostra la Fig. 2.

8. — Al caso precedente può ridursi il fenomeno più complesso di due stramazzi confluenti che generano due correnti come schematicamente è messo in rilievo nella Fig. 3.

FIG. 3.

La superficie σ è costituita da quattro superficie piane trasverse, da tre pareti rigide e da tre superficie libere. Anche ora, come nella applicazione precedente, è applicabile la formola (5).

Assumendo il fondo inferiore alla quota zero, si ha [§ 1, III], con manifesto significato delle notazioni (si tenga sott'occhio la figura):

$$\Gamma = c^2 + 2g(\Delta + H) = c'^2 + 2g(\Delta + H') = \\ = c_1^2 + 2g H_1 = c_2^2 + 2g H_2 .$$

La prima di queste può scriversi più semplicemente:

$$c^2 + 2g H = c'^2 + 2g H'$$

e stabilisce una relazione tra gli elementi dei due stramazzi confluenti. Dopo ciò la (5) fornisce la seguente relazione;

$$2(c^2 H - c'^2 H' - c_1^2 H_1 + c_2^2 H_2 + \\ + g(H^2 - H'^2 - H_1^2 + H_2^2 = 0 .$$

Questa unitamente alle precedenti e alla condizione di incomprimibilità:

$$c H + c' H' = c_1 H_1 + c_2 H_2 ,$$

determina c_1, c_2, H_1, H_2 in funzione dei dati del problema e cioè di c, c', H, H', g, Δ, purchè naturalmente i primi quattro soddisfacciano alla relazione più sopra rilevata.

Digitized by Google

DISCRIMINANTI E FASCI
NELLA TOPOLOGIA PROIETTIVA DEL PIANO

Nota del prof. LUIGI BRUSOTTI

(Adunanza del 25 Aprile 1918)

Nella presente Nota, da una classificazione dei punti doppî reali a tangenti distinte, si deduce una semplice ma notevole proprietà topologico-proiettiva dei fasci reali di curve piane algebriche d'ordine pari (ed un suo corollario stereometrico).

Collo stesso metodo spontaneamente si estende alle curve piane reali d'ordine dispari arbitrario il teorema del CREMONA (*) sul criterio fornito dal segno del discriminante per la distinzione fra i due tipi di cubiche ellittiche reali; mentre si dimostra l'impossibilitá di una simile estensione (anche intesa in senso molto largo) per le curve piane reali d'ordine pari.

Sotto un certo aspetto la trattazione si accosta agli studî coi quali il DYCK (**) interpreta topologicamente la teoria analitica delle caratteristiche di KRONECKER, ma da quelli nettamente si stacca per l'indirizzo e per lo scopo.

1. Sia C^n una curva piana (algebrica) reale di ordine n; sia P un suo punto doppio reale a tangenti distinte.

Si presentano tre casi:

a) Il punto P è punto di intersezione di due distinti circuiti della C^n; e si dirà *punto di incrocio.*

(*) CREMONA, *Considerazioni sulle curve piane del terz'ordine colle soluzioni delle questioni 26 e 27* [Giornale di Matematiche, vol. 2 (1864); pag. 78]. Nello stesso volume vedansi gli scritti di BATTAGLINI (pag. 86), D'OVIDIO (pag. 104) e DINO (pag. 108).

(**) DYCK, *Beiträge zur Analysis situs. I. Aufsatz: Ein-und zweidimensionale Mannigfaltigkeiten.* [Mathematische Annalen. Bd. 32 (1888); pag. 457]. Cfr. specialmente § 12 a pag. 503 (1. Beispiel).

Digitized by Google

b) Il punto P è doppio per un circuito della C^n; e si dirà *punto di intreccio.*

c) Il punto P è a tangenti immaginarie conjugate, ossia è un *punto isolato.*

2. Si supponga ora che C^n *non posseggа altri punti doppi reali all'infuori di* P (nè abbia in P molteplicità superiori) e si esaminino in tale ipotesi i casi *a*) e *b*).

Nel caso *a*) i due circuiti che si incrociano in P non possono presentare ulteriori intersezioni e sono perciò due circuiti dispari [Fig. 1]. Nè può la C^n possedere altri circuiti dispari (poichè questi, tagliando i due già considerati, produrrebbero punti doppî reali diversi da P) ossia:

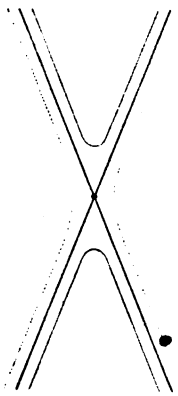


FIG. 1.

Il caso a) *si presenta solo per una* C^n (*di ordine pari*) *dotata di due circuiti dispari secantisi in un sol punto ed eventualmente di circuiti pari* (che non si taglino, nè taglino i circuiti dispari).

Nel caso *b*), il circuito dotato di punto di intreccio si può sotto l'aspetto topologico considerare come prodotto dalla riunione di due circuiti privi di punti multipli, ma aventi entrambi un punto angolare in P, nè altri punti in comune. Si presentano così tre eventualità:

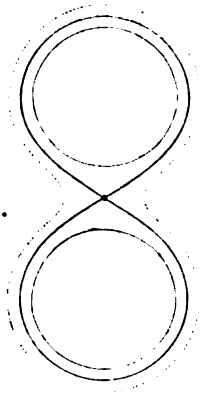


FIG. 2.

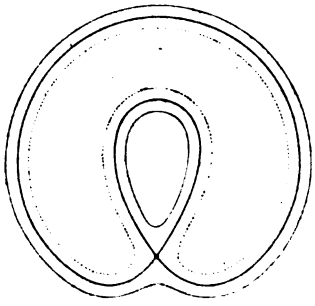


FIG. 3.

I. I due circuiti sono pari e (fatta astrazione dal punto P) sono uno esterno all'altro. L'intreccio si dirà *esternale* [Fig. 2].

Digitized by Google

II. I due circuiti sono pari e (fatta astrazione dal punto P) uno di essi è interno all'altro. L'intreccio si dirà *internale* [Fig. 3].

III. I due circuiti sono di parità diversa. L'intreccio si dirà *dispari* [Fig. 4]. Esso può presentarsi solo per n dispari.

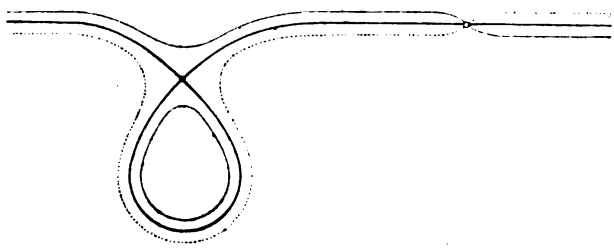


FIG. 4.

3. Si sottoponga una C^n, dotata di un sol punto doppio reale P, a due procedimenti di « piccola variazione » fra loro *complementari* (*), cioè si consideri un fascio reale algebricamente generico a cui appartenga la C^n ed in questo si assumano due curve reali prossime a C^n nei due sensi opposti.

Se P è un incrocio, entrambi i procedimenti di « piccola variazione » [Fig. 1] trasformano la coppia di circuiti dispari in un sol circuito pari.

Se P è un intreccio esternale, dei due procedimenti [Fig. 2], uno trasforma il circuito dotato di intreccio in una coppia di circuiti (pari) indipendenti (**), l'altro lo trasforma in un sol circuito pari.

Se P è un intreccio internale, dei due procedimenti [Fig. 3], uno trasforma il circuito dotato di intreccio in una coppia di circuiti (pari) omocentrici (***), l'altro lo trasforma in un sol circuito pari.

Se P è un intreccio dispari, uno dei procedimenti tra-

(*) Cfr. la mia Memoria: *Sulla generazione di curve piane algebriche reali mediante « piccola variazione » di una curva spezzata* [Annali di Matematica, Serie III, T. 22, pag. 117] al num. 10 e al n. 28.

(**) Denominazione già da me usata nella Memoria citata (num. 19).

(***) Per questa denominazione si confronti la mia Nota: *Nuovi metodi costruttivi di curve piane d'ordine assegnato dotate del massimo numero di circuiti* (Nota I^a); in questi Rendiconti (vol. XLVII, pag. 489), al § 3.

Digitized by Google

sforma il circuito dotato di intreccio in una coppia di circuiti di parità diversa, l'altro lo trasforma in un sol circuito dispari [Fig. 4].

Se infine P è un punto isolato, esso in uno dei procedimenti produce (nell'intorno) un circuito pari che l'include; nell'altro scompare senza lasciar traccia.

È superfluo aggiungere come in tutti i casi la « piccola variazione » non alteri nè il numero, nè la parità, nè la reciproca posizione dei circuiti non passanti per P.

Segue:

Se una curva piana reale d'ordine n *varia con continuità, in modo algebricamente generico, il passaggio attraverso una curva dotata di un sol punto doppio (reale)* P, *a tangenti distinte, non altera il numero dei circuiti se* P (n *pari) è un punto di incrocio, lo altera di un'unità in ogni altro caso.*

4. In un fascio F (algebricamente generico) di curve piane d'ordine n, il numero delle curve dotate di punto doppio è $3(n-1)^2$; esso è dunque dispari o pari secondo che n sia pari o dispari.

Segue che, in un tal fascio reale, il numero delle curve reali dotate di punto doppio (reale) è dispari o pari secondo che n sia pari o dispari (perchè l'eventuale presenza di coppie di curve immaginarie coniugate non influisce sulla parità).

5. Sia n pari, ed una curva percorra il continuo delle curve reali di F, sino a riprendere la posizione iniziale. Poichè [num. 3] soltanto il passaggio attraverso una curva dotata di intreccio o di punto isolato altera il numero dei circuiti, anzi lo altera di un'unità (e d'altra parte a percorso finito la curva ricupera l'antico numero di circuiti), segue che in un fascio reale, algebricamente generico, di curve piane d'ordine pari, il numero complessivo degli intrecci e dei punti isolati è pari. Ma, poichè [num. 4] il numero totale dei punti doppi reali è dispari, segue che *in un fascio reale algebricamente generico di curve piane d'ordine pari, il numero degli incroci è dispari* (*). Onde:

Un fascio reale, algebricamente generico, di curve piane

(*) Da una ricerca topologica, che sto svolgendo, risulta come la proprietà qui enunciata sia indipendente dalla algebricità, cioè valga per un *fascio (generico) di curve grafiche d'ordine grafico pari.*

Digitized by Google

d'ordine pari possiede almeno una curva dotata di punto d'incrocio.

Si può osservare che un tale fascio il quale presenti più di un incrocio possiede almeno quattro punti base reali, perchè ciascuno dei circuiti dispari di un incrocio taglia in un punto almeno ciascuno di quelli d'ogni altro. Si deduce:

Un fascio reale, algebricamente generico, di curve piane d'ordine pari privo di punti base reali, o dotato di due soli punti base reali, possiede una ed una sola curva dotata di incrocio.

6. Dall'esistenza di un incrocio per ogni fascio reale generico di curve piane d'ordine pari si può dedurre un corollario stereometrico.

Per questo si ricordi che se una falda pari contiene un circuito dispari, essa ne contiene infiniti. L'esempio più semplice di una tal falda è fornito da una quadrica rigata.

Sia Φ un fascio reale, algebricamente generico, di superficie d'ordine pari. Ad esso non appartengono superficie dotate di curva doppia, quindi in particolare non appartengono superficie dotate di una e perciò di due falde dispari, falde che colla mutua intersezione produrrebbero una curva doppia.

La sezione F di Φ con un piano reale generico possiede [n. 5] almeno una curva dotata di incrocio (dunque di circuiti dispari). Tale curva è sezione di una superficie S (di Φ) che contiene circuiti dispari e che, non possedendo falde dispari, ammetterà almeno una falda pari dotata di (infiniti) circuiti dispari.

Se il piano secante varia con continuità in modo generico (cioè non si mantiene tangente alla posizione iniziale di S), la S varia in Φ descrivendo un continuo. Segue:

Ogni fascio reale, algebricamente generico, di superficie d'ordine pari presenta uno o più continui di superficie (reali) possedenti una o più falde (pari) dotate di circuiti dispari.

Di questo corollario è caso particolare la proprietà per cui un fascio reale di quadriche, algebricamente generico, contiene infinite quadriche a rette reali.

7. Sia ora Γ^n una curva piana reale d'ordine n dispari, algebricamente generica. Sia U^n una curva piana (reale) dello stesso ordine, algebricamente generica, ma *dotata di un solo circuito*. L'esistenza di una tal curva si può facilmente provare colla « piccola variazione » della curva-spezzata in una

Digitized by Google

retta reale ed in una curva reale d'ordine $n-1$ priva di punti reali.

Il discriminante Δ di una curva (reale) d'ordine n dispari è di grado pari $[=3(n-1)^2]$ nei coefficienti, onde il suo segno è essenziale. Ma, poichè Δ è dato a meno di un fattore numerico, di questo si può disporre in modo *che* Δ *calcolato per* U^n, *risulti negativo.*

Se con variazione continua dei coefficienti (nel campo reale) si passa, in modo algebricamente generico, dalla U^n alla Γ^n, il passaggio attraverso ad una curva dotata di punto doppio verrà ad alterare di un'unità il numero dei circuiti della curva [num. 3] ed insieme produrrà un mutamento nel segno di Δ. Secondo che il numero dei passaggi sia dispari o pari, il numero dei circuiti della Γ^n risulterà pari o dispari ed insieme il discriminante Δ, calcolato per Γ^n, risulterà rispettivamente positivo o negativo.

Onde: *Una curva piana reale d'ordine dispari, priva di molteplicità, possiede un numero pari o dispari di circuiti secondo che il suo discriminante* Δ *sia positivo o negativo.*

Per $n=3$ si ha il già citato teorema del CREMONA.

8. Per n pari il discriminante Δ è di grado dispari $[=3(n-1)^2]$ nei coefficienti, onde il suo segno non è essenziale. È quindi evidente come un'estensione in senso stretto del teorema del CREMONA non sia in questo caso ammissibile.

Si potrebbe peraltro pensare alla eventualità di un'estensione in senso più largo, sostituendo cioè al discriminante un altro invariante J.

Poichè il passaggio di una curva reale attraverso ad una curva dotata di un sol punto doppio muta la parità del numero dei circuiti quando il punto sia d'intreccio od isolato, non la muta, quando sia d'incrocio, così le curve dotate d'intreccio o di punto isolato dovrebbero appartenere alla varietà $J=0$ come elementi semplici o di molteplicità dispari, mentre le curve dotate di incrocio non apparterrebbero a tale varietà, oppure vi apparterrebbero come elementi di molteplicità pari.

Si consideri ora il fascio determinato da due curve C_1^n C_2^n (reali), d'ordine n, aventi in uno stesso punto (reale) P rispettivamente un intreccio ed un incrocio (nè altre singolarità).

Essendo la $J=0$ una varietà algebrica, le curve del fascio, fatta eccezione per un numero finito di esse, o saranno tutte fuori della varietà, o vi apparterranno come elementi semplici, o vi apparterranno come elementi di uguale molteplicità. Ma,

Digitized by Google

nell'intorno reale della C_1^n, il fascio possiede un continuo di curve dotate di intreccio, quindi appartenenti alla $J = 0$ come elementi semplici o di molteplicità dispari; e, nell'intorno reale della C_2^n, un continuo di curve dotate d'incrocio, quindi non appartenenti alla $J = 0$, o appartenenti a questa come elementi di molteplicità pari.

Si giunge così ad un assurdo. Onde:

Il criterio per la parità del numero dei circuiti di una curva piana reale d'ordine pari non può dipendere dal segno di un invariante.

9. Dalla precedente trattazione risulta l'importanza che nella topologia projettiva del piano è da attribuirsi ai punti di incrocio. Tale importanza può riassumersi affermando che, se (in determinate questioni sulle curve algebriche) il divario fra il caso dell'ordine pari e quello dell'ordine dispari trova la sua spiegazione *algebrica* nella diversa parità del grado del discriminante, esso trova una spiegazione *topologica* equivalente nel fatto che l'intervento degli ordinarî punti di incrocio si verifica esclusivamente per le curve d'ordine pari.

Digitized by Google

SULLE CORRISPONDENZE PIANE SIMMETRICHE [22] DELLA CLASSE UNO

Nota del prof. EMILIO VENERONI

(*Adunanza dell' 11 aprile 1918*)

1. Sia posta fra i punti di un piano π una corrispondenza simmetrica [22] della classe *uno* (1), che indichiamo con Γ; considerando come omologhe due rette che uniscano un punto di π ai due suoi omologhi in Γ, si ha una [22] simmetrica fra le rette di π, che diciamo *associata* alla Γ, e indichiamo con Γ^*; le due rette, in cui Γ^* muta una retta x di π, uniscono ciascuno dei due punti omologhi in Γ siti sulla x al suo omologo che non è sulla x (2); da ogni punto di π escono due rette omologhe in Γ^*, cioè *anche la* Γ^* *è di classe uno*, quando per classe di una corrispondenza fra rette s'intenda il carattere duale all'omonimo per una corrispondenza fra punti; le Γ, Γ^* si determinano a vicenda. — Ora, *il luogo delle coppie di* Γ *allineate con un punto fisso* M *è*, manifestamente, *una quartica*, C^4_M, *con un punto doppio in* M, *ed ivi toccata dalle due rette omologhe in* Γ^* *che vi si incrociano* (3); *così la curva inviluppo delle coppie di* Γ^* *incro-*

(1) Tale cioè che una retta generica di π contenga *una* coppia di punti omologhi. Le [22] piane simmetriche della classe *zero* furono oggetto di mie precedenti ricerche (in questi *Rendiconti*; anno 1917).

(2) Se i due punti fuori di x così ottenuti coincidono sempre, la Γ appartiene a un'involuzione cubica di 1ª classe, e la Γ^* diviene l'involuzione cubica fra le rette di π, nella quale sono coniugati i lati di un triangolo i cui vertici sono coniugati in Γ. Cfr. per questo caso: J. DE VRIES; *Cubic involutions in the plane*. K. Akademie von wetenscappen te Amsterdam; Procedings; Vol. XVI, (1914).

(3) Sono, queste C^4, i luoghi analoghi alle *curve* Ω, che, per le trasformazioni piane involutorie, furono principalmente considerate dal CAPORALI (Rend. Acc. delle Scienze, Napoli, 1879) e dal BERTINI (in questi *Rendiconti*, 1883).

Digitized by Google

ciate nei punti di una retta m *è della* 1^a *classe,* γ^4_m, *ed è bitangente alla* m *nei due punti omologhi in* Γ *siti sulla* m. Al variar di M su una retta n, la relativa C^4_M descrive un sistema quadratico (C^4_n), con due punti semplici fissi (gli omologhi in Γ) e un punto doppio variabile sulla n; le due quartiche del sistema uscenti da un punto di π sono quelle relative ai due incontri con n delle due rette omologhe in Γ^* uscenti dal punto. Viceversa, un siffatto sistema quadratico di quartiche determina una Γ (e quindi la Γ^* associata) come totalità delle coppie staccate su ciascuna quartica dalle rette passanti pel relativo punto doppio su n. Dualmente per gli inviluppi γ^4_m.

Da queste osservazioni si ricava (n. 3) che le Γ, Γ^* associate sono sempre le trasformazioni *congiunte* alla corrispondenza [22] fra punti e rette che in π è determinata dalla coincidenza principale di un generico connesso [22]. Se allora i punti e le rette di π si riferiscono ai punti di una superficie di *Veronese*, F^4_2, e agli S_4 dell'inviluppo φ^4_2 ad essa aderente, le Γ, Γ^* si mutano in [22] simmetriche Γ_0, $\Gamma_0{}^*$, fra i punti di F^4_2 o gli S_4 di φ^4_2; i due punti omologhi in Γ_0, posti su una conica di F^4_2, si ottengono segando la conica coll'S_4, omologo all'S_4 tangente a F^2_4 lungo la conica, nell'omografia generica di un sistema lineare ∞^9 dell'S_5 (come spazio di iperpiani), nel quale si traduce il sistema dei connessi [22] su π, che ammettono la coincidenza principale, a cui Γ, Γ^* sono dovute. E le rette che uniscono coppie di punti omologhi in Γ_0 costituiscono la V^9_3 base di un fascio di varietà cubiche, determinato dalla M^5_4 relativa ad F^4_2 (4) e da una varietà cubica passante per la F^4_2, e del resto generica (n. 4, 5). Le semplici relazioni fra il sistema di omografie e il fascio di varietà danno occasione ad alcune osservazioni sulle omografie che mutano in sè una F^4_2, e sulle F^4_2 che appartengono alla varietà M^5_4 relativa alla prima [Cfr. nota (8) al n. 5].

Distinte le principali specie di punti o rette fondamentali per Γ, Γ^* (cfr. n. 8 e seg.), si osserva che lo scendere del *genere* p di Γ, o p^* di Γ^* (cioè dei generi della curva o dell'inviluppo congiunti in Γ, Γ^* a una retta o a un fascio) al disotto di *due* (5), può dipendere dalla esistenza di rette o punti (*singolari*

(4) Indichiamo coi consueti simboli M^3_4, μ^3_4 le note varietà di punti e di iperpiani relative alla F^4_2.

(5) La Γ (e così la Γ^*) come totalità delle sue coppie è un ente razionale, perchè le coppie di Γ corrispondono biunivocamente alle rette del piano.

Digitized by Google

di 3ª specie) doppi per ogni γ^4_m o C^4_M, oppure dall'esistenza di un inviluppo o di una curva, che siano luoghi di rette o punti doppi variabili per ogni γ^4_m o C^4_M. Eliminati i casi in cui le C^4_M, γ^4_m generiche si spezzano, si possono così enumerare i tipi fondamentali altrimenti possibili, le cui singole costruzioni verranno date in una prossima nota.

2. Se i due punti della coppia di Γ posta su una retta m, coincidono in uno, questo è *punto unito* per Γ, ed m è elemento *limite* per Γ^*; dualmente. Se una C^4_M generica non ha punti doppi fuori di M, da M si possono condurre sei tangenti altrove alla curva; onde *l'inviluppo limite di Γ^* è al più della 6ª classe*, λ^6, e dualmente, *la curva limite di Γ è al più del 6° ordine*, L^6. La curva L^6 e l'inviluppo λ^6 sono luoghi di cuspidi e di tangenti di flesso delle C^4_M, γ^4_m, rispettivamente. *La* L^6 *è l'inviluppo di ogni sistema* (C^4_n) all'infuori della n; dualmente. Ne segue che una C^4_M tocca generalmente L^6 in 12 punti, congiunti ad M da rette unite per Γ^*. Onde *l'inviluppo unito di Γ^* è al più di classe 12*, e così *è 12 al più l'ordine della curva unita di Γ*; e poichè Γ, Γ^* sono di 1ª classe, intendendo per ordine di Γ^* il carattere duale all'omonimo di Γ, *gli ordini di Γ e Γ^* non superano 14*. I punti della curva congiunta in Γ a una retta x di π corrispondono biunivocamente alle rette di γ^4_x, e i punti di L^6 alle rette dell'inviluppo unito; dualmente; ne segue che *i generi delle Γ, Γ^* non superano due*, e che L^6 e l'inviluppo unito come λ^6 e la curva unita hanno lo stesso genere, 10 al più.

3. Un sistema quadratico di quartiche con un punto doppio variabile sulla retta $x_0 = o$ è rappresentato dell'equazione

$$(u_1 x_1 + u_2 x_2)^2 f + x_0 (u_1 x_1 + u_2 x_2)(u_1 \varphi_1 + x_2 \varphi_2) + \\ + x_0^2 (u_0^2 F_0 + u_1 u_2 F_1 + u_2^2 F_2) = o \qquad (1)$$

dove f, φ_i, F_i sono forme quadratiche nelle x. La curva generica del sistema (1) ha un punto doppio, variabile colle u_1, u_2, e due punti semplici fissi sulla $x_0 = o$ rispettivamente nei punti

$$x_0 = u_1 x_1 + u_2 x_2 = o \quad ; \quad x_0 = f = 0.$$

Il sistema (1) determina quindi una Γ affatto generica; la coppia di Γ posta sulla retta

$$u_x = u_0 x_0 + u_1 x_1 + u_2 x_2 = 0$$

Digitized by Google

si ottiene segando con essa la quartica (u_1, u_2) del sistema (1), e risulta quindi delle due soluzioni comuni alle equazioni:

$$u_x = 0 \; ; \; u_0^2 f - u_0 (u_1 \varphi_1 + u_2 \varphi_2) + (u_1^2 F_0 + u_1 u_2 F_1 + u_2^2 F_2) = 0$$

La seconda di queste è un'equazione generale del tipo

$$\mathbf{F} \equiv \Sigma a_{ik.rs} x_i x_k u_r u_s = 0 \qquad (2)$$

dove la somma si estenda, per ciascuna coppia ik, rs, alle disposizioni complete dei numeri 0, 1, 2, colle condizioni

$$a_{ik,rs} - a_{ki,rs} = a_{ik,sr} .$$

La (2) rappresenta un *connesso* [22] sul piano π, e mostra che due punti sono omologhi in Γ, se formano entrambi colla loro congiungente elementi del connesso 2), e perciò della sua coincidenza principale; e quindi che due rette sono omologhe nella Γ^* associata, se col loro punto comune formano entrambe elementi della coincidenza medesima. Così, le Γ, Γ^* sono le trasformazioni congiunte alla corrispondenza (nulla) [22] fra punti e rette, che il connesso determina su π. Esse sono determinate, anzichè dal connesso (2), da ogni altro che ammetta la stessa coincidenza principale, e rappresentate perciò dalle

$$u_x = 0 \quad ; \quad \mathbf{F} + u_x \mathbf{B} = 0 \qquad (3)$$

dove

$$\mathbf{B} \equiv \Sigma b_{mn} x_m u_n \qquad (m, n = 0, 1, 2)$$

è una forma bilineare arbitraria nelle x, u (6).

Ponendo nella (2), o nella seconda delle (3), per le u i binomi

$$u_0 \equiv (x\,y)_0 \equiv (x_1 y_2 - x_2 y_1) \; ; \; u_1 \equiv (x\,y)_1 \equiv (x_2 y_0 - x_0 y_2) \; ;$$
$$u_2 \equiv (x\,y)_2 \equiv (x_0 y_1 - x_1 y_0)$$

(6) Cfr. CLEBSCH; *Leçons sur la Géométrie* (Paris, Gauthier-Villars, 1883; T. 3° pp. 384 e seg.). Vi sono considerate per un connesso [m n] le curve e gli inviluppi analoghi alle C^4_M, γ^4_n; la curva e l'inviluppo limiti, la curva e l'inviluppo uniti, che vi appaiono come luoghi delle cuspidi, delle tangenti inflessionali, dei flessi e delle tangenti cuspidali delle *curve integrali* del connesso. Una generazione del connesso [22] si trova in ARMENANTE (Atti Acc. Lincei, 1876); una costruzione più semplice fu assegnata dal PEANO (Atti Acc. delle Scienze, Torino, 1881); casi particolari furono considerati dal BATTAGLINI (Giornale di Matematiche, Napoli, 1881) e dal PANNELLI (ivi, 1888).

Digitized by Google

si otterrà nelle x l'equazione della C^1_y relativa al punto y, e, nelle y, l'equazione delle due rette omologhe in Γ'^* che escono da x. Dualmente.

4. Riferiamo ora i punti e le rette di π ai punti di una superficie di *Veronese* F_2^4, in S_5, ed agli iperpiani della φ_2^4 ad essa aderente, mediante le formule

$$X'_{ii} = x^2_i \quad , \quad X'_{ik} = x_i\, x_k \quad ; \quad \xi_{ii} = u^2_i \quad , \quad \xi_{ik} = 2\, u_i\, u_k$$
$$(i, k = 0, 1, 2 \quad ; \quad i \neq k) \qquad (4)$$

Sostituendo nella seconda delle (3) mediante le (4), e ponendo

$$a_{ii.rs} = \alpha_{ii.rs} \quad ; \quad 2\, a_{ik.rs} = \alpha_{ik.rs} \quad (i \neq k)$$

si ottiene l'equazione

$$\Sigma\, \alpha_{ik.rs}\, X'_{ik}\, \xi_{rs} + \frac{1}{2}\, \Sigma\, (b_{jr}\, X'_{sj} + b_{js}\, X'_{rj})\, \xi_{rs} = 0 \qquad (5)$$

dove sia ik, $rs = 00, 01, 02, 11, 12, 22$; $j = 0, 1, 2$, e nella seconda somma si ricordi che $X'_{mn} = X'_{nm}$.

La (5), al variare delle b_{mn}, rappresenta un sistema lineare ∞^9 di omografie Ω dell'S_5 (come spazio di iperpiani) in sè. Facendo allora omologhe sulla F_2^4 le immagini di due punti di π omologhi in Γ, si ottiene sulla F_2^4 una [22] simmetrica Γ_0; due punti corrispondenti in Γ_0 sono segati su ciascuna conica di F_2^4 dall'iperpiano ξ', in cui un'omografia generica Ω — che è generica nell'S_5 — muta l'iperpiano ξ di φ_2^4 tangente all'F_2^4 lungo la conica considerata; onde *un'omografia arbitraria dell'* S_5 *determina* (nel modo ora detto) *la* Γ_0 *sulla superficie di Veronese.*

La $\mathbf{M}_4^2$ relativa a F_2^4 ha l'equazione

$$\mathbf{M} \equiv |\, X'_{ik}\, | = 0 \qquad (6)$$

dove $|\, X_{ik}\, |$ è il determinante delle X_{ik}; e la condizione, affinchè l'iperpiano polare di un punto X' rispetto alla $\mathbf{M}_4^2$ contenga il punto a cui X' corrisponde in un'omografia Ω, è espressa dalla equazione

$$\Sigma_{ik.rs}\, \alpha_{ik.rs}\, X'_{ik}\, \mathbf{M}_{rs}\,(X') + (b_{00} + b_{11} + b_{22})\, \mathbf{M}\,(X') = 0\ (^7) \qquad (7)$$

dove $\mathbf{M}_{rs}\,(X')$ il minore corrispondente ad X'_{rs} in $\mathbf{M}$.

---

(7) La somma deve qui intendersi estesa per la coppia ik come alla (5), per la coppia rs alle disposizioni complete dei numeri 0, 1, 2, colle condizioni $\alpha_{ik.rs} = \alpha_{ik\,sr}$.

Digitized by Google

La (7) *al variar delle* b_{ii} *rappresenta un fascio di varietà cubiche, passanti tutte per la superficie di* VERONESE (i punti della quale annullano i suddetti minori) *contenente la* $\mathbf{M}_4^3$. *Le* ∞^2 *congiungenti le coppie di* Γ_0 *costituiscono la* $\mathbf{V}_3^9$ *base del fascio.* Difatti se X', Y' son due punti di una coppia di Γ_0, l'S_4 polare di un punto Z' della loro retta rispetto alla $\mathbf{M}_4^5$ è l'iperpiano ζ tangente ad essa lungo il piano della conica di F_2^4 passante per X', Y'; ma, essendo X', Y' omologhi in Γ_0, l'iperpiano ζ', in cui una Ω muta ζ, contiene X', Y' e quindi Z'; onde ζ contiene il suo omologo Z in Ω^{-1}; così (Z' e quindi) la retta X' Y' — che è già sulla $\mathbf{M}_4^3$ — appartiene a una varietà generica **G** di (7) e quindi alla $\mathbf{V}_3^9$. D'altronde un piano di 1ª specie di $\mathbf{M}_4^3$ sega una **G** nella conica di F_2^4 posta nel piano e nella retta che sostiene la coppia di Γ_0 posta sulla conica.

Così Γ_0 *è segnata sulla* F_2^4 *dalle corde di questa che appartengono ad una varietà cubica passante per la* F_2^4. Viceversa, *assegnata in* S_5 *una varietà cubica passante per la* F_2^4 *e del resto generica, le corde della superficie appartenenti alla varietà, determinano fra i punti della* F_2^4 *una* [22] *simmetrica, che è immagine di una* [22] *simmetrica piana della classe uno;* invero l'S_4 tangente alla varietà in un punto di F_2^4, contenendo il piano ivi tangente ad F_2^4, sega questa in due coniche ivi incrociate; nel piano di ognuna sta una retta della varietà passante pel punto, onde per ogni punto di F_2^4 passano due corde di essa appartenenti alla varietà; così si determina su F_2^4 l'immagine Γ_0 di una [22] simmetrica piana, che sarà di classe uno, perchè il piano di una conica di F_2^4 contiene ancora una retta della varietà.

Ciascun piano di 1ª specie della $\mathbf{M}_4^3$ uscente da un punto M_0 di F_2^4 tocca una **G** nei due punti della coppia di Γ_0 che sta nel piano; *questi hanno per luogo la* C^8 *sezione di* F_2^4 *colla quadrica polare di* M_0 *rispetto alla* **G**, *che sarà l'immagine della* C^4_M *relativa al punto* M *di* π *rappresentato da* M_0.

5. Un connesso del sistema (3) determina un'omografia Ω del sistema (5), tale che un'iperpiano ξ di φ_2^4 e il suo omologo ξ' in Ω staccano da F_2^4 una conica ed una quartica rispettivamente immagini di una retta di π e della conica che le corrisponde nel connesso scelto, mentre un punto X' di F_2^4 e il suo omologo in Ω^{-1} sono le immagini — nel senso ben noto — di un punto di π e della conica-inviluppo che ad

Digitized by Google

esso corrisponde nel connesso stesso. In particolare un connesso degenere

$$u_x \mathbf{B} = 0$$

muta una retta u di π nella conica scissa nella u e nella sua omologa nell'omografia ω data su π dalla

$$\Sigma\, b_{mn}\, x'_m\, u_n = 0$$

e un punto di π nell'inviluppo scisso nel punto stesso e nel suo omologo in ω^{-1}; la ω si traduce in un'omografia ω_0 su $\mathbf{F}_2^4$, e il connesso determina un'omografia Ω_0 del sistema (5), che muta ogni iperpiano ξ di φ_2^4 nell'iperpiano ξ' (di μ_4^3) determinato dalla sua conica di contatto e da quella in cui essa è mutata da ω_0, mentre Ω_0^{-1} muta un punto di F_2^4 nel punto (di $\mathbf{M}_4^3$) ove s'incontrano i piani tangenti a F_2^4 nel punto stesso e nel suo omologo in ω_0^{-1} (8). Le omografie Ω_0 sono rappresentate dalla

$$\Sigma_{j,rs}\, (b_{jr}\, X'_{sj} + b_{js}\, X'_{rj})\, \xi_{rs} = 0;$$

per una generica di esse il luogo del punto il cui iperpiano polare rispetto a $\mathbf{M}_4^3$ contiene il suo omologo in Ω_0^{-1} è, come

---

(8) Poichè una Ω_0 non è generalmente degenere, si ricava che: *I piani tangenti ad una superficie di* VERONESE F_2^4 *in punti omologhi di un'omografia* σ *della superficie in sè, si incontrano in punti di un'altra superficie di* VERONESE F'^4_2, che è sulla $\mathbf{M}_4^3$ relativa alla prima; *e le coppie di coniche della* F_2^4 *omologhe in* σ *sono congiunte da iperpiani inviluppanti una* φ'^4_2, che è sulla μ_4^3 relativa alla prima. Questa proprietà si ottiene subito dalla rappresentazione dei punti di F_2^4 e di $\mathbf{M}_4^3$ sui punti e sulle coppie di punti di π; il luogo F'_2 degli incontri dei piani tangenti ad F_2^4 in punti omologhi in σ si rappresenta così nella totalità delle coppie di punti omologhi in un omografia σ_1 generica su π; le ∞^2 coppie di rette omologhe in σ_1 portano a ∞^2 coniche su F'_2; e, non esistendo su π una conica armonica a tutte le coppie di σ_1, che è generica, la F'_2 non è in un S_4, ed è una superficie di VERONESE, F'^4_2. Si ha poi subito che *come* F'^4_2 *è su* $\mathbf{M}_4^3$, *così* φ_2^4 *è in* μ'^3_4, perchè ogni retta di π colle sue omologhe in σ_1, σ_1^{-1} porta a due coniche di F'^4_2, poste in un iperpiano di φ_2^4. Inoltre *le* F_2^4, F'^4_2 *si toccano nei tre punti uniti di* σ, perchè la conica di F_2^4 passante per due di essi è mutata in sè da σ, e le tangenti ad essa in punti omologhi s'incontrano in punti di una conica di F'^4_2 bitangente nei due punti uniti alla prima; così i piani tangenti a F_2^4, F'^4_2 in ciascun punto unito hanno in comune due rette e coincidono — Tralasciamo gli enunciati duali. — La proprietà indicata, analoga

Digitized by Google

mostra la (7), sempre la $\mathbf{M}_4^3$. Se poi, per l'omografia ω su π, è

$$b_{00} + b_{11} + b_{22} = 0 \qquad (8)$$

il luogo è indeterminato; così che *ognuna delle* ∞^7 *omografie* Ω_0 *appartenenti al sistema lineare così ottenuto muta ogni punto* X *di* S_5 *in un punto* X′ *della sua quadrica polare rispetto a* $\mathbf{M}_4^3$, *e dualmente per la sua inversa;* tutte le omo-

---

ad una ben nota delle proiettività su una conica, venne simultaneamente incontrata anche dal prof. C. ROSATI, come egli stesso ebbe la cortesia di comunicarmi; essa si può anche invertire nel senso che *le* ∞^8 *superficie di* VERONESE *così ottenute e le* ∞^5, *luoghi dei poli di un'iperpiano rispetto alle coniche di una* F_2^4, *sono le sole che siano sulla* $\mathbf{M}_4^3$ *ad essa relativa.* Riassumiamo la dimostrazione. Il piano σ' di una conica c' generica di una tale superficie F'^4_2, supposta su $\mathbf{M}_4^3$ e distinta da F_2^4 — il quale non è sempre su $\mathbf{M}_4^3$, se no F_2^4 ed F'^4_2 coincidono — sega $\mathbf{M}^3_4$ ancora in una retta r', e si traduce su π in un tessuto τ di coniche inviluppo non tutte degeneri, contenente una schiera ϱ e un sistema quadratico (non degenere) γ di coppie di punti, rappresentati da r', c'. Allora: a) se ϱ è un'involuzione ordinaria di punti, le r', c' si segano in due punti distinti di F_2^4; così la conica generica c' di F'^4_2 sega la F_2^4 in due punti; le F_2^4, F'^4_2 hanno in comune una sezione iperpiana: sono allora omologiche, e se R è il centro d'omologia, il cono R (F_2^4) sega ancora $\mathbf{M}_4^3$ nella F'^4_2, che è quindi del 2° tipo (Cfr. ROSATI, Atti Acc. delle Scienze, Torino, 1899). — b) se ϱ consta di un punto fisso A e di un punto variabile di una retta a, il tessuto τ ha due rette basi, passanti per A; le due rette sono distinte (se no il sistema γ degenera e la F'^4_2 conterrebbe rette); e il sistema γ risulta delle coppie di punti omologhi in una proiettività fra le due rette, che sarà in particolare una prospettività, se A, a si appartengono; riferendo allora i punti della F'^4_2 a quelli di un piano π', se ne cava che a ogni punto di π' ne corrispondono due su π, i quali variano in due punteggiate proiettive, se il punto su π' descrive una retta; ne segue che i due punti di ciascuna coppia su π sono omologhi in un'omografia σ di π in sè, e che F'^4_2 è del 1° tipo. Se A è sempre su a, la σ è un'omologia non armonica (se no F' è un cono): il fascio unito in σ porta a ∞^1 piani di 1ª specie comuni a $\mathbf{M}_3^4$, $\mathbf{M}'^4_3$; l'asse di σ porta a una conica lungo cui F_2^4 ed F'^4_2 si toccano; ne segue l'osservazione, dovuta al ROSATI, che in questo caso *anche* F_2^4 *è su* $\mathbf{M}'^3_4$, *ed anche* φ'^4_2 *è su* μ_4^3.

Digitized by Google

grafie Ω di un sistema lineare ∞^8 che contenga il precedente conducono a una stessa varietà cubica del fascio (7) (9).

6. Chiamiamo *singolare* un punto fondamentale R di Γ, tale che la coppia di Γ posta su una retta generica per R, contenga sempre R; definizione duale per una *retta singolare* r. Dei due punti omologhi in Γ a un punto di r, uno (almeno) è su r; la r contiene dunque ∞' coppie di Γ ed è parte della C^4_M relativa a un suo punto generico; se ne è componente semplice, essa si dirà *di* 1ª *specie o di* 2ª *specie*, secondochè la C^3_M residua non tocchi o tocchi sempre in M la r; se ne è sempre componente doppia, la r si dirà *di* 3ª *specie*. Definizioni duali pei punti singolari; s'indicheranno con r_i, R_i una retta o un punto singolare di specie i.

Gli ∞' punti omologhi in Γ a un punto fondamentale non singolare, *dovranno* distribuirsi su una retta (o su due rette) passante pel punto, e la retta sarà così singolare; dualmente; chiamiamo *subordinati* una retta od un punto fondamentali non singolari.

Ogni C^4_M *passa semplicemente per i punti* R_1, R_2, *toccando in ogni* R_2 *la retta* MR_2; *ha punto doppio in ogni* R_3. *Correlativamente.* Infatti la coppia di Γ posta su una MR_1 consta di R_1 e di un altro punto; quella posta su una MR_2 o su una MR_3 consta di R_2 o di R_3 contato due volte; inoltre l'inviluppo γ^4_x, relativo a una x per R_3, consta del fascio doppio (R_3) e di una conica inviluppo, della quale due rette passano per M, cosicchè sulla x, fuori di R_3, vi sono due punti di C^4_M.

La C^3_M, *che con una* r_1 *compie la* C^4_M *relativa a un punto di* r_1, varia in un sistema quadratico, e *sega* r_1 *in M e in una coppia di* Γ *variabile in un'involuzione ordinaria o degenere*, i, proiettiva alla punteggiata descritta da M su r_1; se i è

(9) Un'omografia Ω_0 — interpretata nello spazio di coniche-luogo e di coniche-inviluppo — quando provenga da un'omografia ω generica su π sarà, così, tale che tutte e sole le coniche inviluppo corrispondenti in Ω_0 a coniche-inviluppo coniugate alle coniche luogo aderenti alle prime sono le coppie di punti; dualmente per Ω_0^{-1}. Se invece per la ω sussiste la (8) — cioè se ω^{-1} muta ogni punto di π in un punto della sua polare armonica rispetto al suo triangolo unito e quindi ω ha la proprietà duale — allora la Ω_0 muta *ogni* conica inviluppo in un'altra che, come conica-luogo, è coniugata alla prima. Dualmente per Ω_0^{-1}. — Si tralasciano, qui, gli enunciati duali, che si ottengono trasportando la Γ^* in una Γ_0^* fra gli S_4 di φ_2^4.

Digitized by Google

degenere, il suo punto singolare F, per cui passano tutte le C^3_M, è un punto fondamentale subordinato. *La* r_1 *è doppia per l'inviluppo limite* λ^6, perchè da un suo punto M escon 4 rette a toccare altrove C^3_M; *è tritangente alla curva limite* L^6, nei tre punti M che appartengono al gruppo corrispondente di i; uno di essi è F, se i è degenere. *La* r_1 *diminuisce di uno l'ordine della curva unita e quindi di* Γ, perchè ogni curva inviluppo γ^4_m contiene r_1, e tocca ancora λ^6, per cui r_1 è doppia, al più in 11 punti, e 11 al più sarà l'ordine della curva unita. *L'inviluppo* $\gamma^4_{r_1}$ *ha in* r_1 *una retta tripla.*

La C^3_M, *che con una* r_2 *compie la* C^4_M *relativa a un punto di* r_2, varia pure in un sistema quadratico, e *tocca* r_2 *in* M; onde ogni gruppo ternario della serie quadratica, che il sistema segna su r_2, contiene un punto doppio variabile, risultando quindi di questo e di un punto fisso F; cosicchè *a ogni punto M di* r_2 *è omologo in* Γ *il punto* F *contato due volte:* F è un punto fondamentale subordinato, e la C^3_F ha un flesso in F, essendo r_2 la tangente tripunta. *Sulla* r_2 *stanno quattro punti singolari*, ciascuno dei quali è doppio per la relativa C^3_M, e che insieme danno l'intersezione di r_2 con una C^4_M generica. *L'inviluppo* $\gamma^4_{r_2}$ *si scinde nei 4 fasci che li hanno per centri. La* r_2 *è* ancora *doppia* per λ^6, *diminuisce di uno l'ordine di* Γ, ma *appartiene alla curva limite, che* all'infuori d'essa, *è una* L^5 *al più*; e *diminuisce di 4 l'ordine di* Γ^* (e la classe dell'inviluppo unito), perchè la L^5 tocca in 10 punti una C^4_M generica.

La C^3_M, *che con una* r_3 *compie la* C^4_M *relativa a un punto di* r_3 varia in un sistema quadratico (C^2) affatto generico, proiettivo alla punteggiata descritta da M su r_3, e *sega la* r_3 *in una coppia di* Γ, *variabile in una serie quadratica affatto generica;* le coppie delle serie determinano su r_3 una corrispondenza rettilinea simmetrica [22], subordinatavi dunque da Γ. *Sulla* r_3 *sono generalmente quattro punti* R_1, che sono i punti della r_3, che appartengono alla corrispondente C^2 del sistema quadratico. L'inviluppo $\gamma^4_{r_3}$ si scinde nei 4 fasci che li hanno per centri. *La* r_3 *è quadrupla per* λ^6, perchè da un suo punto si possono condurre due tangenti alla relativa C^2_M; per essa *la curva limite si riduce a una quartica* L^4, l'inviluppo del sistema (C^2); di modo che *la* Γ^* *è al più d'ordine* 10; e anche *la* Γ *è al più d'ordine* 10, perchè ogni curva inviluppo γ^4_m, per cui r_3 è doppia, tocca ancora la curva inviluppo λ^6, per cui r_3 è quadrupla, al più in 8 punti, ed 8 sarà

Digitized by Google

l'ordine della curva unita. Inoltre, poichè una y^4_m è ora al più di genere 1, anche *la Γ è di genere uno* (al più).

Dualmente per i diversi tipi di punti singolari.

7. Derivano da ciò semplici costruzioni delle Γ, Γ^* dotate di qualcuna delle accennate singolarità:

a) *Per costruire una Γ dotata di una* r_1, fissata in π una rete di cubiche e su una retta r_1 un'involuzione ordinaria i, le cubiche della rete contenenti i gruppi di i formano un sistema quadratico, riferito biunivocamente ai punti di r_1, quando si facciano omologhi una curva del sistema e quel punto di r_1, che essa vi segna, all'infuori del gruppo di i, che le appartiene; *le coppie di Γ si otterranno segando ciascuna cubica del sistema colle rette uscenti dal punto corrispondente sulla* r_1. Se l'involuzione di Γ sulla r_1 deve esser degenere, si fisserà la rete con un punto base F su r_1, e su r_1 una proiettività non involutoria y; le cubiche della rete contenenti coppie di y formano un sistema quadratico; a ciascuna cubica del sistema si coordini il *primo* punto della coppia di y che le appartiene; *la Γ si costruirà poi come dianzi.*

b) *Una Γ dotata di una* r_2 si otterrà fissando in π una rete di cubiche con un punto base F su una retta r_2, e *segando ciascuna cubica della rete, che sia tangente a* r_2, *colle rette passanti pel punto di contatto.*

c) *Una Γ dotata di una* r_3 si otterrà fissando in π un sistema quadratico di coniche, riferendolo proiettivamente ai punti di una retta r_2, e *segando ciascuna conica colle rette uscenti dal punto corrispondente.*

Costruzioni duali per le Γ, Γ^* dotate di punti R_i [10].

8. *La congiungente* r *di due punti* R_3 *è una* r_3 *e dualmente.* Infatti la y^4_r contiene doppiamente i due fasci (R_3), onde la coppia di Γ^* uscente da un punto di r coincide nella

---

[10] Quando le Γ, Γ^* ammettano elementi singolari, la varietà **G** del fascio (7) acquista le particolarità che qui ci limitiamo a riassumere. Per ogni r_1 — che contiene ∞' coppia e di Γ — alla **G** appartiene un piano σ_1 di 1ª specie di $\mathbf{M}_4^3$, contenente una conica c di F_2^4; se $i = 1$, l'iperpiano tangente a $\mathbf{M}_4^3$ lungo σ_1 tocca la **G** in 4 punti, di cui tre su c; se $i = 2$, esso tocca la **G** lungo tutta la c, e se $i = 3$ lungo tutto il piano σ_3. Per ogni R_1, la **G** acquista un punto doppio V_1 su $\mathbf{M}_4^3$: il piano τ ivi tangente ad F_2^4, se $i = 1$, sega **G** in tre rette uscenti da V_1; se $i = 2$ appartiene alla **G**; se $i = 3$, esso è inoltre piano vertice pel cono osculatore in V_3 alla **G**.

Digitized by Google

r, che è dunque una r_2 o una r_3; essa pertanto fa parte della C^4_M relativa a un suo punto generico; la componente residua deve contenere i due punti R_3 per l'ipotesi, nè può avere in M tangente diversa dalla r; questa si stacca dunque due volte da ogni tale C^4_M ed è una r_3.

9. Se la C^4_M generica si spezza, ed ha una componente fissa, la sua parte variabile risulterà di una cubica (degenere o no) con punto doppio in M, o di due rette passanti per M, e il primo membro dell'equazione di C^4_M, che è [3]

$$F^* \equiv \Sigma\, a_{ik.rs}\, x_i\, x_k\, (xy)_r\, (xy)_s = 0$$

ammetterà un fattore nelle sole x, riducendosi a uno dei due tipi

$$F'^* \equiv \Sigma\, a_i\, x_i\, \Sigma_{k.rs}\, b_{k.rs}\, x_k\, (xy)_r\, (xy)_s = 0;$$

$$F^* \equiv \Sigma\, a_{ik}\, x_i\, x_k . \Sigma\, b_{rs}\, (xy)_r\, (xy)_s = 0$$

che provengono rispettivamente dai connessi

a) $\Sigma\, a_i\, x_i\, \Sigma\, b_{k.rs}\, x_k\, u_r\, u_s = 0$; b) $\Sigma\, a_{ik}\, x_i\, x_k\, \Sigma\, b_{rs}\, u_r\, u_s = \sigma$

Dualmente, l'ammettere, per un generico γ^4_m, un'inviluppo componente fisso, porta di nuovo al connesso b) che è duale a sè, o al connesso, duale ad a),

a') $\qquad \Sigma\, b_r\, u_r\, \Sigma\, a_{ik\,.s}\, x_i\, x_k\, u_s = 0.$

E questi sono i soli casi in cui esistono ∞' punti o ∞' rette singolari, i cui luoghi sono appunto componenti fisse di C^4_M o di γ^4_m. *Esclusi questi casi*, quando la C^4_m generica si spezzi, le sue componenti sono tutte variabili, e fra esse non sono rette per M, che porterebbero a ∞' rette singolari; onde essa si scinde in una cubica con punto doppio in M e in una retta non per M, oppure in due coniche per M. Variando M su una retta r, deve la C^4_M percorrere un sistema di indice *due*; questo, nel primo caso deve comporsi di un fascio di rette e di un fascio proiettivo di cubiche con un punto doppio variabile su r, ciò che non è possibile; nel secondo dovrà risultare di due fasci di coniche, contraddistinti dall'avere punto base nell'uno o nell'altro punto della coppia di Γ su r; al variar di M su π si ottengono così due reti di coniche, proiettive ai punti M di π, così che ciascuna conica contiene il punto omologo; e la F^* assume l'aspetto

$$F^* \equiv \Sigma\, a_{ir}\, x_i\, (xy)_r\, \Sigma\, b_{ks}\, x_k\, (xy)_s = 0$$

Digitized by Google

che proviene dal connesso

c) $$\Sigma\, a_{ir}\, x_i\, u_r .\, \Sigma\, b_{ks}\, x_k\, u_s = 0.$$

Il connesso a) muta ogni retta u nella conica scissa in una retta fissa e in quella che è omologa ad u in un dato connesso [12]; il connesso a') gli è duale; il connesso b) muta ogni punto (e ogni retta) in tutti i punti (o le rette) di una conica luogo (o inviluppo) fissa. Le I, I^* relative sono degeneri. Invece pel connesso c) la I' fa corrispondere fra loro le due intersezioni di una retta u colle sue omologhe in due date omografie; la I^* fa corrispondere fra loro le rette che da un punto proiettino i suoi omologhi nelle inverse delle date omografie. Se queste sono fra loro inverse, si ha il solo caso in cui esistano 3 punti e quindi 3 rette singolari di 3ª specie, i vertici e i lati del triangolo unito. — Da quanto si è detto risulta pure che lo scindersi di ogni C^4_M trae seco lo scindersi di ogni γ^4_m e dualmente.

10. Posto ora che le C^4_M e quindi le γ^4_m generiche non si spezzino, supponiamo che la C^4_M generica abbia, oltre ad M, qualche punto doppio (due al più); se esso è fisso, è un punto R_3; se varia non riempie π — tutti i punti del quale sarebbero uniti — ed à per luogo una linea D, che diciamo *doppia* per I. Ogni punto X di D è allora doppio per le C^4_y relative agli ∞' punti y di una linea x, che al variar di X su D, riempie π; e poichè su una retta per X non può star sempre un punto della x — se no X e tutti i punti di D sarebbero singolari — dovrà la x ridursi a una o più rette per X. Ora *se X è doppio per le C^4_y relative ai punti Y di una retta x_1 per X, la x_1 è doppia per le γ^4_y relative a rette y per X:* perchè le rette di γ^4_y uscenti da un punto Y di x_1 sono, oltre alla x_1, soltanto le due che vanno agli incontri di y con C^4_Y, fuori di X. Ne segue che la linea x deve ridursi ad *una sola retta* per X, perchè se constasse di due (o più) rette x_1, x_2 per X, ogni γ^4_y relativa a una retta y per X, avendo tre rette doppie y, x_1, x_2, concorrenti in X, si scinderebbe, e, poichè ogni retta di π contiene almeno un punto di D, l'inviluppo γ^4_m generico si spezzerebbe. La x è dunque *una* retta per X che, al variare di X su D, varia in un'inviluppo Δ — che diciamo *doppio per I'^** — ogni retta x del quale sarà — dualmente — doppia per le γ^4_y relative alle rette passanti per un *solo* suo punto X, posto su D. Così *l'esistenza di una curva doppia trae seco quella di un inviluppo doppio e*

Digitized by Google

viceversa. La curva D e l'inviluppo Δ sono poste fra loro in corrispondenza biunivoca nulla, per modo che le C^4_M relative ai punti di una retta x di Δ hanno punto doppio nell'omologo X su D, e dualmente. Una C^4_M ha, fuori di M, tanti punti doppi variabili quant'è la classe di Δ, che sarà quindi un fascio o una conica inviluppo; una γ^4_m avrà, fuori di m, tante rette doppie variabili, quant'è l'ordine di D, che sarà quindi una retta o una conica. Tenendo conto di quanto è detto al n. 10, tutti i casi possibili sono riassunti nel prospetto seguente, dove i numeri di ciascun gruppo indicano ordinatamente i generi di I, I^*; il numero dei punti R_s, quello delle rette r_s; l'ordine di D; la classe di Δ;

220000	211000	120100	110011	111100	102100
011200	101011	010111	100012	010021	000112
001021	001111	002200	000022		

Le singole costruzioni dei tipi qui indicati, per cui uno almeno dei generi sia minore di due, si daranno in una prossima nota, dove verranno anche considerate quelle corrispondenze di generi $p = p^* = 2$, che abbiano il massimo numero di punti o di rette singolari delle prime due specie.

Digitized by Google

COSTO ECONOMICO E COSTO FINANZIARIO DELLA GUERRA

Nota del M. E. Prof. Camillo Supino

(*Adunanza del 25 aprile 1918*)

È opinione largamente diffusa che la guerra determini solo uno spostamento nelle fortune dei privati senza gravi ripercussioni sul patrimonio nazionale. Ma questa opinione contiene un'esagerazione evidentissima di una verità inoppugnabile che, cioè, le spese di guerra comprendono nello stesso tempo delle ricchezze, che realmente vengono consumate, e delle ricchezze, che sono semplicemente trasferite da certi individui ad altri.

Se distinguiamo il costo economico dal costo finanziario della guerra, è chiaro che nel primo si ha un consumo effettivo di ricchezza, mentre soltanto nel secondo si hanno anche degli spostamenti della ricchezza stessa. Il costo finanziario risulta dai pagamenti in moneta fatti dallo Stato, mentre per calcolare il costo economico è meglio fare astrazione dalla moneta, che è sempre un elemento disturbante, atto a nascondere l'intima essenza dei fenomeni che si vogliono analizzare. E facendo astrazione dalla moneta, il costo economico della guerra è dato:

1) dalle utilità che avrebbero prodotte gli uomini sotto le armi, se fossero rimasti nelle loro occupazioni solite;

2) dalle spese di mantenimento e di educazione di tutti gl'individui morti in guerra, le quali sarebbero state rimborsate con un profitto mediante la loro attività futura venuta invece a mancare;

3) dalla ricchezza realmente distrutta per effetto della guerra o consacrata a scopi bellici.

La guerra, dunque, provoca una minor produzione e un maggior consumo, che rappresentano entrambi una perdita eco-

Digitized by Google

nomica vera e propria. E il patrimonio nazionale, col proseguire dell'immane conflitto, non solo viene ad esser privato di quegli aumenti graduali e continui che avrebbe avuti in tempo di pace, ma subisce pure una riduzione sensibilissima per il logoro eccezionale di certi impianti stabili e per la distruzione di una parte cospicua della ricchezza esistente non immobilizzata, che è distolta dagli usi soliti e puranco dagl'impieghi produttivi per essere consacrata a scopi bellici.

D'altro lato questa riduzione del patrimonio nazionale è in parte contrabbilanciata:

1) dall'aumento della produzione per l'intervento in essa di donne, vecchi e ragazzi, che prima non lavoravano;

2) dalla maggior intensità con cui lavorano gli operai lautamente pagati a cottimo;

3) dalla diminuzione rilevantissima di tutti i consumi non bellici, che si manifesta con economie fatte dai cittadini, per sentimento patriottico, per effetto del rincaro di tutti i prodotti, per le scemate occasioni di spendere, o per le sottrazioni che il loro reddito subisce con le imposte eccezionalmente elevate.

Quanto al costo finanziario della guerra esso, consistendo nelle spese messe a carico del bilancio pubblico, sotto un certo aspetto è inferiore al costo economico, perchè non comprende tutto ciò che lo Stato non paga, come le perdite di vite umane, le devastazioni del territorio nazionale, gli affondamenti di navi mercantili ecc., mentre sotto un altro aspetto è superiore, in quanto i pagamenti fatti dallo Stato per salari, stipendi o acquisti di viveri e materiali non costituiscono ricchezza totalmente consumata, ma in parte semplicemente trasferita. Così la paga dei soldati, come giustamente osserva il Pigou, non è ricchezza effettivamente consumata: se essi ricevono più di quello che avrebbero guadagnato in tempo di pace, c'è un trasferimento di ricchezza dal resto della società a loro, se ricevono meno, il trasferimento avviene in senso inverso da loro alla società. Ma il costo reale per loro e per la società riuniti insieme è lo stesso in entrambi i casi, è uguale alla somma dei servigi produttivi, che i soldati avrebbero reso se fossero rimasti alle loro occupazioni solite. E anche tutto ciò che il governo spende per prezzi accresciuti, per guadagni straordinari fatti dai fornitori militari, per frodi o furti d'intermediari poco scrupolosi non è che un semplice trasferimento di ricchezza da una parte all'altra della nazione.

Questi trasferimenti di ricchezza, però, non sono tutti destinati ad accrescere il patrimonio nazionale, perchè una

Digitized by Google

parte cospicua delle paghe dei soldati, dei salari elevati degli operai e dei guadagni dei fornitori si rivolge a consumi improduttivi, al lusso più sfrenato e ai più irrazionali sperperi.

Negli acquisti fatti all'estero tutta la spesa in denaro è consumo reale di ricchezza per la nazione, anche se gli acquisti sono coperti con prestiti che gli stranieri ci hanno concesso, in quanto il prestito dovrà o prima o poi essere rimborsato con prodotti nazionali esportati, mentre su di esso pagheremo prima del rimborso gl'interessi annuali con altri prodotti nostri spediti all'estero. E i profitti dei fornitori, essendo in questo caso percepiti da stranieri, non fanno che accrescere le nostre spese, senza dar luogo a trasferimenti favorevoli all'aumento del patrimonio nazionale.

La distinzione tra costo finanziario e costo economico della guerra, facendo astrazione dalla moneta in quest'ultimo, serve benissimo a confutare un errore, in cui cadono anche persone colte nel parlare delle spese di guerra degli imperi centrali. Si dice che ad essi questa tremenda tragedia costa poco, perchè, essendo bloccati, non possono fare acquisti all'estero, onde il loro denaro, per quanto largamente speso, resta sempre in paese. Ma se ciò significa che presso gl'imperi centrali c'è una parte maggiore di ricchezza, che è semplicemente trasferita da certe classi sociali ad altre, non vuol dir per questo che essi non abbiano le perdite risultanti dalla minor produzione e dal maggior consumo, che abbiamo enumerate più sopra e che sono assolutamente indipendenti dall'intervento o meno della moneta, la quale, come strumento degli scambi, è sempre un semplice intermediario in questi complessi fenomeni economici.

Digitized by Google

IL DIALETTO DELLA VALSESIA

I.

VOCALISMO.

Nota del dott. Teofilo Spoerri

(*Adunanza del 21 febbraio 1918*)

Fonti.

A. **Fonti orali**: Il materiale che sta a base di questo studio fu raccolto in 4 soggiorni, dal capo d'anno 1914 alla primavera 1915. Feci degli interrogatori a Civiasco, Varallo, La Ferrera, Boccioleto, Rossa, Carcoforo, Rassa, Campertogno, Pila, Riva Valdobbia, Ca di Ianzo (Val Vogna) e Fara Novarese. Le località studiate più a fondo sono Boccioleto, Rossa, Campertogno e Riva Valdobbia colla Val Vogna. Scelsi come dialetto tipico quello di Boccioleto-Rossa, perchè presenta il doppio vantaggio di esser vivo ancora nella bocca di un gran numero di persone e di aver serbato nondimeno il suo carattere arcaico.

Nella Val Vogna, che ha un dialetto più originale, non trovai che una sola vecchia parlante ancora l'antico dialetto. Mi prevalsi nei miei interrogatori del *Questionnaire* composto dal signor Prof. Jaberg nelle sue varie escursioni dialettali nel Piemonte (ca. 3200 parole).

Le forme datemi dalle persone escusse furon sempre controllate attraverso un gran numero di persone, sia nella spontaneità del colloquio, sia mercè interrogazioni dirette. In tutto ho passato 8 settimane nella Valsesia, i due ultimi soggiorni essendo stato interrotti, l'uno dalla guerra europea, l'altro dall'intervento dell'Italia.

Mi permetto di presentare al pubblico questo lavoro perchè sono convinto che non m'è sfuggito nessun fenomeno importante. Il tempo però non è stato sufficiente per notare tutte le sfumature e variazioni dei differenti parlari locali.

Le persone che ho interrogate più a lungo sono:
a Boccioleto: Bo[1] (o nessun segno) = Erminia Piccina,

Digitized by Google

d'anni 35, della frazione dei Ronchi. Sempre vissuta nel paese. Intelligentissima. È la migliore fonte per prontezza, sicurezza e abbondanza. Tipo dial. arcaico. -- Bo² = Giulia Panozzo, vecchia donna della frazione Alloro. Mi recitò diversi canti e versetti. Tipo arcaico. — A Rossa: Ro¹ = Bartolomeo Sottile di 29 anni, consigliere comunale, organista, ebanista e coltivatore. Ha fatto 22 mesi di servizio nel Veneto. Del resto è sempre rimasto in paese. Intelligente e pronto, soggetto però a molte oscillazioni e innovazioni. Rappresenta il tipo dialettale proprio della generazione attuale. — Ro² = Maria Domenica Gallizia, d'anni 80. Racconti molto importanti pel loro carattere arcaico e per la naturalezza della lingua. — Nella Val Vogna: Vo¹ = Maddalena Carestia, d'anni 61. Intelligente, pronta e sicura. Fonte molto arcaica. (Ca di Ianzo) — Vo² = Riccardo Carmellino, d'anni 33. Emigrò per 8 anni come falegname. Adesso fa la guardia all'Ospizio Sottile sul colle di Valdobbia. Fonte affatto moderna. (Riva Valdobbia). — a Campertogno: Cm¹ = Carlo Vietti, vecchio falegname, che non è quasi mai uscito dal paese. Fonte buona ed arcaica. Cm² = Giuseppe Sceti, originario di Quare. Stuccatore all'estero, da un pezzo albergatore a Cm. Fonte interessante ma non affatto sicura. — A Carcoforo: Cc¹ = Pietro Ragozzi, fu molti anni a lavorare all'estero. Da 4 anni abita stabilmente a Cc. Fonte non molto sicura. — Cc.² = Notizie raccolte dal professore Jaberg in un suo passaggio per quel paese. — A La Ferrera: Fe = Pietro Galetti, d'anni 55; lavorò in Francia e nella Svizzera. Poco sicuro. — A Varallo: Va Aldo Colleoni, d'anni 58, fù già tipografo. Sempre a Va. Fonte buona ed arcaica. — Della Bassa Valsesia (Isolella, Foresto Sesia) ebbi un saggio dialettale in trascrizione fonetica da Don Ravelli, autore della nuova Guida Illustrata della Valsesia. — Nel Novarese, a Fara (Fa), interrogai il signor Francesco Cuntini (d'anni 30, fonte eccellente) e l'autore del testo dialettale nel Rusconi, Luigi Reali.

Valgono poi come fonti orali i materiali raccolti dal prof. Jaberg nell'Ossola e nel Canavese. Do qui l'elenco delle località citate in ordine geografico, annoverando fra parentesi quadre i dialetti citati in lavori glottologici moderni:

A. Ossola-Verbanese-Novarese: [Valle Antigorio: Premia; Valle Divedro: Varzo; Valle di Bognanco: Pizzanco. Salvioni, Risoluzione Palatina di K e G nelle Alpi Lombarde in Studj di fil. romanza, vol. VIII]. Valle della Toce: Domo d'Ossola (Do). [Val Vigezzo: S. Maria Maggiore (SMM), Malesco

Digitized by Google

(Mal.), Villette (Vl.). Centovalli: Intragna (Int.). Onsernone (Ons.). Salvioni, AG. IX 188-260]. Valle Antrona: Antrona piana (Ant.). San Pietro (SP). Viganella (Vig.). Valle Anzasca: Calasca (Cal.), Bannio (Ba.). Lago d'Orta: Pella (Pe.). Novarese: Fara (Fa) — B. VALSESIA-BIELLESE: Valle principale: Varallo (Va), Pila, Quare, Campertogno (Cm.) Riva Valdobbia. — Val Mastellone: La Ferrera (Fe). Val Sermenza: Boccioleto (Bo) Rossa (Ro), Carcoforo (Cc), Le Ferrate (Fet) Val di Rassa: Rassa (R) — Val Vogna (Vo) — Bassa Valsesia: Isolella (Is) Valle Sessera: Crevacuore (Cre), Locchi (Lo). Val d'Andorno: Piedicavallo (Pied). [Valle di Strona: Biella (Bi) Fed. Garlanda M. A. p. 327-341]. Viverone (Viv) — C. CANAVESE: Rueglio (Ru), Feletto (Fel), Brosso (Bro), Traversella (Tra), Locana (Loc.).

B. **Fonti scritte**: Si occupò del dialetto valsesiano il *Salvioni* nel suo magistrale articolo della *Lettura* (1901) pag. 715 sgg. Dopo aver additato le condizioni topografiche peculiari (la poca lunghezza della valle, la mancanza di passi, le più remote località occupate da un dialetto tedesco), egli dimostra che la Valsesia si frappone come un cuneo tra i territori cisalpini franco-provenzali da un lato, ladineggianti dall'altro, il tipo valsesiano essendo piemontese 'pur tramezzando com'è richiesto dalla situazione, tra piemontese e lombardo'. I fenomeni menzionati sono quelli dei numeri 1^{b}, 6-9, 28, 29, 69, 79, 103, 104, 113, 133 della nostra fonetica e morfologia. Il Salvioni fa inoltre un breve accenno all'attrazione dell'-i plurale nell'AG. IX p. 235 e nel. Krit. Jb. I p. 122.

Una ricca fonte lessicografica ci è data nel *Dizionario del dialetto valsesiano* di *Fed. Tonetti*, Varallo 1894. Testi dialettali sono:

La Guerra d'Iacmacc (Iac) edita da Fed. Tonetti nelle 'Famiglie Valsesiane' Var. 1884 pag. 102-112. Consta di ca. 800 versi e ci dà il racconto di una sommossa popolare avvenuta il 15 agosto 1678. Non saprei dire nulla di sicuro circa all'età e all'autore: un anonimo secondo il Tonetti; tal Prospero Torello da Borgomanero secondo il Biondelli che dà un estratto d'un manoscritto composto 'quasi 2 secoli fà'; tal Giovanni Duberti da Scopello secondo il Ravelli, Nuovissima guida illustrata della Valsesia p. 219. Checchè ne sia, la poesia doveva essere molto popolare e oggidì ancora si odono delle vecchiette recitarne centinaia di versi.

La Parabola in dialetto di Riva Valdobbia (Riv.) e *diversi testi varallesi* nel Rusconi.

Le poesie edite ed inedite di *Cesare Frigiolini*, Varallo 1875.

Digitized by Google

Di *Gian Giacomo Massarotti* e di *Giovanni Preti* si hanno poesie stampate su fogli volanti e qua e là in varie pubblicazioni.

Sigle delle opere più spesso citate: *Ant. ast.* — Giacomino, La Lingua dell'Alione. Arch. glott. it. (AG) xv 403 sgg. *Batt.* = Battisti, Testi dialettali italiani. Halle 1914. *Biond.* Biondelli, Saggio sui Dialetti Gallo-italici. Milano 1853. *Cast.* = Toppino, Il dialetto di Castellinaldo AG xvi 517 sgg Stud. rom. x, 1-104. *Filzi* = Contributo alla sintassi dei dialetti italiani. Studj rom. xi 1-92. *Gel.* = Renier. Il Gelindo. Torino 1896. *It. gr.* = Meyer-Lübke, Ital. Grammatik. Leipzig 1890. *M. A.* = Miscell. Ascoli, Torino 1901. *Monf.* = Ferraro, Glossario monferrino, 1881. *Muss.* = Mussafia, Darstellung der Altmail. Mundart. Vienna 1868. *Piem.* = Gavuzzi. Vocabolario piemontese 1891. *Piem. P.* = Dal Pozzo, Diz. etim. piem. 1893. *Pap.* = Papanti, I Parlari Italiani in Certaldo. Livorno 1875. *Par. Ormea* = Parodi. Intorno al dialetto di Ormea. Studj rom. v. *Pred.* = Prediche gallo-italiche ed. Foerster. Rom. Stud. iv, 1-92. *Rusc.* = Rusconi, I Parlari del Novarese e della Lomellina. Novara 1878. *REW* = Meyer-Lübke, Roman. etym. Wörterbuch. Heidelberg 1911-6. *Salv. app. lomb.* = Salvioni, Appunti lombardo-alpini. RIL xlv. *Salv. dial. alp.* = I dialetti alpini d'Italia. La Lettura 1901 p. 715 sgg. *Salv. dial. svizz.* = Lingua e dial. della Svizzera it. RIL xv 1907. *Salv. D. V.* = A proposito di due voci piemontesi RIL xxxvii p. 522 sgg. *Salv. K. J.* = Krit. Jahresbericht. vol. i. *Salv. lag. mag.* = Saggi intorno ai dialetti di alcune vallate all'estremità settentrionale del Lago Maggiore. AG ix 188-260. *Salv. mil. ant.* = Osservazioni sull'antico vocalismo milanese. Studj dedic. a Pio Rajna p. 369 sgg. *Salv. mil. mod.* = Fonetica del dial. mod. della città di Milano. Torino 1884. *Salv. P. Arb.* = Glossario del Dial. d'Arbedo per V. Pellandini con ill. e note di C. Salvioni. Boll. stor. d. svizz. it. vol. 17 (i) — 18 (ii). *Salv. pal. lomb.* = La Risoluzione Palatina di K e G nelle Alpi Lombarde. Studj di filol. rom. vol. viii 1-33. *Salv. sanfr.* = Del posto che spetta al sanfratellano... AG xiv 437 sgg. *Schaed. Ormea* = Schaedel, Die Mundart von Ormea. Halle 1903. *Ton.* = Tonetti, Dizionario del dial. vals. Varallo 1894. *Uss.* = Terracini, Il parlare d'Usseglio AG xvii. *Zucc.* = Zuccagni-Orlandini, Racc. di dial. ital. Firenze 1867.

L'estensione dei fenomeni è determinata in base ai saggi

Digitized by Google

datici da Batt., Biond., Pap., Rusc., Zucc., Schaed. Ormea, Salv. sanfr. ecc. e dalle raccolte del prof. Jaberg.

Fonetica.

Nota preliminare: Si hanno grafie diverse per lo stesso suono, sopratutto in questi due casi: 1° quando si tratta di suoni in via di sparizione come per es. il *s* palatale, che sa di contadinesco e tende a sparire presso le generazioni nuove. Ciò avviene attraverso una serie di fasi intermedie, che sono notate ora con *ṡ* ora con *s*. Anche l' *ȧ* palatale non si può quasi distinguere dall'*a* medio. I suoni *t*, *k*, *p*, all' uscita hanno per lo più un suono intermedio tra la sorda e la sonora (*t* lene, ecc.) ma, a seconda del contesto, si può sentire un *t* o un *d*. Il 2° caso è più importante. Vi sono oscillazioni nella distinzione delle vocali: *e* — *ę*, *ö* — *œ*, — *ę* finale — *i* (lat, — *e*). Si tratta qui dell'infiltrarsi di una pronuncia straniera (piem. o lomb.-comune) che si manifesta sopratutto nelle generazioni nuove. Per altro debbo confessare che non mi sono sempre sentito sicuro nel notare un *e* chiuso o aperto e così parecchie incertezze saranno roba mia (1)

I. Vocali.

A. Vocali toniche.

A. 1. *a*) **di solito intatto:** *la vărga* anguinaia, *u skȧrlu* battiburro, *a bȧlka* cessa di piovere, *al saṅkw* sangue, *l ȧut* l'altro, *bȧcla* (il cane) guaisce, *uvȧjk* bacio, *gȧjt*, plur. di *gȧt* (v. num. 64), *la bȧźla* vaso di terra REW 866 *la gȧrja* REW 3625 scodella, *-la zȧffa* spreg. bocca, *tȧkka* macchia, *la lȧmma* lama, *al bȧbbju* rospo REW 852, *mȧć*, *ğȧć* ghiaccio, *lȧč* latte (2). — *b*) *-are* = *-ę* **2. Turbamento velare dav. a nasali:** *la brǫnda* acquavite; — *al lȧmp* la giogaia, *lȧmbru* non teso, *l rȧmf* granchio, *lkȧṅ* cane, *salvȧṅ* mostro, *mȧm* voce infantile per cibo, ecc. Ro: *la stȧṅga*, *bjȧṅk* ecc. ma meno fre-

(1) Per distinguere l'*e* torbido accentato dall'*e* indifferente atono, scriveremo il primo con *ȧ*, l'altro con *ę*. *s* è sempre sordo, *ś* = sonoro, *ṡ* sordo, *z* sonoro; *ż* = *ts*, *ź* = *dś*.

(2) Certi nessi che rendono qui breve la tonica hanno in altri casi per effetto il turbamento della vocale (v. num. 12, 25). Si tratta delle cons. doppie, dei nessi palatali, di *sk* e *śt*. In questi casi parliamo di posizione forte (vedi AG XVII 222 n).

Digitized by Google

quente Cc: *la gæmba, trænta* (sporadico). Vo[1]: *domóṅ* domani, *la kónva* canape, *pjónta, róṅa* rana, *fontóṅa, tavóṅ* tafano, *gróṅa, al koṅ* cane, ecc. — *sassánta, påṅ*. Il turbamento di *a* tende a sparire nei dialetti di fase recente. **3. a** = *à* pal: a) **dav. a w** = *mandráwla* mala femmina (anche *mandręwla*) *ǧáwn* giallo ecc. (ast. 519 n. 4) *káuc, láusta* ecc. b) **dav. a cons. mediopalatali** = *fáč* fatto, *dalmáǧǧu* danno ecc. Anche in questi casi l'impronta palatale è tanto debole che non la segneremo in seguito. **4. a + i** = *ę* (*ę*): **in — arius** (= ***ajr**): *al kuę́* **cotariu**, REW 2281 astuccio per la cote, *u sulę* granaio, *al niję* nidiandolo ecc. — in parole letterarie: *kumfasjunárju, rušárju, urinárju*. b) **in — aria** (= ***ajra**): *la čivę̄ra* **cibaria**, *la narǧę́ra* moccio, *la tampję́ra* travicello sottile che sostiene i tegoli, *la sabję́ra* trave che appoggia sul muro della casa, *la pužinęra* l'orsa maggiore, ecc. — *la salatęra, la sükręra, la ratęra* trappola, ecc. Spesso l'*e* oscilla nella stessa parola: *la kažęra, la kažęra* cascina ecc. Nei dialetti di fase più antica l'*ę* chiuso è più saldo. V. num. **11**. Cast. p. 519 n. 5 — *ęra*. Uss. p. 248 — *ęri*, Mil. ant. e mod. -*ęra* (Salv. mil. ant. p. 371) c) **nelle desinenze plurali** -*anti*, -*aṅki*, -*ampi*, -*ani*: *sę̄nt* santi, *tę̄nt* tanti, *gwę̄nt* guanti *al i bę̄ṅk, fję̄ṅk* (*al fjaṅk*) *kę̄mp* (*al kamp*); *i bakę́ñ* (*al bakaṅ*) uno che non emigra, ecc. V. num. 66[b] — d) *ębbja* **habeat** *aibia (*abbjúma*) *sępja* **sapiat***saipia. e) collo spostamento dell'accento soggiacciono alla stessa evoluzione: *la rę̄š* radice, *la kę̄na* catena, *la pę̄la* padella, *al bę̄l* badile, *lę̄n* semplice REW 4927. ecc, (accanto ad *aṅkajnáčč* catenaccio, *pajlę́t, bajlá* 'badilata', *žlajnę̄* sciogliere ecc.) V. num. 126 — f) *aj* **conservato:** nei plurali *praj* prati, *naj* andati, ecc. — *i rájm* rami, *gájt* gatti ecc.; nelle forme verbali *faj, daj, štaj* ecc. — Salv. mil. mod. 87 *fē* fai, *se* sai, *vē* ecc. Vig. *kumprę̄i* comprati ecc. **5. á + o** = *ǫ*: *al fǫ* **fagu**, *l kó* **caput** bandolo, *üṅ drǫš* (Ro) *draussa Salv. app. lomb. 282 REW 2764 l'ontanello, *ün čǫ* **clavus** chiodo REW 1984.

E. **6.** *ę* **interno in sillaba scoperta** = *ę*: *avę̄na, la tę̄la. la štę̄la, la paršę́f*, **praesēpe** mangiatoia, *la nę̄f, žrę̄n* sereno, *l ampę́š* la pece *la sę̄gu* secale Ro *sęjgu, la tę̄ga tęjga* **thēca** bacello Ro *a tajga*. Abbiamo l'*ę* anche a Ro (*avę̄na nę̄f* ecc) a Vo (*avę̄na* ecc. ma *tęga, nęgru*) **Nelle altre località** = *ej*: Cc.[1] *pręšę́jf, bę́jvi -pęjl, nęjf* ecc. Cm. *avę́jna, tęjla* ecc. Caso sporadico: *la čojra* cera; Fe *pęjl, męjs* ecc. Va *la tęila* ecc. **7. Nell'iato** = *ęj*: *la sę́ja* seta, *prę́ja* pietra, *munę́ja* moneta,

Digitized by Google

la mẹja **meta** mucchio di fieno attorno al metule, *la fjurẹja* fodera d'un cuscino piem. *fiorè*, *la baćẹja* vaso fatto d'un pezzo di legno con sponda bassa, ecc. Vo¹: *monája*, *baćoja*, *moja*, ecc. Fe: *la soja* Ton. 59 nell'Alta Valsesia *bacioia*. **8. Dav. a *g* in casi sporadici** = *ẹj*: *mi i žlẹjk* (*žlajgwẹ* **liquare**) *mi i dažtẹjk* (*daštajĝẹ* sgusciare) *la tẹjga* accanto a *tẹga*, Ro *la tajga*, *sẹjgu* V. num. 103ᵇ. **9. All'uscita** = *ei*, a) dav. a r caduto = *ẹj*: *la sẹj* sera, *vẹj* vero, *l aspręj* (*aspejr?) speranza; -ēre: *avẹj*, *puvẹj*, *savẹj* ecc. Vo¹ *savẹj*, *vẹj* ecc. b) dav. a *t* caduto = *ẹj*: *kwẹj* **quētus*, *la rẹj* rete, *la sẹj*, *l avẹj* abete, *ruvẹj* **rubētu*, *ažẹj* aceto, *kravẹj* capretto REW 1647, *abćulẹj* Boccioleto; -ētis: *i ẹj* avete, *i vlẹj* volete, *truvrẹj* troverete ecc. Vo¹: *la roj*, *soj*, *ašoj* ecc. Riv. *cravoj*, Fe: *la sȧj* Fet *kravoj*, *ašoi*. *-Cast.* 520 n. 8 *sȧj* sete, *rȧj* vero, Val Chiusella *arai* AG XIV 440 Rivalta (Pred.) *faj fidem*, *laj legem* Chieri *fai*, *lai*. **La dissimilazione dell'ei in oi, ai** era in età più antica assai più diffusa, come appare dalla saldezza dell'*oi* nei dialetti arcaici e dagli esempi sporadici di Cm. (*ćojra*) Ro (*tajga*) Fe (*sȧj*) Fet (*kraraj*). È notevole l'*e* chiuso davanti a *r* caduto. **La mancanza dell'*e* dittongato** nei dialetti arcaici potrebbe suggerirci che l'*ẹ* interno sia un *e* primario mantenuto forse sotto l'influsso del lombardo. Il dittongo sarebbe un infiltrazione piemontese. Contro questa supposizione ci sono però argomenti assai validi. Abbiamo tracce dell'antico dittongo nelle forme rizatone *mpajžá* impeciato, accanto a *l ampẹš* pece, *dašĝajná* sfacciato, accanto a *la ĝẹna*. Bisogna poi prendere in considerazione la tendenza pronunciata del nostro dialetto a fondere insieme due vocali attigue: *la rẹš*, *la kẹna*, *la pẹla*, *bẹl*, *frẹl*, *mẹstru*, *lẹn*, *rẹt* rigido, *fẹra* *feira feria. (Ro *pejla*, *rejt*). Anche qui ritroviamo l'antico dittongo nella protonia: *ankajnáć*, *na bajlá*, *al pajlẹt*, *žlajnẹ* sciogliere, *rajdí* inrigidire. A Boccioleto la monottongazione si è estesa alle forme con *i* internato: *sẹk* secchi, i *bẹk* i becchi, *čẹp* tiepidi — *i pulẹt*, *i kükẹt*, ecc. Altrove: *sẹjk*, *bẹjk*, *čẹjp*, *pulẹjt kükẹjt* ecc. Vediamo anche in altro luogo la risoluzione dei gruppi di vocali attigue coincidere con quella di *ẹ* lungo: Vig: *tẹla* e *fẹra*, *frẹl*, *pẹla*, Cal *nẹiw* neve, *bẹiv* e *kẹyna*, *trẹint* tridente (ma *la pẹla*) Pied: *bẹivi* e *la kẹina*, *pẹila* Fa: *bẹvi* e *kẹna*, Viv: *al mẹjs* mese è *bajl*, *rẹjs*, *pejla* (ma *kẹna*) Ru: *mẹjs avẹj* e *rẹjs*, *mẹjšdabosk*, *rẹjdu* Fel: *kandẹjla* e *rẹjs*, *kẹjna*, *pẹjla* Traversella: *mãjs*, *sãjf* e *rãjs*, *kãjna* Mondovì (Salv. sanfr. 440¹): *tẹira*, *vai* — *mandaissa*.

Digitized by Google

Fa eccezione Mal (Salv. lag. mag. 258): *munée* moneta, di fronte a *chẹjna*, *pẹjla*, *vẹj* badile (ma *frel*, *trent*).. Infine l'indagine geografica (ved. cap. fin.) ci mostra che anche altri dialetti, in contatto col lombardo, perdono il dittongo. Poschiavo (Gartner 142, 144): *nẹ̄f*, *sẹ̄f*, *plēn*, *tēla* — *sēit*, *azēit*; Livinallungo (Rom. Gram. I 97): *azei*, *sei*, sete, all'interno *ẹ*; Colle (Gartner p. 143, 145): *nef*, *tela* -*azẹi*; nella Leventina (Salv. sanfr. 446): -ēr = *ei*; Gallo-italici di Sicilia (AG. VIII 307, It. gr. § 23): *tala*, *sara* — *avair*, *trai*, *azai*. — Tutti questi fatti mostrano con ancora maggior evidenza che **l'*ẹ* valsesiano non è primario ma risale al dittongo. 10. *ẹ* dietro a palatali** si fa sporadicamente *i*: *pjaži* piacere, *m paîs* un paese, Vo[1]: *ċirču*; = *pin plēnu*, *pīga plĭca*, *la pidria plētria*. Fenomeno esteso in tutta l'Alta Italia: it. gr. § 83, Gel. 122[4], Ormea 17, AG XV 409, XVI 520 nr 10 XVII 155. — Per influsso della labiale: *fumbra* fēmina, *vúĝi* vedere. **11. *ẹ* in posizione debole** = *ẹ*: *vẹrt*, *ċẹrču*, *vẹrża* cavolo, *fẹrm*, *ẹnsju* innesto, *bẹndu* il bandolo nel quale si avvolge la matassa, *dumẹ̄ṅga* domenica, *żẹ́vru* brina, *żanẹ́vru* ginepro, *brẹvju* 'brivido' REW 1290, *la lẹżna* lesina, ecc. -*dinti* dentro, *vinti* (salv. dial svizz. 730). Ro: *żanẹvru*, *śẹvru*, *lẹśna*, *ċẹrču*, *vẹrt* ecc. A Vo[2] l'*ẹ* è sempre aperto. **L'*ẹ* ha dunque la tendenza ad aprirsi.** Quell'alternare tra *ẹ* chiuso ed *ę* aperto anche in altri dialetti. Per es. Salv. P. Arb. 74, *tęra*, *candęra* ecc. *nęf*, *presęf*, *zęf* sego, *męs* allato a *sẹra*, *gẹsa*, *marchẹs*, *bef*, *sed*. Anche nella risposta di -ariu: -*ẹe*, -*ẹra* allato a *ęe*, *ęra*. V. num. 4[b], 13, 16, 17. — A Cm. abbiamo condizioni speciali: a) *ẹ* si chiude fino a *i*: *ínsju* innesto, *vírt*, *víẹrśa* cavolo, *duvjíẹrt* aperto, (*sīẹs* sei, *dīẹs* dieci, *grīẹf* greve) b) dav. a nasale + cons.: *lẹjṅgwa*, *męjṅǵa* domenica V. num. 15. — **12. *ẹ* di posizione forte**: a) **in parossitoni viene ad** *à*: *al tràbbju* bruschetto *trĭbulum*, *la pàċċa picea* REW 6479, *la bàddra* pancia, *làggu* solletico, *vaśàǧǧa* 'vescicola', *štarlàkka* palo per attacarvi la lucerna, *štràča strĭcta* strada tra due muri, *la vàlla* banderuola che si mette sul campanile, *tàla* tiglio, *l fànnu* (etimo?) culo, *malàña*, **malĭgna**, *štàppa* asse grossa, *gràppja* greppia, *spàssa spĭssa*, *na vàśśa* fatto giornaliero che si colporta di casa in casa REW 9382, *la tàtta* tetta, -*ĭtta*: *la navàtta* ecc., *la kavàzza*, *fràski* freschi, *pàska* pesca, *ràska* ariste del pesce REW 648, *àska*, *vàsku* vescovo, *tramàschi* faccende (etimo?), *čàšta* cresta REW 2330 V. Consonantismo '*r*', *pàsta* egli pesta ecc. b) **in**

Digitized by Google

ossitoni viene ad *ẹ* (l'*ẹ* è qui più aperto che di solito): *-ĭttu: lümẹ́t* pupilla, *u lukẹ́t* lucchetto ecc. ma *pulọt* (1) *n-a -štabjọt* stanzetta (subito corretto in *štabjẹt*), *-al mẹ́l* miglio, *al gwẹ́l* catino di legno REW 2401, *kavẹ́l* capelli, *al ċẹ́l* ciglio, *pẹš* pesce, *bẹk* becco, *sẹk* (*sȧkka*) secco, *spẹs* (*spȧssa*) spesso, folto, *čẹl* (*čȧlla*) piem. *chiel* lui, *ñẹk* (*ñȧkka*) malcotto (etimo?) *frẹč* freddo, *tẹč*, *frẹsk*, *rẹf* filo REW 7184, *čẹp* tiepido REW 8657 ecc, Vo[1]: *ferȯüšọt* forbici, *krüċọt* (*famẹlla*) gancio, *šübjot* zufolo, *gwọj* catino *kravọj*, *ċọj*, *pọs*, *sok*, *bok*, *froč*, *toč*, *rof*, *prošt* presto; Cc: *pulọt*, *trünọt* piccola cantina, *kurpȧ́t*, *fawċȧ́t*, *gwaj*! catino, *kavœj*, *prœst*; Fet: *pulȯt* ecc. Cm: *pœs*, *sœk*, *tœč* ma *pẹs*, *karẹt* Fe: *matalȧ́t*, *karȧ́t*, *rȧ́f*, *čwp*, *tœč*. **L'** *ẹ* **turbato** (AG xvii 229[1]) è un suono ottuso 'che sta tra i suoni di *a* ed *e* e tiene il posto del cosidetto muto piemontese *ë*, a cui s'avvicina' (Nigra M. A. 252). Nella Valsesia ha differenti sfumature: a Bo e negli antichi dialetti si avvicina all'*ȧ*, a Cm, Ro, nella generazione più recente, piuttosto all'*œ*. A Cc. si riduce quasi ad *ẹ*.

La vocale media può riacquistare piena sonorità ('reintegramento' AG xvii 229) Questo integramento può compiersi in sensi diversi. Nei parossitoni si verifica soltanto in casi sporadici: Bo: *stamȯña* *s t a m i n e a* pergamena, *ċuȯtta* civetta, *paskwọtta* 'Pasquetta' Vo[1] *ċuȯtta*, *kassȯtta -sọkka*, *la manȯǧǧa*, *vošȯǧǧa*, *kurȯǧǧi -pæċċa*, *tœtti*, *lœttigu* solletico. Cc: *ureǧǧa* ecc. Cm: *masœlla*, *lœggu* solletico, *ċuœtta*, *krœsta*; Fe: *la matalùtta* (masc. *matalœt*) *la prampùla* (Bo *parpȧlla*) farfalla, *kulmȯña*. **Negli ossitoni l'integramento è regolare** (12 b): in *ẹ* a Bo, Ro, Cm; in *œ* a Cc (in parte) ma *gwaj*, in parte a Cm, a Fe; in *o* a Cc, Vo[1], Fet. v. num. 12 b. Questo reintegramento ossitonale occorre anche nel piemontese comune (in *ẹ*), a Cast. (521) in *ȧ*, a Uss. (229) in *ă*. Le forme con *a*, *o* sembrano essere fasi antiche (Salv. K. J. 123), quelle con *e* recenti e quelle con *œ* intermedie. Manca l'integramento ossitonale a Viverone e Biella. — **13.** *ĕ* **in sillaba scoperta**

(1) La forma *pulọt* è conservata nella strofa che si dice al bambino passandogli in rivista le dita:

Al lünẹš l ẹ našȧ̆ l pulọt
Al martẹš l ẹ ñü grant e grọs
al mẹ́rku l ẹ anȧ́ par frȧ́ski
ǧọ́bja l ẹ anȧ́ nt l ört
ẹ l vẹndrı l pulọt l ẹ mört.

Digitized by Google

viene ad *ẹ*: *dẹ̀š* dieci (*sẹ́š*) *ǵẹ́l* gelo, *ntrẹ̄k* intiero, *ẹ̄r* ieri, *fẹñ* fieno, *bẹñ* bene, *la lẹ́vri* lepre, *la fẹ́vre* febbre ecc. Ma in molti casi, soprattutto dav. ad *-a* finale, abbiamo *ẹ*: *antrẹ́ga*, *karẹ́ga* sedia, *mẹ́wla* falce messoria, *pẹ́wra* pecora, Vo[1]: *antrẹ́ga*, *karẹ́ga*, *pẹ́wra*, ecc. Sopra l'influenza dell'*-a* v. Salv. lag. mag. 199[n]. Per la tendenza di aprir l'*ẹ* v. num. 4b, 11, 16, 17. — **14.** *ĕ* **in sillaba chiusa viene ad** *ẹ*: *lamnẹ́stra* minestra, *al pẹ́šgu* persico, *la fẹ̀šta*, *rẹ́šga* sega, *tẹ́rmu* termine, *ǵẹ́rbju* (terreno) incolto, *ažẹ́rp* (Ro) *acĕrbus* REW 8144, *fa lẹ́rlu* fa lo stupido AG xv 112, *gẹ́zza* (etim.)? catino per lavare, -ĕllem: *pẹl*, *fẹl*, *mẹl* ecc. — **15.** *ĕ* **dav. a nasale + cons., in** *ẹ̄*: *ċẹ̄nt*, *dušẹ̄nt*, *dẹ̄nt*, *marẹ̄nda*, *čurẹ̄nda*, *claudenda*, *śvẹ̄ns* sovente, *lẹ̄ndri*, lendine ecc. Fenomeno molto esteso: Salv. mil. ant. 373 sgg. **A Cm** *ẹj*: *dišẹjmbri*, *tẹjmp*, *ċẹjnt*, ecc. V. num. 11. Cal. *lẹ̆ingwa*, *kunteint*, *sẹimpẹr* Ba: *dmăinga*, *văint* Trav. *lẹjngwa*, *dẹjnt* Ceresole Reale: *dimẹingi*, *stẹjmber*, *ċuvẹjnda*. La stessa risoluzione si ode anche nell'emiliano e nel monferrino (it. gr. § 74, AG. xvi 522[4]). Sopra l'*ẹ* nei piem. *vẹnt*, *tẹmp* ecc. vedi il Salvioni K. J. 123: 'Questo *ẹ* dev'essere terziario e provenire dal ditt. *ei* che appunto ricorre nei testi di Chieri'. **16. Nella desinenza** -ĕllu, **si fa** *ẹ* **ed** *ẹ*: *purċẹ́l*, *iċẹ́l* uccello, *murfẹ́l* il moccio dei bambini, *štrübjẹ́l* i stipiti della porta ecc. accanto a *fraṅgwẹ́l*, *burnẹ́l* canna di piombo REW 1338 ecc. **nella desinenza** -ĕlla **sempre** *ẹ*: *añẹlla*, *takurẹlla* lucchetto ecc. V. num. 4b, 11, 13, 17. — *ĕ* **dav. a cons. mediopalatali:** *pẹč* mammelle delle bestie, *lẹč* letto, *spẹč* specchio, *pẹču* pettine, *sẹ́ču* macerie d' una casa. Anche qui come nei num. 4b, 11, 13, 16. Par. Ormea: *ẹ* aperto di solito in *ẹ*; *ẹ* dav. palatali. Accanto a *bẹlla*, *patẹlla*, c'è anche *buẹlle*, *kulvẹlla*. **18.** casi speciali: *kwẹ̄rču* coperchio, *druẹ̄rt* aperto, *śvẹ̄rs* a rovescio, *vẹ̄rm*, *lač ažẹ̄rp* colostro, *vẹ̄rċ* guercio, *u sprẹ̄s* cacio fresco *exprĕssus* — *mẹz mĕdiu*. **19.** *e* **all'uscita, in** *ẹ*: *al pẹ* piede, *al mẹ* il mio, *andrẹ* indietro, *parkwẹ́* perchè, *vandẹ́* vendete ecc. Gallicismi: *krušẹ́*, *ǵilẹ́* ecc. **Sopra il dittongo dell'** *e* **breve**, v. AG xiv 107, 447 Schaed. Ormea 22-23, Par. Ormea 97 sgg, Salv. dial. svizz. 730, Salv. lag. mag. 199, Salv. K. J. 121, Salv. mil. ant. 372[1]. È notevole che appunto le forme *vẹċ* (*vẹǵa*), *lẹċ* letto, *špẹċ* aspetto, *mẹz* mezzo, *-ẹl* = ĕllu delle Alpi ticinesi hanno anche *ẹ* chiuso nel Valsesiano. Il Salvioni vede in queste forme tracce dell'antico dittongo. (AG xiv 447 n).

I. **20.** *ī* **di solito intatto:** *avrī*, *inīk* malcontento REW 4439, *fĭggu* fegato, *ċīṅk* ecc. **21.** *ī* **per l'influsso di vicina**

Digitized by Google

consonante labiale viene ad *ü*: *fübbja fībula*, *la ċümma* cima, *la pū́bbja* pioppo (AG xvi 201) *ċū́meṣ* cimice Ro: *u lū́mmju līmes* spazio erboso fra due campi, *a ṣümmja* scimmia. Cc: *al prūm*. *-fastū́ǧu* it. gr. § 52, *kalüǧǧu* fuliggine. Cast. 523 nr 20 Ormea 16.

O. **22.** *ō* **in sillaba scoperta viene ad** *ọ*: *tọf* tufo, *spigọ́la* 3. pres. racimola, *la dọ́ga*, *la tarnọ́ra* madia (etimo?) *la gọ́ra* alberetto REW 3821 (?) *saṅkuvjọ́na* si accoccola, *krọ̄ṣ* croce, *dọ̄ċ* dolce, *bọ̄śa* buca (etimo incerto) *ǧọ̄vu* giovane, *la skọa* scopa, *u sọ* sole, *lanvọ* nipote, *la kọ* cote, (ma anche *anvọ*, *la kọ* v. num. 31), *na rọ* rovere, -ōrem: *larọ́*, *fjọ*, -ōsu *furzọs* rancido, *vrimọs venimen* nervoso Cm *vunčọ́s* (gergo) burro 'untuoso' -ōsa: *spọ́śa*, *śgajọ́śa* lingua lunga, *lantiǧọ́śa* 'lenticchiosa' *-ōni*: *sprọñ*, *mọ́ñ* mattoni v. num. 23. — Casi speciali: *anvuwa* nipote, *tö* tuo, *sṓ* suo. — **Anche Cc e Cm' hanno conservato l'ọ, gli altri paesi hanno** *u*. — **23.** -ōnem in *uṅ*: *pivjúṅ* pipione, *marfúṅ* (spreg.) gatto. ecc. ma nel plurale: *pivjọ́ñ* ecc. (da **-ojn*) v. num. 26. — Cc, Vo: sing. *mutọ́ṅ*, *bastọ́ṅ* ecc. — **24.** *ō* **in posizione debole viene ad** *ọ*: *uttọbri*, *pọ̄vri* polvere, *la zọfri* zolfo, *ọrs*, *dọrdu* tordo, *stọrn* sordo, *antọrn* intorno, *balọ́rt*, *pọ̄ls*, *vọlp*, *bọlk* tronco biforcuto REW 1093, *kọlp*, *ọlmu aṅkọvju* incubo, *pọjnt* ponti, *fọjnċ* fungi ecc. **25.** *ō* **in posizione forte**: a) **nei parossitoni**, in *u*: *kulúbbja* sciacquatura REW 2054 *štúbbja* stoppia, *kúbbju* (spreg.) letto, *tŭppa* oscura, *la lúffa* paura, *rútta* rotta, *bjutta* nuda, *kamússa* camoscio, *lúzza* sterco bovino, *múštra* orologio di tasca, *múska*, *brikka*, *rúǧǧa* canale, *stúǧǧa* 3 pres. levare il grasso con un po di pane, *la vúǧǧa* ago, *múča* monca, *púlla*, *mjúlla* midollo, *zúlla* bozza, *ċigúlla* cipolla, *rúlla* mallo di noce REW 7354, *dúla* brocca, *rúña* rogna ecc. b) **negli ossitoni**, *ọ*: *rọs*, (*russa*) *kọp* tegola, (*kuppa*), *grọp* nodo (*gruppa*) *tọp* oscuro (*tuppa*), *rọt*, *bjọt*,. *nọt*, *ne-gutta*, *sanǧọ́t* singhiotto, (*sanǧúzza*) *-avọ̄st*, *bọ̄sk* ecc. Il trattamento di *ọ̄* va simmetrico a quello di *ē*: turbamento nei parossitoni, integramento negli ossitoni. V. num. 12. — **26.** *ō* **dav a nasale + cons. in** *u*: *rúmpi* rompere, *pumpa*, *struns* pezzo di sterco REW 8322, *unǧa*, *bruns* paiuolo, *brunża* campana, *múnǧi*, *tunḋi*, *kuṅka* 'conca', *dluṅk* subito, *rúndula* rondine, *púnč* punto, *parfúnt* profondo, *bjúnda* ecc. ma i plurali suonano *pọjnt fọjnċ*, ecc. Vo, Cc: *mọ́nǧi*, *mọ́nsa* munta, *rọ́nda*, *varọ́nda* (il sole) va giù (etimo?) *lọnċ*. — Anche qui abbiamo l'evoluzione analoga per *ē* e *ō*. V. num. 15. Salv. mil. ant. 370, Ormea 19,20. **27. Influsso di palatale**: a) *püñ* pugno, *kūñ* cuneo,

Digitized by Google

müğğu REW 5797 mucchio. — *skürpju* scorpione. Salv. lag. mag. 202ⁿ. (*nümbru* numero; sarà voce dotta) Uss. 235 nr. 35. b) *pjöğğu* pidocchio, *ǵanöğğu* ginocchio, *ö* ho, da **oj* (j = **ego** Salv. K J. 129) *sö* so, *-pjǫf a rütörji* piove a catinella *rũptorium?* Cm² *bjöjt* nudi, (sing. *bjǫt*). Cast. 524 num. 83. Notevoli le sorti dell'*o* a Arbedo (Salv. P. Arb. 75): Sono appunto le condizioni inverse del valsesiano: *o* quando segue una nasale, una geminata, un *s* impura; negli altri casi *u*. — **28.** *ŏ* **in** *ö*: a) in sillaba scoperta: *bö* bove, *brö* brodo, *aprö* dopo REW 197, 6781, -ŏlum: *turčarö́* pevera, *karö́* tarlo, *fažö́* fagiuolo, *garžö́* rampollo, *puarö́* potatoio, ecc. *öf*, *la köf* covone, *nöf*, *trök* truogolo, *lök* luogo, *fök*, *ǵök*, *la pröš* porca, *krös* incavato, *tarčös* compartimento nelle mangiatoie Ton. *torcieus* (etimo?), *ör* orlo, *söl* suolo, *pöj* poi, *vöj* vuoto, *sö́žu* suocero. b) in sillaba chiusa: *köl* collo, *söp* zoppo, *tröp*, *štöf* stanco, *tavarö́t* pezzo di terra che riapparisce dopo la neve REW 8511, *buśöt* buco nel focolare, *skürtarö́t* scorciatoia, *vöt* volto (part.) *ċöt dla bukka* palato (etimo?), *ös*, *adö́s*, *kuñö́ši* conoscere, *pö́ru* porro, *mört*, *tört*, *štört*, *bö́rñi* croste cagionate dai pidocchi, *skörs* arnia REW 7742, *śmört*, *mörs*, *ö́rğu* orzo, *ört*, *körf* corvo, *töśgu* tossico, *nöšt*, *vöšt*, *štö́ñgu* petto, *arñǽk* uno che non sa sbrigarsi, *tarlǽk* uomo goffo, *-ö́ğğu*, *ċö́ğğu* cieco, *bö́ğğu* buco REW 9115, *galö́ğğu* un attaccabrighe (etimo?), *inö́j ŏdium* nella frase *a m fa ñi inö́j* lo vedo di mal occhio (Salv. Post¹ 270), *tarfö́j* trifoglio, *aṅkö́j* oggi, *ö́lju* olio, *söñ* sogno, *duċö́ñ* croste nel viso, *bśöñ* bisogno, *tulǽč* tolto, *kulǽč* colto (part.) *rgulǽč* raccolto, *kö́č* colto, *pös*, *pöj* posso, *völ*, *vöj* voglio, *ömmi* Vo₁ Cm, Va *öjmi* uomini — Cc: *ö* = *ę*: *ęs* osso, *ęğğu* occhio, *bęğğu* buco ecc. *ö* in *ę* anche a Antrona, Mal, Le (Salv. lag. mag. 252) Viverone. Caso speciale: Vo¹: *fürbęs* forbici. Del dittongo dell'*o* in posizione sentita vedi il cap. finale. **29.** *ŏ* **in** *ǫ*: a) **dav. ad.** -a: -ŏla: *filǫ́la*, *bağarǫ́la* sbadiglio, *ğarǫ́la* ninfa della mosca, *la pajǫ́la* donna vicina a partorire ecc. *l alfǫ́ra* la primavera REW 3431, *nǫ́ra*, *kǫ́wa*, matrigna (masc. *kö́*) *rǫ́wa* ruota, *bǫ́wa*, serpe, *pjǫ́wa* lastra di schisto che serve di tegola REW 6589, *la zǫ́wa* (spreg) gamba, *ǫ́ri* uova (sing. *öf*), *mǫ́ža* (spreg.) vacca, *krǫ́śa* cava, *rǫja* vuota, *nǫ́ja*, *bjǫ́ga* turba di gente. Vo ha qui un *ǫ* chiuso. V. num. 13. — *la bǫ́ffa* pancia, *trǫ́ppa* truppa, *sǫppa* zoppa, *la mǫtta* zolla, *bargulǫ́tta* castagne secche cotte, *ǫ́ssi* le ossa (*ös*), *la kǫ́śa* scoiattolo, *ǫ́ža* striscia di erba falciata, *bulǫ́ċċa* mora, *tǫ́ppja* pergolato, *lǫbbja* loggia, *ċǫğğa* cieca, *al panǫ́ğği* le cinghie della gerla, *na mǫğğa* uno spintone,

Digitized by Google

fǫ́la, *nǫ́šta* nostra, *mǫrsa*, *mǫrña* donna che accompagna la sposa all'altare, *splǫ́rča* buccia d'un pomo, ecc. Della ripugnanza al dittongo per l'effetto dell' -a vedi cap. finale. b) **Casi speciali**: *pǫ* puo, *vǫ* vuole, *trǫf*, *trǫvi*, *trǫva*, ecc. *drǫf* adopero ecc. *mǫf* nuovo, *rgǫ̀l* raccolgo, *tǫl* tolgo, *mǫr* muoio, *tǫrċ* ecc. Effetto negativo dell'-e (secondo il Salvioni): *kǫr* cuore (assai diffusa nell'Ossola e nella Valmaggia), *nǫf nŏvem* (*ǫst* oste, *nǫ́č* notte, *mǫl*, *fǫrt*). c) Voci importate o letterarie: *garǫ́fu*, *drǫ́pik* idropico, *akkǫrdju*, *kǫrp* ecc. — Altre forme senza dittongo: *ščǫp* schioppo, *ǫt* otto, *daśdǫ́č* malgarbato, *frǫl*, *grǫs* (Cm² plur. *grǫjs*), *pǫ́lgu* pollice, *u rǫšt* sucidume nella pelle, *kwatǫ́rdęs*, *maštǫ́rču* Ton. *masteurciu* involto d'erbe fatto a casaccio per servire di tappo, *paslǫ́k* pantano, *purċlǫ́t*, *marmǫ́t*, *passarǫ́t*, *šubjǫ́t* zufolo. V. Salv. mil. mod. 72. — **30.** *ŏ* **dav. a** *n* **di sillaba chiusa in** *u*: *buǹ*, (*bǫna*), *truǹ* tuono v. num. 23, 22, *la muǹga* monaca, *da lunċ* da lungi, *kunċ* facile, *punt*, *krunta* incontro. V. num. 26 Cast. 525 nr. 29, Uss. 244 nr. 58, Salv. lag. mag. 202ⁿ. — **31.** *o* **di qualsiasi origine all'uscita.** in *ǫ* (*ǫ* molto aperto!): *ċǫ* ciò, *vǫ* vuole, *pǫ* puo, *kǫ* cote, *nǫ* nodo, *bjǫ* azzurro ecc. Gallicismi: *tumbarǫ́*, *falǫ́*, *kumǫ́* commode ecc. V. num. 19. U. — **32.** *ũ* **in** *ü*: *la rũs* REW 7422 spazzatura, *l ůla* 'ugola', *al füs*, -ūra: *la liċůra* i licci, *la limadůra*, *na vardůra* uno sguardo, *al sagůl* pungiglione, (*a trůna* Ro cantina, [Cc *trūnǫ́t*] Ru *truina* ant. gen. *truina* abside nella chiesa. AG XIV, 16), *-dübbju*, *brūštja*, *raśgüċ* segatura ecc. — **33.** *ŭ* **nell'iato,** in *u*: *l ůwa*, *ůa* ūva *-krůa*, (*krů*) cruda, *marůa* matura, *ñůa*, (*ñů*), venuta ecc. Vo¹ *nůlu* nuvola. È fenomeno che ritorna pure nell'Ossola, nel Canavese, nel Biellese ed in parte della Francia (wall. metz ecc.) V. Salv. pal. lom. 5ⁿ e Rom. Gr. I § 61. Si tratta di una assimilazione regressiva prodotta dal *w* che si è intermesso per togliere l'iato.

B. Vocali atone.

Protoniche: A. **34. Di solito intatto:** *avrí*, *avǫ́št* ecc. **35. Frequente l'aferesi:** *takę́*, *tansjů̃*, *rümà* animale, *ñęlla* accanto a *añęl*, *bjü* avuto, *naj* andati, *jütę́* aiutare, *nàǧǧu* **anniculu** capra che da due anni non ha fatto latte, *murǫs*, *parǧę́* apparecchiare, *druę́* adoperare, *sę* abbastanza, *dęss* adesso, *güz* acuto, *skunt -si* nascondersi, *lz vuǧǧa* ago, *la rañ* ragno, *dôss* adosso, *lęgru* modo familiare di salutare. V. AG XVII 104. — **36. Di frequente, leggermente turbato:** *al*

Digitized by Google

bå̊káṅ uno che resta al paese senza emigrare, *rå̊nzigẹ́* digrignare i denti, *al kå̊garàtti* caccherelli: Ro: *strovardẹ́* guerciare. **37. Influsso di labiale attigua:** *lumantẹ́* lamentare, *fuiṅ* faina, *farbulá* frc. falbalas Vo[1] *fustüdji*. V. num. 42. — **38.** Da valses. *au: la susiċċa* salsiccia, *l uniċċa* a l n- ontano, ma di solito *kawdẹ́ra* ecc. Assimilazione regressiva V. num. 117. — E (*ĕ*, *ĭ* — *ē*). **39. Aferesi:** *la ǧẹ́ža*, *ün ris*, *e r i c i u*, *al vásku* episcopo, *rüčẹ́ e r ū c t a r e*, *žübi* esibire, *štra-e x t r a*, *la štá* estate. **40. Elisione:** a) **senza prostesi quando il nesso iniziale è** *s* **impura o cons. + continua:** *skẹ́* seccare *stẹ́mbri*, *stọñ* Ton. *sattogn* seduto sul letto, *śgẹ́* mietere, *u śgẹ̄z* orione, *-plá* pelato, *plúa* pelluta, *u tlẹ́* telaio, *prigu* pericolo, *srẹ́* serrare, *al fruj* castagne, 'ferute' Salv. Arb. II 37. *u drẹ̄r*, *la drẹ̄ra* ultimo, *u tráñ* Ton. *teragn* tettoia bassa sostenuta da pali ove si raccoglie paglia, legno ecc. *dmandẹ́*, *u snjá* 'sognato o segnato' uno che appare morto in sogno, *tñī*, *tñīva*, ecc. *bruma*, *bvẹj* bevere Ro: *fnẹštra*, *fšīga* vessica Vo *flispa* favilla. b) **con prostesi se il nesso iniziale è continua + cons: re-** *aržantẹ́* sciacquare, *armẹ́dja* rimedio, *l aržīna* resina, *argọ́l r e c o l l ī g e r e*, *l argọ́rda* secondo taglio del fieno, *arkruri* eguagliare il campo ecc. *-l amnẹstra*, *alkẹ́* leccare, *l alkẹ́t* 'lecchetto' il sale che si dà in mano al bestiame, *l anvọ́* nipote, *l anvá* 'nevale' la valanga, *alǧẹ́r* leggiero. Ro *amnẹ́* menare ecc. sonora + sorda = *n abkúṅ* boccone. — V. Prostesi num. 119. — **41.** *e* = *a* (**ẹ*) [Cast. 528, 43, AG I 105, Salv. lag. mag. 205] a) **in nessi mal tollerabili** (per lo più cons. + continua + cons.) *al darnúṅ* lombaggine, *la sarvẹ́nta*, *ċarnú* scelto, *sparlá* raggio di sole REW 8144, *na bargamīna* una mandra (di vacche), *l arbjọ́ñ* piselli, *tarnọ́ra* Ton. *ternora* madia, ecc. **Con metatesi del r:** *garmẹ́* 'gremmare' spannare, *fargẹ́* fregare, *barvẹ́* abbeverare, *la paršẹ̄f* mangiatoia, *karšẹ̄nt* lievito, *amfarǧá* raffreddato, *tarmẹ́* tremare, ecc. (Cast. 528. 45 Gel. 129-131, AG. XVII, 110), *la vandàmmja*, *l aṅkúǧu* incudine, *amfurnẹ́*, *tampurī́f*, *santí*, *la ǧansána*, *la lantiǧǧa*, *al ċandrẹ́*, *la ǵanǵīva* Cast. 528, 46, *raspundú*, *dasrulẹ́* smallare, *daśdọt* diciotto, *daśdọč* malgarbato, *salvájk* selvaggio, *salvå̊ṅ* mostro, *krapẹ́*, *spanẹ́* spennare, *ščapí* intepidire, *žanẹ́vru* ginepro, *ǵanöǧǧu* ginocchio, *ǵanẹ́* gennaio, *ǵalẹ́* gelare, *gazẹ́t* diminutivo di *gẹza* vaso di legno ampio ma poco profondo (Nessi con schiacciate), *pawrúṅ* peperone, *pavija* pipita, *bavẹ́va*. b) **nei nessi di cui si tratta al num. 40:** *la lašíva*, *al garil* gheriglio, *la barọ́za* **birotium**

Digitized by Google

orsa maggiore, *la tanâla, la vašiga, famęlla, falispa* favilla, *fanęstra, banadi, basakka* saccone di paglia, *danę* denaro, *al tarüc* terriccio, *manę* menare, *fanuġá* finocchio, *nagę* annegarsi; Cc *farę, darę* dietro, *nęvú, pęsę* Vo[1], *sagęz* orione (vedi a Ro: *psáka, finęstra, amnę, dnę, fšiga, atnaja* ecc.). Sono casi in cui l'espunzione non si è ancora fatta, o in cui si trova impedita per influsso letterario o per omonimia (*gril, bróza*). — **42. Influsso di labiale attigua:** *ġümí* gemere, *ġümęl* gemello Ro: *ġünę* gennaio, *muntün* mentone, *vularu, veratru* gentiana lutea, *fulęča filicta* Fe: *buvúma* beviamo. **43. Influsso di palatale:** *ćiręša, ġilǫs, čiriĝiń* uova al piatto *spičę* aspettare Cc. *ġilún* gonfiore alle mani o piedi prodotto dal freddo, *-šigrinâ* frc., *chagrinè*. **44. Nell'iato:** *sjas* **saetacium**, *ljam* letame, *mjúlla* midollo, *liẹnda* **legenda** qualche cosa di lungo e noioso, *-štrajlęt* 'stradello'. **45. In voci letterarie** può aversi *i*: *la vitâra, la riġîna, ġigánt, la lizjún, al rikórs, niguzjánt, rigalę, divôt, liún* ecc. **46.** *e* + *i* **prot. in** *ai*: *na bajlá* 'badilata' *rajdí* inrigidire, *pajlęt, aṅkajnáć* catenaccio, *žlajnę, žlajgwę, dastajgę, -mpajžá, daśġajna -la majžina* medicina, vedi i num. 126, 4 e (Cast. 528[1], 519[5] AG xv 423). — **I. 47. Di solito intatto:** *u ligô* ramarro, *al lirjún* mirtillo REW 5040 (?), *ün fizô* una matassa, *la ćivęra, pivjún, vižína, imvęrn* ecc. **48. Espunto:** *u vžiṅ*. — **49. Influsso di labiale:** *lümájga, šübbję* zufolare, *šübjot* zufolo, *žübí* esibire (Ro: *üžibi*, **üžübí* con assimilazione regressiva) *rümá* animale, — *ćümüntörju* cimitero, *kustüpá* constipato, *bügát* bigatto Vo[1], *ferbüšót* forbici, *ambulik* ombilico, *ćualtę* civettare, *la ćuótta* Fe *ćuvurún* 'civerone' — O. **50.** *o* **proton. in** *u*: *kuę* (*kǫva*) *kulę, pulmún, la kulǫra* nocciolo, *l urtíga, dumęṅga* domenica. **51. Aferesi:** *skür*. **52. Si muta in** *e* **e ne segue le sorti** (V. num. 40 e 41, Cast. num. 54): *kmün* comune, (*kumün* comune politico), *svens* sovente, *i vlęj* volete, *sperbju* superbio, *kmári* commare, *armádgu* **aromaticu** umido (del tempo), *anjǫs* noioso, *l ambulik, l ancin* uncino, *l aṅgwánt* 'onguento' *-al rašiṅô* usignuolo, *al martęl* murtella Cast. 54, *parfunt* profondo, *larlǫč* orologio, *kamišęl* gomitolo Ro: *admęṅga* Cc: *srǫ*. **53. Influsso della palatale:** *küñá* cognato, *ġüġę* giocare Vo[1]: *al küġę* cucchiaio Bo: *al kiġę* AG I 41[1] *-ćigulát*. **54. Nell'iato:** *gwarnę* **gubernare** mettere in serbo, *la kwęrta* coperta, *al kwęrču* coperchio, *la kwázza* 'codazza' treccia. **55. Talvolta** *ü* **prot. in corrispondenza ad** *ö* **tonico:** *pjüġġát, (pjöġġu)* avaro, *l üġġáj (öġġu)* occhiali, Ro: *al sú m ancüĝis, (ćöġġu* cieco), il sole mi abbaglia Vo[1], *düślügá (lök)* slocato.

Digitized by Google

Colla rapidità del parlare *ṓ* ho e *sö* so, si digradano talvolta in *ü*: *mi j ü fáč* ho fatto, *i sü mia mí* non so, ecc. **56.** Caso speciale: *dümestikẹ́* domesticare. U. **57. Di solito intatto:** *la güvjọla* zangola REW 2401 (ma *guvjö* a Vo[1]) *rüčẹ́* ruttare, *bürat*, ecc. **58. Talvolta in** *i*: *ičẹ́l* uccello (Cm. *üčẹl*), *išá* usato. A Ro spesso per l'articolo indeterminato: *in ös*, *in áuta*, *in únǧa*, *in češt* ecc. **59. Talvolta in** *a* nell'articolo indeterminato (vedi num. 52): *an nizzúṅ* un livido, *am báwżu* un macigno. Molto frequente a Ro., **ma soltanto dav. a cons.** (Cast. 57 gel. 131). **60. Protoniche mediane.** a) **Trattamento uguale alla prot. interna:** *panatẹ́* fornaio, *al rašiñṓ* usignolo, *al banižúri* confetti che si danno ai bambini alle nozze REW 1029, *al bargulótti* castagne secche cotte, *tampurīf*, *kamisẹ́l* gomitolo ecc. V. Salv. lag. mag. 205. **Poco frequente l'etlissi:** *smána* settimana, *masná* bimbo. Forme che corrispondono a proparossitoni: *parǧẹ́* apparecchiare, (*párǧa* 3ª pers.) Cm[1] *pariǧẹ́*, *raśĝẹ́* **resecare**, (*la rẹśga*) *malgúṅ* granturco, *malgáčča* gambo del granturco, *sambrẹ́* seminare, *rüṅĝẹ́* rumicare, *čüṅĝẹ́* Ton., *cimighé* mangiare con disgusto, *varĝẹ́ sú* rimboccare (le maniche). **61. Postoniche mediane:** a) **etlissi frequente:** *na spẹrlá* **sperula** raggio di sole, *la vọṅga vomĭca* nausea, *al máṅgu* manico, *la máṅga*, *štṓṅgu* stomaco, *lṓggu* solletico (Vo[2] *lṓttigu* Cc *lẹ́dgu*), *báwgu* altalena (Ton. *bautigu* Salv. Arb. 83 *báltigh*) *la kanva*, *la nasta* REW. 5836, *la nüvla* ecc. b) **non espunto:** *al čúmẹš* cimice, *láręš*, *lünẹš* lunedì, *dọ́ddẹš* dodici ecc. *la gámula* tarlo, *la tarántula*, *la rúndula* rondine, *la śbráṅgula* la bandella, *la mándula*. **Atone finali:** A. **62. Intatto:** *na fẹ́rna* turba di gente, *na fumbra* ecc. **Caduto:** *kwajcọ́s*; a Ro quando precedeva *l* intervocalico: *a skọ* schola, *a tẹ́* tela, -ŏla: la *gürjọ́* (**gürjọ́la*) zangola, *baǧarọ́* (**baǧarọ́la*) sbadiglio ecc. V. num. 79. **Frequente negli indeclinabili:** *aṅka*, *püra*, *ansẹmma*, *dúnta* dove (Salv. mil. mod. 102 Cast. 37). E **63. Conservato:** come *i*: a) nel plur. fem.: *fumbri*, *l asmáni*, *al kuvalli* covoni ecc. (estensione del fenomeno vedi cap. fin.) b) nei proparossitoni: *rúmpi*, *vọ́ǧi* volgere, *štendi* ecc. *al prẹ́vi* prete, c) come vocale di sostegno: *la pọ̄vri* polvere, *la súfri* zolfo, *la lẹ́vri*, *ǵẹ́ndri*, *stẹmbri*, *uttọbri*, *vẹndri* venerdì, *sempri*, *-pari* padre, *mari*, *kmari*, *dinti* dentro. d) *la lẹ́zi* slitta, *l arẹ́di* erede (voce dotta). I. **64. Conservato:** a) **Nell'iato colla vocal tonica:** *i mẹj uǧǧáj* i miei occhiali, *naj* andati, *al praj* prati, *i lansöj* (sing. *lansṓ*) lenzuoli, *i nọj* le nocche, *i böj* bovi, ecc. b) **nel plurale delle parole che hanno** *-u* **al singolare:** *i böǧǧi* buchi,

Digitized by Google

öǧǧi, piñǫli pendenti della capra, *i fǫ̈ki* (sing. *fǫku*) fiammiferi ecc. Caso speciale: *ömmi* uomini Cm, Cc, Vo *öjmi* c) **dui, illui**: *duj, luj* vedine l'estensione nel cap. fin. **65. Attrazione dell'** *-i* **plurale.** a) **dav. a sorda geminata**: *mūjt, rōjt, bjōjt* nudi, *brūjt, tūjt, gājt, i kōjp* tegole, *grōjp* nodi, *gūjp* gobbi, *ǯjājk* deboli, *čūjk* ciocchi, *rājz, agūjz, spinājċ pratājċ* (spreg.) Preti, nobile famiglia valsesiana, *kroājċ* corvi ecc. b) **dav. a sorda semplice**: *i brūjk, sambūjk, trājk, pōjk, trūjk* macigni, *löjk, ntrǫjk, dājċ* dolci, *mājċ* pazzi, *i sǫjt* soldi, *divöjt* divoti. c) **dav.** *m* **e** *f*: *lūjf, al čājf, i trājf, štöjf* stanchi, *salajm, leǧūjm, rājm, ligājm* ecc. (Della mancanza dell'*-i* attratta quando la tonica è *e*: *sǫ̈k, pulǫ̈t, lǫf* sing. *sǫ̈k, pulǫ̈t, lǫ̈f* ecc; altrove *sǫjk, pulǫjt* ecc. vedi alla p. 397). **66. Attrazione dell'** *i* **con effetti sulla tonica e la consonante**: a) *-n* **all'uscita**: *al mǫ̃ñ* (sing. *mân*) *kǫ̃ñ, tavǫ̃ñ* tafani ecc. *-baštǫ̃ñ* (sing. *baštüń*) *muskǫ̃ñ* ecc. **Coll'assorbimento dell'***-n* **a Cc**: *karboj* (*karboń*) *mutǫj, burñǫj* prugne ecc. v. Salv. dial. svizz. 725 Salv. lag. mag. 211, AG XIV 448. a) *-n* + **cons. all'uscita**: *kǫ̃mp* (sing. *kamp*) *sǫ̃nt, bǫ̃ñk* ecc. *i pǫjnt* (sing. *punt*) *fǫjnċ* ecc. c) *-l* **all'uscita**: *i butâl, i frel* fratelli, *kōl* ecc. Altrove *butaj, frej, gaj, müj* muli ecc. d) *-l* + **cons**: *rujp, ajt* altri (se non da **atri** Salv. lag. mag. 196[n]) Massarotti (AG IX 235): *coip* e) **dav. a** *-s*: *i naš* (sing. *u nas*) *i füš, groš* ecc. Cm. *grǫjs* Fe: *fǫjs* Va: *sajs* Massarotti: *graiss, groiss, saiss, morois, rabiois* Is. *spois, sais, peis.* f) **dav. a** *-s* + **cons.**: *brüšk* (sing *brüsk*) Val Mastellone: *i trǫjsk* (sing. *trösk*) correggiato Ton. *freisch, fruist* Massarotti *buisc* (sing. *bosc*) *tudiesc.* Salv. app. lomb. 282, AG II 126, VIII 315, 410 XIV 448[n] Cm: *küst* 'kusti'. **67. Metafonesi sporadica**: *kwil* sing. *kwǫ̈l*, ***kwīšt*** (*kwǫ̈št*) *iš* (*eš*) codesto it. gr. § 68. AG XVI 199. **68. Caduta dell'** *-i* **finale quando abbiamo** *-r* **e** *-r* **implicato all'uscita**: *i tǫr, skür* oscuri, *alǧǫ̈r* leggieri, *körf* corvi, *ört* giardini, *mört* morti, *i verm, stǫrn* sordi (sing. *stǫrn*) ecc. [Ant. piem. (Pred.) *tuit, tail, mail, queil, boin, cardoin, faint, -quist, cist* (Grisostomo AG XIV 217), *main, fiuimi, faint, cointi, -illi, quilli,* ant. genovese (AG XV 14) *main, boin, graindi-tuite* ant. astigiano (AG XV 430) *boyn, meloyn, cayn, christiayn, guaynt, loyng, poyc, drayp, peccataicz, homaicz, -meyn* 'mani', *puteyn, tenci, marcheynt, scriveynt, feyng* fanti, *queyng.* — Viverone (Nigra M. A.) *ǵurnott-ǵurnojt, rojk, trojk, pojk, gojf,* ecc.; dav. ad esplosiva semplice o doppia che non sia palatina (ma Jaberg: *matǫjċ*) — negli aggettivi in *-ätt*: *maunät-maunéjt, spejs, sejk, strejċ* ecc. *-purkät-purkitt, larg, lǫrg, kañ-kǫ̃ñ* ecc.

Digitized by Google

Metafonesi frequentissima nel lombardo-alpino (Salv. lag. mag. 237, altri esempj vedi cap. fin.), nel canavese, monferrino (Cast. 530), genovese (AG xvi 133). Tracce nel comune lombardo (Salv. mil. mod. 62-63, Salv. app. lomb. 374ⁿ). Attrazione dell'*i* in casi sporadici nel lombardo-alpino (Salv. dial. svizz. 725 lag. mag. 211, — cap. fin.) novarese, canavese e monferrino. **Sopra l'attrazione dell'-*i* e la metafonesi** non è possibile dir meglio del Salvioni (K. J. 122): Io sto sempre con coloro i quali la metafonesi, – parlo qui dei dialetti dell'Alta Italia e mi ristringo all'-*i*-, — credon dovuta al risonare, dove più dove meno gagliardo, di un *j* dietro alla vocal tonica. Il dittongo che così s'otteneva, poteva rimanere intatto, come nella Valsesia, o lasciar intaccare dal secondo il suo primo elemento, come appunto avviene in *čöid* (nel Valsesiano: Cm *grōjs* sing. *grǫs;* Vo, Cm, Va *öjmi* sing. *om*) o chiudersi infine in un monottongo. Anzi a dirla per esempî, *čǫjd čöjd čöd*, *spǫjs*, *spüjs*, *spüs* non ci rappresenterebbero che tre successive fasi di una evoluzione... Anche la natura de' fonemi, che intercedevano fra la tonica e l'-*i*, poteva esercitare un'influenza, e così nella Valmaggia e nella Valsesia è diverso l'esito quando interceda una nasale e la Valmaggia distingue ancora tra la formola *ton.* + *nas* + *cons* + *i* e la formola *ton.* + *nas* + *i*. Là l'incommodo nesso che risultava faceva chiudere l'*aj* in *ę*, qui risultando sgradito il nesso *-jn* lo si risolveva lasciando cadere il *-n* (vedi anche Cc num. 66a), come la Valsesia, la Liguria, il Monferrato lasciano cadere il *-r* del nesso *-jr* (o il *j*, vedi num. 68). Che tale sia il rapporto tra valm. *kémp* e *maj* lo provano i piem. gen. *graindi*, *main'*. E pure la nostra indagine è una nuova conferma alle tanto chiare parole dell'illustre glottologo. U. **69.** *-u* **finale conservato**: a) **quando sta per la desinenza negli sdruccioli**: *-ano: lornu* organo, *garǫ́fu; -ino: frášu, termu, kalíǧǧu* fuliggine, *aṅkū́ǧu; -olo: nę́spru, prīgu, mū́šu* (AG xv 413ⁿ) *pjṓǧǧu, kwáǧǧu* quaglio ecc. *kwę́rču, mū́šču; -ore: marmu; -ice* (*-icu): *pǫlgu, pülgu* (ma *ċümęs* ecc.) *-áticu: formaǧǧu, dalmaǧǧu* ecc. *-armadgu* umido, (ma *salvajk* ecc. vedi num. 103a) *pę́śgu* persico, *kargu, tǫrbu* torbido, *štöṅgu* petto, *ṓrǧu* orzo, *fíggu* fegato, *ümmu* umido, e umile, ecc. b) **dietro a** *r*, *rr* e **cons.** + *r: feru, pöru, ñörru* 'ignoro' mezzo stupido cfr. it. *gnorri, bǫru* maceratoio, *śaru* borsa del montone, *mǫru* viso, *láwru -vuláru* **veratru**, *vęru* vetro, *ǫru* otre, *-žanę́vru, ajgru* acero, *gambru, ċattru* rospo ecc. c) **dietro a cons.** + *j: gábju* letto di fiume secco,

Digitized by Google

brẹviu 'brivido', *kubju* (spreg.) letto, *aṅkọ́rju* incubo ecc d) **in voci dotte**: *akkordju*, *prẹzju*, *küštörju*, *štüpendu*, *skeltru*, *armittu* eremita, *pülpitu* ecc. e) **casi diversi**: *vẹśu* bastone del pollaio, *piñolu* pendente della capra, *maštórču* tappo fatto con erba, *ražu* raggio, *báwžu* macigno, *ináwlu* malignità d'una piaga, *fánnu* deretano, *píttu* piccolo, *plíddu* tifo, *báddu* nella frase *fa b.* fa pompa, *gáddu* garbo, *mẹ́ku* coltello, *briku* montagna, *fọku* fiammifero, *balẹ́ṅgu* minchione, *ǵégu* uno che non sa sbrigarsi, ecc. AG I 283, 307, XIV 117, XV 413, XVII 343 e 343ⁿ (!) XVIII 293, Ormea 35, Gel. 44 it. gr. § 274 Salv. Arb. 75. Vedi inoltre num. 99 c. ed il cap. fin.).

Digitized by Google

GENNAIO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	751.8	751.1	751.4	751.4	— 0.8	+ 1.0	0.0	+ 1.2	— 2.8	— 0.6	—
2	49.7	47.2	46.2	47.7	+ 1.0	2.0	— 0.4	2.3	— 1.7	+ 0.3	—
3	45.3	45.3	50.5	47.0	— 0.8	0.6	+ 1.0	1.2	— 3.9	— 0.6	0.1*
4	57.5	57.1	58.2	57.6	— 1.8	0.5	— 1.6	0.4	— 4.2	— 1.8	—
5	57.1	56.6	56.6	56.8	— 4.6	2.3	— 0.8	2.4	— 7.1	— 2.5	—
6	755.3	753.2	752.5	753.7	— 0.7	+ 1.1	+ 0.5	+ 1.2	— 4.7	— 0.9	—
7	47.9	44.1	41.3	44.4	+ 0.2	+ 0.2	— 0.6	1.0	— 2.4	— 0.5	8.1
8	35.1	32.0	32.4	33.2	— 0.2	+ 0.8	+ 1.2	1.4	— 2.8	— 0.1	2.0
9	41.3	46.8	52.6	46.9	+ 0.9	— 0.4	— 1.2	1.5	— 4.2	— 0.8	—
10	53.8	53.3	54.2	53.8	— 4.0	+ 1.4	— 1.8	+ 1.6	— 7.9	— 3.0	—
11	752.8	751.0	750.8	751.5	— 4.4	— 0.9	— 3.4	— 0.8	— 7.2	— 4.0	—
12	51.4	50.1	49.7	50.4	— 3.8	— 0.5	— 1.0	0.0	— 7.7	— 3.1	—
13	47.2	45.1	44.7	45.7	— 0.9	+ 0.6	+ 0.6	+ 1.0	— 3.1	— 0.6	5.8
14	48.2	51.0	54.1	51.1	— 3.6	— 1.6	— 2.4	— 0.7	— 5.3	— 3.0	—
15	57.2	56.7	57.1	57.0	— 2.5	— 0.8	— 1.4	— 0.4	— 6.2	— 2.6	—
16	756.1	754.4	754.7	755.1	+ 0.6	+ 1.2	+ 1.1	+ 1.4	— 3.2	0.0	—
17	56.0	56.9	57.6	56.8	2.2	2.6	2.6	3.0	— 0.7	+ 1.8	1.6
18	57.0	55.4	55.4	55.9	2.6	3.4	2.8	3.5	— 0.1	+ 2.2	3.4
19	55.5	55.5	55.8	55.6	3.2	4.2	3.6	4.4	+ 0.1	+ 2.8	4.1
20	55.9	55.1	55.7	55.6	3.8	4.9	4.7	5.1	+ 1.8	+ 3.8	0.6
21	754.4	753.1	754.1	753.9	+ 4.5	+ 5.0	+ 5.0	+ 5.2	+ 2.2	+ 4.2	3.2
22	54.1	53.5	54.5	54.0	3.8	4.8	4.5	5.2	1.3	3.7	4.5
23	57.1	58.7	60.9	58.9	4.7	5.8	5.3	6.0	1.8	4.5	2.8
24	63.1	63.0	65.0	63.7	2.5	6.8	5.2	7.5	0.8	4.0	—
25	67.2	65.9	66.2	66.4	4.2	4.8	2.4	5.3	+ 0.7	3.2	—
26	765.6	763.6	764.1	764.4	+ 0.2	+ 2.8	+ 2.1	+ 3.0	— 2.0	+ 0.8	—
27	64.1	62.4	63.0	63.2	— 1.0	2.3	1.4	2.6	— 3.2	0.0	0.3*
28	62.1	60.9	60.9	61.3	— 0.8	6.8	5.6	7.8	— 3.3	+ 2.3	—
29	60.4	59.3	59.6	59.8	+ 3.0	9.3	5.4	9.6	— 0.4	+ 4.4	—
30	59.5	58.4	59.6	59.2	+ 3.6	9.5	5.4	9.6	+ 0.3	+ 4.7	0.3*
31	61.1	60.2	61.9	61.0	+ 2.7	+ 7.4	+ 1.4	+ 7.5	— 0.7	+ 2.7	—
M	754.86	754.10	754.88	754.61	+ 0.44	+ 2.84	+ 1.52	+ 3.23	— 2.44	+ 0.69	36.8

Altezza barom.	mass.	mm 767.2	g. 25	Temperatura	mass.	+ 9°.6 g. 29, 30
» »	min.	732.0	» 8	»	min.	— 7°.9 »
» »	media	754.61		»	media	+ 0°.69

Nebbia i giorni 1,2,3,6,7,8,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26 27,28,29,30,31

Neve » » 7,13

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, brina, o rugiada disciolte.

Digitized by Google

GÉNNAIO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	4.2	4.4	4.3	4.2	98	89	94	94.3	10	10	10	W	CALMA	NE	3
2	4.6	4.8	4.2	4.5	92	91	94	92.9	10	10	10	W	W	W	5
3	3.4	4.6	4.4	4.0	81	96	89	89.3	10	10	5	SE	E	E	7
4	2.2	2.6	3.3	2.7	55	54	79	63.3	5	1	3	NE	CALMA	W	8
5	2.5	3.3	3.3	3.0	76	61	80	72.9	1	1	3	NW	W	W	6
6	3.9	4.1	4.3	4.1	90	83	90	88.3	9	10	10	SW	W	W	5
7	4.5	4.5	4.1	4.3	90	96	94	93.9	10	10	10	SE	E	N	3
8	4.4	4.4	4.1	4.3	98	90	81	90.3	10	10	5	W	W	W	6
9	2.4	3.9	2.1	2.7	48	51	50	50.2	8	3	5	NW	N	N	20
10	3.0	3.2	2.9	3.1	65	62	72	66.9	9	3	3	NW	W	W	8
11	2.7	2.8	2.8	2.7	81	65	78	75.4	4	3	3	W	CALMA	SW	4
12	2.6	3.4	3.8	3.3	75	78	88	81.0	8	10	10	W	W	W	3
13	4.1	4.4	4.5	4.2	94	92	94	94.0	10	10	10	CALMA	E	SW	2
14	3.3	3.9	3.7	3.6	95	96	96	96.4	10	10	4	NW	NE	E	4
15	3.7	4.1	4.0	3.8	98	94	96	96.7	10	10	10	N	W	SW	3
16	4.4	4.8	4.9	4.6	92	96	98	96.0	10	10	10	E	CALMA	W	4
17	5.0	5.1	5.2	5.1	93	93	95	94.4	10	10	10	N	NE	W	4
18	5.2	5.5	5.4	5.3	95	95	97	96.4	10	10	10	NE	SE	CALMA	2
19	5.6	5.9	5.7	5.7	97	95	97	97.0	10	10	10	CALMA	W	CALMA	3
20	5.8	6.4	6.3	6.1	97	98	98	98.4	10	10	10	NE	E	E	3
21	6.1	6.3	6.3	6.3	97	97	97	98.0	10	10	10	SE	E	NE	4
22	5.9	6.2	6.2	6.0	98	97	98	98.7	10	10	10	SW	CALMA	CALMA	2
23	6.3	6.7	6.6	6.5	98	97	98	98.7	10	10	10	SW	SW	SW	4
24	5.3	6.8	6.4	6.1	96	93	97	96.3	10	6	10	CALMA	E	E	5
25	6.0	5.9	5.3	5.6	97	92	96	96.0	10	10	10	NW	W	NW	4
26	4.6	5.4	5.2	5.0	98	97	98	98.7	10	10	10	W	W	NW	4
27	4.2	5.2	5.0	4.8	98	96	98	98.3	10	10	10	W	W	W	3
28	4.2	5.9	6.2	5.3	98	79	91	90.3	7	1	6	NW	SW	CALMA	3
29	4.9	6.1	6.1	5.6	86	70	91	83.3	5	2	4	CALMA	SW	N	2
30	5.0	6.4	5.9	5.8	88	72	88	82.7	6	3	4	NW	SE	CALMA	2
31	5.0	6.4	4.7	5.3	89	83	93	89.3	4	3	10	CALMA	SE	CALMA	3
M	4.36	4.95	4.75	4.63	88.7	85.4	90.5	88.97	8.6	7.0	7.9				4.5

Tens. del vap. mass. 6.8 g. 24
" " " min. 2.1 " 9
" " " media 4.63
Umid. relativa mass. 98 % " 1-8-15 16-20-22-26-27-28
" " min. 48 % " 9
" " media 88.97

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
6	7	10	6	1	10	28	9	16

Media nebulosità relativa del mese 8,0

Digitized by Google

FEBBRAIO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	763.6	762.8	763.2	763.2	—1.2	+1.4	—0.2	+1.5	—2.8	—0.7	0.3*
2	63.9	62.5	62.6	63.0	—2.1	1.8	0.0	2.0	—3.9	—1.0	—
3	62.0	59.7	59.1	60.3	—0.8	4.5	+3.1	5.2	—2.7	+1.2	0.4*
4	58.0	56.3	57.1	57.1	+0.2	6.7	+3.4	7.4	—3.2	+2.0	0.3*
5	56.6	55.5	56.4	56.2	+1.0	8.0	+4.3	8.5	—1.8	+3.0	—
6	757.7	756.5	757.4	757.2	+1.5	+7.4	+4.4	+7.6	—1.7	+3.0	0.5*
7	57.3	55.2	55.2	55.9	2.4	10.3	6.0	10.4	—0.8	4.5	—
8	55.4	54.5	55.2	55.0	3.6	11.8	7.6	11.9	—0.2	5.7	—
9	56.0	55.0	57.5	56.2	5.8	10.8	7.6	11.4	—1.2	5.9	—
10	61.5	60.7	61.5	61.2	4.3	8.4	6.6	9.4	+0.6	5.2	0.3*
11	762.1	759.5	759.8	760.5	+3.2	+11.4	+7.6	+12.0	+0.2	+5.7	—
12	59.2	57.3	58.2	58.2	2.0	8.5	4.4	8.7	—0.7	3.6	0.2*
13	56.3	53.9	53.4	54.5	2.7	5.0	4.4	5.4	+0.3	3.2	0.3*
14	51.1	49.8	53.1	50.7	4.5	5.1	5.2	5.4	+2.3	4.4	—
15	49.7	49.7	54.7	51.4	2.8	6.5	0.6	7.4	—1.3	2.4	—
16	753.1	751.8	752.7	752.5	—0.5	+2.6	+0.6	+3.0	—3.8	—0.2	—
17	50.6	50.7	52.7	51.3	—0.6	2.5	2.0	4.0	—4.2	+0.3	—
18	52.4	50.1	50.1	50.9	+0.7	4.9	2.0	5.2	—2.2	1.4	—
19	49.9	49.2	51.8	50.3	—0.2	5.0	1.6	5.4	—3.3	0.9	—
20	53.5	53.0	55.3	53.9	+0.1	6.5	3.0	6.8	—3.7	1.5	—
21	756.4	754.5	755.0	755.3	+0.5	+7.6	+5.2	+7.6	—2.4	+2.7	—
22	56.4	55.9	55.7	56.0	2.2	10.8	6.0	11.4	—0.8	4.7	—
23	54.9	53.6	55.7	54.7	3.6	20.3	17.5	22.0	+2.3	12.6	—
24	57.8	55.5	55.8	56.4	10.6	19.6	13.2	20.0	+7.0	12.7	—
25	53.1	50.3	50.7	51.4	8.3	15.2	11.6	15.3	+3.8	9.8	0.6
26	758.1	759.0	760.5	759.2	+9.9	+15.8	+9.4	+15.8	+6.9	+10.5	0.8
27	56.4	52.6	51.2	53.4	6.2	14.1	9.6	14.2	2.3	8.1	—
28	47.8	43.8	41.7	44.4	5.0	7.6	6.6	8.2	2.7	5.6	1.2
M	756.10	754.60	755.40	755.37	+2.°88	+8.°57	+5.°47	+9.°04	—0.°44	+4.°24	4.9

Altezza barom. mass. 763.9 mm g. 2 — Temperatura mass. + 22.0 g. 23
" " min. 741.7 " 28 — " min. — 4.2 " 17
" " media 755.37 " — " media + 4.24

Temporale il giorno 25
Grandine
Nebbia " 1,2,3.4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,18,20,21,22.
Neve

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

Digitized by Google

FEBBRAIO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nubulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	4.1	4.9	4.3	4.3	98	96	96	97.9	10	10	10	W	CALMA	W	4
2	3.8	5.0	4.5	4.3	98	96	98	98.5	10	10	10	W	W	N	3
3	4.3	5.5	5.2	4.9	98	87	91	93.2	10	2	3	CALMA	SW	CALMA	2
4	4.4	5.5	5.1	4.9	94	75	86	86.2	4	2	3	CALMA	CALMA	CALMA	2
5	4.3	5.1	4.9	4.8	87	63	79	77.5	3	2	5	CALMA	CALMA	CALMA	2
6	4.6	5.2	5.1	4.9	91	68	81	81.2	9	10	2	CALMA	SW	CALMA	2
7	4.8	6.2	5.5	5.4	87	66	79	78.5	6	7	3	CALMA	W	CALMA	4
8	4.9	6.9	6.3	5.9	83	67	80	77.9	10	0	4	CALMA	W	CALMA	5
9	6.3	7.5	6.9	6.8	91	77	89	86.9	10	1	4	CALMA	SW	CALMA	4
10	6.0	7.1	6.9	6.7	97	86	94	93.5	10	1	3	CALMA	SW	CALMA	3
11	5.3	6.3	6.3	5.9	91	63	80	79.6	7	3	4	NW	W	CALMA	3
12	4.8	6.9	5.7	5.7	91	83	90	89.6	4	3	10	E	SE	E	4
13	5.4	6.1	5.9	5.7	97	94	93	96.3	10	10	10	E	SE	E	3
14	6.0	6.3	5.8	5.9	95	95	87	93.9	10	10	10	NW	NW	NW	3
15	4.8	4.7	3.9	4.5	86	65	81	78.9	2	3	7	E	NE	NE	16
16	2.7	3.2	3.6	3.1	61	59	75	66.6	8	7	9	N	E	SE	7
17	2.9	3.5	3.6	3.2	66	63	67	66.9	4	8	10	N	SE	SE	5
18	3.4	3.5	3.8	3.5	70	53	71	66.4	2	4	3	E	CALMA	W	4
19	3.3	3.5	3.7	3.4	74	54	71	67.9	5	2	2	E	E	NE	7
20	3.4	3.6	4.5	3.8	74	50	80	69.6	6	2	4	SW	SW	CALMA	3
21	3.6	4.6	4.6	4.2	75	58	69	69.1	3	1	9	W	NW	W	5
22	4.1	5.9	5.5	5.1	77	61	79	74.1	3	6	5	E	E	CALMA	4
23	4.2	5.3	3.9	4.4	50	30	27	37.5	6	0	2	W	W	N	15
24	4.9	5.9	4.9	5.1	51	35	43	44.8	3	2	0	N	S	E	8
25	5.5	5.5	6.8	5.8	67	43	66	60.5	5	0	10	NE	SE	N	4
26	6.1	5.2	5.2	5.4	67	39	59	56.8	1	1	0	N	SE	NE	7
27	4.4	4.8	5.3	4.7	62	41	59	55.8	2	1	3	NE	SW	SW	5
28	4.7	6.0	6.4	5.7	72	77	88	80.8	10	10	10	SE	E	E	9
M	4.5	5.3	5.2	4.93	80.3	65.9	77.1	75.94	6.2	4.2	5.5				5.1

Ten. del vap. mass. 7.5 g. 9
" " " min. 2.7 " 16
" " " media 4.93
Umid. mass. 98 % g. 1, 2, 3
" min. 27 % " 23
" media 75.94 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
7	5	15	8	1	8	12	5	23

Media nebulosità relativa del mese 5.3

Digitized by Google

MARZO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	o	o	o	o	o	o	mm
1	738.7	737.2	737.5	737.8	+ 6.2	+ 7.9	+ 6.2	+ 8.0	+ 3.7	+ 6.0	33.5
2	37.7	36.5	36.9	37.0	7.8	8.6	8.8	9.0	3.8	7.4	55.9
3	44.4	46.0	46.1	45.5	7.0	9.8	5.6	11.1	3.7	6.8	3.5
4	46.5	47.4	51.3	48.4	5.5	4.9	5.3	6.0	3.4	5.1	6.7
5	54.6	53.6	52.3	53.5	5.7	8.3	6.4	10.6	1.9	6.1	0.3
6	749.5	749.3	749.8	749.5	+ 5.4	+ 8.8	+ 6.8	+ 9.2	+ 2.0	+ 5.9	1.0
7	48.3	46.3	47.1	47.2	6.7	10.5	8.1	11.4	4.3	7.6	0.2
8	51.3	51.9	52.3	51.8	6.8	9.8	6.6	10.3	4.2	7.0	—
9	53.5	52.2	52.9	52.9	5.1	12.3	8.5	13.1	1.2	7.0	—
10	53.9	52.9	53.6	53.5	7.7	13.4	9.0	13.7	3.8	8.5	—
11	754.1	752.8	752.4	753.1	+ 7.8	+14.2	+ 8.6	+14.6	+ 2.5	+ 8.4	—
12	52.3	50.8	51.6	51.6	8.2	14.0	10.8	14.7	3.8	9.4	—
13	52.5	50.0	49.0	50.5	7.1	15.6	10.6	16.0	2.8	9.1	—
14	46.4	46.3	48.6	47.1	7.7	13.6	7.4	14.2	+ 2.9	8.0	—
15	52.6	54.2	55.6	54.1	2.1	2.8	3.4	5.0	— 0.2	2.6	11.9
16	756.0	754.7	754.3	755.0	+ 4.6	+ 7.8	+ 5.8	+ 8.0	+ 1.0	+ 4.8	—
17	53.4	52.0	53.4	52.9	5.4	11.5	8.2	12.2	1.3	6.8	—
18	55.0	54.5	55.7	55.1	7.0	14.6	10.2	15.4	1.7	8.6	—
19	56.6	54.4	53.6	54.9	8.6	16.3	11.6	16.7	2.5	9.8	—
20	51.5	51.5	53.1	52.0	9.1	10.6	9.3	11.5	1.6	7.9	5.6
21	757.0	755.5	755.3	755.9	+10.5	+16.6	+12.0	+17.0	+ 6.7	+11.5	—
22	55.0	52.8	54.5	54.1	10.6	14.3	11.0	15.3	5.1	10.5	—
23	56.1	54.5	53.6	54.7	9.0	16.2	12.4	17.4	4.8	10.9	—
24	54.8	51.9	50.6	52.4	11.9	19.1	14.0	19.6	7.3	13.2	—
25	46.3	41.9	40.6	42.9	11.9	17.1	11.2	17.6	6.3	11.8	—
26	737.0	738.6	744.7	740.1	+11.5	+12.5	+ 4.0	+14.7	+ 1.9	+ 8.0	3.5
27	48.8	47.1	48.6	48.2	5.6	9.5	6.6	10.6	+ 1.0	5.9	0.6
28	51.0	49.0	48.6	49.5	4.4	8.5	5.6	9.3	+ 1.0	5.1	—
29	47.5	45.8	46.1	46.5	4.6	8.8	4.2	9.6	— 0.1	4.6	—
30	46.4	44.3	43.8	44.8	4.4	11.6	9.6	12.4	— 1.2	6.3	—
31	44.1	43.9	45.4	44.6	+ 8.8	+10.8	+ 8.6	+12.5	— 0.8	+ 7.3	2.7
M	750.09	749.03	749.64	749.58	+7.25	+11.63	+8.27	+12.47	+2.71	+7.67	125.4

Altezza barom. mass. 757.0 g. 21
» » min. 736.5 » 2
» » media 749.58

Temperatura mass. + 19.°6 g. 24
» min. — 1. 2 » 30
» media + 7. 67

Temporale il giorno 1
Nebbia il giorno 7-13-15-17-18-19-30.
Neve » 15

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

Digitized by Google

MARZO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	6.2	6.8	6.2	6.3	88	86	88	89.4	10	10	10	E	E	SE	16
2	6.9	7.2	7.5	7.1	87	86	89	89.4	10	10	10	SE	SE	SE	21
3	6.1	5.2	5.6	5.5	81	57	81	75.1	6	8	9	E	N	N	7
4	6.0	5.9	5.7	5.8	89	90	86	90.4	10	10	10	E	E	SE	13
5	5.3	6.1	4.8	5.3	77	74	66	74.4	4	9	7	NE	NE	W	8
6	4.9	6.2	6.3	5.7	72	73	85	78.8	10	10	10	NE	SW	NW	4
7	6.3	6.4	6.4	6.3	85	67	79	79.1	10	10	10	CALMA	CALMA	E	4
8	6.0	5.8	5.8	5.8	81	64	79	76.8	10	10	7	SE	CALMA	W	8
9	5.3	6.1	5.9	5.7	81	57	71	71.8	5	5	7	NW	S	S	8
10	6.1	5.9	5.8	5.8	77	52	68	67.8	7	4	4	CALMA	W	SW	4
11	5.5	5.8	6.1	5.7	69	48	73	65.7	3	3	3	N	SW	N	4
12	5.8	5.7	5.4	5.5	71	48	56	60.8	4	3	4	NE	N	CALMA	5
13	5.7	4.8	4.5	4.9	76	37	47	55.7	3	3	3	CALMA	W	SW	4
14	4.7	6.5	4.7	5.2	60	56	61	61.4	4	5	8	SE	SE	E	13
15	4.9	5.2	5.1	5.0	91	93	86	92.4	10	10	10	N	N	N	11
16	5.3	4.9	5.0	5.0	84	61	73	75.1	10	10	5	N	NW	W	7
17	5.9	5.4	5.9	5.6	88	54	72	73.7	3	3	5	W	E	N	3
18	5.5	5.9	5.8	5.6	74	48	62	63.7	1	1	3	SE	SW	CALMA	3.5
19	6.1	6.0	5.9	5.9	73	43	57	60.1	3	5	10	E	SW	SW	4
20	7.4	8.0	7.3	7.5	85	83	84	86.4	10	10	10	W	SW	W	6
21	7.3	7.0	6.5	6.5	77	50	62	65.7	1	2	5	NE	SW	W	5
22	5.7	8.0	6.4	6.6	60	67	66	67.0	2	10	3	CALMA	SE	E	4
23	6.0	6.1	6.8	6.2	69	45	63	61.7	9	10	7	CALMA	W	W	5
24	7.1	6.7	7.2	6.9	68	40	61	59.0	7	1	2	NW	W	SW	6
25	7.0	6.5	6.5	6.5	67	44	66	61.7	1	0	3	SW	SW	NW	16
26	7.2	6.6	5.5	6.3	71	61	90	76.7	7	6	10	W	E	N	16
27	4.3	3.7	3.5	3.7	64	41	49	54.0	7	2	4	SE	E	SE	8
28	3.7	3.4	3.4	3.4	59	41	49	52.4	10	5	0	E	E	SE	9
29	3.7	3.8	4.4	3.9	59	45	70	60.7	10	5	4	SE	SE	S	6
30	4.2	5.2	5.5	4.9	66	51	62	62.4	5	1	10	SW	W	NW	4
31	6.6	6.8	7.4	6.8	78	70	89	81.7	10	10	10	CALMA	SE	NE	4
M	5.76	5.89	5.77	5.71	75.1	59.1	70.6	70.68	6.5	6.2	6.5				7.5

Tens. del vap. mass. 8.0 g. 20 e 22
" " " min. 3.4 " 28
" " " media 5.71
Umid. relativa mass. 93 % g. 15
" " min. 37 % " 13
" " media 70.68 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
11	6	14	16	3	13	14	6	10

Media nebulosità relativa del mese 6,4

Digitized by Google

FEBBRAIO 1918

Giorni	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12^h	Ponte Tresa M. 272.10* 12^h	Como, Porto M. 197.521* 12^h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12^h	Lecco Ponte Visconteo M. 185.147* 12^h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12^h	Salò M. 64.55* 12^h
1	— 0.52	+ 0.06	— 0.22	— 0.17	— 0.30	— 0.05	— 1.41
2	— 0.52	+ 0.06	— 0.23	— 0.17	— 0.30	— 0.05	— 1.42
3	— 0.52	+ 0.06	— 0.23	— 0.17	— 0.30	— 0.05	— 1.42
4	— 0.54	+ 0.06	— 0.24	— 0.17	— 0.30	— 0.06	— 1.43
5	— 0.54	+ 0.06	— 0.24	— 0.18	— 0.30	— 0.06	— 1.42
6	— 0.53	+ 0.05	— 0.24	— 0.18	— 0.31	— 0.06	— 1.42
7	— 0.54	+ 0.05	— 0.24	— 0.18	— 0.31	— 0.06	agitato
8	— 0.54	+ 0.05	— 0.24	— 0.18	— 0.31	— 0.05	— 1.42
9	— 0.55	+ 0.05	— 0.24	— 0.18	— 0.31	— 0.05	— 1.42
10	— 0.55	+ 0.05	— 0.24	— 0.18	— 0.31	— 0.06	— 1.42
11	— 0.55	+ 0.04	— 0.24	— 0.19	— 0.32	— 0.06	— 1.41
12	— 0.56	+ 0.04	— 0.25	— 0.19	— 0.32	— 0.08	— 1.40
13	— 0.56	+ 0.04	— 0.25	— 0.19	— 0.32	— 0.09	— 1.40
14	— 0.56	+ 0.03	— 0.25	— 0.20	— 0.32	— 0.09	— 1.40
15	— 0.56	+ 0.03	— 0.26	— 0.20	— 0.33	— 0.08	agitato
16	— 0.57	+ 0.03	— 0.27	— 0.20	— 0.33	— 0.08	agitato
17	— 0.57	+ 0.03	— 0.27	— 0.20	— 0.33	— 0.10	— 1.39
18	— 0.59	+ 0.02	— 0.28	— 0.21	— 0.33	— 0.10	— 1.39
19	— 0.59	+ 0.02	— 0.28	— 0.21	— 0.34	— 0.12	— 1.39
20	— 0.60	+ 0.02	— 0.29	— 0.21	— 0.34	— 0.12	— 1.39
21	— 0.60	+ 0.01	— 0.30	— 0.22	— 0.35	— 0.12	— 1.39
22	— 0.60	+ 0.01	— 0.28	— 0.22	— 0.35	— 0.12	— 1.38
23	— 0.58	+ 0.00	— 0.28	— 0.22	— 0.35	— 0.14	— 1.37
24	— 0.61	+ 0.00	— 0.29	— 0.23	— 0.36	— 0.14	— 1.37
25	— 0.62	— 0.01	— 0.29	— 0.23	— 0.36	— 0.14	— 1.37
26	— 0.61	— 0.01	— 0.30	— 0.23	— 0.36	— 0.16	agitato
27	— 0.60	— 0.02	— 0.30	— 0.23	— 0.35	— 0.17	— 1.37
28	— 0.60	— 0.02	— 0.30	— 0.23	— 0.35	— 0.17	— 1.37

(1) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Digitized by Google

Adunanza del 2 Maggio 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. P. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Berzolari, Briosi, Buzzati, Del Giudice, Fantoli, Franchi, Gerbaldi, Gobbi, Golgi, Gorini, Guarnerio, Jorini, Jung, Lattes E., Mangiagalli, Menozzi, Murani, Oberziner, Sala, Scherillo, Tansini, Taramelli T., Zuccante.

E i SS. CC.: Barassi, Bellezza, Cisotti, Gabba L., Grassi, Mariani.

Giustificano l'assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Celoria, Ceruti, Forlanini: e per ragioni d'ufficio il M. E. C. Pascal.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente, il segretario M. E. prof. Zuccante legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato.

Si passa alle letture.

In assenza del dott. Domenico Fava, il segretario Zuccante legge un breve riassunto della nota « *Alfonso II d'Este raccoglitore di codici greci.* II. ». La lettura era ammessa alla lettura dalla Sezione di letteratura e filosofia.

Essendo pure assente il prof. G. Rotondi, lo stesso segretario legge un riassunto della nota: « *La manomissione del servus communis nel diritto romano classico* ». La nota era ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze politiche e giuridiche.

Segue la commemorazione del compianto M. E. prof. Francesco Ardissone. Il presidente, prima di dare la parola all'oratore M. E. prof. C. Gorini, comunica le adesioni pervenute di S. E. l'On. G. Miliani Ministro per l'Agricoltura, dell'On. Raineri ex Ministro per l'Agricoltura, del Comm. Moreschi Direttore Generale al Ministero di Agricoltura.

Digitized by Google

Dopo di che prende la parola il prof. Gorini, il quale rievoca la figura dell'Ardissone e tesse l'elogio di Lui come cittadino e scienziato. Alla fine del suo discorso, l'oratore è stato applaudito dagli Accademici.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in seduta privata per la trattazione degli affari.

Sono all'ordine del giorno le proposte di nuovi soci corrispondenti nelle Sezioni di Matematica, e di Storia e Filologia. Quelle della Sezione di Matematica sono rimandate alla prossima adunanza. Sulle proposte della Sezione di Storia e Filologia legge la relazione il M. E. prof. Oberziner. La relazione verrà stampata e diramata ai Membri della Classe e sarà discussa, a norma del Regolamento, nella prossima adunanza.

La seduta è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
O. MURANI.

Digitized by Google

Adunanza del 16 Maggio 1918

PRESIDENZA DEL PROF. SEN. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Berzolari, Buzzati, Del Giudice, Gerbaldi, Guarnerio, Jorini, Jung, Körner, Lattes E., Mangiagalli, Menozzi, Murani, Oberziner, Paladini, Sabbadini, Sala, Scherillo, Supino C., Tansini, Taramelli T., Villa, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Arnò, Barassi, Bellezza, Brizi, Carrara, Cisotti, Coletti, Grassi, Jona, Mariani, Rocca, Volta.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE.: Celoria, vicepresidente, Ceruti, Forlanini, Gorini: e, per ragioni d'ufficio, Gobbi, e Pascal C.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Dietro invito del presidente, il segretario M. E. prof. Murani, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Che sono, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

Berlese A. Centuria quarta di acari nuovi. Firenze, 1918.

Boletin de la Sociedad geografica de Lima. Año 1916, Vol. 32...

Osborn F. H. Bibliography of the published writings for the years 1877-1915. New York, 1916.

E, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

America's message to the russian people, addresses by the members of the special diplomatic Mission of the United States to Russia in the year 1917. Boston, 1918.

Osgood Andrews I. Economic effects of the war upon women and children in Great Britain. New York, 1918.

Textor J. W. Synopsis juris gentium; text of 1680. Edited by L. Von Bar. Vol. 1 e 2. Washington, 1916.

Digitized by Google

VICTORIA F. De Indis et de iure belli relectiones, being parts of Relectiones theologicae XII; text of 1696. Edited by E. Nys. Washington, 1917.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Torquato Taramelli discorre « *Sull'antico decorso del Brenta rispetto al Piave* ».

Il M. E. prof. Francesco Gerbaldi legge la prima parte della sua nota: « *Le ridotte di una funzione continua d'Halphen* ».

Il S. C. prof. Riccardo Arnò legge la sua nota: « *Sulla generazione di oscillazioni elettromagnetiche direttamente ricavate da correnti alternate trifasi ordinarie industriali* ».

Il prof. Francesco Coletti riassume la sua comunicazione: « *La classificazione per età dei professori delle Università e degli Istituti superiori* ».

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata.

Il presidente comunica che nella prossima adunanza la presidenza presenterà all'Istituto, perchè siano discussi e studiati in quella forma che reputerà più opportuna, alcuni problemi del dopo guerra.

È all'ordine del giorno la discussione sulla proposta di nomina di Soci corrispondenti nella Sezione di storia e filosofia. Dopo qualche osservazione fatta dal M. E. prof. Buzzati, a cui risponde il relatore, resta stabilito che la votazione relativa avrà luogo nella prossima adunanza.

Seguono nell'ordine del giorno le proposte di nomina di Soci corrispondenti in altre Sezioni. Sulla proposta di nomina di Soci corrispondenti nella Sezione di scienze matematiche, riferisce per la Sezione il M. E. prof. Giulio Vivanti.

Sulla proposta di nomina di Soci corrispondenti nella Sezione di letteratura e filosofia, legge la relazione il M. E. prof. Guido Villa; e sulla proposta di Soci corrispondenti nella Sezione di scienze politiche e giuridiche riferisce il M. E. prof. Giulio Cesare Buzzati.

Dopo di ciò l'adunanza è sciolta alle ore 15.30.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
G. ZUCCANTE

Digitized by Google

Adunanza del 23 Maggio 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. P. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Bonfante, Colombo, Del Giudice, Fantoli, Franchi, Gerbaldi, Guarnerio, Jorini, Jung, Lattes E., Mangiagalli, Murani, Oberziner, Paladini, Pascal C., Sabbadini, Sala, Salvioni C., Scherillo, Supino C., Taramelli T., Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Barassi, Bellezza, Brizi, Cisotti, Coletti, Grassi, Jona, Patroni, Rocca, Saldini, Verga, Volta.

Giustificano l'assenza, per motivi di salute i MM. EE.: Celoria, Forlanini, Gorini; e per impegni di ufficio i MM. EE.: Körner, Tansini.

L'adunanza è aperta alle ore 13,45.

Dietro invito del presidente, il segretario M. E. prof. Zuccante legge il verbale dell'adunanza precedente. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti.

Per la Classe di lettere, scienze morali e storiche:

Vidari G. La teoria della educazione. Milano, 1918.

E per la Classe di scienze matematiche e naturali:

Merino Quarenghi F. Contributo allo studio della così detta « Malattia di Madelung ». Milano, 1917.

Ronchetti V. Contributo alla casistica della spondilite sifilitica. Considerazioni circa l'importanza clinica della reazione di Bordet-Wassermann. Milano, 1917.

Santacroce Domenico. Di una nozione scientifica della politica di lavoro. Catania, 1917.

Il segretario prof. Zuccante nel presentare all'Istituto, in nome dell'autore, il II volume degli *Elementi di Pedagogia* del M. E. non residente prof. Giovanni Vidari, così si esprime:

« Il 1° volume studiava « *I dati della Pedagogia* », i dati *sto-*

Digitized by Google

rico-psicologici e i dati *psico-sociologici*; questo secondo studia. « *La teoria della educazione* ». La teoria dell'educazione mira per sua essenza a ciò che dev'essere, non a ciò che è; è teoria di ideale, non di realtà; è deontologia, non ontologia. E si dirompe naturalmente in tre aspetti: la teoria dell'*Ideale*, la teoria del *Metodo*, la teoria dell'*Ordinamento*; appunto le tre sezioni in cui il libro si divide. « Tutta la trattazione pedagogica dell'ideale, del metodo e dell'ordinamento », scrive l'autore, « è lo sviluppo sotto tre aspetti diversi, ma fra loro intimamente connessi, di un medesimo pensiero fondamentale ».

Non è il caso di imprendere qui un esame particolareggiato del libro; a me spetta solo il compito gradito di segnalarne all'Istituto l'importanza e il valore, per la forma e struttura di organismo filosofico, che è data alla dottrina, e che così spesso si lamenta mancare alla pedagogia. »

Anche il M. E. prof. Pascal presenta in omaggio una pubblicazione dell'« Atene e Roma », che ha per titolo « Gli studi classici in America (opinioni e dati statistici) ».

Dopo di che il presidente commemora il 3.° anniversario dell'entrata in guerra dell'Italia, rivolgendo agli Accademici le seguenti parole:

« Egregi colleghi, oggi si compie il terzo anno della nostra guerra, il quale accanto alle fulgide prove di eroismo e di ardimento ci ha lasciato pur troppo un'ombra fosca distesa su un lembo del suolo nazionale. Noi abbiamo fede nel valore dell'esercito e nella fermezza virile del popolo, e speriamo che il nuovo anno cancelli le tracce di Caporetto e porti la vittoria delle nostre armi e con essa la pace ».

Indi il presidente annunzia la morte del M. E. abate Antonio Ceruti con le seguenti parole:

« Or ora venne deposta nella tomba a Cernobbio la salma del collega abate Antonio Ceruti, spirato la sera del 20 corrente. Con la sua scomparsa noi perdiamo uno dei più antichi colleghi, giacchè Antonio Ceruti dottore e viceprefetto dell'Ambrosiana appartenne a questa Accademia da quasi mezzo secolo, segnalandosi per molte note e memorie di argomento storico o letterario accolte negli Atti dell'Istituto. I suoi meriti gli procurarono ancora l'aggregazione alle più importanti Deputazioni e società storiche italiane. Assiduo alle nostre sedute finchè la salute lo consentiva; ma anche nella tarda età colla sua presenza quando poteva dimostrava il suo affetto all'Accademia. Ed ora una nuova e solenne prova di attaccamento l'abbiamo nel cospicuo legato ch'Egli ha voluto disporre a favore dell'Istituto.

Digitized by Google

Vada alla sua venerata memoria il rimpianto e la profonda riconoscenza dell'Istituto ».

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Gerbaldi riassume brevemente la sua nota: « *Le ridotte di una frazione continua di Halphen* II. ».

La lettura del prof. G. C. Buzzati, essendo l'autore assente, sarà da lui riassunta, insieme con la seconda, nella prossima adunanza.

Nell'assenza del M. E. prof. L. Berzolari, il M. E. prof. Vivanti dice poche parole sul contenuto della nota: «*Sul significato geometrico di alcune identità lineari tra quadrati di forme algebriche* I. ».

Il S. C. prof. P. Bellezza legge: « *Note di enantiosemia* II. ».

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in seduta privata per la trattazione degli affari.

Il primo argomento all'ordine del giorno è quello dei *problemi di studio del dopo guerra*. Il segretario prof. Murani legge i quesiti proposti dalla Presidenza, che sono i seguenti:

1.° Portare luce di scienza e di verità nella questione dell'utilizzazione delle acque sia per iscopo di irrigazione che di forza motrice, con ispeciale riguardo alla accumulazione delle acque nei bacini montani trasformati in serbatoi.

Studiare la questione dai punti di vista idrografico e geologico e da quello costruttivo, per quanto si riferisce alle importanti operazioni di sbarramento che si rendono necessarie ed a quelle di compensazione nell'interesse della continuità dei deflussi.

2.° Contribuire allo sviluppo degli studi sperimentali in fatto di chimica industriale, avuto speciale riguardo alla fabbricazione dei prodotti farmaceutici ed a quelli coloranti, considerando la questione non soltanto dal punto di vista esclusivo del fare tutto in paese, ma da quello più pratico e più sereno di quanto si possa e convenga realmente di fare.

Studiare le affinità che le nuove applicazioni della chimica industriale hanno con quelle gia esistenti in Italia, o che sono sorte pel fatto delle necessità di guerra.

Riassumere in una sintesi efficace quanto si riferisce alla questione cosi com'è posta dai punti di vista scientifico, pratico ed economico.

3.° Esaminare l'organismo delle scuole industriali esistenti in paese, il concetto che ha presieduto alla loro istituzione ed

Digitized by Google

i programmi che sono stati recentemente dettati per esse, affine di rendersi conto se rispondono bene ai bisogni della classe operaia ed alla educazione di maestranze tecnicamente preparate per l'incremento e lo sviluppo di tutte le industrie del paese.

Esaminare cioè la scuola di primo grado che prepara (dai 12 anni in avanti) i vivai per le future schiere dei lavoratori, quelle di secondo grado che istruiscono i giovanetti dai 15 ai 18 anni, con indirizzo di insegnamento teorico orale combinato con un beninteso tirocinio pratico in appositi laboratori meccanici specializzati, ed infine assurgendo alle scuole di terzo grado (dai 18 ai 21 anni) veri istituti destinati a dare i sergenti o sottotenenti del lavoro, ed a preparare insieme i futuri dirigenti delle industrie nazionali.

4.° Contribuire con accurate indagini allo studio della migliore valorizzazione del terreno, portando particolare attenzione sulle più appropriate colture, sull'ausilio dell'adozione dei modi razionali di lavoro, sul concorso di adatte concimazioni, sul sussidio sempre più importante della lavorazione meccanica, e sulle eventuali influenze che l'energia elettrica può esercitare sullo sviluppo delle coltivazioni.

5.° Studio sulle condizioni presenti della marina mercantile italiana e sui provvedimenti necessari per farla risorgere.

6.° Esaminare la presente legislazione di guerra in Italia, e vedere con quali temperamenti e modificazioni si debba sostituire ad essa la legislazione normale di pace.

7.° Esaminare il quesito del risarcimento dovuto ai cittadini pei danni di guerra causati dal nemico.

Si aggiungono a questi quesiti anche i due seguenti, proposti da alcuni Membri.

1. Decentramento amministrativo.

2. Il problema educativo nazionale in relazione a tutto l'ordinamento scolastico, e alla necessità di rafforzare gli studi di umanità come fondamento della educazione e della cultura negl'Istituti medii.

A questo punto prende la parola il S. C. prof. Saldini, il quale dà all'Istituto la lieta novella che la locale Banca Commerciale, venuta a conoscenza degli studi che l'Istituto si propone per il dopo-guerra, ha stabilito di dare per essi un aiuto finanziario. Il prof. Saldini si esprime nei seguenti termini: « La Banc. Com. ha presa l'iniziativa di concorrere con L. 20.000 alle spese che il lavoro dell'Ist. Lomb. potrà occa-

Digitized by Google

sionare; le altre Banche (Credito Italiano, B. Sconto, B. Roma) hanno chiesto di esser partecipi in questo concorso: il che affida che gli studi dell'Istituto saranno anche materialmente appoggiati ». L'Istituto accoglie la notizia con grato animo, e il presidente ringrazia.

Segue uno scambio di idee su i quesiti stessi, e si conviene di rimandare alla prossima adunanza la scelta delle questioni da trattare, e la nomina delle relative Commissioni, le quali saranno libere di fissare i limiti e scegliere i metodi di lavoro che crederanno più adatti.

Si passa alla votazione per la nomina di Soci Corrispondenti nella Sezione di storia e filologia. Funzionano da scrutatori i MM. EE. proff. Scherillo e Franchi. Dallo spoglio delle schede risultano eletti, a sensi dell'artic. 17 del Regolamento Organico, i professori Giuseppe Ricchieri, Ettore De Ruggiero, Giuseppe Gallavresi.

Si procede di poi alla discussione sulla proposta di nomina di Soci Corrispondenti nelle Sezioni di scienze matematiche, di letteratura e filosofia, di scienze politiche e giuridiche.

In fine si dà lettura della relazione della Sezione di medicina per la proposta di nomina di nuovi Soci Corrispondenti.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
O. MURANI

Digitized by Google

Adunanza del 6 Giugno 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. P. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Berzolari, Buzzati, Colombo, Del Giudice, Gobbi, Golgi, Gorini, Guarnerio, Jorini, Jung, Körner, Lattes E., Mangiagalli, Murani, Paladini, Pascal C., Sabbadini, Scherillo, Supino C., Tansini, Taramelli T., Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Arnò, Bellezza, Bordoni-Uffreduzi, Brizi, Cisotti, Coletti, De Marchi M., Fraccaroli, Gabba L., Grassi, Jona, Patroni, Ricchieri, Rocca, Sormani, Verga.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Celoria, vice-presidente, e Sala.

L'adunanza è aperta alle ore 13,40.

Dietro invito del presidente, il segretario, M. E. prof. Murani, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Il M. E. prof. Guarnerio presenta in omaggio all'Istituto il suo manuale di *Fonologia romanza* e si esprime in questi termini:

« Alla presentazione del mio *Manuale di Fonologia romanza*, che mi onoro di fare all'Istituto, mi permetto di aggiungere alcune parole per farvi osservare che esso è consacrato al nome di G. I. Ascoli nel giorno indistruttibile della nostra entrata in Gorizia, sua terra natale. Ed era ben giusto che s'intitolasse dal suo nome questo Manuale che intende di rinnovare interamente il metodo, così schiettamente italiano, del grande Maestro, di cui ebbi la ventura di seguire le lezioni nell'Accademia scientifico-letteraria. E il metodo è qui seguito sia nella distribuzione e ordinamento della materia, sia nella terminologia, sia infine nella esemplificazione delle lingue neolatine in generale e dei dialetti italiani in particolare, tra i quali si fa ampia parte ai dialetti ladini, come parte inscindibile della famiglia italiana ».

Digitized by Google

Indi il presidente, annunziando la morte del M. E. prof. Carlo Forlanini, lo commemora colle seguenti parole:

« Ieri lamentammo, chiarissimi colleghi, la perdita di un nostro benemerito collega della Classe di lettere, ed oggi un nuovo lutto ci colpisce in quella di scienze. Il senatore Carlo Forlanini, l'illustre professore di clinica medica dell'Università di Pavia, il 25 delle scorso maggio si spegneva serenamente a Nervi dopo lunga malattia. Egli appartenne alla nostra famiglia accademica per diciassette anni, dal 1901 come socio corrispondente e dal 1905 come membro effettivo. Fu assiduo alle tornate dell'Istituto, e collaborò validamente ai lavori di esso, finchè la salute lo resse. Chi non rammenta ancora, fra quanti eran presenti, quella nitida e geniale descrizione da Lui fatta in quest'Aula, nel gennaio 1907, del suo nuovo metodo di cura della tisi polmonare?

Altri potrà dire della importanza della scoperta e degli alti meriti suoi come scienziato, come professore, come medico. A noi sia dato rimpiangere la scomparsa dell'eminente accademico, dell'uomo insigne dal carattere franco e aperto, sul cui viso trasparivano l'arguzia bonaria, la nobiltà e generosità dell'anima milanese. La sua memoria rimarrà a lungo scolpita nei nostri cuori ».

Alle nobili parole del presidente si associa il M. E. prof. Golgi, tessendo del compianto collega prof. Forlanini un necrologio che sarà inserito nei Rendiconti.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. G. C. Buzzati riassume la I e la II parte della sua nota: « *Italiani senza saperlo: Italiani senza volerlo* ».

Il M. E. prof. Luigi Berzolari discorre brevemente « *Sul significato geometrico di alcune identità lineari tra quadrati di forme algebriche* ». È la seconda parte del suo scritto su questo argomento, da lui presentato.

Il S. C. prof. Giuseppe Sormani riassume largamente, in parte leggendo, la sua nota: « *Statistica e geografia medica della mortalità per tumori maligni in Italia ed in Francia* ».

Segue, nell'ordine del giorno, la terza parte della nota del dott. Teofilo Spoerri: « *Il dialetto della Valsesia. Morfologia e capitolo finale* ». Essendo assente il dott. Spoerri, riassume brevemente la nota il segretario, M. E. prof. Zuccante. Questa lettura era stata ammessa dalla Sezione di storia e filologia.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata.

Digitized by Google

Il presidente dà comunicazione d'una lettera del Notaio dott. Tito Rosnati, in cui è riferito che il compianto M. E. monsignor Antonio Ceruti ha disposto, nel suo testamento olografo, un cospicuo lascito di lire 60.000 a favore dell'Istituto, al quale pure ha lasciato tutti i suoi libri. In detta lettera sono anche indicate le modalità del lascito.

Segue la discussione sui problemi di studio per il dopo guerra.

La discussione è lunga e animata, e vi prendono parte parecchi Membri, e in vario senso: il prof. Buzzati, il Presidente, il prof. Pascal, il prof. Supino, il prof. Mangiagalli; e poi, da capo, il prof. Buzzati e il Presidente, il prof. Taramelli, il prof. Gobbi, il prof. Murani. Prevale il concetto, svolto dal prof. Mangiagalli, accettato dalla presidenza e in cui tutti consentono, che sia nominata una Commissione la quale abbia il compito di scegliere i temi, di presentarli nella forma più adatta, di stabilire i metodi da seguire nello studio e nella trattazione di essi, in relazione specialmente ai mezzi che possano essere a disposizione dell'Istituto. E in questo senso il prof. Mangiagalli presenta il seguente ordine del giorno: « L'Istituto invita la Presidenza a nominare una Commissione di sette membri per la scelta dei problemi da mettersi allo studio e dei metodi da seguirsi in relazione coi mezzi a disposizione per liberalità degli Istituti di Credito, per arrivare con sollecitudine a soluzioni concrete ».

L'ordine del giorno, posto in votazione dal presidente, è approvato a unanimità.

Si passa al conferimento di una pensione accademica, rimasta disponibile, nella Classe di lettere e scienze morali e storiche, per la morte del M. E. pensionato, monsignor Antonio Ceruti. A norma dell'articolo 32 e dell'artico 18 del Regolamento organico i Membri pensionati delle due Classi, riuniti in Commissione segreta, votano il conferimento della pensione. Fatto lo spoglio delle schede, scrutatori i MM. EE. professori Scherillo e Taramelli, risulta che la pensione viene aggiudicata al M. E. prof. Remigio Sabbadini, a cominciare dal 6 giugno 1918.

A norma degli stessi articoli del Regolamento organico, 32 e 18, i Membri pensionati delle due Classi, riuniti in Commissione segreta, procedono quindi alla votazione pel conferimento d'una pensione accademica rimasta disponibile, per la morte del Membro effettivo pensionato, prof. senatore Carlo Forlanini, nella Classe di scienze matematiche e naturali. Fatto

Digitized by Google

lo spoglio alle schede, scrutatori i Membri effettivi pensionati Scherillo e Taramelli, risulta che la pensione è conferita al Membro effettivo prof. Ettore Artini, a cominciare dal 6 giugno 1918.

Segue, nell'ordine del giorno, la nomina di Soci corrispondenti nella Sezione di scienze matematiche. Fatto lo spoglio dei voti, scrutatori i Membri effettivi Jung e Vivanti, poichè le prescrizioni dell'art. 17 del Regolamento organico, comma 2° e comma 3°, sono appieno osservate, risultano eletti: il prof. Gustavo Colonnetti della R. Università di Pisa; il prof. Ernesto Laura della R. Università di Pavia; il prof. Roberto Marcolongo della R. Università di Napoli.

Si procede poscia alla nomina di Soci-corrispondenti nella Sezione di letteratura e filosofia, sempre secondo le norme dell'art. 17, comma 2° e comma 3° del Regolamento organico. Fatto lo spoglio delle schede, scrutatori i Membri effettivi Pascal e Sabbadini, risultano eletti: il prof. Ettore Bignone, libero docente di letteratura greca presso l'Università di Pavia: il prof. Aristide Calderini, libero docente e incaricato di grammatica latina e greca e di papirologia presso la R. Accademia scientifico-letteraria di Milano; il prof. Vittorio Cian della R. Università di Torino; il prof. Francesco De Sarlo del R. Istituto di studi superiori di Firenze; il prof. Eugenio Griffini, libero docente di arabo presso la R. Accademia scientifico-letteraria di Milano; il prof. Ireneo Sanesi della R. Università di Pavia; il prof. Savj-Lopez della stessa Università di Pavia; il prof. Nicola Zingarelli della R. Accademia scientifico-letteraria di Milano.

Collo stesso sistema e a norma dello stesso articolo 17 del Regolamento organico, si viene in fine alla nomina di Soci corrispondenti nella Sezione di scienze politiche e giuridiche.

Fatto lo spoglio delle schede, scrutatori i Membri effettivi Guarnerio e Buzzati, risultano eletti Soci corrispondenti nazionali: l'avv. Arnaldo Agnelli, deputato al Parlamento e libero docente di Economia politica nella R. Università di Pavia; il prof. Gino Dallari della R. Università di Pavia; il prof. Siro Solazzi della stessa Università di Pavia: e Soci corrispondenti stranieri: Ferdinando Larnaude, professore di diritto pubblico, decano della Facoltà di diritto di Parigi; Irving Fisher, professore di Economia politica alla *Yale University* di New-Haven negli Stati Uniti: I. Shield Nicholson, professore di Economia politica nell'Università di Edimburgo: André Weiss, professore di diritto internazionale privato nella Facoltà di diritto di Parigi.

Digitized by Google

Resta, nell'ordine del giorno, la discussione sulla proposta di nomina di Soci corrispondenti nella Sezione di scienze mediche. Nessuno chiede di parlare: e perciò resta stabilito che la relativa votazione avrà luogo nella prossima adunanza del 20 Giugno.

L'adunanza è sciolta alle ore 16.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
G. ZUCCANTE

Digitized by Google

SUL SIGNIFICATO GEOMETRICO DI ALCUNE IDENTITÀ LINEARI TRA QUADRATI DI FORME ALGEBRICHE

Nota del M. E. prof. LUIGI BERZOLARI

(Adunanze del 23 maggio e 6 giugno 1918)

In uno studio sulla configurazione determinata da due cubiche gobbe in posizione ottaedrica (cioè invarianti simultanee rispetto ad un gruppo ottaedrico di collineazioni quaternarie), mi è accaduto di fare alcune osservazioni sul sistema di quattro complessi lineari a due a due in involuzione, sopratutto su certe identità algebriche che si connettono col medesimo.

Un esempio di identità lineari tra quadrati di forme algebriche è dovuto al BRILL (*), il quale dimostrò che ad ogni terna di forme binarie quadratiche è associata una (e, in generale, una sola) quarta forma binaria quadratica, per modo che i quadrati delle quattro forme sono linearmente dipendenti.

In ciò che segue sono indicati (con quelli cui ho alluso

(*) *Ueber binäre Formen und die Gleichung sechsten Grades*, Math., Ann., Bd. 20 (1882), p. 351. Lo stesso Autore ha dato un'illustrazione geometrica del suo teorema nella Nota *Ueber das Polcierseit*, l. c., p. 531, all'argomento della quale si riferisce anche quella di S. KANTOR, *Ueber eine Configuration* $(3, 3)_{10}$ *und unicursale Curven 4. Ordnung*, Math. Ann., Bd. 21 (1883), p. 299.

Per mezzo di considerazioni algebrico-geometriche relative all'apolarità tra forme quadratiche di più variabili, il teorema fu esteso da W. F. MEYER a sistemi di forme binarie d'ordine qualunque: v. la Nota *Ein Satz über lineare Identitäten zwischen Quadraten binärer Formen*, Math. Ann., Bd. 21 (1883), p. 441, e il libro *Apolarität und rationale Curven*, Tübingen 1883, nel quale si tratta del teorema di BRILL e di sue conseguenze a p. 241-4 e 253-4 e in nota a p. 330-2, delle sue estensioni a p. 329-331 e 348-354.

Digitized by Google

in principio) altri sistemi di forme, di due o più variabili, i cui quadrati sono legati da identità lineari, e con opportune rappresentazioni geometriche si mostra come tali identità siano conseguenze della possibilità di ridurre una forma quadratica, con una trasformazione lineare, a non contenere che i quadrati delle variabili (*). In particolare si ritrova per questa via il teorema di BRILL, e se ne precisano i casi di eccezione: ciò richiede una discussione alquanto minuziosa, ma si vedrà che essa non era del tutto inopportuna.

1. In questo numero e nel successivo premetto alcuni teoremi, che possono dimostrarsi così in modo geometrico come con l'uso di coordinate: mi limiterò, per brevità, ad un cenno del secondo metodo.

Due quadriche passanti per uno stesso quadrilatero sghembo possono sempre rappresentarsi con le equazioni locali

$$(1 \qquad x_2 x_3 - x_1 x_4 = 0 \quad , \qquad a x_2 x_3 + b x_1 x_4 = 0 ,$$

e con le equazioni tangenziali

$$u_2 u_3 - u_1 u_4 = 0 \quad , \qquad b u_2 u_3 + a u_1 u_4 = 0 .$$

Ne segue che, *se l'una, pensata come luogo, è apolare all'altra pensata come inviluppo, anche la seconda, pensata come luogo, è apolare alla prima pensata come inviluppo.*

In tal caso, *ciascuna delle due quadriche è polare reciproca di sè stessa rispetto all'altra* (per modo che ognuna delle due schiere di generatrici è trasformata in sè).

Inversamente, se di due quadriche secantisi nei lati d'un quadrilatero sghembo una è polare reciproca di sè stessa rispetto all'altra, la medesima proprietà sussiste anche scambiando le due superficie, e queste sono apolari (in due modi).

La condizione perchè abbiano luogo le precedenti proprietà è espressa da $a = b$. Ciascuna delle medesime è quindi pure equivalente a quest'altra: *le due quadriche sono separate armonicamente dalle due coppie di piani esistenti nel loro fascio* (**).

(*) Per quanto so, le identità di cui si tratta nel teorema del BRILL e nelle estensioni datene dal MEYER sono le sole che finora siansi considerate tra quadrati di forme *non lineari*. Si riferiscono però unicamente a forme *binarie*.

(**) Perciò due quadriche in tal posizione da R. STURM, *Ueber Collineationen und Correlationen*, etc., Math. Ann., Bd. 26 (1886), p. 478, son dette *harmonisch-zugeordnet mit Vierseits-Durchschnitt*. Cf. pure

Digitized by Google

Com'è noto, se due quadriche si tagliano in un quadrilatero sghembo, le rette che le incontrano in coppie armoniche di punti sono altresì quelle da cui si possono ad esse condurre coppie armoniche di piani tangenti. Per le quadriche (1) il complesso (di BATTAGLINI) luogo di tali rette ha l'equazione

$$a\,p_{23}^2 - b\,p_{14}^2 + (b-a)\,(p_{12}\,p_{34} + p_{13}\,p_{24}) = 0,$$

partendo dalla quale, una breve discussione conduce al teorema:

Delle tre seguenti proprietà, relative a due quadriche passanti per i lati d'un quadrilatero sghembo:

le due quadriche sono (in due modi) apolari,

il complesso di BATTAGLINI *ad esse relativo contiene ogni retta appoggiata alle diagonali del quadrilatero,*

il medesimo complesso consta di due complessi lineari (necessariamente in involuzione, ed aventi in comune la congruenza che ha per direttrici le due diagonali del quadrilatero), due qualunque sono conseguenze della rimanente (*).

2. Date due rette sghembe r, r', ad ogni omografia tra i loro punti è *associato* un complesso lineare passante per r ed r', che è luogo delle rette da cui proiettando le coppie di punti corrispondenti risulta un'involuzione, ed anche delle rette sulle quali i piani, che da r' ed r proiettano i punti omologhi di r ed r', determinano un'involuzione (**).

Inversamente, ogni complesso lineare passante per r ed r' individua tra i punti di queste rette (e tra i piani delle mede-

---

i trattati dello stesso A., *Die Gebilde ersten und zweiten Grades der Liniengeometrie*, etc., Bd. 3, Leipzig 1896, p. 59 e 114; *Die Lehre von den geometrischen Verwandtschaften*, Bd. 3, Leipzig 1909, p. 21-22 e 217.

(*) Lo STURM, l. c., ha soltanto dimostrato che due quadriche, passanti per un quadrilatero sghembo e divise armonicamente dalle due coppie di piani del loro fascio, sono incontrate in coppie armoniche di punti da ogni retta che si appoggi alle due diagonali del quadrilatero (e dualmente). — Anteriormente, SEGRE e LORIA, *Sur les différentes espèces*, etc., Math. Ann., Bd. 23 (1884), pag. 233, avevano osservato che il complesso di BATTAGLINI relativo a due quadriche si decompone in due complessi lineari involutorî quando il fascio determinato dalle due superficie contiene due coppie di piani armoniche rispetto ad esse.

(**) Per questa proprietà, immediata conseguenza della generazione d'un complesso lineare dovuta a CHASLES, v. CAPORALI e DEL PEZZO, *Introduzione alla teoria dello spazio rigato* (nelle *Memorie di geometria di* CAPORALI, Napoli 1888, p. 275); e il libro citato di STURM, *Die Gebilde*, etc., Bd. 1, Leipzig 1892, p. 103.

Digitized by Google

sime) un'omografia, dalla quale esso può dedursi nel modo anzidetto (*).

Il complesso associato ad un'omografia è speciale solo quando l'omografia è degenere; e in tal caso ha per asse la retta che unisce i due punti singolari (σ che è intersezione dei due piani singolari).

Per avere il piano focale d'un punto P nella polarità nulla determinata dal complesso, si conduca da P la retta che incontra r ed r': se A e B' sono i due punti d'appoggio e A' e B i punti corrispondenti, il piano richiesto è $PA'B$.

Considerando la quadrica associata alla data omografia (luogo delle rette che uniscono i punti corrispondenti), il piano focale di P si può anche ottenere osservando che esso e il piano polare di P rispetto a tale quadrica sono separati armonicamente dai piani $A'r$ e Br'.

Le polarità rispetto al complesso lineare e rispetto alla quadrica, e l'involuzione rigata avente per assi r, r' sono a due a due permutabili, e due qualunque hanno per prodotto la terza. Ciascuna trasforma in sè così il complesso come la quadrica.

Se r, r' si assumono come spigoli opposti $x_2 = x_4 = 0$, $x_1 = x_3 = 0$ del tetraedro fondamentale, e la proiettività tra i loro punti si definisce con l'equazione

$$a\,x_1 y_3 + b\,x_1 y_4 + c\,x_3 y_2 + d\,x_3 y_4 = 0, \tag{2}$$

il complesso e la quadrica son rappresentati da

$$a\,p_{12} + b\,p_{14} + c\,p_{32} + d\,p_{34} = 0,$$

$$a\,x_1 x_2 + b\,x_1 x_4 + c\,x_2 x_3 + d\,x_3 x_4 = 0,$$

e l'involuzione rigata da

$$x'_1 : x'_2 : x'_3 : x'_4 = x_1 : -x_2 : x_3 : -x_4.$$

Delle tre proprietà:

due omografie tra r ed r' sono coniugate (o armoniche),

i complessi lineari ad esse associati sono in involuzione,

le quadriche ad esse associate sono (in due modi) apolari,

una qualunque ha per conseguenza le altre due.

Se infatti tra r ed r' si hanno due omografie, le cui equazioni si ottengano dalla (2) dando ai coefficienti i valori $a_1, b_1,$

(*) Se le rette (distinte) r, r' fossero complanari, il complesso sarebbe speciale, e avrebbe per asse l'asse di collineazione della proiettività.

Digitized by Google

c_1, d_1, e a_2, b_2, c_2, d_2, ognuna delle proprietà enunciate è espressa dall'annullarsi dell'invariante bilineare

$$a_1 d_2 + a_2 d_1 - b_1 c_2 - b_2 c_1 \ (*).$$

3. Le equazioni di quattro complessi lineari $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_4$ a due a due in involuzione possono sempre (**) porsi sotto la forma (con $i = \sqrt{-1}$)

$$\Gamma_1 \equiv p_{23} + p_{14} = 0, \qquad \Gamma_2 \equiv i(p_{23} - p_{14}) = 0,$$
$$\Gamma_3 \equiv p_{12} + p_{34} = 0, \qquad \Gamma_4 \equiv i(p_{12} - p_{34}) = 0.$$

Le rette r, r' comuni ai quattro complessi sono $x_2 = x_4 = 0$, $x_1 = x_3 = 0$, sicchè i complessi lineari speciali aventi per assi r ed r' sono risp. rappresentati da

$$r \equiv p_{24} = 0, \qquad r' \equiv p_{31} = 0.$$

I quattro complessi si tagliano a tre a tre in quattro schiere del 2° ordine appartenenti alle quadriche $Q_1, \ldots, Q_4$ di equazioni

$$Q_1 \equiv x_2 x_3 - x_1 x_4 = 0, \qquad Q_2 \equiv i(x_2 x_3 + x_1 x_4) = 0,$$
$$Q_3 \equiv x_1 x_2 + x_3 x_4 = 0, \qquad Q_4 \equiv i(x_1 x_2 - x_3 x_4) = 0,$$

dove ad es. s'intende che Q_4 contenga la schiera comune a $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$.

Le quattro quadriche passano per r ed r' e sono a due a due apolari (in due modi).

Rappresentando i fasci di piani di assi r, r' con

$$x_2 + \lambda x_4 = 0, \qquad x_1 + \mu x_3 = 0,$$

le quadriche stesse si possono generare riferendo i due fasci con le proiettività $\pi_1, \ldots, \pi_4$ aventi le equazioni

$$\pi_1 \equiv \lambda - \mu = 0, \qquad \pi_2 \equiv i(\lambda + \mu) = 0,$$
$$\pi_3 \equiv \lambda\mu + 1 = 0, \qquad \pi_4 \equiv i(\lambda\mu - 1) = 0.$$

(*) Due omografie, il cui invariante simultaneo bilineare sia nullo (ossia coniugate o armoniche), sono tali che ognuna è il prodotto dell'altra per un'involuzione, o, ciò che è lo stesso, sono tali che il prodotto di ciascuna per l'inversa dell'altra è un'involuzione. Cfr. ROSANES, *Zur Theorie der reciproken Verwandtschaft*, Journ. für Math., Bd. 90 (1881), nota a p. 312-3; STEPHANOS, *Mémoire sur la représentation des homographies binaires*, etc., Math. Ann., Bd. 22 (1883), p. 320; PASCH, *Zur Theorie der Collineation und der Reciprocität*, Math. Ann., Bd. 23 (1884), p. 422-3.

(**) KLEIN, *Zur Theorie der Liniencomplexe der ersten und zweiten Grades*, Math. Ann., Bd. 2 (1870), p. 205.

Digitized by Google

Per il n. 2, *le omografie* $\pi_1, \ldots, \pi_4$ *sono a due a due armoniche, e* $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_4$ *sono i complessi risp. ad esse associati.*

Si ha pure:

I due complessi lineari, che, secondo il n. 1, *costituiscono il complesso di* BATTAGLINI *relativo alle due quadriche* Q_i *e* Q_j $(i, j = 1, 2, 3, 4)$, *sono* Γ_i *e* Γ_j.

Segue che, *se si tralascia una delle quattro quadriche, ad es.* Q_i, *le rette che incontrano le tre rimanenti in coppie di punti d'una stessa involuzione, sono anche le rette da cui partono a quelle quadriche coppie di piani tangenti coniugati in una stessa involuzione, e costituiscono tre complessi lineari, uno dei quali è* Γ_i *e gli altri due sono i complessi speciali di assi* r, r'. *I punti e i piani doppi di quelle involuzioni appartengono a* Q_i.

4. Le equazioni del n. precedente conducono alle *identità*

$$\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2 + \Gamma_3^2 + \Gamma_4^2 + 4\, r\, r' = 0,$$
$$Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2 + Q_4^2 = 0,$$
$$\pi_1^2 + \pi_2^2 + \pi_3^2 + \pi_4^2 = 0.$$

Le proprietà espresse dalle medesime si possono invertire, e dànno luogo ai teoremi:

a) Siano $\Gamma_1 = 0, \ldots, \Gamma_4 = 0$ *le equazioni di quattro complessi lineari (non appartenenti ad una rete) ed* $r = 0$, $r' = 0$ *quelle dei complessi speciali aventi per assi le due rette comuni ai dati complessi. Perchè questi ultimi siano a due a due in involuzione, è necessario e sufficiente che i quadrati di* $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_4$ *e il prodotto* $r\, r'$ *siano linearmente dipendenti.*

b) Affinchè quattro quadriche passanti per le stesse due rette sghembe, ma non appartenenti ad una rete, siano a due a due apolari (in due modi), è necessario e sufficiente che i quadrati dei primi membri delle loro equazioni siano linearmente dipendenti.

c) Perchè quattro omografie binarie linearmente indipendenti siano a due a due armoniche, è necessario e sufficiente che i quadrati dei primi membri delle loro equazioni siano linearmente dipendenti.

Per ciò che si è premesso, rimane soltanto da provare che le condizioni indicate sono sufficienti.

Malgrado il legame che fra i tre teoremi vien posto dalla proprietà data alla fine del n. 2, mi sembra conveniente (qui e ancora nel n. successivo) esporne le dimostrazioni separatamente.

Digitized by Google

Circa il teorema *a*), scelte le rette comuni ai quattro complessi come spigoli $x_2 = x_4 = 0$, $x_1 = x_3 = 0$ del tetraedro fondamentale, si può supporre, per semplicità, che uno dei complessi abbia l'equazione

$$p_{12} + p_{34} = 0, \tag{3}$$

mentre gli altri tre avranno equazioni della forma

$$a_i\, p_{12} + b_i\, p_{23} + c_i\, p_{14} + d_i\, p_{34} = 0 \ (i = 1, 2, 3). \tag{4}$$

L'ipotesi fatta consiste così nell'ammettere che si verifichi una relazione identica della forma

$$\sum_{i=1}^{3} (a_i\, p_{12} + b_i\, p_{23} + c_i\, p_{14} + d_i\, p_{34})^2 + h\,(p_{12} + p_{34})^2 + 2\,k\, p_{31}\, p_{24} = 0,$$

dove h e k denotano opportune costanti (non nulle).

Per l'identità

$$p_{31}\, p_{24} = -\, p_{12}\, p_{34} - p_{23}\, p_{14},$$

la precedente equivale alle relazioni

$$\left.\begin{array}{llll} \Sigma\, a_i^{\,2} + h = 0, & \Sigma\, b_i^{\,2} = 0, & \Sigma\, c_i^{\,2} = 0, & \Sigma\, d_i^{\,2} + h = 0, \\ \Sigma\, a_i\, b_i = 0, & \Sigma\, a_i\, c_i = 0, & \Sigma\, b_i\, d_i = 0, & \Sigma\, c_i\, d_i = 0, \\ \Sigma\, a_i\, d_i + h - k = 0, & \Sigma\, b_i\, c_i - k = 0, & & \end{array}\right\} \tag{5}$$

dove le somme sono estese ai valori 1, 2, 3 dell'indice i. Poichè i dati complessi non appartengono ad una rete, i minori di second' ordine estratti dalla matrice

$$\begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

non sono tutti nulli; perciò dalle 5ª e 6ª e dalle 7ª e 8ª delle (5) segue

$$d_1 = \varrho\, a_1, \qquad d_2 = \varrho\, a_2, \qquad d_3 = \varrho\, a_3,$$

essendo ϱ un fattore di proporzionalità diverso da zero. Sostituendo nella 4ª delle (5) e facendo uso della 1ª, si deduce $\varrho = \pm 1$. Ma per $\varrho = 1$ i quattro complessi sarebbero in una rete, dunque

$$d_1 = -\, a_1, \qquad d_2 = -\, a_2, \qquad d_3 = -\, a_3, \tag{6}$$

il che prova che il complesso (3) è in involuzione con ciascuno dei complessi (4).

Per dimostrare che anche questi ultimi sono a due a due involutorî, dalle 5ª e 6ª delle (5) deduciamo

$$\left.\begin{array}{l} a_1 = \lambda\,(b_2\, c_3 - b_3\, c_2), \qquad a_2 = \lambda\,(b_3\, c_1 - b_1\, c_3), \\ a_3 = \lambda\,(b_1\, c_2 - b_2\, c_1), \end{array}\right. \tag{7}$$

Digitized by Google

essendo $\lambda \neq 0$. Quadrando e sommando, e facendo uso delle (5) e (6), si ottiene successivamente

$$(8) \qquad \begin{aligned} &\lambda^2 (b_1 c_1 + b_2 c_2 + b_3 c_3)^2 = h , \\ &\lambda^2 k^2 = h , \qquad k = 2h , \qquad 4 h \lambda^2 = 1. \end{aligned}$$

Ora le (7), con le 2^a e 3^a delle (5), dànno, per es.,

$$a_1 a_2 = \lambda^2 (b_1 c_2 + b_2 c_1)(b_1 c_1 + b_2 c_2 + b_3 c_3) ,$$

e di qui e dall'ultima tra le (5) e dalle ultime due tra le (8) risulta, come si voleva,

$$2 a_1 a_2 - b_1 c_2 - b_2 c_1 = 0 .$$

Per il teorema *b*), siano $x_2 = x_4 = 0$, $x_1 = x_3 = 0$ le rette r, r' comuni alle quattro quadriche, e, com'è lecito, supponiamo che una di queste sia rappresentata da

$$x_1 x_2 + x_3 x_4 = 0 ,$$

mentre le altre avranno equazioni della forma

$$a_i x_1 x_2 + b_i x_2 x_3 + c_i x_1 x_4 + d_i x_3 x_4 = 0 \ (i = 1, 2, 3) .$$

Chiamando h un'opportuna costante (diversa da zero), si avrà per ipotesi l'identità

$$\sum_{i=1}^{3} (a_i x_1 x_2 + b_i x_2 x_3 + c_i x_1 x_4 + d_i x_3 x_4)^2 + h (x_1 x_2 + x_3 x_4)^2 = 0 ,$$

è questa equivale al sistema che si deduce dalle (5) sostituendo alle ultime due l'unica seguente:

$$\Sigma a_i d_i + \Sigma b_i c_i + h = 0 .$$

Ragionando come prima, si trovano di nuovo le (6); inoltre, ad esempio,

$$2 a_1 a_2 + b_1 c_2 + b_2 c_1 = 0 ,$$

e ciò dimostra l'asserto.

Finalmente il teorema *c*) si prova in base alle stesse formole usate per il teorema *b*), quando a rappresentare una delle quattro omografie si prenda, com'è permesso, l'equazione

$$\lambda \mu + 1 = 0.$$

5. Le dimostrazioni puramente algebriche del n. precedente, per quanto semplici, non lasciano scorgere la ragione di quei teoremi: la quale può farsi risiedere nella proprietà, che l'equazione di una quadrica è sempre riducibile a contenere soltanto i quadrati delle variabili.

Digitized by Google

Quanto al teorema c), ciò è un'ovvia conseguenza della rappresentazione (duale di quella studiata da STEPHANOS nel lavoro citato) delle omografie binarie per mezzo dei piani dello spazio. Sia infatti

$$a_i x_1 + b_i x_2 + c_i x_3 + d_i x_4 = 0$$

il piano corrispondente, in tale rappresentazione, all'omografia

$$a_i \lambda \mu + b_i \lambda + c_i \mu + d_i = 0 ; \tag{9}$$

e ricordiamo che due omografie sono armoniche solo quando abbiano per imagini due piani che siano coniugati rispetto alla quadrica

$$x_1 x_4 - x_2 x_3 = 0$$

inviluppata dai piani rappresentanti le omografie singolari. Se si suppone che per $i = 1, 2, 3, 4$ dalla (9) si abbiano quattro omografie a due a due armoniche, la stessa quadrica potrà anche rappresentarsi con un'equazione della forma

$$\sum_{i=1}^{4} m_i (a_i x_1 + b_i x_2 + c_i x_3 + d_i x_4)^2 = 0.$$

Ora, scrivendo che questa coincide con la precedente, si ottengono appunto le condizioni a cui equivale il verificarsi dell'identità

$$\sum_{i=1}^{4} m_i (a_i \lambda \mu + b_i \lambda + c_i \mu + d_i)^2 = 0 .$$

Per il teorema a), scelte, come prima, le rette r, r' comuni ai quattro complessi come rette $x_2 = x_4 = 0$, $x_1 = x_3 = 0$, consideriamo il sistema lineare ∞^3 dei complessi lineari passanti per esse, e riferiamolo proiettivamente ai piani d'uno spazio S. Dicendo $y_1, \ldots, y_4$ le coordinate d'un punto di S, basta per ciò far corrispondere al complesso

$$a p_{12} + b p_{23} + c p_{14} + d p_{34} = 0$$

il piano

$$a y_1 + b y_2 + c y_3 + d y_4 = 0 .$$

In particolare, i complessi speciali contenuti nel sistema triplo hanno così per imagini i piani tangenti della quadrica Q che ha l'equazione

$$y_1 y_4 + y_2 y_3 = 0.$$

Ad un fascio e ad una rete dei dati complessi corrispondono in S risp. un fascio ed una stella di piani, proiettivi a quelli,

Digitized by Google

quindi alle rette ed ai punti di S corrispondono congruenze lineari e schiere rigate di 2° ordine contenenti r, r'. Precisamente, ad un punto $y\,(y_1, \ldots, y_4)$ di S corrisponde una schiera che è tracciata sulla quadrica

$$y_1 x_3 x_4 + y_2 x_1 x_4 - y_3 x_2 x_3 + y_4 x_1 x_2 = 0.$$

Questa si scompone in due piani allora ed allora soltanto che y appartiene a Q: i due piani passano l'uno per r, l'altro per r', ed hanno le equazioni

$$y_3 x_2 - y_1 x_4 = 0\,, \qquad y_4 x_1 - y_3 x_3 = 0\,,$$

cosicchè in tal caso la schiera corrispondente al punto y si riduce ad un fascio di rette appoggiate ad r o ad r'.

Ciò posto, se sono

$$a_i y_1 + b_i y_2 + c_i y_3 + d_i y_4 = 0 \qquad (i = 1, \ldots, 4)$$

quattro piani di S a due a due coniugati rispetto a Q, si avranno le relazioni

$$a_i d_j + a_j d_i + b_i c_j + b_j c_i = 0 \qquad (i \neq j;\ i, j = 1, \ldots, 4)\,,$$

e Q potrà rappresentarsi con un'equazione della forma

$$\sum_{i=1}^{4} m_i (a_i y_1 + b_i y_2 + c_i y_3 + d_i y_4)^2 = 0\,,$$

dove $m_1, \ldots, m_4$ sono opportune costanti.

Ma quelle relazioni esprimono pure che sono a due a due involutori i quattro complessi aventi per imagini i piani precedenti. Perciò, in questa ipotesi, da quanto si è premesso risulta che è identicamente

$$\sum_{i=1}^{4} m_i (a_i p_{12} + b_i p_{23} + c_i p_{14} + d_i p_{34})^2 = 0$$

per le coordinate di tutte e sole le rette che si appoggiano ad r o ad r'. La condizione d'involuzione dei quattro complessi è dunque espressa da un'identità della forma

$$\sum_{i=1}^{4} m_i (a_i p_{12} + b_i p_{23} + c_i p_{14} + d_i p_{34})^2 + h\, p_{31}\, p_{24} = 0\,,$$

essendo h una costante conveniente (non nulla).

Si ottiene finalmente il teorema *b*) rappresentando la congruenza delle rette appoggiate ad r, r' coi punti d'una quadrica. Prendansi ancora r, r' come rette $x_2 = x_4 = 0$, $x_1 = x_3 = 0$, cosicchè le quattro quadriche considerate, passanti per esse, avranno equazioni del tipo

(10) $a_i x_1 x_2 + b_i x_2 x_3 + c_i x_1 x_4 + d_i x_3 x_4 = 0$ $(i = 1, \ldots, 4)$.

Digitized by Google

Se $y_1, \ldots, y_4$ sono le coordinate d'un punto di uno spazio S, la accennata rappresentazione può aversi con le formole

$$y_1 : y_2 : y_3 : y_4 = x_1 x_2 : x_2 x_3 : x_1 x_4 : x_3 x_4 ,$$

le quali a tutti i punti di una retta secante r, r' fanno corrispondere un unico punto della quadrica R data da

$$y_1 y_4 - y_2 y_3 = 0 . \tag{11}$$

Sotto altro aspetto, le formole che legano le coordinate p_{ij} di una di quelle rette alle coordinate y_i del punto considerato, sono

$$y_1 : y_2 : y_3 : y_4 = p_{12} : p_{32} : p_{14} : p_{34}, \tag{12}$$

dove, essendo $p_{31} = p_{24} = 0$, alla (11) fa riscontro la seguente:

$$p_{12} p_{34} - p_{32} p_{14} = 0. \tag{13}$$

Ora, quando una retta appoggiata ad r, r' descrive una quadrica, il punto imagine si muove sopra un piano, e la condizione perchè due di tali quadriche siano apolari equivale a quella che i due piani corrispondenti siano coniugati rispetto ad R. Supposto dunque che le quattro quadriche (10) siano a due a due apolari, R potrà rappresentarsi con un'equazione del tipo

$$\sum_{i=1}^{4} m_i (a_i y_1 + b_i y_2 + c_i y_3 + d_i y_4)^2 = 0 . \tag{14}$$

Perciò, se un punto y sta su R, le coordinate della retta corrispondente, per le (12), verificheranno l'identità

$$\sum_{i=1}^{4} m_i (a_i p_{12} + b_i p_{32} + c_i p_{14} + d_i p_{34})^2 = 0 ,$$

la quale, dovendo ridursi alla (13), equivale a quest'altra:

$$\sum_{i=1}^{4} m_i (a_i x_1 x_2 + b_i x_2 x_3 + c_i x_1 x_4 + d_i x_3 x_4)^2 = 0 .$$

E inversamente (*).

6. Non è forse senza interesse mostrare come il teorema a) possa anche dedursi rappresentando, col KLEIN, le rette

(*) Più brevemente, e in analogia con quanto si disse per il teorema c), si potrebbe evitar l'uso delle (12), bastando osservare che la (14) deve coincidere con la (11).

Per non dilungarmi, non mi soffermo sul nesso che può stabilirsi tra le precedenti rappresentazioni, in relazione con la proprietà che chiude il n. 2.

Digitized by Google

dello spazio con i punti d'una quadrica a quattro dimensioni d'uno spazio lineare a cinque dimensioni.

Da questo punto di vista, è chiaro ch'esso è compreso nel seguente più generale:

L'equazione di una quadrica (a discriminante non nullo) di uno spazio S_r si può sempre porre sotto la forma

$$(15)\quad 2\,a_{01}\,x_0\,x_1 + a_{22}\,x_2^2 + a_{33}\,x_3^2 + \ldots + a_{rr}\,x_r^2 = 0.$$

Per ciò occorre e basta che i punti $A_0\,(1, 0, \ldots, 0)$ *e* $A_1\,(0, 1, 0, \ldots, 0)$ *siano scelti sulla quadrica, che gl'iperpiani* $x_1 = 0$ *e* $x_0 = 0$ *tocchino questa risp. nei due punti, e che gl'iperpiani* $x_2 = 0, x_3 = 0, \ldots, x_r = 0$ *siano a due a due coniugati rispetto alla quadrica.*

Che tali condizioni siano necessarie, è evidente. A provare che sono anche sufficienti, notiamo anzitutto che per quanto si è ammesso intorno ai punti A_0 e A_1 ed agl'iperpiani $x_0 = 0, x_1 = 0$, l'equazione della quadrica dev'essere del tipo

$$2\,a_{01}\,x_0\,x_1 + a_{22}\,x_2^2 + a_{33}\,x_3^2 + \ldots + a_{rr}\,x_r^2 + 2\,\Sigma\,a_{ij}\,x_i\,x_j = 0,$$

dove l'ultima somma si estende a tutte le combinazioni semplici binarie dei numeri $2, 3, \ldots r$.

L'ipotesi ulteriore, relativa agl'iperpiani $x_2 = 0, x_3 = 0, \ldots x_r = 0$, equivale a ciò, che *nel determinante simmetrico (e non nullo)* $A = |\,a_{ij}\,|$ *tutti gli elementi principali sono diversi da zero, mentre son nulli i complementi algebrici di tutti gli altri elementi.*

Ora *in un determinante di tal natura ogni elemento non principale è necessariamente nullo.*

Chiamando A_{ij} il complemento algebrico di a_{ij} in A, si ha infatti

$$a_{22}\,A_{22} = a_{33}\,A_{33} = \ldots = a_{rr}\,A_{rr} = A,$$

$$A_{22}\,A_{33} \ldots A_{rr} = A^{r-2},$$

e di qui

$$A = a_{22}\,a_{33} \ldots a_{rr},$$

dopo di che la verità dell'asserto si riconosce considerando successivamente i minori principali dei diversi ordini in A (*).

(*) La forma di equazione (15) si trova anche, per $r = 5$, nel lavoro di A. Weiler, *Ueber die verschiedenen Gattungen der Complexe zweiten Grades*, Math. Ann., Bd. 7 (1874), p. 145 (v. specialmente

Digitized by Google

7. Per via analoga a quella del n. 5 risultano facilmente anche altre proprietà.

Così, date $2n+1$ forme binarie d'ordine $2n$, si consideri, in uno spazio di $2n$ dimensioni, la curva razionale normale d'ordine $2n$, di cui il punto corrente ha le coordinate omogenee proporzionali a quelle forme. Applicando noti teoremi su tali curve (*), si ricava:

Affinchè $2n+1$ forme binarie d'ordine $2n$ siano a due a due apolari, è necessario e sufficiente che tra i loro quadrati esista una relazione lineare identica.

Per un altro esempio, in uno spazio S_r si abbiano due quadriche Q e Q' ad $r-1$ dimensioni, passanti per una stessa quadrica Q_0 ad $r-2$ dimensioni. Dicendo $x_0, x_1, \ldots, x_r$ le coordinate omogenee di un punto di S_r, Q_0 si potrà rappresentare con le equazioni

$$x_0 = 0 \quad , \quad f(x) = 0,$$

dove si è posto

$$f(x) = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{r} a_{ij}\, x_i\, x_j \qquad (a_{ij} = a_{ji});$$

perciò Q e Q' avranno equazioni della forma

$$Q \equiv k\, f(x) + 2\, x_0 \sum_{i=0}^{r} b_i\, x_i = 0,$$

$$Q' \equiv k'\, f(x) + 2\, x_0 \sum_{i=0}^{r} b'_i\, x_i = 0,$$

essendo k e k' opportune costanti. Tra le quadriche specializzate del fascio $\lambda Q + \lambda' Q' = 0$ determinato da Q e Q', una, da contarsi $r-1$ volte, si scompone nei due iperpiani

$$x_0 = 0 \quad , \quad \sum_{i=0}^{r} (k\, b'_i - k'\, b_i)\, x_i = 0;$$

e le due rimanenti sono date dai valori di $\lambda : \lambda'$ soddisfacenti l'equazione

$$2A\,(b_0\,\lambda + b'_0\,\lambda')\,(k\,\lambda + k'\,\lambda') - \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{r} A_{ij}\,(b_i\,\lambda + b'_i\,\lambda')\,(b_j\,\lambda + b'_j\,\lambda') = 0,$$

---

p. 152, 170, 179), dove essa è scritta in base alle equazioni canoniche di WEIERSTRASS, che servono all'Autore per la classificazione dei complessi quadratici di rette. Non vi si parla però della sufficienza delle condizioni indicate nel testo.

(*) Cfr. BERTINI, *Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi*, Pisa 1907, p. 278.

Digitized by Google

dove A è il discriminante di $f(x)$ e A_{ij} è il complemento algebrico di a_{ij} in A.

Perchè queste due siano, entro il fascio, separate armonicamente da Q e Q', deve aversi

$$(16) \qquad A\,(b_0\,k' + b'_0\,k) - \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} A_{ij}\,b_i\,b'_j = 0.$$

Quando ciò avvenga, diremo per brevità che Q e Q' sono *armoniche*.

Ciò premesso, il sistema lineare ∞^{r+1} delle quadriche di S_r passanti per Q_0 può pensarsi come formato dalle imagini delle sezioni iperpiane di una quadrica R ad r dimensioni appartenente ad un S_{r+1}, allorchè questa, nel modo noto, venga rappresentata stereograficamente su S_r. Per quanto precede, se con $y_0, y_1, \ldots, y_{r+1}$ si denotano le coordinate omogenee d'un punto di S_{r+1}, la rappresentazione parametrica di R sarà:

$$y_0 : y_1 : \ldots : y_r : y_{r+1} = x_0^2 : 2\,x_0\,x_1 : \ldots : 2\,x_0\,x_r : f(x),$$

ed eliminando le x si otterrà come equazione di R:

$$(17) \qquad f(y) - 4\,y_0\,y_{r+1} = 0.$$

D'altra parte Q e Q' sono le imagini delle sezioni di R con gl'iperpiani

$$2\,b_0\,y_0 + b_1\,y_1 + \ldots + b_r\,y_r + k\,y_{r+1} = 0,$$

$$2\,b'_0\,y_0 + b'_1\,y_1 + \ldots + b'_r\,y_r + k'\,y_{r+1} = 0,$$

e per mezzo della (17) si verifica facilmente che la (16) esprime altresì la condizione perchè tali iperpiani siano coniugati rispetto ad R. Dunque:

Affinchè, in uno spazio S_r, $r+2$ quadriche ad $r-1$ dimensioni, passanti per una medesima quadrica ad $r-2$ dimensioni, siano a due a due armoniche, è necessario e sufficiente che i quadrati dei primi membri delle loro equazioni siano linearmente dipendenti.

8. Il metodo dei n. 5 e 7 conduce con semplicità anche al teorema del BRILL cui ho accennato in principio; a tal fine farò uso delle stesse notazioni di questo Autore.

Siano

$$f_i(\lambda_1, \lambda_2) = a_i\,\lambda_1^2 + 2\,b_i\,\lambda_1\,\lambda_2 + c_i\,\lambda_2^2 \quad (i = 1, 2, 3)$$

Digitized by Google

le tre date forme binarie quadratiche. Consideriamo il loro combinante

$$R = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix};$$

inoltre gl'invarianti D_{11}, D_{22}, D_{33}, dove

$$D_{ii} = 2\,(a_i\,c_i - b_i^2),$$

e gl'invarianti D_{12}, D_{13}, D_{23}, dove

$$D_{ij} = D_{ji} = a_i\,c_j + a_j\,c_i - 2\,b_i\,b_j :$$

finalmente i risultanti d_{11}, d_{22}, d_{33} delle f_i a due a due e gli invarianti d_{12}, d_{13}, d_{23} (essendo $d_{ij} = d_{ji}$), cioè i complementi algebrici di D_{ii} e D_{ij} nel determinante formato con questi elementi. Per siffatto determinante e per quello delle d_{ij} si hanno facilmente i valori:

$$|\,D_{ij}\,| = 2\,R^2 \qquad , \qquad |\,d_{ij}\,| = 4\,R^4,$$

donde segue, quando $R \neq 0$, che il simultaneo annullarsi di D_{12}, D_{13}, D_{23} equivale al simultaneo annullarsi di d_{12}, d_{13}, d_{23}, e che l'annullarsi di due soli di quelli equivale all'annullarsi dei due (soli) tra questi che hanno gli stessi indici dei primi.

Ciò premesso, se x_1, x_2, x_3, x_4 sono le coordinate omogenee di un punto dello spazio rispetto a un tetraedro fondamentale $A_1\,A_2\,A_3\,A_4$, le equazioni

$$x_1 : x_2 : x_3 = f_1(\lambda) : f_2(\lambda) : f_3(\lambda), \tag{18}$$

al variare di $\lambda = \lambda_1 : \lambda_2$, definiscono una conica γ del piano $A_1\,A_2\,A_3$, la quale è irriducibile o si riduce a una retta doppia secondo che R non è nullo oppure è nullo (e di caratteristica 2) (*).

Posto per brevità

$$\Gamma(x) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} d_{ij}\,x_i\,x_j\,,$$

sarà $\Gamma(x) = 0$ l'equazione tanto della conica γ sul suo piano, quanto del cono Γ che proietta γ da A_4. Il teorema da dimo-

(*) L'ipotesi che R sia di caratteristica 1 si può escludere, giacchè in tal caso le forme f_1, f_2, f_3 non differiscono l'una dall'altra che per un fattor costante; variando λ, il punto (18) resta fisso.

Digitized by Google

strarsi dipende così dalla ricerca delle quadriche aventi per coniugato il tetraedro fondamentale e passanti per una conica (irriducibile) di Γ.

Dicasi Q una di tali quadriche, perciò rappresentata da un'equazione del tipo

$$(19) \qquad Q(x) \equiv m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2 + m_3 x_3^2 + m_4 x_4^2 = 0,$$

con $m_4 \neq 0$; e sia anzitutto $R \neq 0$. Nel fascio determinato da Γ e Q esisterà una quadrica

$$(20) \qquad h\,\Gamma(x) + k\,Q(x) = 0,$$

diversa da Γ (cosicchè $k \neq 0$), composta di due piani. Ciò esige che il discriminante del primo membro sia di caratteristica 2, il che, supposto per ora $d_{12}\,d_{13}\,d_{23} \neq 0$, dà un sistema di condizioni equivalente a quello delle tre seguenti:

$$(21) \qquad \begin{cases} (h\,d_{11} + k\,m_1)\,d_{23} - h\,d_{31}\,d_{12} = 0, \\ (h\,d_{22} + k\,m_2)\,d_{31} - h\,d_{12}\,d_{23} = 0, \\ (h\,d_{33} + k\,m_3)\,d_{12} - h\,d_{23}\,d_{31} = 0. \end{cases}$$

In virtù di queste, la (20) diviene

$$h\,(d_{31}\,d_{12}\,x_1 + d_{12}\,d_{23}\,x_2 + d_{23}\,d_{31}\,x_3)^2 + k\,d_{23}\,d_{31}\,d_{12}\,m_4\,x_4^2 = 0,$$

e rappresenta una coppia di piani coniugati nell'omologia armonica Ω di centro A_4 e piano $A_1\,A_2\,A_3$, e incidenti lungo la retta

$$d_{31}\,d_{12}\,x_1 + d_{12}\,d_{23}\,x_2 + d_{23}\,d_{31}\,x_3 = 0$$

di questo piano (*).

Dicendo δ_{ij} il complemento algebrico di d_{ij} in $|\,d_{ij}\,|$, si ha

$$\delta_{ij} = 2\,R^2\,D_{ij},$$

perciò con l'eliminazione di h e k dalle (21) si deduce

$$(22) \qquad m_1 : m_2 : m_3 = D_{23}\,d_{31}\,d_{12} : D_{31}\,d_{12}\,d_{23} : D_{12}\,d_{23}\,d_{31}.$$

Le quadriche cercate Q si toccano dunque in tutti i punti di una conica del piano $A_1\,A_2\,A_3$, formando il fascio

$$(23) \qquad D_{23}\,d_{31}\,d_{12}\,x_1^2 + D_{31}\,d_{12}\,d_{23}\,x_2^2 + D_{12}\,d_{23}\,d_{31}\,x_3^2 + m_4\,x_4^2 = 0.$$

(*) Che i due piani costituenti una quadrica del fascio determinato da Γ e Q dovessero essere coniugati in Ω, era da prevedere, poichè Ω trasforma in sè tanto Γ quanto Q, quindi anche quella coppia di piani (la quale è unica nel fascio).

Digitized by Google

Le infinite coniche, secondo cui esse tagliano Γ, si appoggiano tutte alla conica γ nei medesimi due punti, i quali, posto

$$(24) \quad f_4(\lambda) = d_{31} d_{12} f_1(\lambda) + d_{12} d_{23} f_2(\lambda) + d_{23} d_{31} f_3(\lambda),$$

hanno per parametri, nella rappresentazione (18), le radici dell'equazione $f_4(\lambda) = 0$.

La forma f_4, che risulta determinata soltanto a meno di un fattor costante, è quella che risponde al teorema del Brill, e coincide appunto con la forma assegnata da questo Autore. Ogniqualvolta sia fissato (in modo arbitrario) quel fattore, il valore di m_4 resta individuato da ciò, che la (23) deve ridursi a un'identità quando alle x_i si sostituiscano le f_i. Se per es., come fa il Brill, il primo membro della (24) si assume moltiplicato per $2R$, se cioè si pone

$$(24') \quad 2R f_4(\lambda) = d_{31} d_{12} f_1(\lambda) + d_{12} d_{23} f_2(\lambda) + d_{23} d_{31} f_3(\lambda),$$

ricordando che è identicamente

$$\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} d_{ij} f_i(\lambda) f_j(\lambda) = 0,$$

risulta $m_4 = -2$, e l'identità tra i quadrati delle quattro forme f_i diviene

$$D_{23} d_{12} d_{13} f_1^2 + D_{31} d_{23} d_{21} f_2^2 + D_{12} d_{31} d_{32} f_3^2 - 2 f_4^2 = 0.$$

9. Vediamo le eventuali modificazioni che hanno luogo allorchè si lasci cadere l'ipotesi che nessuna delle d_{12}, d_{13}, d_{23} sia nulla (*).

Se una sola è nulla, affinché la quadrica (20) si decomponga, occorre e basta che sia $h = 0$ e che due delle m_1, m_2, m_3 siano nulle. La forma f_4 coincide allora con una delle f_1, f_2, f_3, e le precedenti formole e conclusioni non cessano di essere valide.

Quelle formole perdono invece ogni valore quando siano nulle due delle d_{12}, d_{13}, d_{23}, o tutte e tre.

(*) A questo proposito, il Brill si limita a indicare come condizione *sufficiente* per l'unicità della forma f_4 l'esser diversi da zero R e due almeno degl'invarianti d_{12}, d_{13}, d_{23} (su di che vedasi però il n. 11). Il Meyer (*Apolarität*, nota a p. 329-332) giunge invece alla conclusione inesatta che f_4 è unica anche quando $R = 0$, ed assegna pure in modo inesatto le condizioni perchè f_4 sia indeterminata.

Digitized by Google

Se sono nulle per es. soltanto d_{13} e d_{23}, la quadrica (20) si spezza o quando siano nulle h e due almeno delle m_1, m_2, m_3, o quando si abbia

$$(25) \quad \begin{cases} h\, d_{33} + k\, m_3 = 0, \\ (h\, d_{11} + k\, m_1)(h\, d_{22} + k\, m_2) - h^2 d_{12}^2 = 0. \end{cases}$$

Nel primo caso (come nel precedente) la forma f_4 coincide con una delle f_1, f_2, f_3. Nel secondo, non volendo ricadere nel primo caso, si deve supporre $m_3 \neq 0$. Eliminando allora h e k tra le (25), risulta tra m_1, m_2, m_3 la relazione

$$(26) \quad (d_{11} m_3 - d_{33} m_1)(d_{22} m_3 - d_{33} m_2) - d_{12}^2 m_3^2 = 0,$$

cosicchè le quadriche Q formano un sistema (non lineare) ∞^2. Facendo uso della (26) e della prima delle (25), la (20), moltiplicata per $d_{11} m_3 - d_{33} m_1$, diviene

$$[(d_{11} m_3 - d_{33} m_1) x_1 + d_{12} m_3 x_2]^2 - d_{33} m_4 (d_{11} m_3 - d_{33} m_1) x_4^2 = 0,$$

e rappresenta due piani (coniugati nell'omologia Ω) che si tagliano nella retta

$$(d_{11} m_3 - d_{33} m_1) x_1 + d_{12} m_3 x_2 = 0 \quad , \quad x_4 = 0,$$

la quale, potendosi dare al rapporto $m_1 : m_3$ un valore arbitrario, è una retta qualunque uscente da A_3 sul piano $A_1 A_2 A_3$. Si ha dunque, a meno d'un fattor costante,

$$f_4(\lambda) = (d_{11} m_3 - d_{33} m_1) f_1(\lambda) + d_{12} m_3 f_2(\lambda).$$

Perciò, *quando dei tre invarianti* d_{23}, d_{31}, d_{12} *sono nulli soltanto, ad es., i primi due, la forma* f_4 *è indeterminata, potendo essere o la forma* f_3 *o una qualunque delle forme del fascio determinato da* f_1 *e* f_2.

Si noti che è $m_1 = 0$ oppure $m_2 = 0$ quando f_4 coincide risp. col jacobiano di f_2 e f_3 o col jacobiano di f_1 e f_3, e inversamente.

Nel caso finalmente in cui sia $d_{12} = d_{13} = d_{23} = 0$, la quadrica (20) si scompone solo quando siano nulli due dei binomi $h\, d_{11} + k\, m_1$, $h\, d_{22} + k\, m_2$, $h\, d_{33} + k\, m_3$. Supposto ad es.

$$h\, d_{22} + k\, m_2 = 0, \qquad h\, d_{33} + k\, m_3 = 0,$$

segue

$$m_2 : m_3 = d_{22} : d_{33},$$

Digitized by Google

cosicchè le quadriche Q, variando m_1 ed m_4, formano la rete

$$m_1 x_1^2 + d_{22} x_2^2 + d_{33} x_3^2 + m_4 x_4^2 = 0 .$$

La (20) diviene

$$(h d_{11} + k m_1) x_1^2 + k m_4 x_4^2 = 0 ,$$

e rappresenta due piani coniugati in Ω e incidenti lungo la retta $A_2 A_3$.

La forma f_4 non differisce da f_1 che per un fattor costante, e le tre forme date hanno i loro quadrati linearmente dipendenti, ossia (n. 7) *sono a due a due armoniche* (*).

Le $m_1, \ldots, m_4$ non sono determinate, ma tali risultano $m_1 + m_4$, m_2, m_3.

10. Sia ora $R = 0$ (e di caratteristica 2), e dicasi r la retta del piano $A_1 A_2 A_3$ che, contata due volte, sostituisce la conica γ del caso precedente. Com'è ben noto, le forme f_1, f_2, f_3 apparterranno ad un medesimo fascio, vale a dire che le loro coppie di radici saranno coniugate in una medesima involuzione J.

Una quadrica qualunque avente per coniugato il tetraedro fondamentale è tagliata dal piano $A_4 r$ lungo una conica ξ, la quale si proietta doppiamente in r per modo che ad ogni punto P di r spettano, nella rappresentazione (18), i due valori assunti da λ nei punti d'incontro di ξ con la retta $A_4 P$. Le intersezioni di r con una conica ξ avranno per parametri le radici di una delle richieste forme f_4 o quando ξ sia tangente ad r, o quando le tangenti condotte a ξ da A_4 incontrino r nei due punti, a ognuno dei quali risponde un sol valore di λ, cioè nei due punti che nella rappresentazione (18) hanno per parametri gli elementi doppi di J. Nell'un caso e nell'altro risultano determinati i rapporti di m_1, m_2, m_3 nella (19), sicchè le quadriche Q formano un fascio; fissati i valori di m_1, m_2, m_3, quello di m_4 si dedurrà nel solito modo.

Queste conclusioni facilmente si confermano per via puramente algebrica. Attribuendo agli elementi doppi dell'involuzione J i valori $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 0$, si può porre

$$f_1 = \lambda_1^2 + c_1 \lambda_2^2 , \qquad f_2 = \lambda_1^2 + c_2 \lambda_2^2 , \qquad f_3 = \lambda_1^2 + c_3 \lambda_2^2 ,$$

con c_1, c_2, c_3 diversi tra loro. Se la forma cercata è

$$f_4 = A \lambda_1^2 + 2 B \lambda_1 \lambda_2 + C \lambda_2^2 ,$$

(*) L'ultima proprietà si conferma osservando che, avendosi $R \neq 0$, da $d_{12} = d_{13} = d_{23} = 0$ segue (n. 8) $D_{12} = D_{13} = D_{23} = 0$. Ma allora le forme f_1, f_2, f_3, essendo a due a due armoniche, hanno i loro quadrati linearmente dipendenti (n. 7).

Digitized by Google

si avrà

$$(27)\quad \begin{cases} m_1 + m_2 + m_3 + A^2 m_4 = 0, \\ c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3 + (A C + 2 B^2) m_4 = 0, \\ c_1^2 m_1 + c_2^2 m_2 + c_3^2 m_3 + C^2 m_4 = 0, \\ A B m_4 = 0, \\ B C m_4 = 0, \end{cases}$$

di cui le ultime due, per l'ipotesi $m_4 \neq 0$, dànno o $B = 0$, o $A = C = 0$. Nel primo caso f_4 è una forma qualunque del fascio cui appartengono f_1, f_2, f_3, e dalle prime tre delle (27) si deducono per le m i valori

$$\begin{aligned} \varrho\, m_1 &= (c_2 - c_3)(A c_2 - C)(A c_3 - C), \\ \varrho\, m_2 &= (c_3 - c_1)(A c_3 - C)(A c_1 - C), \\ \varrho\, m_3 &= (c_1 - c_2)(A c_1 - C)(A c_2 - C), \\ \varrho\, m_4 &= -(c_2 - c_3)(c_3 - c_1)(c_1 - c_2), \end{aligned}$$

essendo ϱ un fattore di proporzionalità (*).

Nel secondo caso risulta $f_4 = 2 B \lambda_1 \lambda_2$. Dunque ecc. (**).

11. Si trovò nel n. 9 che in qualche caso la forma f_4 poteva coincidere con una delle tre date, essendo nulle due delle costanti m_1, m_2, m_3. Ora se si ammette che f_4 possa prendersi anche in tali condizioni, non è vero neanche nel caso generico che f_4 sia unica, perchè, oltre che con quella espressa dalla (24) o, se si vuole, dalla (24'), essa può sempre assumersi coincidente con una qualunque delle f_1, f_2, f_3. D'altra parte il teorema ha interesse soltanto quando non sia nulla nessuna delle $m_1, \ldots, m_4$. In base a ciò, e tenuto conto che, per le (22), l'annullarsi di uno degl'invarianti D_{23}, D_{31}, D_{12} trae seco l'annullarsi di una delle m_1, m_2, m_3, possiamo riassumere i risultati ottenuti come segue:

Date tre forme binarie quadratiche distinte f_1, f_2, f_3, esiste generalmente una ed una sola forma binaria quadratica f_4, tale che si abbia identicamente

$$m_1 f_1^2 + m_2 f_2^2 + m_3 f_3^2 + m_4 f_4^2 = 0,$$

dove m_1, m_2, m_3 m_4 sono costanti diverse da zero.

(*) La retta r ha, nel piano $A_1 A_2 A_3$, l'equazione

$$(c_2 - c_3) x_1 + (c_3 - c_1) x_2 + (c_1 - c_2) x_3 = 0,$$

ed è tangente alla conica

$$m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2 + m_3 x_3^2 = 0$$

nel punto di coordinate $m_2 m_3 (c_2 - c_3)$, $m_3 m_1 (c_3 - c_1)$, $m_1 m_2 (c_1 - c_2)$.

(**) Il MEYER, l. c., non ha tenuto conto delle ∞^1 soluzioni del primo caso.

Digitized by Google

La forma f_4 è indeterminata (e precisamente suscettibile di ∞^1 determinazioni) o quando siano nulli due, e due soli, degl'invarianti d_{12}, d_{13}, d_{23} (o, ciò che è lo stesso, due e due soli degl'invarianti D_{12}, D_{13}, D_{23}), o quando sia nullo il combinante simultaneo R, e in questi casi soltanto. Nel primo, supposto ad es. $d_{12} = d_{13} = 0$, $d_{23} \neq 0$ (ossia $D_{12} = D_{13} = 0$, $D_{23} \neq 0$), la f_4 può essere una qualunque delle forme del fascio determinato da f_2, f_3, escluse queste due ed esclusi i jacobiani (f_1, f_2), (f_1, f_3). Nel secondo, f_4 può coincidere con ogni forma del fascio cui appartengono le tre date forme (ad eccezione di queste) e col jacobiano delle medesime.

La f_4 non esiste solo quando, essendo $R \neq 0$, sia nullo uno ed uno solo degl'invarianti d_{12}, d_{13}, d_{23}, oppure uno ed uno solo degl'invarianti D_{12}, D_{13}, D_{23}.

La forma f_4 coincide con una delle f_1, f_2, f_3 (i quadrati delle quali risultano allora legati da una relazione lineare identica a coefficienti non nulli) nel solo caso in cui, essendo $R \neq 0$, sia $d_{12} = d_{13} = d_{23} = 0$ (o, ciò che è lo stesso, $D_{12} = D_{13} = D_{23} = 0$) (*).

(*) Il MEYER, l. c., trova come condizione necessaria e sufficiente perchè f_4 sia indeterminata, che i quadrati di f_1, f_2, f_3 siano linearmente dipendenti. Ora (n. 7) quest'ultima proprietà ha luogo soltanto allorchè $D_{12} = D_{13} = D_{23} = 0$ e però $d_{12} = d_{13} = d_{23} = 0$, nel qual caso si è veduto che f_4 deve invece necessariamente coincidere con una delle f_1, f_2, f_3.

Del resto, che quell'ipotesi sia incompatibile con l'esistenza anche di una sola f_4 distinta dalle f_1, f_2, f_3, è evidente a priori. Se infatti potessero aversi due identità, l'una tra i quadrati di f_1, f_2, f_3, l'altra tra i quadrati di f_1, f_2, f_3, f_4, eliminando da esse f_1^2, oppure f_2^2, oppure f_3^2, si verrebbe all'assurdo che f_1, f_2, f_3, f_4 sono a due a due armoniche.

Si può anche fare quest'altro ragionamento diretto. Nell'ipotesi ammessa, è lecito porre

$$f_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2, \qquad f_2 = \lambda_1^2 - \lambda_2^2, \qquad f_3 = 2\lambda_1\lambda_2.$$

Se è $\qquad f_4 = \alpha\lambda_1^2 + 2\beta\lambda_1\lambda_2 + \gamma\lambda_2^2,$

segue

$$\begin{aligned} &m_1 + m_2 + \alpha^2 m_4 = 0, \\ &m_1 + m_2 + \gamma^2 m_4 = 0, \\ &m_1 - m_2 + 2m_3 + (\alpha\gamma + 2\beta^2) m_4 = 0, \\ &\alpha\beta m_4 = 0, \qquad \beta\gamma m_4 = 0. \end{aligned}$$

Poichè $m_4 \neq 0$, sarà $\beta = 0$, oppure $\alpha = \gamma = 0$. Nel secondo caso f_4 coincide con f_3. Nel primo caso le prime due tra le precedenti relazioni dànno $\alpha = \pm\gamma$, perciò f_4 coincide con f_1 o con f_2.

Digitized by Google

12. La rappresentazione usata nei n. 8-11 non sembra potersi generalizzare in modo da condurre con eguale semplicità alle estensioni che del teorema del BRILL furono date dal MEYER (*). Ad esse si perviene invece con tutta facilità ricorrendo ad una rappresentazione geometrica di altra natura.

Dei teoremi di cui si tratta, il più generale è il seguente:

Date in modo generico $n\,p - n + 1$ *forme binarie d'ordine* n, *risultano determinate altre*

$$\delta = p^n - (n\,p - n + 1)$$

forme binarie d'ordine n, *tali che le* p^{me} *potenze di tutte le* p^n *forme sono legate da* δ *identità lineari.*

In uno spazio S_{np} di $n\,p$ dimensioni si consideri una curva razionale normale C di ordine $n\,p$, sulla quale sia fissata ad arbitrio una rappresentazione parametrica. Allora le $n\,p - n + 1$ forme date hanno per imagini su C altrettanti gruppi di n punti, e per ciascuno di questi gruppi esiste un iperpiano ben determinato, il quale ha con C un contatto p-punto in ognuno degli n punti. Gli $n\,p - n + 1$ iperpiani così ottenuti si tagliano in un S_{n-1}, e per la dimostrazione del teorema non rimane che da trovare quanti altri iperpiani passino per l'S_{n-1} avendo con C n contatti p-punti, ossia quanti iperpiani dotati di questa proprietà escano da un dato S_{n-1}. Per ciò basta proiettare C dall'S_{n-1} sopra un S_{np-n} sghembo con l'S_{n-1}. Si otterrà in esso una curva razionale C' d'ordine $n\,p$, e gl'iperpiani cercati avranno per tracce sull'S_{np-n} altrettanti iperpiani di questo, aventi con C' n contatti p-punti. Ma è noto, e si prova del resto facilmente, che il numero di tali iperpiani è p^n, dunque ecc.

Il prof. L. BRUSOTTI, al quale ho comunicato le pagine precedenti, è giunto, a proposito del teorema di BRILL, alle medesime conclusioni mediante una rappresentazione iperspaziale, che non differisce da quella già da lui usata nel lavoro *Sulla curva razionale normale dello spazio a quattro dimensioni* (**). Credo utile render noto rapidamente anche tal procedimento.

1. Sia F una forma binaria biquadratica, e se ne inter-

(*) Nei luoghi citati: Math. Ann., Bd. 21, p. 441; *Apolarität*, p. 329-331, 348-354.

(**) Ann. di mat., Ser. 3ª, vol. 9 (1904), p. 311.

Digitized by Google

pretino i coefficienti come coordinate proiettive omogenee di un punto $[F]$ corrente in uno spazio S_4. Se F varia in un ∞^r lineare, $[F]$ varia in un S_r $(r = 1, 2, 3)$.

Sia f una forma binaria quadratica; al variare di f, il punto $[f^2]$ descrive una superficie Σ.

a) La Σ contiene ∞^2 coniche. Se f descrive un'involuzione ordinaria, $[f^2]$ descrive infatti una conica, poichè le sue coordinate contengono il parametro al secondo grado.

β) Per un punto passa una retta trisecante Σ. Invero, posto $H = (F, F')^2$, per $[F]$ passa la retta dei punti $[x F + \lambda H]$, la quale incontra Σ (soltanto) nei tre punti $[\varphi^2]$, $[\psi^2]$, $[\chi^2]$, essendo al solito φ, ψ, χ i fattori quadratici di $T = (f, H)$ (*).

2. Da *a)* segue che *Σ è proiezione della superficie di* VERONESE; da *β)* che è di ordine > 3, quindi è *d'ordine quattro.* E non vi sono piani contenenti infiniti punti di Σ all'infuori di quelli delle coniche introdotte in *a)*, nè trisecanti all'infuori di quelle introdotte in *β)*. Inoltre: *Condizione necessaria e sufficiente perchè tre punti* $[f_1^2]$, $[f_2^2]$, $[f_3^2]$ *siano su una conica di Σ è* $R = 0$; *e condizione necessaria e sufficiente perchè due punti* $[f_1^2]$, $[f_2^2]$ *siano su una stessa trisecante è* $D_{12} = 0$.

Le trisecanti uscenti da un punto $[f^2]$ di Σ sono perciò tutte e sole le rette che proiettano un punto (quindi due punti) della conica (di Σ) immagine dell'involuzione di cui f è jacobiano, onde $|f^2|$ giace nel piano di tale conica, *nè vi giacciono ulteriori punti di Σ.*

3. Si consideri l'∞^2 delle forme biquadratiche F' contenenti come fattore la forma quadratica f. L'immagine di tale ∞^2 è un piano (di S_4), il quale (quando f non sia un quadrato) ha nel punto $[f^2]$ raccolte *tutte* le sue intersezioni con Σ. È cioè il *piano delle tangenti a Σ in* $[f^2]$. Se f è un quadrato, il piano contiene la conica immagine dell'involuzione parabolica di cui f è jacobiano; e su questa conica giace $|f^2|$.

Se $[f_1^2]$, $[f_2^2]$, $[f_3^2]$ *son punti (distinti e) non giacenti su una conica di Σ, condizione necessaria e sufficiente perchè la corda* $[f_1^2]$ $[f_2^2]$ *incontri una delle tangenti in* $[f_3^2]$ *a Σ è l'annullarsi di* d_{12}.

Invero perciò basta ed occorre che fra le combinazioni lineari di f_1^2 ed f_2^2 a coefficienti non nulli una contenga come fattore f_3. Indicata siffatta combinazione con $p_1^2 f_1^2 - p_2^2 f_2^2$, basta ed occorre il contemporaneo annullarsi dei risultanti di

(*) La Σ e le sue trisecanti già si presentarono al § 3 del lavoro citato.

Digitized by Google

f_3 con ciascuna delle forme $p_1 f_1 + p_2 f_2$, $p_1 f_1 - p_2 f_2$. L'eliminazione delle p_1, p_2 conduce a $d_{12} = 0$.

4. Date tre forme (binarie, quadratiche) *distinte* f_1, f_2, f_3, il problema di trovare una forma f_4 soddisfacente a un'identità $m_1 f_1^2 + m_2 f_2^2 + m_3 f_3^2 + m_4 f_4^2 \equiv 0$ $(m_i \neq 0,\ i = 1, 2, 3, 4)$, equivale a trovare un punto $[f_4^2]$ di Σ complanare coi tre punti *distinti* di essa $[f_1^2]$, $[f_2^2]$, $[f_3^2]$, in modo che: 1°) se i tre punti dati non sono allineati, il punto cercato non sia nè allineato con due dei dati (per evitare l'annullarsi di *una* delle m_1, m_2, m_3) nè coincidente con uno di essi (per evitare l'annullarsi di *due* delle m_1, m_2, m_3); 2°) se i tre punti dati sono allineati, il punto cercato non sia fuori della loro retta (per evitare l'annullarsi di m_4).

Poichè Σ è di ordine quattro, *il problema ha in generale una soluzione ed una sola. Esso è indeterminato, quando e solo quando i tre punti dati siano sul piano di una conica (di Σ) senza essere su una stessa trisecante.* Ciò può avvenire o perchè *i tre punti sono sulla conica* ($R = 0$), o perchè *uno dei punti è su una trisecante con ciascuno degli altri due* (per es. $D_{12} = 0$, $D_{13} = 0$, $D_{23} \neq 0$). Nel primo caso sono forme f_4 tutte quelle dell'involuzione a cui appartengon le date (queste escluse) ed il jacobiano di essa; nel secondo caso sono forme f_4 tutte quelle dell'involuzione individuata p. es. da f_2, f_3 [escluse f_2, f_3 ed i jacobiani (f_1, f_2), (f_1, f_3)].

Sia ora $R \neq 0$. Il problema *è impossibile* quando o *due soli dei tre punti sono su di una trisecante* (per es. $D_{12} = 0$, $D_{13} \neq 0$, $D_{23} \neq 0$), oppure *il piano dei tre punti dati tocca Σ in uno di essi* (p. es. $d_{12} = 0, d_{13} \neq 0, d_{23} \neq 0$). Nel primo caso il punto complanare coi tre dati è da escludersi perchè allineato p. e. con $[f_1^2]$, $[f_2^2]$ (onde $m_3 = 0$); nel secondo è da escludersi perchè coincidente p. e. con $[f_3^2]$ (onde $m_1 = m_2 = 0$).

È eccezionale il caso in cui i tre punti siano su una trisecante ($D_{12} = D_{13} = D_{23} = 0$). Ogni punto di Σ è complanare coi dati, ma una scelta generica conduce ad $m_4 = 0$. Onde sono tre le soluzioni, prodotte dalla coincidenza di f_4 con una delle f_1, f_2, f_3. Se f_4 coincide con f_1, non sono determinate le m_1, m_2, m_3, m_4, bensì le $m_1 + m_4, m_2, m_3$.

Digitized by Google

FRANCESCO ARDISSONE

Commemorazione tenuta al Reale Istit. Lomb. di Scienze e Lett.

dal M. E. COSTANTINO GORINI

(*Adunanza del 2 Maggio 1918*)

La vita di FRANCESCO ARDISSONE si aprì a Diano Marina l'8 Settembre 1837 e si chiuse a Milano il 4 Aprile 1910. Vita nobilmente e utilmente spesa per la scienza, alla quale egli consacrò i Suoi anni migliori con una sagacia ed una tenacia veramente ligure. E quel mare che i Suoi compaesani perlustrarono con lunghi viaggi sui navigli e colla bussola. Egli scrutò con crociere floristiche sulle golette e col microscopio; quel mare che all'ardimento ed all'acume dei Suoi conterranei fece scoprire nuove vie commerciali e nuovi mondi, alla sua pazienza e sapienza rivelò nuovi esseri e nuovi segreti fitogeografici mettendo in luce i collegamenti delle flore continentali. Quale abisso fra queste pacifiche conquiste sugli oceani per il progresso dell'umanità e le odierne rapine sottomarine intese allo sterminio dei popoli!

Chi tra noi ricorda quel vecchio austero e semplice insieme, bassetto e smilzo della persona, dalla barba lunga appuntata, che sedeva tacito quasi schivo di saluti nell'emiciclo di sinistra, con aspetto così impassibile e con sguardo così placido da sembrare non dovesse aver mai nutrito entusiasmi, non potrà immaginarsi sia stato animato da tanto fervore di studi che già nel primo anno della sua carriera (1862) quale professore di scienze nella R. Scuola Tecnica di Acireale, intrapresa la raccolta di quella splendida flora marina, riuscì a portare l'elenco delle alghe di Sicilia a 248 specie; numero oltremodo rilevante quando si rifletta alle parziali e scarsissime notizie algologiche che su quell'isola si possedevano nelle opere di Bivona, Philippi, Meneghini, Bertoloni. Pur tuttavia Egli, nel Suo primo lavoro *Enumerazione delle Alghe di Sicilia* edito nel 1864, si rammaricava che « la strettezza del tempo, la mancanza di documenti in proposito, di congrua

Digitized by Google

suppellettile scientifica, la difficoltà di spaziare molto oltre i confini della mia residenza » lo avessero costretto a rinunciare al programma originario di illustrare tutta la vegetazione crittogamica della Trinacria, e lo avessero consigliato a tenersi in un campo più angusto dedicandosi quasi esclusivamente allo studio di una sola famiglia, quella delle Ficee. E bene fu, poichè Egli divenne così il più esperto algologo italiano de' suoi giorni. In quell'esordiente contributo figurano già centodieci Isocarpee e novantanove Eterocarpee. L'anno successivo 'vi aggiunse due appendici di cui una risguarda trentuna Diatomee, l'altra sette Diatomee e una Floridea.

Passato nel 1863 al Liceo di Fano, Egli rivolse la sua feconda attività ad illustrare crittogame delle Marche, in ispecie delle provincie di Ancona, Pesaro e Urbino, consegnandone il frutto in tre Memorie uscite nel 1866, nel 1869 e nel 1871. Nel contempo elaborò il noto *Prospetto delle Ceramiee italiche*, stampato in Pesaro nel 1867, che contempla una delle più cospicue famiglie delle floridee, e dava alla luce i primi fascicoli dell'opera più vasta sulle *Floridee italiche descritte ed illustrate*, la cui pubblicazione incominciata nel 1868 si protrasse per ben dieci anni, uscendo in due tomi a Milano e a Firenze con 36 tavole colorate.

Frattanto nel 1870 Egli era stato chiamato a Milano a inaugurare la Cattedra di Botanica, costituendo il primo valoroso drappello di insegnanti della nostra robusta Scuola Superiore di Agricoltura, insieme coi rimpianti Gaetano Cantoni ed Angelo Pavesi e con Guglielmo Körner tuttora gloriosamente vegeto, ma che pur troppo da qualche anno ha abbandonato la Direzione della Scuola, mentre in questi momenti e per il dopo guerra essa avrebbe fruito più che mai del suo elevato caldo spirito scientifico. A Milano, l'Ardissone, dopo avere atteso al compimento dell'opera suddetta, ne curava un'altra di lena ancora maggiore, la *Phycologia Mediterranea*, licenziata a Varese in due poderosi volumi nel 1883 e nel 1887, dove diede la descrizione esauriente delle Alghe marine del Mediterraneo appartenenti oltrechè alle Floridee (Alghe rosse) alle Phaeophyceae (Alghe brune), alle Clorophyceae (Alghe verdi) e alle Myxophyceae o Cianoficee (Alghe azzurre).

Questo trattato va considerato veramente fondamentale: esso compete vittoriosamente con quello contemporaneo di Ferdinando Hauck *Die Meeresalgen Deutschlands und Oesterreichs* (Lipsia, 1885) che discorre pure della flora marina del nostro Adriatico e segnatamente del nostro golfo di Trieste;

Digitized by Google

entrambi vengono poi a completare il primo saggio di rivista algologica sintetica che ci aveva offerto Giacobbe Giorgio Agardh nel 1842 con le sue *Algae Maris Mediterranei et Adriatici*, (Parigi 1842),

Con tutta precisione l'Ardissone divide in tre zone la vegetazione marina del Mediterraneo ch'Egli prende a considerare in totalità, eccettuata solamente la porzione che si estende a levante dei Dardanelli (Mar Nero e Mare d'Azof): 1ª zona, fra la superficie di livello e la profondità di cinque metri, 2ª zona fra cinque e trentacinque metri, 3ª zona fra trentacinque metri e il limite estremo della vegetazione delle alghe che si spinge a poco più di cento metri di profondità; suddivide poi la prima zona in tre sottozone; e insegna come ciascuna di queste zone e sottozone sia caratterizzata da alghe speciali; come nella prima zona predominino le Alghe verdi, nelle altre le brune e le rosse; come la terza zona possa dirsi zona delle alimenie, e la prima sottozona, posta fra la più alta superficie di livello e la superficie di livello medio, sia occupata da alghe che non hanno bisogno del continuo contatto dell'acqua per vegetare e non s'incontrano mai a qualsiasi benchè minima profondità; come il numero delle specie vada gradatamente decrescendo dall'alto al basso, e cio è ben naturale (avverte) perchè le condizioni fisiche a poca distanza dalla superficie di livello devono subire delle variazioni assai più rapide e molteplici di quello che a ragguardevole profondità; come alcune forme abbondino nei porti e nelle località riparate, altre invece sugli scogli più esposti alla violenza delle onde, altre ancora dove non giunge la piena luce solare; come « nello stato attuale della ficologia » le specie e varietà principali di alghe del Mediterraneo, esclusi le diatomee, possano valutarsi a circa seicento, di cui settanta perlomeno possono dirsi cosmopolite, ottanta si estendono più o meno nella contigua regione atlantica temperata, centosessanta sarebbero comuni anche alla regione atlantica fredda, nella quale si comprendono i mari del nord d'Europa; rimarrebbero adunque ben trecento forme particolari al Mediterraneo, « ma è probabile (soggiunge) che ulteriori ricerche giungano a dimostrare che questo numero è troppo elevato »; come poche specie siano comuni al Mediterraneo e al Mar Rosso, malgrado l'estrema loro vicinanza, e ciò è ben spiegabile per la diversa temperatura, e via dicendo. Di questo passo l'Ardissone ammannisce un complesso di nozioni ficogeografiche che, mentre hanno sommo peso scientifico, sono suscettibili (credo opportuno

Digitized by Google

oggi più che mai di avvisarlo) di utili applicazioni alla pratica. Già da tempo nei Laboratori di Microbiologia le alghe quali l'agaragar e il fucus crispus servono egregiamente come substrato di cultura; nemmeno di ieri è la proposta di impiegare certe alghe marine per l'alimentazione umana; ma al presente, nella assillante penuria di viveri, il problema si prospetta con eccezionale urgenza. In Francia infatti, essendosi trovato che lungo la costa brettone abbondano le *laminariacee*, son già in corso esperimenti per il loro sfruttamento nella nutrizione dell'uomo e degli animali con risultati molto lusinghieri, poichè si è verificato che esse stanno a pari coll'avena per contenuto in idrati di carbonio e in proteidi. Nè basta. Dato il loro ricco tenore in carboidrati, si pensa di estrarne dell'alcool e già se ne ricavarono 12 litri ogni 100 kili di alghe secche. Sappiamo infine che certe alghe spiegano proprietà terapeutiche lassative e che altre si prestano a conferire impermeabilità alle stoffe. Si giudichi pertanto quale valore pratico prometta la conoscenza esatta della distribuzione qualitativa e quantitativa delle alghe nei nostri mari, dal Mare ligustico gravido di traffico, al Mare siculo gravido di sole, all'Adriatico gravido di fatti.

E l'opera di Ardissone, scrissemi testè il dott. Achille Forti, dotto algologo di Verona che nel suo ragguardevole algario conserva esemplari autentici di Lui accanto alla ricca collezione Piccone, « poco ha perduto di freschezza malgrado gli anni e nulla di autorità ».

In quel torno di tempo l'Ardissone ebbe anche la benemerenza di riorganizzare con Luigi Dufour, Giacomo Gentile, Giuseppe Gibelli, Antonio Piccone e Idelfonso Strafforello la Società Crittogamologica Italiana, che era stata fondata nel 1858 da Giuseppe De Notaris, il Suo benefattore e inclito Maestro. sotto il quale, mercè la collaborazione di molti valenti specialisti di cui ultimo preclaro superstite è Odoardo Beccari di Firenze (fondatore nel 1869 del *Nuovo Giornale Botanico Italiano*, che ospitò parecchi lavori di Ardissone), furono compilate le preziose collezioni dell'Erbario Crittogamico Italiano e i due importanti volumi del Commentario della Società Crittogamologica Italiana (Genova, 1861-867), che contengono i primi saggi del Nostro. In una speciale seduta, convocata in Genova il 15 Aprile 1878, si discusse il programma della risorta Società, la quale, grazie alla solerte direzione dell'Ardissone, proseguì la pubblicazione degli Atti e di due volumi di Memorie racchiudenti la seconda parte

Digitized by Google

della *Phycologia Mediterranea*; finchè nel 1887, al memorabile Congresso Nazionale di Botanica Crittogamica di Parma (5-10 Settembre 1887) essa venne, dietro iniziativa di giovani elementi, risanguata e trasformata in quella che poi, auspice Teodoro Caruel, fu la fiorente Società Botanica Italiana, la cui origine risale all'8 Gennaio 1888 (cfr. N. Giornale Botanico Italiano Vol. XX, 1888, pag. 183-192).

Al trattato fondamentale fanno corona parecchie ulteriori Memorie dell'Ardissone sulle Alghe, ad esempio la Nota sullo *Spermothamnion torulosum* nella quale, in base all'esame della fruttificazione, venne determinato il posto vero che alla *Griffithsia torulosa Zanardini* spetta nel sistema; le Note intorno alle Alghe di Liguria, ad un caso anormale di fruttificazione nelle floridee, alle Alghe della Terra del Fuoco illustrate su materiali raccolti da Carlo Spegazzini, alle Alghe cosmopolite, e le numerose aggiunte alla *Phycologia Mediterranea*, che ornano i Rendiconti del nostro Istituto.

Nè tralasciò, nelle ricerche personali, di rivolgere l'attenzione a quel gruppo di crittogame che è affine alle Alghe come ai Funghi, ma che, per la sua estensione, per le sue proprietà fisiologiche, per il suo biochimismo, per la singolarità della sua tecnica di studio, per le sue vaste importanti ognora crescenti applicazioni alla medicina, all'agricoltura e all'industria, forma oramai oggetto di una scienza decorosamente autonoma: *la batteriologia*. Troppo specializzato e troppo prudente per pubblicare il frutto delle sue indagini in argomento, l'Ardissone però ne parla *ex professo* in uno dei suoi articoli di volgarizzazione (*I bacteri*, Giornale la Natura N. 50, Milano 1884), facendo notare i legami morfologici che colle alghe hanno questi microorganismi detti *schizomiceti*, perchè si moltiplicano per scissione vegetativa al pari delle cyanophyceae chiamate appunto *schizophyceae* per siffatta medesima particolarità di sviluppo. Mi sovviene a questo proposito che io ero da pochi giorni insediato professore nella Scuola di Milano quando il compianto collega mi pregò del mio parere circa la ubicazione sistematica di due specie di *Leptothricee*, che oggi sono classificate fra i *tricobatteri*, forme acquatiche di batteri filamentosi che hanno intimi rapporti simbiotici colle alghe sulle quali si impiantano avviluppandole di rivestimenti mucosi. Erano due preparati delicatissimi di oltre venticinque anni addietro, che sempre conservo: una *Leptothrix radians* Kg. da Lui raccolta nell'Agosto 1875 a S. Giuliano di Genova ed una *Leptothrix* da lui denominata *lubrica* Ard. raccolta nel-

Digitized by Google

l'Aprile 1876 a Sestri Levante, che mi rammentarono analoghi reperti da me fatti nelle acque marine ai bagni solforosi di S. Cesaria in Terra d'Otranto (1899). Del resto ben giustificata era la Sua titubanza, dappoichè anche attualmente dominano incertezza e insufficienza nei criteri diagnostici di codesti microbi filamentosi, e alcuni vorrebbero tuttora ascriverli non a schizomiceti, ma ad alghe inferiori senza clorofilla in stretta parentela colle *Oscillariaceae*, costituendo una famiglia delle *Beggiatoaceae*. In ogni caso, qual caro esempio di scienziato onesto appassionato ci offre l'Ardissone, che ancora in tarda provetta età brama di appurare e aggiornare le proprie osservazioni, conservando la provvida circospezione dell'età giovanile, allora quando, giunto in possesso di una magnifica specie di ceramiea strappata agli scogli profondi di S. Teela presso Acireale, confessa francamente nella Sua prima *Enumerazione delle Alghe di Sicilia* di non sapersi decidere se ascriverla al genere *Capoblepharis* « non avendo avuto la soddisfazione di trovarne esemplari in fruttificazione » *an potius* al genere *Schimmelmania* « non avendo mai veduto esemplari di quest'ultimo genere ». Subito appresso, a stampa appena ultimata del lavoro, sente il bisogno di un'annotazione speciale per annunziare di avere finalmente rintracciato esemplari adulti della crittogama e per descriverne con minuzia i caratteri di fruttificazione, percui « evidentemente essa non può mantenersi tra le *Carpoblepharis;* più presto sarebbe vicina alle *Halymenia* e quindi anche a *Schimmelmania*, a cui tuttavia non ardisco riferirla, non essendomi stato concesso l'esame autoptico di un qualche esemplare di quest'ultimo genere ». Soltanto più tardi, dietro confronti con campioni autentici e coll'approvazione di De Notaris. Zanardini, Bornet, ed altri Egli si acquetò e la identificò sicuramente per la *Schimmelmania ornata*, la superba crittonemiacea atlantica scoperta fra il 1800 e il 1830 dal danese Schousboe sulle coste del Marocco a Tangeri, scovata nel Mediterraneo primamente da Ardissone (1863) e trentacinque anni più tardi, dopo vane ricerche di altri, rinvenuta sulle stesse scogliere dal Baccarini e dal Fichera e poi riscontrata in gran copia ed egregiamente illustrata dal Mazza in una particolare monografia dove si assevera che « nessuna frase di scienziato, nessun'immagine di poeta orientale, nessun pennello di pittore o bulino di paziente incisore può darcene una idea condegna » (*Nuova Notarisia*, Aprile 1903).

Nell'ultimo periodo di sua vita Ardissone si occupò anche di fanerogame, prediligendo a campo di studio l'am-

Digitized by Google

biente sereno e solitario delle montagne; in ripetute escursioni determinò piante vascolari a Macugnaga nell'Alta Valle Anzasca e al Monte Baro sopra Lecco, comunicandone i risultati al nostro Istituto.

Neppure vanno neglette le Sue accurate note di volgarizzazione e di sintesi; le prolusioni al corso pubblico di Crittogamologia tenuto da lui presso la nostra Scuola di Agricoltura, sugli uffici delle piante crittogame (1873), sulla vita delle cellule e l'individualità nel regno vegetale (1874), sull'organismo vivente considerato nella sua essenza e nella sua origine (1892); le numerose rassegne, le relazioni, gli *elementi di morfologia vegetale* accolti nella Nuova Enciclopedia Agraria (Torino 1897) ecc.

E quando la retina si rifiutò al fine scrupoloso microscopiare Egli chiamò in aiuto la fotografia affinchè gli riproducesse fedelmente ed elegantemente la natura; l'ultima suppellettile acquistata per il suo laboratorio è di microfotografia. E quando le forze fisiche vennero meno alle peregrinazioni erborizzatrici Egli piegò alle divagazioni di filosofia naturale: il suo ultimo scritto (il cinquantasettesimo a settant'anni di età) parla di *Materia e Forza* (Milano 1907).

Quali furono le attestazioni di riconoscimento di questa operosità ferace, coscienziosa, intelligente?

In Italia, la assunzione di botto a professore ordinario di un Istituto Superiore nel 1870; la Medaglia d'Oro al Concorso nazionale per le opere dell'ingegno tenuto a Pavia nel 1877; la nomina a socio corrispondente nel 1880 e a membro effettivo nel 1882 di questo Istituto Lombardo che gli conferì anche l'ufficio di censore e la pensione accademica; la elezione a socio corrispondente della Reale Accademia delle Scienze di Torino nel 1883; l'omaggio spontaneamente tributatogli dai suoi concittadini e da uno stuolo di colleghi ed ex allievi in occasione del settantesimo genetliaco nel 1907.

All'estero, la Francia, sempre cavalleresca dispensiera di gloria come di oro e di sangue per la civiltà, due volte gli decretò il laureato de l'*Institut de France*, coronando nel 1878 il trattato sulle *Floridee Italiche* col Premio intitolato al celebre medicobotanico Jean Thore, e nel 1887 il trattato sulla *Phycologia Mediterranea* col premio ancora più ambito dedicato a Desmaziéres, quegli cui spetta il vanto di avere nel 1826 dato la conferma perentoria all'osservazione ultracentenaria dell'olandese Leuvvenhoeck circa la natura orga-

Digitized by Google

nizzata del lievito di birra e di vino, che le classiche esperienze di Lavoisier sulla indistruttibilità della materia avevano offuscato, facendo ritenere ancora al principio dell'ottocento che la fermentazione alcoolica dello zucchero fosse un fenomeno meramente chimico.

Altre onorificenze Egli conseguì ed a più alte avrebbe senza dubbio potuto arrivare... ma... forse... egli era troppo credente nell'Aldilà per preoccuparsi delle soddisfazioni di quaggiù. E nella distrazione dalle ambizioni terrene lo sorreggevano, accanto allo schietto amore per la scienza, gli assorbenti affetti domestici e il fascino della musica, di cui Egli insieme con la sua diletta famiglia erano distinti cultori.

D'altronde, quale maggiore guiderdone di constatare che i suoi lavori servivano di base, di consultazione, di stimolo a studi algologici di tanti italiani (G. Arcangeli, A. Borzi, G. B. De Toni, Del Ponte, A Forti, M. Lanzi, A. Mazza, A. Piccone, A. Preda, V. Spinelli, J. Strafforello suo collaboratore nella *Enumerazione delle Alghe di Liguria*, Zodda, ecc.), nonchè di tanti stanieri (I. G. Agardh, I. E. Areschoug, E. Bornet, F. S. Colling, M. Cornu, F. Hauck, F. R. Kjellman, L. Kny, F. T. Kuetzing, G. Langenbach autore di uno scritto speciale sulle Alghe di Sicilia e della Pantellaria, A. Le Jolis, R. Lenormand, P. Magnus, N. W. P. Rauvvenhoff, F. I. Rodriguez, F. Schmitz, F. Suringar, G. Thuret, V. Wittrock ecc.) che stavano con lui in corrispondenza scientifica e a Lui ricorrevano come a chiara fonte. Edoardo Bornet, algologo luminare francese, socio del nostro Istituto, spentosi nel 1911 un anno dopo Ardissone, gli scriveva il 25 settembre 1883 a proposito della *Phycologia Mediterranea*: « Votre livre est un manuel qui sera constamment sur ma table de travail ». I. G. Agardh, algologo principe svedese, il 28 gennaio 1886 lo ringrazia del dono fattogli con queste parole: Si j'avais su que c'était un grand livre, et un livre précieux, c'est à peine que j'aurais eu le courage de me servir de votre libéralité ».

Quale più attraente ricompensa di sapere il proprio nome indissolubilmente legato a quello del suo illustre Maestro Giuseppe De Notaris (« il cui generoso aiuto non mi mancò che col mancare della sua vita » scrive Egli riconoscente) e a quello di Bertoloni, Cesati, Delle Chiaje, Gibelli, Meneghini, Naccari, Nardo, Passerini, Trevisan, Zanardini, e di altri insigni scomparsi che nel secolo scorso assicurarono al nostro Paese l'incontestato primato nella botanica crittogamica, rievocando i primi studi ficologici dei nostri fitografi del cinquecento (Al-

Digitized by Google

dovrandi, Imperato, Mattioli): studi che nel seicento parvero abbandonati per la tendenza dei botanici, dopo l'invenzione del microscopio composto, a preferire l'esame della minuta struttura delle piante maggiori, ma che risorsero poi nel settecento a merito precipuo di Corti, Donati, Ginanni, Griselini, Olivi, ampliati coll'allacciamento dell'indirizzo anatomofisiologico all'antico indirizzo puramente descrittivo.

Quale più solleticante remunerazione di vedersi affidata l'iniziazione dei neofiti al sacrario dell'algologia? Valga l'esempio della marchesa Vittoria Altoviti-Avila Toscanelli che fu presentata all'« algologo gentile » dal Conte Francesco Castracane degli Antelmintelli, il chiaro abate diatomologo, affinchè la avviasse alla conoscenza delle alghe, e che in nove anni (1880-1889) di rapporti intellettuali col « dolce e soave Professore Ardissone che sa toccare le corde sensibili per rinfocolare lo zelo della sua umile e modesta allieva » (son parole della nobildonna), tanto si addestrò da recare notevoli contributi alla florula marina dell'isola d'Elba, nominatamente colla scoperta di due specie rare: il *Palmophyllum orbiculatum* (Thur.) che venne ad estendere l'area di distribuzione del tipo e la *Falkenberghia Hillebrandii* (Born.) Falk. singolare floridea elbana a soli tre sifoni che trova riscontro appena in altri due rappresentanti del genere nell'Oceano Pacifico.

Lui vivo, in Suo onore sono creati due generi di alghe dal De Notaris e da J. Agardh: l'*Ardissonia* De Not. (1870) in Erbario Crittogamico Italiano, 2ª serie, n. 334; N. Giorn. Botan Ital. 1871, p. 95 (Diatomee) e l'*Ardissonea* J. Agardh (1899) Analecta algologica continuatio V, p. 99 (Floridee); inoltre due specie: la *Spirulina Ardissonii* Cohn (ora sinonimo di *Arthrospira Ardissonii* Cohn De Toni) e la *Griffithsia Ardissonei* Zanard. (sinonimo di *Griffithsia forcellata* I. Ag.).

Lui vivo, il Suo nome ricorre reiteratamente nei più reputati trattati della specialità, e segnatamente nel *Meeresalgen Deutschlands und Oesterreichs* dell'Hauck, nella *Flora Italica Cryptogama* del Preda, e nella *Sylloge Algarum* del De Toni, l'eminente algologo di Modena (nostro collega del Reale Istituto Veneto di S. L.) che il venerato Maestro ricorda con devozione nella « Nuova Notarisia » (aprile 1910) e in altre recenti pubblicazioni, (1) giovandosi del suo carteggio scienti-

(1) G. B. De Toni: 1° Edoardo Bornet (Nuova Notarisia Dicembre 1911). 2° La flora marina dell'isola d'Elba ecc. Padova, Tip. Seminario 1916. 3° Annotazioni di Floristica marina. Memoria 58° del R. Comitato Talassografico Italiano Venezia, 1917. 4° Nella Nuova Notarisia dell'Aprile 1910 avvi pure l'elenco completo degli scritti dell'Ardissone.

Digitized by Google

fico, donatogli dalla famiglia, al quale permisemi cortesemente di attingere.

Lui vivo, due Suoi ritratti differenti compaiono in Wittrock V. B. *Catalogus illustratus Iconothecae botanicae Horti Bergiani Stock olmiensis* I. tab. 31 (1903) e II tab. 135 (1905).

Ben dunque Egli potè chiudere gli occhi securo di appartenere a quella eletta di scienziati che la morte non fa dimenticare anzi vivifica.... al pari della sua Alga beniamina, che tanto filo gli diè da torcere, della stupefacente *Schimmelmania ornata*, la quale presenta lo strano fenomeno di ravvivarsi, di assumere una tinta porporina più vivace, di diventare più appariscente e più apprezzabile nell'insieme e nelle particolari sue bellezze allo stato secco negli erbari che non allo stato vivente. Quanti ricercatori esimii scendono nella tomba privi di tanto conforto!

Digitized by Google

LA *MANUMISSIO* DEL *SERVUS COMMUNIS* NEL DIRITTO ROMANO CLASSICO

Nota del prof. G. ROTONDI

(*Adunanza del 3 maggio* 1918)

1. Il problema della manomissione del *servus communis* suole essere preso in considerazione dai romanisti con riferimento all'ipotesi che essa venga compiuta da un solo dei condomini: qui, il rigoroso regime classico dello *jus adcrescendi* e quello giustinianeo del riscatto forzato delle altre quote sono ben noti nel loro meccanismo e, oramai, anche nei presupposti ai quali rispettivamente si ispirano (1). Ma è possibile far sì che la manomissione si effettui con piena efficacia riguardo a tutti i condomini? E in quale modo?

In diritto giustinianeo serie difficoltà non ci sono. Qualunque sia il condomino che prende l'iniziativa, la manomissione ha sempre piena efficacia: se gli altri condomini aderiscono, diventano tutti quanti patroni (2): diversamente, sono

(1) Cf. la mia nota su *La cost. 1 C. Just. 7. 7 e la manomissio del servus communis nei diritti orientali*, in questi *Rendiconti*, 1917 p. 223 sg.: a quei risultati aderisce CARUSI, *R. it. per le sc. g.* 60 (1917), p. 69. Alla possibilità — di tipo orientale — di una manomissione con efficacia parziaria va forse ricondotta l'ipotesi (*Libro Siro-romano*, P. 30; R. II. 35) che il manomesso, pure essendo libero, deva servire agli eredi del manomittente: ipotesi ben diversa — anzi inversa — da quella romana dello *statuliber* (cf. PARTSCH, *Z. S. St.* 1907 p. 428). E forse in quest'ordine di idee erano le *leges peregrinae* a cui allude il FR. DOSITH. 12.

(2) Cf. l. 1 § 6 *a* C. 7. 7. Parrebbe che tale adesione deva concretarsi in una nuova cerimonia di manomissione: forse, di fronte al ridotto formalismo della età nuova, non è assurdo che l'adesione possa considerarsi come ratifica della manomissione compiuta dal primo socio.

Digitized by Google

indennizzati in ragione delle rispettive quote e il servo diviene liberto esclusivo del manomittente.

In diritto classico le difficoltà sono ben più gravi.

Se uno dei condomini prende l'iniziativa di manomettere il servo in una delle forme civili, la sua quota accresce all'altro, e così via via fino all'ultimo, il solo che possa conferire con efficacia la libertà al servo, ormai non più *communis*, e diventarne patrono esclusivo. Quanto alle manomissioni pretorie, le conseguenze erano, a questo riguardo, le medesime secondo l'opinione di Proculo (1): per gli altri (2), non si aveva in questo caso alcun effetto, arrivando inevitabilmente al singolare risultato che se anche tutti i *socii* manomettevano successivamente lo schiavo, questo restava di diritto schiavo comune come prima (3).

Requisito indispensabile perchè il *servus communis* possa essere manomesso con piena efficacia è quindi la contestualità delle manomissioni singole, in modo da evitare sia — nel primo tipo — l'applicazione dello *jus adcrescendi*, sia — nel secondo — la nullità assoluta del procedimento. Ma questa contestualità non è altrettanto facile ad attuarsi praticamente nelle singole forme di manomissione, che gioverà esaminare partitamente. Scarsissimi sono i testi, sufficienti peraltro a mostrare che di questa difficoltà si erano reso conto anche i

(1) Fr. Dosith. 10. Riconosciuta almeno — a quanto ci attesta Taleleo — per i *milites* la piena efficacia civile di queste manomissioni, ne conseguiva inevitabilmente, nel caso di condominio, l'applicazione dello *jus adcrescendi*: con che, come bene osservava lo scoliasta, una norma dettata a loro favore si risolveva in loro danno (B. 48. 14. 4, Hb. 4. 757: *τοῦ δὲ κανόνος λέγοντος, ὅτι τοῦτο περὶ Ῥωμαϊκῆς πολιτείας εἴρηται, προνόμιον εἶχον οἱ στρατιῶται, τὴν οἱανδήποτε ἐλευθερίαν παρ' αὐτῶν διδομένην Ῥωμαίους ποιεῖν, ὥστε παντὸς γίνεσθαι τὴν προσάυξησιν. Ηὐρίσκετο γὰρ τὸ παρ' αὐτῶν γενόμενον κατὰ τῆς αὐτῶν δεσποτείας*).

(2) Fr. Dosith. *cit.*; Ulp. *Reg.* 1. 18; Paul. *Sent.* 4. 12. 1. La diversità del trattamento va ricondotta al carattere meno formalistico di queste manomissioni: se manca l'effetto voluto, ripugna ammettere che ne sorga uno, come tale, non voluto, quale è certo l'accrescimento. Cf. sul tema Steinlechner, *Das Wesen der juris communio* v. 2 p. 68 sg.

(3) Di fronte a uno stato di cose simile, l'opinione di Proculo aveva almeno il vantaggio di offrire una via d'uscita. È quasi superfluo avvertire che dove la manomissione pretoria è affatto inefficace, non si può pensare a integrarla coll'*iteratio*.

Digitized by Google

classici (1); spesso, in assenza dei testi, converrà argomentare dalla natura giuridica dei singoli istituti (2).

2. Nella *manumissio testamento* è facile capire come solo una configurazione affatto eccezionale dell'ipotesi concreta possa render possibile che le disposizioni dei singoli socii manomittenti si trovino ad avere efficacia in un unico momento in modo da escludere che la prima determini l'accrescimento. Le ipotesi configurate nei due soli testi che si riferiscano a questo problema sono, infatti, di carattere specialissimo: nè meno complicate sono le altre che, variando nei rispettivi casi alcune circostanze, si potrebbero configurare.

> l. 8 pr. D. 28-5, IULIANUS *l. 2° ad Urseium Ferocem* [LENEL n. 900: *de manumissionibus*]. Duo socii quendam servum communem testamento facto heredem et liberum esse jusserant: ruina simul oppressi perierant. Plerique responderunt hoc casu duobus orcinum heredem existere, et id est verius.
>
> § 1 Sed et si sub eadem condicione servum communem uterque socius liberum heredemque esse jussisset, eaque exstitisset, idem juris erit.

Nel *pr.*, l'eccezionalità è rappresentata dalla commorienza dei due socii testatori.

Qui i classici ammettono — sebbene, a quel che pare, non senza qualche dubbio (3) — che il servo diventa erede (necessario) e liberto orcino di entrambi. In caso diverso, la *manumissio* del socio premorto che non abbia riscattato la

(1) GIUSTINIANO ricorda (l. 1.° *pr.* C. 7. 7) che in questa materia "*multa ambiguitas exorta est*": cf. anche l. 48 D. 40. 4 in fine.

(2) Gli accenni meno scarsi sul presente tema sono forniti da BUCKLAND, *The roman law of Slavery*, p. 575-578 e da LEIST, nella continuazione di GLÜCK, libri 38-39, p. 4, tr. it. p. 380 sg.: i quali non ne scorgono gli aspetti veramente interessanti. Gli antichi, per quanto io trovo, si preoccupano solo del regime positivo giustinianeo in antitesi coll'accrescimento del diritto classico: v. in particolare FABRO, *Jur. pop. sc.*, tit. 5, pr. 1. ill. 2 (p. 152).

(3) È probabile che i dubbi si riconnettessero a quelli, attestati in più testi e in ordine a più problemi, se il *servus communis* possa o no considerarsi come *servus proprius*. In tema d'istituzione va tenuto presente che, come è nulla l'istituzione del servo proprio *sine libertate* anche se prima dell'apertura della successione esso è manomesso o alienato (GAI 2. 187; ULP. *Reg.* 22. 12), così è nulla la istituzione

Digitized by Google

quota dell'altro (1) fa sì che la quota di lui accresca al superstite (2): morto quest'ultimo, il servo è erede e liberto ordino di lui solo (3). Diversa sarebbe la soluzione se i due socii, nei rispettivi testamenti, si fossero limitati a manomettere il servo comune senza istituirlo erede, poichè in tal caso

---

cum libertate del servo altrui anche se poi diventa proprio (50 pr. D. 28. 5: cf. SCHULZ, *ZSS.* 1914 p. 121): poteva forse dubitarsi prima di GIULIANO se il *servus communis* potesse considerarsi come *servus testatoris ex jure quiritium* in modo da poter ricevere da lui '*directo*' la libertà testamentaria (cf. SERVIO cit. in l. 35 D. 40. 4; GAI. 2. 267; § 2 I 2. 24).

(1) In tal caso il servo diviene erede necessario: l 6 § 3 D. 28. 5, cf. CUIAC., *Opp.* 6. 199. Nella l. 7 *eod.* colui che era *s. communis* alla confezione del testamento in cui un condomino lo istituiva erede, è libero all'apertura della successione. La correzione del testo si impone, anche a parte il dubbio di CUIACIO (*Opp.* 6. 195) che il testo (cfr. in particolare il § 1) non potesse parlare di *s. communis:* e la correzione accolta dal MOMMSEN mi pare la migliore. Lo sconcio deriva probabilmente dal fatto che per i compilatori la *heredis institutio* del servo, proprio o comune, porta senz'altro con sè la libertà: essi non hanno avvertito in che cosa consisteva il problema discusso da GIULIANO.

(2) Cf. ULP. *Reg.* 22. 10. Il *s. communis* può ben essere istituito erede *cum libertate* '*quasi proprius pro parte nostra*': ma la conseguenza inevitabile è pur sempre lo *j. adcrescendi* dell'altro socio, il quale acquista, oltre la quota di condominio sul servo, anche l'eredità del condomino nella quota in cui il servo era istituito. Se il *s. communis* è istituito *sine libertate* '*ut alienus*' (ULP. *ibid.*), resterà comune dell'altro socio — che acquista la eredità per mezzo suo — (cf. MÜHLENBRUCH in GLÜCK l. 28, p. 3, tr. it. p. 446 per il rapporto colla l. 43 D. 29. 2) e del coerede, se c'è; così se gli è conferito un legato, (PAUL. *Sent.* 3, 6, 4; 49 pr. D. 35. 2; 63 § 9 D. 17. 2: l'itp. < *sine libertate* > qui rilevata da FR. BALDUINUS (v. SCHULTING *ad h. l.*), dipende dal fatto che per Giustiniano se il legato fosse '*cum libertate*' il servo, libero in base alla nota costituzione, acquista a sè: mentre, anche per Giustiniano, il semplice conferimento di un legato non equivale a implicita manomissione (l. 5 § 3 C. 6. 27) salvo il caso singolare che si sia legata al *s. communis* la quota di proprietà che il testatore ha su di esso (l. 2 C. 7. 7; cf. la mia nota citata, p. 15 dell'estr.)

(3) In diritto giustinianeo, al contrario, il servo è libero in base alla prima manomissione, e quindi liberto del primo condomino (non credo esatta l'interpretazione di VIVIANUS, nella glossa *ad. h. l.*): il secondo, ove non voglia aderire, ha diritto al rimborso della quota. Alla sua morte, il manomesso è erede ma non, s'intende, necessario.

Digitized by Google

la manomissione ha efficacia dall'adizione e per conseguenza lo *jus adcrescendi* potrebbe essere escluso soltanto se, in seguito all'apertura delle due successioni, ci fossero, per entrambi, degli eredi *necessarii*, o se i rispettivi eredi volontari compissero l'adizione simultaneamente (1), ipotesi che se anche possibile è certo molto difficile a configurare (2). Se no, adita l'eredità dell'un condomino, si determina l'accrescimento a favore dell'altro: all'adizione dell'eredità del secondo, il servo diventa libero ma liberto orcino di lui solo (3).

Se nei testamenti dei condomini la libertà — con o senza istituzione — è subordinata ad una condizione comune o, con ipotesi del tutto parallela a quella formulata nel testo al § 1, a due condizioni che poi si avverino simultaneamente, anche qui la manomissione ha piena efficacia e il servo che, *pendente condicione* è, presso i rispettivi eredi, in qualità di *statuliber*, diventa liberto orcino di entrambi i manomittenti. S'intende sempre che l'avverarsi della condizione deve essere posteriore non solo all'apertura delle due successioni ma, nel caso di manomissione senza contemporanea istituzione del servo, anche alle rispettive adizioni: diversamente, il meccanismo dello *jus adcrescendi* interverrebbe inevitabilmente anche qui.

3. Se uno dei condomini vuole, nel suo testamento, assicurare per quanto è in lui la libertà al servo comune, non ha, in antico, altra via che quella di subordinare la sua manomissione testamentaria alla manomissione che sarà compiuta dall'altro. Qui lo *jus adcrescendi* è escluso perchè, finchè il socio superstite non faccia sì che la condizione si avveri, il manomesso resta schiavo comune: e precisamente, nei rispetti dell'erede del socio predefunto, in condizione di *statuliber*. La

(1) La regola di Ulp. *Reg.* 1, 22; l. 11 § 2 D. 40. 4 per il caso di più coeredi è evidentemente inapplicabile al caso di più successioni distinte.

(2) La *cretio* di due eredi per due eredità distinte difficilmente può avere quella assoluta contestualità che sola potrebbe escludere lo *j adcrescendi* e, trattandosi di *actus legitimus*, è inconcepibile una subordinazione reciproca. Nulla vieta, credo, di immaginare che una *pro herede gestio* avvenga per le due eredità simultaneamente. Quanto all'adizione per '*nuda voluntas*' pare anche a me col Perozzi (*Istit.* 2. 507) giustinianea.

(3) In quanto ripete la sua libertà direttamente dalla disposizione del testatore, sebbene solo attraverso l'avvenuto accrescimento questa disposizione possa riuscire efficace.

Digitized by Google

manomissione compiuta dall'altro socio realizza la condizione a cui era subordinata la primâ, e il servo diventa libero.

L'ipotesi è configurata, in un testo di Papiniano, già da Servio.

> l. 48 D. 40. 4. PAPINIANUS l. 10 *quaestionum*. [LENEL n. 176 '*de emptione et venditione*'] (1). Si socius testamento libertatem ita dederit: 'Pamphilus, si eum socius manumiserit, liber esto', Servius respondit socio manumittente communem fieri libertum familiae atque manumissoris: neque enim novum aut incognitum est vario jure communi mancipio libertatem optingere (2).

La particolarità del caso sta nel concorso di due forme di manomissione (3): il servo è manomesso *testamento* per la quota del predefunto e *vindicta* per la quota dell'altro, e diventa a un tempo stesso liberto orcino (4) del primo e liberto del secondo. La prima manomissione è condizionata alla se-

---

(1) Il LENEL pensa al caso che il socio venda la quota col patto che, se l'altro socio manomette, anche l'*emptor* manometta.

(2) L'inciso finale può parere sospetto: si veda per una forma analoga l. 24 § 10 D. 40. 5 (itp. BESELER, *Beitr.* 1. 53); ma la parte sostanziale è irreprensibile. SERVIO si era occupato anche sotto altri riguardi di problemi simili (cf. l. 35 D. 40. 4) e la soluzione adottata era per lui tanto più necessaria in quanto all'età sua non era ancora possibile lo spediente, non del tutto equivalente negli effetti, ma praticamente assai più semplice, della manomissione fedecommissaria.

(3) Cf. l'*index* di DOROTEO (B. 48, 3. 48 sch. *ἐάν τις*, Hb. 4. 640): *δοκεῖ γὰρ ὁ μέν προτελευτήσας δεσπότης ἐν διαθήκῃ αὐτον ἠλευθερωκέναι, ὁ δὲ ἐπιζήσας inter vivos.*

(4) Ossia liberto della *familia* del testatore (cf. l. 3 § 3 D. 26. 4; l § 7 C. 7. 6 e Sch. Veron. n. 201 a 4 § 27 C. 6. 4, in *ZGRW*, XV p. 121): sono i *χαρσιναῖοι* delle fonti greche (THEOPH. 2. 24. 2, p. 250 ed. FERRINI; TALELEO in Hb. 4. 755). In l. 4 pr. D. 38. 2 *liberti nullius* è inteso come equivalente a l. *orcini* della l. 5. D. 40. 8 della glossa e da CUIACIO, *Opp.* 5. 623; (cf. BUCKLAND, *op. cit.* p. 601), ma di chi veramente sia liberto lo schiavo liberato *ex SC. Silaniano* non risulta dalle fonti ben chiaro: e c'è pure chi pensa che diventasse solo latino. La qualifica di *orcinus* interessava, nel regime classico, in quanto l'erede estraneo non ha in tal caso i diritti di patronato: cf. MITTEIS, *Röm. Privatr.* 1. 103: PEROZZI *Istit.* 2. 351; ALBERTARIO. in *Filangieri* 1910 p. 707.

Digitized by Google

conda (1): se il superstite non manomette, il servo resta comune a lui e all'erede del primo.

L'ipotesi si presta a configurazioni anche più complicate. Se, ad esempio, il socio superstite '*pro derelicto habet*' la sua quota, avendo luogo l'accrescimento a favore dell'erede del primo (2), potrà senza dubbio costui, manomettendo, verificare la condizione: se non vuol manomettere, pare difficile trovar la via di riconoscere al servo la libertà *ex testamento*.

Se, *pendente condicione*, l'erede condomino manomette *vindicta* lo schiavo, certo non può togliere allo *statuliber* la *spes orcini liberti* (3): per conseguenza egli in nessun caso, ove non sia anche discendente agnato del testatore, acquisterà sul servo, all'avverarsi della condizione, i diritti di patronato. Che se la condizione non si avvera, la manomissione compiuta dall'*extraneus heres* avrà avuto l'effetto di generare l'accrescimento, ovvero — dal momento che per essa lo schiavo non avrebbe potuto diventare se non latino (4) — avrà dovuto equipararsi a una manomissione pretoria anche al fine di escludere lo *jus adcrescendi*? Non saprei dare risposta. Ancora: se il socio superstite è anche erede, estraneo, colla manomissione da lui compiuta il servo sarà liberto suo e della famiglia del testatore. Se il servo manomesso *sub condicione* è anche istituito, in pendenza sarà pro rata *statuliber* presso il coerede o l'erede *ab intestato* e presso il condomino, ma il meccanismo della condizione sostanzialmente non muta.

Quando, a partire da Augusto, fu riconosciuta l'efficacia giuridica dei fedecommessi, il desiderio del condomino di assicurare la libertà, dopo la sua morte, allo schiavo, potè essere in modo più semplice attuato per questa via: e la possibilità di una *rogatio* di manomettere il *servus communis* non potè essere messa in dubbio, dal momento che la libertà fede-

(1) Sebbene la condizione sia tale che solo attraverso il suo adempimento sarebbe possibile che il negozio abbia piena efficacia, pure non sarebbe esatto concepirla come una *condicio juris*; infatti se essa non fosse espressa, l'effetto voluto dal disponente non potrebbe in alcun modo verificarsi giacchè, avveratosi lo *j. adcrescendi*, il servo — non più comune — rimarrebbe, secondo la volontà del socio superstitite o schiavo o liberto di lui solo.

(2) Cf. l. 3 D. 41. 7: su cui Bonfante *Rend. Ist. Lomb.* 1913, 840; *Filangieri* 1913, 712.

(3) Cf. l. 2 pr. D. 40. 7.

(4) Cf. l § 7 C. 7. 6.

Digitized by Google

commissaria può esser data tanto al servo proprio quanto all'altrui (1). Considerando che in questo caso il *servus communis* è *pro parte alienus* si sarebbe potuto arrivare alla conseguenza che se il condomino si rifiuta di vendere al fiduciario la sua quota, la manomissione non può attuarsi (2). Ma, come è stato reso molto probabile dal Mitteis (3), la giurisprudenza e la legislazione imperiale, mosse dal *favor libertatis*, sono intervenute a costringere il condomino a cedere la quota. Così al servo la libertà è assicurata: si noti però che in questo caso esso non rimane liberto orcino del socio disponente, ma è sempre e solo liberto del manomittente (4), socio od estraneo che sia.

4. Le manomissioni tra vivi presentano difficoltà forse meno complicate ma d'altra natura e, sotto vari aspetti, non meno interessanti.

Per quanto poco sappiamo della *manumissio censu*, non è difficile ammettere che potesse compiersi in modo da procacciare al servo comune la libertà. Lo *jussus* o il *consensus domini* (5), in base a cui lo schiavo '*censu profitebatur*' poteva bene esser dato da tutti i singoli condomini: sia successivamente, purchè prima della '*professio*', sia simultaneamente se — esigendosi, come da alcuni si crede, la presenza del manomittente (6) — i soci si presentavano insieme davanti ai censori.

Nell'una e nell'altra ipotesi la manomissione, che, almeno agli effetti di diritto privato, prende sicuramente data dall'atto dell'iscrizione (7), è da considerare come fatta da tutti insieme

(1) Gai 2. 264: Ulp. *Reg.* 2. 10.

(2) Cf. Gai. 2. 265; Ulp. *Reg.* 2. 11; 31 § 4 D. 40. 5; 6 C. 7. 4: § 2. I. 2. 24: sui dubbi relativi v. Buckland, *op. cit.* p. 531.

(3) *Arch. für Papyrusforschung*, 3. 155: v. in seguito Bortolucci, *Studi romanistici*, p. 22 e la mia nota citata, p. 3 n. 1 dell'estr.

(4) Gai. 2. 266; Ulp. *Reg.* 2. 8; l. 7 C. 7. 4.

(5) Ulp. *Reg.* 1. 8: Cic. *de oratore* l. 183; Boëth. *ad Cic. Topica* 10 '*jubente vel consentiente domino*'. Cf. anche il '*liberum esse jusserit*' della *Lex Salpensana* c. 28. che con tutta probabilità va riferito alla *manum. censu* locale: v. Mommsen, *Die Stadtrechte von Salp. und Mal.*, in *Ges. Schr.* 1. 339 (in postilla alla redazione originaria); Wlassak, *ZNSt.* 1907 p. 9; Mitteis, *Röm. Privatr.* 1 p. 5. n. 4.

(6) Si suole argomentare dal giuramento imposto ai manomittenti nel 176 a. C. (Liv. 41, 9 cf. Degenkolb, *Die Befreiung durch census*, in *Tübinger Festg. für Ihering* p. 131).

(7) Cf. il dubbio agitato in Cic. *de oratore l. cit.*: Fr. Dosith. 17; Buckland, *op. cit.* p. 441.

Digitized by Google

i condomini: il servo, per conseguenza, acquista la libertà, e tutti i condomini i diritti di patronato.

Non diversamente dovevano andare le cose nella *manumissio in sacrosanctis ecclesiis*: anche qui si tratta di una dichiarazione di volontà del *dominus*, fatta davanti alle autorità ecclesiastiche recitando, a quel che pare, una formola, della quale si redige processo verbale (1). Se tutti i condomini si presentano alla chiesa, pronunciano la formola e sottoscrivono al verbale relativo da conservarsi nei *gesta episcopalia* (2), non c'è ragione di dubitare della efficacia completa della manomissione.

Ma nell'età della giurisprudenza classica la prima di queste due forme era caduta in desuetudine col venir meno dal *census* cittadino al quale essa era legata (3): e della seconda non si può ancora parlare giacchè, ripeta essa le sue origini da istituti del diritto greco o piuttosto da influenze cristiane (4), certo è un portato dell'ultima epoca del diritto romano.

Se la manomissione del *servus communis* è possibile in diritto classico per atto tra vivi, essa non può avvenire che o come manomissione pretoria, *inter amicos* o *per epistolam*, o come manomissione *vindicta*.

Il requisito della contestualità è facile a raggiungersi nei primi casi: sia che i soci in una comune riunione manifestino davanti agli *amici* testimoni la loro volontà, sia che

(1) '*recitatur libellus*' (S. AGOSTINO, *Sermo* 21. 6); cf. l. 1 C. 1 13 e il formulario di ENNODIO M.G.H.A.A. 7. 131, *Corp. scr. eccl. lat.* 6. 415. V. su tutto il tema DE FRANCISCI, in *Rend. R. Ist. Lomb.* 1911 p. 624 e sg., e LECLERQ in *Dict. d'archéol. chrét.* 1. 556 sg.: nonchè le copiose indicazioni ancora utili del V. BEEM, in OELRICHS, *Nov. Thes.* 2. 1. p. 47 sg..

(2) Cf. da ultimo STEINWENTER, *Beiträge zum öffentl. Urkundenwesen der Römer*, p. 37. Il passo del *liber pontificalis* (p. 75 ed. MOMMSEN) '*ut manumissiones clerici in ecclesia per scrinium sanctum celebrarentur*', riferito a Papa Giulio 1° (337-352) è di dubbia autenticità.

(3) Cf. ULP. *Reg.* 1. 8; FR. DOSITH. 17. La procedura della *professiones* davanti ai magistrati municipali (FR. DOSITH. *cit.*; *L. Salp. cit.*) può però esser durata assai più. Quanto al *census* provinciale, esso è cosa profondamente diversa dall'urbano (v. KUBITSCHEK, in PAULY-WISSOWA 3. 1918: per la Gallia GAROFALO in *Rev. Celtique* 23 (1902) p. 59 sg.

(4) DE FRANCISCI, *l. cit.* Per il diritto greco v. i casi di pluralità di *manumissores* in CALDERINI, *La manumissione e la condizione dei liberti in Grecia* p. 180 sg. dai quali peraltro non si può ricavare nulla di interessante giuridicamente.

Digitized by Google

insieme sottoscrivano la *epistola manumissionis*, sia ancora che le singole dichiarazioni, pure emesse isolatamente, siano fra loro reciprocamente subordinate, o tutte subordinate a una condizione comune. Ma che dire della *manumissio vindicta*, che è la forma tipica e principale?

5. E, anzitutto, la manomissione '*vindicta*' del *servus communis* è o no conosciuta dalle fonti? I testi che parlano di una pluralità di patroni sono molti, ma, come è naturale, la maggior parte si riferiva ai più discendenti di un unico patrono originario. In parecchi casi però risulta che si tratta di un rapporto di compatronato sorto *ab initio:* così ad esempio nel caso della libertà fedecommisaria imposta a più persone per un unico schiavo (1) o della libertà fedecommissaria attuata attraverso l'*addictio bonorum libertatum servandarum causa* fatta a più persone (2); in entrambi i casi la manomissione deve esser compiuta collettivamente da tutti, e il servo diventa *libertus communis*.

Altri testi fanno, più o meno esplicitamente, l'ipotesi di una manomissione compiuta da più.

> l. 4 § 2 D. 40. 2, IULIANUS *l.* 42 *digestorum*. Minor viginti annis nec communem quidem servum sine consilio recte manumittit:

se il *consilium* interviene la manomissione è valida, e bisogna quindi supporre che anche l'altro condomino manometta.

> l. 6 D. 40. 2, IULIANUS l. 2 *ad Urseium Ferocem*. Servus communis quin a minoribus viginti annis dominis possit apud consilium manumitti, quamvis unus ex sociis causam adprobaverit, dubium non est.

Basta che la *justa causa* si dimostri nei confronti di un solo, ma la manomissione deve pur esser compiuta da tutti.

> l. 4 D. 38. 1, POMPONIUS *l.* 4 *ad Sabinum*. A duobus manumissus utrique operas promiserat: altero ex

(1) Cf. p. es. l. 1, 22 § 11, 26 § 7 e ssg. D. 40. 5 [la l. 30 § 3 *eod.* è notevole per la netta antitesi classica tra *infans* e *pupillus*, che i bizantini non compresero: cf. Hb. 4. 669 n 2]: ivi si commentano i senatoconsulti, in particolare il SC. Dasumiano relativi all'ipotesi che alcuno degli onerati sia assente *a tribunali* (l. 51 § 5 *eod.*), dove normalmente ha luogo le *manumissio vindicta*.

(2) L. 4 § 23 D. 40. 5. Anche i manomessi '*directo*' nel testamento potranno essere liberti dell'aggiudicatario o dei più aggiudicatarii, ma senza bisogno di manomissione da parte di questi (l. 4 § 13 D. *eod*).

Digitized by Google

his mortuo nihil est quare non filio eius, quamvis superstite altero, operarum detur petitio (1).

l. 8 D. 38. 1, POMPONIUS *l.* 8 *ad Sabinum.* Si quando duobus patronis juraverit libertus operas se daturum...

È da pensare a *manumissio* compiuta da più condomini: l'ipotesi di '*complures heredes uni patrono*' è fatta separatamente alla fine del testo.

16 § 3 D 34. 1, SCAEVOLA l. 16 *digestorum.* Qui societatem omnium bonorum cum uxore sua per annos amplius quadraginta habuit, testamento eandem uxorem et nepotem ex filio aequis partibus heredes reliquit et ita cavit: 'Item libertis meis, (2) quos vivus manumisi, ea quae praestabam'. Quaesitum est an et qui eo tempore quo societas inter eos permansit, manumissi ab utrisque et communes liberti facti sunt ea quae a vivente percipiebant solida ex fideicommisso petere possint. Respondit, non amplius quam quod vir pro sua parte praestabat, deberi.

3 § 4 D. 26. 4, ULPIANUS *l.* 38 *ad Sabinum.* Si duo pluresve manumittant, omnes tutores sunt: sed si mulier sit inter manumissores, dicendum est solos masculos fore tutores.

15 § 1 D. 38. 1, ULPIANUS *l.* 38 *ad Edictum.* Celsus libro duodecimo digestorum scribit si communis libertus patronis duobus operas mille daturum se juraverit....

7 D. 50. 1, ULPIANUS *l.* 5 *de officio proconsulis.* Si quis a pluribus manumissus sit, omnium patronorum originem sequitur (3).

---

(1) I sospetti di interpolazione (ALBERTARIO, BIONDI) non investono questa parte iniziale.

(2) Sul punto se nell'espressione '*servus*' o '*libertus meus*' sia o no compreso il servo o liberto comune v. p. es. l. 5 § 1, D. 30; 74 D. 32; 68 § 2 D. 32 itp. LENEL; 27 § 1 D. 9. 2; 41 D. 9. 4; 14 § 2 D. 11. 3; 239 § 9 D. 50. 16; 38 § 1 D. 35. 2; 46 D. 23. 2 itp. FERRINI.

(3) Cf. anche I. 20 C. 2. 18 (DIOCLETIANUS), dove però non è sicuro che si tratti di servo comune, nè se la manomissione sia *inter vivos.* Completamente estraneo è il problema della manomissione dei servi di persone giuridiche: cf. sul tema LEIST in GLÜCK *l.* 37-38 parte 4, tr. it. p. 368 sg.; BUCKLAND. *op. cit.* p. 588 sg. Per la manomissione dei

Digitized by Google

Può sempre sorgere il dubbio che queste manomissioni fossero attuate, nell'età classica, nelle forme pretorie, giacchè in realtà noi non abbiamo ancora criteri diagnostici completi e sicuri per discernere, nelle fonti giustinianee, i testi che nel regime classico andavano riferiti piuttosto a queste che alle forme civili.

Nei due testi di Giuliano d'accenno alla necessità del *consilium* non è assolutamente decisivo in favore della *manumissio vindicta*, perchè Gaio ci fa sapere (1) che anche nella *manumissio inter amicos* questa formalità, nei casi della *lex Aelia Sentia*, era richiesta. Ma può bene invocarsi il rilievo, già fatto incidentalmente da qualche scrittore (2) che i classici evitano di usare la parola '*libertus*' quando parlano delle cosiddette manomissioni non formali. Il linguaggio di Gaio è molto istruttivo. Il latino giuniano diventa *libertus* del domino quiritario in base all'*iteratio manumissionis* o quando, in qualunque altro modo, acquista lo *jus quiritium*, pur continuando a favore del manomissore bonitario i vantaggi patrimoniali dalla *bonorum possessio* (3). Nella trattazione della successione (4), sono chiamati '*liberti*' sempre esclusivamente quelli manomessi colle forme civili, che hanno capacità di testare e hanno figli *in potestate*: la espressione usata in Gaio 3. 56 mostra la ripugnanza a qualificare come liberti i latini, e nei paragrafi successivi è esattamente rispettata l'antitesi tra '*jura in bonis latinorum*' e '*in hereditate civium romanorum libertorum*' (5). Dove si parla di liberti, abbiamo quindi una forte

servi di un monastero, configurati come in condominio dei monaci, dei quali l'abate deva aver il consenso, v. la *Regula* di FERREOLUS da me ricordata nella nota citata, p. 17 estr.: e v. anche il Concilio di Agde (a. 506 c. 56 in MANSI, 8. 323) e il Conc. Epaonense (a. 517 c. 8, in *MGH., Legum sectio* III. 1. p. 21) Cf. FOURNIER, in *Bibl. de l'École de hautes études* n. 60 (1885) p. 16 sg.

(1) GAI 1. 41.

(2) Cf. BUCKLAND, *NRH.* 1903 p. 742; FADDA, *Diritto delle persone e della famiglia*, (Corso 1909-10) p. 97. La definizione ulpianea del *libertus* (l. 3 § 1 D. 38. 16) è 'quem quis ex servitute *ad civitatem romanam* perduxit'; e il riferimento alla eredità legittima elimina il sospetto che il testo accennasse anche alla latinità.

(3) GAI 1. 35.

(4) GAI 3. 39 sg.: cf. anche ULPIAN. *Reg.* 27 e 29.

(5) GAI. 3. 57-58: v. anche 3. 64, 72. Quanto alla tutela, sappiamo che se la manomissione pretoria è fatta dal domino pretorio, tutore è, *ex lege Iunia*, il domino quiritario (GAI 1. 167); ma sarebbe

Digitized by Google

presunzione in favore del carattere civile della manomissione. Va pur anche osservato che nel caso della libertà fedecommissaria da attuarsi nelle vie normali o attraverso l'*addictio bonorum*, è ovvio che il pretore esiga che la prestazione della libertà si compia nella forma tipica e più efficace (1). Sicchè si può con sicurezza considerare come documentata la possibilità di una *manumissio vindicta* del *servus communis* (2).

6. È qui, esclusa in modo assoluto la possibilità di manomissioni successive, di cui ciascuna non avrebbe altro effetto che di determinare l'accrescimento: esclusa — trattandosi di un *actus legitimus* — la possibilità che le singole

---

sempre il tutore se anche manomette lui nelle forme pretorie. Di '*patroni*' Gaio parla tanto per i *liberti cives* quanto per i latini: ma, ad esempio, il testo del *SC. Lupo et Largo coss.* (Gai. 3. 63) pare abbia cura di evitarlo (*ad eum... qui eos liberasset*; *ad heredes eorum qui liberassent*). Giustiniano, naturalmente, parla senza scrupoli di '*latini liberti*' (l § 1, 13 C. 7. 6) come anche di '*dediticii liberti*' (l. 1 *pr.* C. *eod*). e di *latini liberti* parla, p. es., l'*interpretatio* al C. Th. 2. 22. 1. mentre non usa quest'espressione il testo, che è di Costantino. Si potrebbe obbiettare che la *lex Salpensana* parla di liberti latini (c. 23): ma qui non sono *latini juniani* per la forma di manomissione usata, bensì latini (coloniari) perchè manomessi, nelle forme normali (davanti ai magistrati) da persone di diritto latino le quali evidentemente non possono rendere il loro servo cittadino romano, così come non può rendere latino un manomittente peregrino (cf. Fr. Dosith. 12). Sul testo, in rapporto al problema generale della *legis actio* dei latini. v. Mommsen, *Die Stadtr. von Salp. und Mal.*, in *Jur. Schr.* I. p. 327; Wlassak, *ZSSt.* 1907 p. 126, con larghe indicazioni.

(1) Nella l. 4 C. 7. 4 si tratta di disposizioni speciali: cf. anche Taleleo, in Hb. 4. 747 sch. l.

(2) Di fronte all'editto che promette l'*judicium operarum* '*in libertos et libertas*' (l. 2 § 1. D. 38. 1) si sarebbe tentati di credere che esso non si applichi ai latini juniani e che quindi la menzione delle *operae* deponga sempre a favore della *manumissio* civile: in tale ipotesi, sarebbe di una esattezza sorprendente la nota espressione di Salviano (*ad Eccles.* 3. 7. 24) secondo cui quei latini vivono '*quasi ingenui*'. Ma sulla precisione di linguaggio di questi autori non si può fare affidamento, e l'ipotesi desta, dal punto di vista pratico, non poca ripugnanza. Giova tener presente che quando fu introdotto l'editto sulle opere, latini juniani non c'erano, (cf. Servio in l. 1 p. D. 38. 2 per cui le *operae* sono un corrispettivo della conseguita cittadinanza): può ben essere che in appresso l'interpretazione ne abbia estesa la portata.

Digitized by Google

manomissioni siano subordinate l'una all'altra o ad una condizione comune (1), l'unità dell'atto è indispensabile. E dal momento che la *manumissio vindicta*, nel suo meccanismo esteriore (2), si attua nelle forme di una finta *vindicatio in libertatem* che si esaurisce *in jure* — come la *in jure cessio* — occorre che l'*adsertor* proclami '*in jure*' la libertà dello schiavo contro tutti i singoli condomini. Trattandosi di una *legis actio* (3), è esclusa la possibilità della rappresentanza (4) e non si può quindi pensare che i condomini si facciano rappresentare da un procuratore comune o che alcuno di essi comparendo *in jure* assuma la rappresentanza degli altri: la presenza di tutti è indispensabile (5), ed è indispensabile — se si vuol evitare l'applicazione dello *jus adcrescendi* — che ad un'unica *adsertio* tenga dietro, dopo che si sia preso atto della acquiescenza dei condomini, un'unica *addictio*.

Questo rilievo non è senza interesse anche da un punto di vista assai più generale di quello preso ora in esame. Si sa che nella letteratura romanistica sono sempre rimasti dei dubbi sulla possibilità del litisconsorzio nella procedura *per*

---

(1) V. MITTEIS, *Röm. Privatr.* I. 169. La *manum. vindicta* condizionata *mortis causa* in l. 15 D. 40. 1 è interpolata (HAYMANN, *Freilassungspflicht und Reurecht* p. 30 sg.; MITTEIS *l. cit.* n. 7; BUCKLAND, *op. cit.* p. 456).

(2) Che questa corrispondenza non vada esagerata fu energicamente rilevato dal WLASSAK, *ZSSt.* 1907 p. 76 sg.: ma il parallelismo formale — l'unico che qui interessi — è fuori discussione.

(3) PAUL. *Sent.* 2. 25.4; l. 2 § 1-3 D. 1. 16; 1 § 1 C. Th. 4. 9 = 7 § 1 C. 7. 10; AMMIAN. MARCELL. 22. 7. 2. E '*lege agit*' anche il convenuto (cf. SCH. SIN. § 18). anche se — come qui avviene — la sua partecipazione implica un comportamento forse del tutto passivo.

(4) GAI. 4. 82; cf, 4. 29; pr. I. 4. 10; 123 D. 50 17. Per il caso concreto v. l. 3 C. 7. 1. La eccezione rappresentata dalla *manumissio* compiuta dal *filius familias* è vivamente discussa (v. nei due sensi MITTEIS, *ZSSt* 1900 p. 199; 1904 p. 379; *Röm. Privatr.* I p. 211; BUCKLAND, *NRH.* 1903 p. 737; *The roman Law of Slavery* p. 458; 718 sg.; BRASSLOFF, *Rhein. Mus.* 1913 p. 413): comunque è chiaro che essa a nulla serve nel caso in esame, dove il *filius familias* non potrebbe che rappresentare il suo *paterfamilias* ossia *uno* dei condomini.

(5) Solo la *causae probatio*, ove occorra, potrà farsi *per procuratorem* (l. 15 § 3 D. 40. 2). Anche il disposto del S. C. Dasumiano presuppone la necessaria presenza di tutti i manomittenti.

Digitized by Google

legis actiones (1): il passo di Festo (2) che si suole invocare comunemente non è certo decisivo, ed altre attestazioni concrete si ritenevano mancare. Ora nel caso testè considerato noi ci troviamo proprio di fronte ad una *legis actio*, così come in altri istituti di giurisdizione volontaria (adozione, emancipazione) dai quali però, trattandosi di rapporti di potestà famigliare a carattere essenzialmente unitario, invano si spererebbe di trarre partito. E sebbene sotto taluni aspetti esteriori la *manumissio vindicta* abbia subito già nell'età classica alcune semplificazioni, i cui limiti precisi rimangono in parte enigmatici (3), ha sempre conservato la struttura primi-

(1) Cf. REDENTI, in *Arch. giur.* 79 (1907) p. 100 sg. Nella reale *adsertio ex servitute in libertatem* (*judicium liberale*) è possibile che l'*adsertor* agisca isolatamente contro un sol condomino; per i serii problemi relativi v. REDENTI, *l. cit.* p. 27 e sg.; ARANGIO RUIZ. *BIDR.* 21 p. 244 e sg.: per il caso della l. 9 § 1 D. 40. 12 NABER, *Mnemosyne* 34 (1902) p. 374; per la l. 30 D. *eod.* anche BUCKLAND, *op. cit.* p. 670.

(2) *S. v.* '*contestari litem*' (p. 57 M.; 40 T.; 50 L.): '*c. l. dicuntur duo aut plures adversarii*'. Alla possibilità di una pluralità di parti nel regime delle *legis actiones* appare ora propenso, sulla base di questo passo, il COSTA (*Profilo storico del processo civile romano* p. 11 n. 2).

(3) Le attestazioni delle fonti sono quanto mai confuse e contraddittorie. Il parallelismo colla *in iure cessio* (cf. GAI. 2. 24) conferma la notizia di BOEZIO (*ad Cic. Topica* 10) che i '*verba sollemnia*', — probabilmente '*hunc ego hominem liberum esse aio ex jure quiritium* — sian detti dell'*adsertor*: il *dominus* o tace o dichiara di non opporsi, certo non pronuncia le parole riferite da FESTO s. v. *manumitti* (Cf. WLASSAK, *ZSSt.* 1907 p. 28), e il pretore non ha che proferire l'*addictio*. Le formalità dell'*alapa* e della *vertigo*, largamente documentate, non fanno che simboleggiare l'ultima affermazione, e al tempo stesso la rinuncia, della signoria e caratterizzano così la manomissione di fronte alla effettiva *vindicatio in libertatem*, giustificando le profonde diversità degli effetti (irretroattività: costituzione del diritto di patronato): le *circumductiones* paiono sopravvivere assai tardi nelle cerimonie della manomissione ecclesiastica: cf. MURATORI, *Antiq. ital.* 1 p. 854 (*a.* 1056). La *vindicta* è imposta secondo alcune fonti dall'*adsertor*, secondo altre dal *dominus*, o dal littore o dal pretore; certo la prima ipotesi meglio si accorda col simbolismo della *vindicatio*. Con ULPIANO (*l.* D. *h. t.*) parrebbe che si possa far senza del littore: con ERMOGENIANO, viceversa, (l. 23 D. *eod.*: i rilievi di ALBERTARIO, *Hodie* (Pavia 1911) p. 14 non sono esaurienti) che esso abbia assunto una parte attiva: forse fa lui da *adsertor*. V. da ultimo CUQ. in *Comptes rendus de l'Ac. des inscr. et belles lettres*, 1915, p. 547, ove è illustrato un notevole bassorilievo sull'argomento.

Digitized by Google

tiva: giova anzi ricordare come proprio in questi procedimenti di volontaria giurisdizione si sono conservate assai più a lungo, oltre la designazione tecnica di '*legis actio*' e le regole più fondamentali che ne derivano, anche altre norme processuali che nel campo della giurisdizione contenziosa hanno subito più rapidamente deroghe e deviazioni (1). Sicchè il richiamo del meccanismo della *manumissio vindicta* del *servus communis* merita di essere considerato come un esempio tipico in cui la *legis actio* con pluralità di parti (convenuti) è non solo possibile ma necessaria.

Nel diritto giustinianeo la procedura della manomissione *vindicta* è senza dubbio anche più semplificata (2), ma su questo punto specifico della necessaria contestualità dell'atto di fronte a più condomini l'imperatore non poteva sentire il bisogno di pronunciarsi: la sua riforma, coll'attribuire piena efficacia alla manomissione anche compiuta da uno solo, ha completamente spostato i termini della questione.

---

(1) Ad esempio, la possibilità che il magistrato si assoggetti spontaneamente alla giurisdizione del collega pari o minore fu riconosciuta nella giurisdizione contenziosa, non nella volontaria. (l. 14 D. 2. 1) Sul punto, e sugli spedienti provocati dalla inammissibilità generale di ogni esplicazione dell'*imperium* e della *jurisdictio* tra colleghi pari, v. i miei *Problemi di diritto pubblico romano*, in *Filangieri* 1918.

(2) Il WLASSAK (*ZSSt.* 1907 p. 21 n. 1) ha impugnato l'opinione generale che GIUSTINIANO abbia abolito la necessità dell'*adsertor* tutto riducendo a una dichiarazione del *dominus* davanti al magistrato. Certo l'abolizione dell'*adsertor* è dichiarata dell'imperatore solo in tema di emancipazione (6 C. 8. 48) e di *liberale judicium* (1 C. 7. 17), ma è pur certo che i procedimenti son tutti sullo stesso stampo e che di *adsertor* nelle fonti giustinianee non si fa più parola a nessun riguardo. Io devo peraltro aggiungere che a dir vero anche nelle fonti pregiustinianee non trovo mai menzionato l'*adsertor* con riferimento specifico alla manomissione.

Digitized by Google

ALFONSO II D'ESTE
RACCOGLITORE DI CODICI GRECI

Nota del Dott. Domenico Fava

(Adunanze del 25 aprile e 2 maggio 1918)

Alla diffusione della cultura greca e latina nel quattrocento contribuirono mirabilmente gli Estensi col favore e l'appoggio concesso agli umanisti e col vivo impulso dato agli studi classici in Ferrara. Ma non pare che in questo periodo essi abbiano dimostrato un eguale fervore per i monumenti originali della letteratura greca e abbiano cercato fin d'allora di arricchire la loro privata biblioteca di una notevole quantità di libri greci, come usarono fare per le opere della letteratura latina e di quella francese: appagandosi e limitandosi a far preparare dagli eruditi le versioni delle principali opere greche (1). I documenti e le testimonianze del tempo sono concordi su questo punto. Anche se non si voglia attribuire un valore assoluto a quanto afferma il custode della libreria depositata nella torre del Castello di Ferrara, Scipione Fortuna, in una lettera indirizzata al Duca Borso del 1470, che cioè nella libreria non era mai esistito alcun libro greco (2), resta il fatto che nei registri di prestito delle robe e dei libri della Corte assai di rado s'incontrano indicazioni — e pur esse generiche — di libri greci, fra numerose menzioni che vi si

(1) G. Bertoni, *La Biblioteca Estense e la cultura ferrarese*. Torino, 1903, pag. 114 e sgg.

(2) Archivio di Stato di Modena: *Biblioteca*, Busta 1ª, fasc. 1°: « Illustrissime Princeps et Ex.me Domine, Domine mi singular.me Io ho recevuto lettera de la V. S. per la qualle epsa me scrive che Io gli debia mandare il Strabone in greco. Ad che gli rispondo che nela Thorre (sic) non gli ho libro niuno in greco, e non gli n'ebi mai.... Ferrarie die VIII Maij 1470. Servitor et famulus Scipio Fortuna ».

Digitized by Google

fanno di libri latini, francesi e italiani (1): e tale circostanza è convalidata dalla quasi totale mancanza di opere greche nel catalogo della libreria d'Ercole I, composto nel 1495 da Gerolamo Zilioli (2).

A chi dunque risale il merito d'aver formato la cospicua raccolta di codici greci che si conserva nella Biblioteca Estense? Come si sa, il catalogo della raccolta registra 252 codici (3); ma è opportuno notare come parte del materiale a stampa e manoscritto della libreria ducale dev'essere andato disperso e perduto, al tempo del trasporto della Corte da Ferrara a Modena. I documenti d'archivio da me consultati sono su questo argomento molto espliciti: il vero creatore della raccolta di manoscritti greci dell'Estense è Alfonso II. Per una gran parte dei codici greci giunti fino a noi è ancora possibile determinare il modo e il tempo del loro ingresso nella libreria ducale, che è compreso nei limiti segnati dal regno di Alfonso II.

Finora si aveva notizia di una sola grande raccolta di manoscritti greci entrata nella libreria estense nella seconda metà del cinquecento, vale a dire, di quella già appartenuta ad Alberto Pio e costituita per gran parte dei manoscritti di Giorgio Valla (4). Ma non è questa l'unica grande provvista di codici greci, compiuta in questo periodo dagli Estensi, nè fu questa la sola circostanza che abbia rivelato in Alfonso II un vivo interesse per l'incremento della libreria ducale. Già siamo nel tempo nel quale i principi italiani e le famiglie di alto lignaggio vanno a gara per assicurarsi le maggiori e più cospicue raccolte di libri, e nel radunare manoscritti greci da ogni parte. Che anzi pare rifiorire a mezzo del cinquecento l'industria dei copisti greci, mentre quella dei latini è tramontata da un pezzo. Così nei documenti del tempo ricorrono con frequenza i nomi di Cosimo de' Medici, di Sisto IV, di Fulvio Orsini, del Card. Sirleto, come de' più illustri rappresentanti di tali tendenze da bibliofili. E con questi è ben degno di figurare, quale benemerito fautore della cultura greca e raccoglitore di codici greci, Alfonso II.

(1) Archivio di Stato di Modena: *Guardaroba, Registri di prestito.*

(2) G. Bertoni, *op. cit.*, pag. 235.

(3) V. Puntoni, *Indice dei codici greci della Biblioteca Estense di Modena* (Studi italiani di filologia classica, IV, pp. 379-536).

(4) T. W. Allen, *Notes on Greek Manuscrits in Italian libraries.* London, 1890, p. 2-4. — I. L. Heiberg, *Beiträge zur Geschichte Georg Valla's und seiner Bibliothek.* Leipzig 1896, pp. 118-126. Mi riservo di dare nuovi particolari su questa raccolta in un'altra occasione.

Digitized by Google

***

Vi è un periodo della vita e del regno di questo principe illustre e fastoso nel quale la passione per i libri e l'ardore del bibliofilo sembrano manifestarsi in modo più intenso. Nei primi due anni del suo regno, seguendo le nobili tradizioni della sua Casa, egli trova il tempo, in mezzo alle gravi cure del governo, di attuare lo splendido sogno già accarezzato nella gioventù (1), colla formazione di una grande biblioteca, che desse maggior lustro alla sua Corte. Fu ventura che in questo nobile disegno potesse valersi dell'opera e del consiglio di due illustri letterati, quali G. B. Pigna, segretario ducale e Gerolamo Falletti, suo ambasciatore a Venezia (2). Questi due uomini, meritamente tenuti da Alfonso II in grande considerazione per le alte doti dell'ingegno e per il senno politico, non valevano soltanto per la grande esperienza nei pubblici affari, ma godevano altresì larga fama di eruditi e scrittori; così che potevano con giusto discernimento interpretare e assecondare le intenzioni del loro principe nelle iniziative concernenti gli studi e la cultura. Il carteggio ufficiale tenuto dalla Cancelleria ducale coll'ambasciatore di Venezia negli anni 1560 e 1561 (3), benchè disgraziatamente ci sia pervenuto in un stato frammentario, ci porge ancora preziose informazioni sull'ardore e la passione che pervadono in questi anni il principe e la Corte per la cultura e riesce, direi, perfino più interessante nei riflessi artistici e letterari che non per le notizie di carattere politico.

Non vi è quasi lettera del carteggio dal quale non si raccolga l'eco di qualche avvenimento artistico o letterario. Ora si nota la convenienza di acquistare un globo già appar-

(1) Ger. Tiraboschi, *Storia della Letteratura italiana*, 2ª edizione modenese (1787-1794), VII, p. 229, n.

(2) Un altro letterato che dovette avere incarichi e incombenze importanti nella formazione della libreria d'Alfonso II è Gerolamo Ruscelli, come si deduce dalla seguente istruzione ducale data ai fattori generali Nicolò Tassoni e Francesco Tombese: «Poichè il sig. Gerolamo Ruscelli ha preso cura... d'impiegare l'opera sua in alcune cose pertinenti alla nostra libreria... gli costituiamo per questo effetto trecento scudi l'anno di provisione» (Archiv. di Stato di Modena: *Letterati*, busta 36).

(3) Archiv. di Stato di Modena: *Cancelleria Ducale, Dispacci da Venezia*, Buste 47 e 50.

Digitized by Google

tenuto al Bembo (1), ora si ragiona dell'importanza storica e archeologica di certe lapidi e statue trovate in recenti scavi e si discute della opportunità di portarle a Ferrara (2), ora si dibatte il problema della istituzione di una tipografia ducale in Ferrara e si ragguaglia il principe sui tipografi disposti ad

---

(1) Lettera del Falletti 20 maggio 1561: «Quando V. Ecc. desiderasse un globo bellissimo ch'era del Card. Bembo credo s'havria per 25 scudi o forse anche meno»; e 2 giugno 1561: «Il globo del Card. Bembo ho comperato per XV scudi, chè tanto vale il metallo che v'è attorno, et l'ho dato a miniare con animo di farlo uscire il più bello c'habbi Principe al mondo, ne costerà in tutto scudi 25» (riferita dal TIRABOSCHI, *Stor. lett. ital.* VII, p. 230 n.).

(2) Lettera Falletti 14 dicembre 1560: «Io haveva risoluto ai giorni passati... fare un volo fino a Este, per vedere alcuni sassi de' quali non solo ne havevo havuto notizia, ma anche promissione di haverli, ma essendo invitato alle cerimonie di queste feste prossime, mi è parso bene differire cotal andata. Et intanto spero debbano incamminarsi li due sassi ch'erano in Lodi et Bergamo, secondo l'Ecc. V. vedrà per l'inchiuso capitolo di lettera scritto al Conte Giov. Batt. Brambato»; e del 12 dicembre 1561: «Intorno poi al sasso di Bergamo il Conte Giov. Batt. mi scrive, che tantosto li sia consegnato da quella comunità, l'incammineria a ..; et qua nel palazzo ne ho quattro assai più a proposito nostro et degni per l'antichità loro di maggiore venerazione essendo l'uno di mille cento e cinquanta anni, il secondo di mille cento trentadue, il terzo di mille e ottanta, il quarto è moderno rispetto agli altri di sopra, ma però di trecento cinquanta anni, et in questo mio viaggio ne ho veduto assai altri di molta antichità, ma pertinenti alla casa sua, solo da sei; tra quali ci è una statua di Luxonia figliuola di C. Atio avo paterno di Foresto, ritrovata novellamente fra queste rovine di Este, con la soprascritta inscrizione: *Luxoniae. C. Atii. Filiae.* etc. sopra della qual statua, vi sono scolpiti due leoni, insegna antica, come scrive Thomaso d'Aquilegia et il Caselio, della gente Atia.... qual sasso tenterò ogni modo possibile per haverlo, cosa che non venendomi fatta, adopererò il mezzo et favore di V. Ecc. Ho veduto anco il sasso et sepoltura di santa Beatrice, posta al monte Gemula, il cui corpo è anco interissimo, et quando desiderasse di farlo trasportare costà, sarà opera degna della grandezza sua... ». — Lett. del Duca 4 febbraio 1561: «Havendomi detto il Pigna nostro segretario che desiderate due lettere da noi per avere alcuni di quei sassi sopra i quali si fa mentione della casa nostra, vi rimettemo qui alligate le copie... et ci sarà caro che usiate ogni diligenza per sapere ove sia il resto degli altri sassi di che ci parlaste quando eravate qua ultimamente»; e lettera del Duca 1 aprile 1561: «Havendoci scritto gli Antiani di Bergamo una loro amorevolissima lettera con la quale

Digitized by Google

assumere il posto e sulle condizioni (1), ora si porge notizia della esistenza in Venezia di una grande raccolta di codici, già di Mattia Corvino re d'Ungheria, presso un signore troppo ricco per sentire la voglia di privarsene (2), ora si parla delle

---

si risolvono prontamente di darci il sasso ove sono quelle bellissime parole che fanno menzione della casa nostra... havemo fatto loro scrivere dal Pigna nostro segretario che l'accettiamo et che ci sarà caro lo consegnino al Conte Giov. Battista Brambati, al quale il Pigna ha parimenti scritto d'ordine nostro che lo preghiamo haverci la cura di mandarcelo... Di che tutto havemo voluto avisarvi.... non lasciando di dirvi che seguitiate di metter insieme quel più numero di altri sassi potrete haver inscritti dei nomi de' nostri predecessori ».

(1) Lett. Falletti 23 novembre 1560 (riferita dal TIRABOSCHI, *Stor. lett. ital.* VII, 229, n.): «Circa al stampatore per mandare costì, vado ritenuto assai, chè non vorrei inviarle, chi presto havesse a fallire, o in breve s' havesse a levarsene, ma si bene che v'havesse a perpetuare lungamente et fosse anco con minor gravezza dell'Ecc. V. fosse possibile, perciò che il Giolito et altri si sono offerti venire a levare una bella stamperia costì, ma con quelle condizioni che l'hanno levata in Firenze, havendo da quella Ecc. trecento scudi l'anno, che per l'Ecc. V. istimerei dannosa. Tengo bene convenevole pratica con due et spero voltarne uno a voglia mia, che le sarà al fermo di sodisfatione»; e del 14 dicembre 1560: «Quanto a' stampatori, quando ella mi aviserà quello che meno le spiacerà in materia de' loro capitoli mandati all'Ecc. V., io mi adopererò poi anco in modo, che spererò tirarli a migliore e più honesta conditione, ma l'importanza del tutto consiste in questo principio, che quando dopo qualche interesse li haverà condotto in Ferrara uno de' questi principali, altri dopo ci concorreranno da sè, allettati dal guadagno et dal levare de' libri.... ». — Lett. del Duca 29 ottobre 1560: «Et perchè il Pigna nostro segretario ci ha riferito dello stampatore che voi sete in pratica di far venir qua, ve ne comendiamo molto, et ci è sommamente caro che vediate di stabilire qualche cosa di fermo et poi ce ne aviserete, perchè se è partito riuscibile noi vi attenderemo, sopra che ci rapporteremo al vostro buon giudizio».

(2) Lett. Falletti 23 nov. 1560 (riferita dal TIRABOSCHI, *Stor. lett. ital.* VII, 230 n.): «Quello di cui è questo Aristotile si ritrova havere molti de' libri che furono del Re Mathia, scritti a mano, così greci come latini, dal quale poichè per prezzo non si possono avere, essendo questo d'avvantaggio ricco et potente, vedrò nondimeno col tempo e colla destrezza cavarne a poco a poco il meglio et rendasi l'Ecc. V. sicura che non passerà molto che ne sarò possessore con comodo di poterne fare trascrivere la miglior parte »; e lettera Falletti 14 dic. 1560: «Le mando quattro pezzi di libri che furono già del Re Mathia acciò che ella vegga di che qualità siano il rimanente, che sono fin cento pezzi, li quali si ritrovano appresso al chiar.mo messer Nicolò Zeni

Digitized by Google

migliori fabbriche di legature (1). Ma la nota che ritorna più di frequente nelle lettere del Falletti e in quelle del Pigna, scritte a nome del Duca, è quella dei codici greci. Perchè Alfonso II non si stanca mai di raccomandare al proprio ambasciatore prudenza e destrezza nell'assicurarsi i manoscritti più belli e più corretti, nel far trascrivere le opere che non sono a stampa e nel tenere d'occhio gli esemplari di miglior lezione; mentre d'altra parte il Falletti si mostra costantemente preoccupato di servire il suo signore con scrupolo e diligenza, annunzia continue spedizioni di casse di libri e manoscritti, parla di trattative in corso con copisti e possessori di codici, si scusa di lungaggini e ritardi nelle consegne e nelle spedizioni. E non è raro il caso che una certa soddisfazione di buon ricercatore e intenditore faccia capolino fra le righe del Falletti, come quando si mostra informato della sorte subita da qualche importante raccolta di codici greci, ad esempio da quella di Paolo Magnolo (2), oppure quando annunzia al Duca l'invio di importanti manoscritti, come fa colle seguenti parole: « Ieri mandai a l'Ecc.

---

anco ch'egli non vogli si sappi ch'egli gli habbi et gli voglia vendere, hammi bene ultimamente detto che non ne vuole dare più che cinquanta pezzi, ma lo fa forse per tenerli in maggior riputazione. Basta, chè a me dà il cuore averli tutti, quando all'Ecc. V. piacciano si come desidero intendere che sia, perchè se bene buona parte de' presenti libri sono stati stampati dopo che furono scritti, nondimeno questi tutti sono a penna in carta bellissima, miniati et d'una legatura antica. Oltrachè parrammi non piccola lode ch'ella sia fatta hereditaria de'libri di uno Re tanto virtuoso et degno come fu quello il cui nome non poco honorerà la libraria sua ». I codici corviniani della Biblioteca Estense sono al presente 15, ma non hanno tutti la stessa provenienza. Al Falletti si deve l'acquisto, come pare, di quattro solamente.

(1) Lettera del Duca 29 ottobre 1560: « Et terremo le pelli ancorchè la nostra intention sia di farcene lavorare grossa soma in Lione che serviranno per le coperte de' libri, parendoci molto belle le legature di quelle bande, et però non accaderà che mandiate più altre pelli ». Da queste parole è comprovata la congettura emessa da G. Fumagalli, *L'arte della legatura alla Corte degli Estensi*, p. XXVIII e sgg.

(2) Lett. Falletti 11 gennaio 1560 (nella Biblioteca Estense, segn. *a*. G. 1. 16 [15]): « Et perchè parmi aver inteso che tutti i libri greci di Paolo Magnolo da Valcamonica sieno pervenuti alle mani dell'Eccellentissimo Messer Vincenzo Maggio, ne' quali intendo esservi alcune belle et notabili annotationi et massimamente in Avicena et altri antiqui; se a l'Ecc. V. parrà farline tenere proposito, acciò io gli habbi, li farò vedere et se vi sarà cosa degna ne farò cavare l'esemplare ».

Digitized by Google

V. l'Aristotile commendatissimo e degno della sua libraria ... » (Lett. 22 febbraio 1561). E poteva ben esservi in queste parole un senso di legittimo compiacimento per aver potuto finalmente appagare un desiderio ripetutamente espresso da Alfonso II, di avere un Aristotele che gli era stato lodato come un modello di correttezza. « L'Aristotile tanto corretto che pensiamo che sia cosa bellissima ci sarà sommamente caro, et ci confidiamo nella prudenza e destrezza vostra, che non mancherete punto perchè esso ci venga in mano » (Lett. 19 nov. 1560). Purtroppo non fu l'originale che venne ad arricchire la libreria ducale, ma soltanto una copia.

***

Nel cinquecento Venezia rappresenta il più importante mercato librario d'Europa e quivi giungono direttamente dal Levante i codici greci, recati da funzionari della Repubblica e da greci espatriati, per essere venduti e spediti nelle altre città d'Italia ed all'estero. Niuna meraviglia pertanto se Alfonso II appena salito al trono e concepito il disegno di formare una « compiuta libreria » abbia rivolto subito il pensiero a Venezia, come alla città più indicata ove comprare libri e manoscritti, e abbia interessato l'ambasciatore ferrarese di occuparsi con ogni diligenza di tale compito.

I primi accenni a trattative in corso per raccogliere manoscritti greci si trovano in lettere ducali dell'ottobre del 1560; ma si desume facilmente da esse come già da qualche tempo dovesse durare una tale attività da parte del Falletti, le cui lettere per questo primo periodo sono andate disgraziatamente perdute. In una comunicazione ducale del 9 ottobre si accenna ad una nota di libri manoscritti allegata ad una precedente lettera dell'ambasciatore, al quale Alfonso II rivolge viva esortazione per « avere li scritti a penna che non sono stampati », soggiungendo che i libri greci avuti per far copiare gli piacciono molto « perchè intendiamo che sono rari e di gran pregio et potendo noi averne altri da far trascrivere, non risparmiate a spese quando ci sia il merito, parendoci che gli scritti siano di più reputazione che li stampati ». E le spedizioni di libri e manoscritti si susseguono con grande frequenza. Il 3 novembre il Duca scrive al Falletti: « I greci antichi a mano che ultimamente ci avete mandati ci piacciono estremamente et tanto più havendo noi havuto piena informatione della per-

Digitized by Google

fettione loro»; e di nuovo il 10 dicembre il Duca esprime all'ambasciatore la sua viva gratitudine per «la buona provisione di libri» che va facendo per la libreria; mentre dall'altra parte il Falletti annuncia al suo signore quasi ogni settimana l'invio di qualche nuova cassa di libri e di manoscritti greci.

Ma ben più delle ripetute notizie di spedizioni di libri e di manoscritti greci, le quali ci provano in maniera sicura la parte avuta da questo principe nella formazione della biblioteca ducale, acquistano in questo carteggio particolare interesse le allusioni e gli accenni a relazioni con copisti e possessori di codici, onde siamo tratti a deplorare la mancanza di una gran parte della corrispondenza che ci lascia nell'ombra parecchie figure. Fino dall'ottobre il Falletti appare in rapporti per acquisto di codici con un tale che in una lettera ducale è chiamato col nome generico di «il greco». Il 29 ottobre infatti G. B. Pigna scrive, a nome del Duca, all'ambasciatore: «Et perché intendiamo di *quel greco* che ha quei bei libri a mano, vedrete con destro modo di farne mercato et prima di comperarli ce ne avviserete lasciandovi intendere chiaramente che *noi non vogliamo lui ma ben torremo i suoi libri a prezzo conveniente*». Chi era mai questo greco, il quale non pago di offrire in vendita i suoi manoscritti, esibiva anche la propria persona, desideroso di mettersi al servizio di Alfonso II? A rischiarare alquanto il mistero occorre tener presenti due lettere del Falletti rispettivamente del 23 novembre e del 13 dicembre 1560. Nella prima egli scrive al Duca: «Per ora le mando una cassa d'altri libri greci et latini secondo ella vedrà per l'inchiusa nota». E allegato alla lettera è il seguente biglietto:

«Nota dei libri greci a mano che sono nella cassa:
(1) Cathena super trinitate - (2) Nilo (sic) super trinitate - (3) Anastasius de vita christiana - (4) Eusebius in cantica - (5) Andreas super Apocal. - (6) Micaelis Pselli epistolae - (7) Micaelis Pselli dioptra - (8) Micaelis Glicae historia - (9) Jo. Chrisostomi homiliae - (10) Proclus in Alcibiadem Platonis».

Di questi manoscritti (3), (4) e (5) costituiscono ora il codice greco 154, di una stessa mano, la cui sottoscrizione (fol. 68^{v}) suona: + *Διαχειρὸς ἀνδρέου νταρμάρου τοῦ ἐκ μονεμβασίας ἥτις καλεῖται ἐπίδαυρος. ἐτελλειώθη τὸ παρὸν βιβλίδιον:* +; (7) è il codice 159, che reca la seguente sottoscrizione (fol. 169^{v}): *ἐν ἔτεσι παρὰ ἀνδρέου νταρμάρου τοῦ ἐπιδαυριώτου. ϕϙξ'* [= 1560] *μενὶ σεπτεμβρίῳ ῑε:* +; (8) è il codice 158, colla sottoscrizione (fol.

Digitized by Google

304): *αὕτη ἐγράφη ἡ παροῦσα βίβλος ἀπὸ χειρὸς ἀνδρέου νταρμάρου, τοῦ ἐκ μονεμβασίας.* Il manoscritto (9) è rappresentato dal n. 157, scritto di mano di Andrea Darmario (cfr. Puntoni, pag. 485).

Degli altri manoscritti, benchè non si possa escludere l'attuale esistenza nell'Estense, fatta eccezione per il (10), che è perduto, non voglio arrischiare supposte identificazioni, limitandomi agli accertamenti sicuri.

Nella lettera del 13 dicembre il Falletti scrive: « Le mando col presente corriere quei libri che pel passato le mandai in lista, eccetto il Siriano, havendone Ella un altro ».

Se, come non par dubbio alla luce delle continue attestazioni che si trovano in questo carteggio, qui si tratta di copie preventivamente concordate ed elencate in una nota approvata dal Duca, alla quale si riferisce certamente la lettera del 9 ottobre già riferita, io debbo richiamare l'attenzione sopra i codici seguenti, sì per la data di essi, che è anteriore alla spedizione del dicembre, sì per il copista al quale sono dovuti:

n. 171 - ff. 282 - 442: *Theodoreti interpretatio in Cantica*, colla sottoscrizione (fol. 442^{v}): *ἐν ἔτεσι παρὰ ἀνδρέου νταρμάρου τοῦ ἐπιδαυριότου. ,αφξ: μενὶ σεπτεμβρίῳ. κθ: - ἐν ἐνετιῶν: +* [29 settembre 1560]

n. 156 - *Joh. Vecci Epigraphae* e *Nili Cabasilae De Spiritu Sancto*, colla sottoscrizione (fol. 79): *+ ἐν ἔτεσι παρὰ ἀνδρέου νταρμάρου τοῦ ἐπιδαυριότου. ,αφξ' μενὶ σεπτεμβρίῳ, λ':* [30 settembre 1560].

n. 113 - ff. 1-67: *Nicolai Cabasilae explanatio divinae et sacrae liturgiae*, colla sottoscrizione (fol. 67): *ἐν ἔτεσι, παρὰ ἀνδρέου νταρμάρου τοῦ ἐπιδαυριότου: ,αφξ' νοεμβίῳ* (sic) *ιδ' +* [14 novembre 1560].

n. 138 - *Historia Barlaami et Joasaphi*, colla sottoscrizione (fol. 150): *+ ἐν ἔτεσι παρὰ ἀνδρέου νταρμάρου τοῦ ἐπιδαυριότου ,αφξ' ἐν βενετίᾳ μενὶ δεκεμβρίῳ η': +* [8 dicembre 1560].

E ancora sui seguenti senza data:

n. 136 - ff. 97-143: *Gregorii dial. lib. I* e *S. Athanasii disputatio adversus Arium* (senza sottoscrizione, ma di Darmario).

n. 147 - ff. 1-10: *Theodori Metoch. miscell. phil. et histor.* (senza sottoscrizione, ma di Darmario).

n. 179 - *Constantini Porphyr. de administrando imperio* e *Joh. Cantacuzeni adversus Mahometis errores* (senza sottoscrizione, ma di Darmario).

n. 187 - *Joh. Chrysostomi epistulae* (senza sottoscrizione, ma di Darmario).

n. 236 - ff. 7-44: *Pselli in cantica* e *Symeonis de divino templo* (senza sottoscrizione, ma di Darmario).

Digitized by Google

n. 240 - ff. 18-45: *Homiliae in Genesim*, colla sottoscrizione (fol. 45): + *χειρ ἀνδρέου νταρμάρου τοῦ ἐκ μονεμβασίας*: — e ff. 134-163: *Theodori Meloch. miscell. phil. et histor.* [continuazione del n. 147], senza sottoscrizione.

Resta pertanto accertato che Andrea Darmario fu nell'autunno del 1560 in rapporti diretti con il Falletti: che a lui offrì in vendita parecchi manoscritti già preparati antecedentemente; che altri ne copiò di commissione dell'ambasciatore, come si desume dalle date delle lettere poste in relazione con quelle delle sottoscrizioni. Ora considerando che di un solo «greco» si fa menzione nel carteggio; che neicodic i inviati dal Falletti e che si possono attribuire a quel periodo, nessun altro nome di copista greco compare, che avesse dimora in Venezia, si può concludere che ad Andrea Darmario debbano alludere le parole di Alfonso II sopra riferite. Copista e mercante al tempo stesso di manoscritti greci fra i più noti del tempo, Andrea Darmario, nativo di Monembasia nel Peloponneso, giunto da poco in Italia, trovandosi in Venezia nell'autunno del 1560 (1), dovette entrare ben presto in trattative coll'ambasciatore estense per la vendita di manoscritti che aveva disponibili, tanto di sua mano, quanto forse di più antichi, e per la preparazione di nuove copie. E poichè, come lo mostra tutta la sua vita posteriore, fu costante suo sogno di rimanere ai servizi di qualche potente, si può credere ch'egli fino d'allora cercasse di assicurarsi un posto presso la corte di qualche principe italiano, ed esibisse perciò al Duca di Ferrara non solo i suoi libri, ma anche la propria persona (2). Alla quale ultima offerta, Alfonso II, come vedemmo, oppose un reciso rifiuto, forse per l'opinione non troppo favorevole che doveva correre in quei tempi per l'Italia sui copisti e letterati greci (3).

***

In una lettera ducale del 10 dicembre 1560 troviamo fatta menzione per la prima volta di un medico Gadaldino, a proposito di manoscritti greci. « Et fratanto - fa scrivere Alfonso

(1) Nella primavera di quell'anno si trovava ancora a Padova, donde è datato un codice di Galeno. Cfr. M. Vogel u. V. Gardthausen, *Griech. Schreiber d. Mittelalt. u. Renaiss.* pag. 17.

(2) Cfr. Ch. Graux, *Essai sur l'origine du fond grec de l'Escurial* (Bibliothèque des Hautes Etudes, fasc. 46), pp. 287-297.

(3) Vedasi in proposito la satira VII dell'Ariosto.

Digitized by Google

II al Falletti - vi rimettiamo un bianco segnato con la minuta per scrivere al medico Gadaldino, la quale darete e farete con lui l'operá necessaria per avere quei libri greci ». E la risposta non si fece molto attendere; il 6 gennaio 1561 così rispondeva il Gadaldino al Duca di Ferrara:

« Se mai mi fu caro lo havere libri greci a penna, al presente m'è stato più che carissimo vedendo di poterne servire V. E. Ill.ma la quale tanto amorevolmente me gli addimanda. Subito dunque havuta la lettera di V. E. feci l'indice d'essi et lo portai al signor Ambasciatore et già se ne sono dati alcuni a transcrivere. Se potrò mai ritrovarne degli altri, farò quel tanto che io mi tengo esser mio ufficio di fare et che a così gran favore mi reputo conoscendo di fare piacere a V. E. Ill.ma» (1).

Agostino Gadaldino di famiglia modenese, fu medico di molto grido a mezzo il cinquecento in Venezia, dove morì nel 1575 (2). Egli è noto anche come traduttore e editore di opere greche di medicina (3), ma della sua passione di bibliofilo non è rimasta alcuna notizia presso gli storici della letteratura e gli eruditi (4).

Sui codici posseduti dal Gadaldino non abbiamo che poche e incomplete notizie nel carteggio, delle quali dobbiamo accontentarci, per essere andato disperso l'indice da lui portato all'ambasciatore ferrarese.

Già fino dal 1° gennaio 1561 era avvenuta la scelta dei libri da far trascrivere, dacchè in una lettera di tale data il Falletti scriveva al Duca: « Manderole tre casse di libri ed altri greci scritti a mano; et quelli del Gadaldino anco ben presto perchè si sollecita assai in scriverli ». E pochi giorni dopo, l'11 gennaio: « I libri del medico Gadaldino si sono dati a far scrivere ». E il 18 dello stesso mese scioglieva la promessa fatta al Duca con questo avviso: « Con l'ordinario di mercore mandai a V. Ecc. . . . . alcuni libri stampati col

(1) Arch. di Stato di Modena, *Biblioteca*, Busta 1, fasc. 1.

(2) TIRABOSCHI, *Biblioteca Modenese*. II p. 371 e sgg.

(3) TIRABOSCHI, ivi.

(4) Un accenno ad un manoscritto di Teocrito del Gadaldino si trova in un codice dell'Ambrosiana. V. Martini e Bassi, *Catal.* pag. 1058: « Marcus Antonius Gadaldinus Venetus hos versus mihi dedit a se in vetustissimo libro Teocriti manuscripto, quem domi asservabat pater medicorum in terra Italia longe doctissimus repertos, qui desunt in omnibus ».

Digitized by Google

Panoplia a mano (1) et hora haverà l'Eutimo sopra i Salmi (2) et l'epistole di Gregorio patriarca d'Antochia (3), havute dal medico Gadaldino, libri veramente rari ; et fra pochi giorni se le manderà il rimanente de quelli che si sono dati a scrivere ». Il 29 gennaio il Falletti si scusa con Alfonso II di non aver potuto ancora spedire « il rimanente dei libri greci avuti da Gadaldino » perchè « i freddi sono stati tanto eccessivamente grandi in questi giorni passati che i scrittori greci malamente hanno potuto far cosa di momento ». Solo il 22 febbraio può annunziare d'aver spedito insieme coll'Aristotele già ricordato « i semoni e l'epistole di Chrisostomo (4) et uno pezzo [de] Plutarco miniato e molto bello (5) », seguiti ad un mese di distanza da un'altra rilevante spedizione accompagnata dalla seguente lettera: « Le mando tre libri greci, Asclepio Traliano sopra la metafisica d'Aristotele (6), Oribasio in medicina (7) et Theodoro nelle cose sacre (8), li due ultimi fatti transcrivere da quelli del medico Gadaldino et il primo della libreria di questi signori ill.^{mi}, opera bellissima e degna di essere tradotta sotto il nome della E. V. » Dopo un lungo periodo di tre mesi segue il 2° volume di Oribasio « autore fra greci rarissimo » e finalmente il 2 giugno invia « uno de' libri accoppiati da quelli del Gadaldino, il quale non ha più, et volendo ch'io facci transcrivere alcuni che sono nella libraria di San Marco, mi deguerà avvisarmelo (9) ».

(1) La Biblioteca Estense non possiede che un Panoplia (n. 162) del sec. XIII.

(2) N. 236 (ff. 45-106).

(3) Manca.

(4) N. 249.

(5) N. 119. Questo codice, che ha leggiadre miniature, era stato scritto per una nobile famiglia, il cui stemma è dipinto a piè di pagina della carta 25.

(6) Non esiste nell'Estense alcun codice sulla Metafisica di Aristotele di Asclepio Tralliano.

(7) Perduto.

(8) N. 136 e 240.

(9) Un indizio di altri rapporti del Falletti colla Biblioteca di S. Marco ravvisiamo in un documento spedito al Duca per la sua approvazione e che probabilmente rimase a Ferrara, non avendo più avuto seguito la pratica. Esso è costituito da un elenco di opere greche che dovevano essere copiate da certo Camillo Zanetti, dimorante a Venezia. La prima indicazione di tale elenco ci richiama il codice Marciano CCXCIX del Cat. dello Zanetti. Vedi Appendice I.

Digitized by Google

Dalle lettere superstiti del Falletti possiamo trarre poche notizie sui manoscritti greci che formavano la libreria del medico Agostino Gadaldino. Appena pare che egli possedesse i seguenti:

Eutimio, Sopra i salmi - Gregorio Antiocheno, Sopra i salmi - Giov. Grisostomo, Sermoni ed Epistole - Theodoro, Nelle cose sacre - Oribasio, Sulla medicina. Ma nella sua qualità di medico e di traduttore di Galeno, la sua biblioteca doveva essere ben fornita di codici greci di medicina; talchè è facilmente ammissibile che una parte dei codici d'Ippocrate e di Galeno del secolo XVI, che trovansi nell'Estense, siano copie tratte dai suoi (n. 97, 217, 218, 219, 226, 227).

***

Colla primavera del 1561 sempre più rari si fanno gli accenni a libri e manoscritti nel carteggio tra il Falletti e Alfonso II, finchè vengono a mancare completamente (1). Si ha l'impressione, tosto corroborata dai fatti, che qualche grave avvenimento politico è venuto a distrarre principe e ambasciatore dagli interessi della cultura e che problemi di maggior importanza per lo Stato assorbono ormai ogni cura del governo ducale. S'inizia infatti in questo periodo, e proprio a Venezia, quel dissidio colla corte di Toscana che si riassume nella controversia per la precedenza, la quale ebbe una viva ripercussione in tutta Europa. A cominciare dall'estate del 1561 tale questione diventa l'argomento si può dire di ogni lettera del Duca e del Falletti. Il quale doveva chiudere poco dopo la sua carriera diplomatica e insieme la vita nella città di Padova, nel 1564.

Ma la fama di principe liberale, colto e amico dei libri, creatasi intorno ad Alfonso II fino dai primi anni del regno, specialmente in Venezia, non si estingue, anche quando la sua attività di bibliofilo sembra scemare e rimettere della propria intensità. Ne è prova la seguente lettera, indirizzata da Venezia al Pigna nell'agosto 1569, da uno dei più illustri letterati greci del tempo, che fu insieme il maggiore raccoglitore di codici di tutto il cinquecento, Antonio Eparco (2).

(1) L'ultima lettera che accenni a manoscritti greci è del 12 giugno 1561: « Ho consegnato al corriere i sermoni di Cirillo, de vera dei adoratione et altrimenti ancora vedarò et fra greci d. ».

(2) Su Antonio Eparco ved. Legrand, *Bibl. Hell.* I p. CCX. e sgg.

Digitized by Google

+ *Τῷ μεγαλοπρεπεστάτῳ χυρίῳ Ἰωάννῃ τῷ Πίγνᾳ, Ἀντώνιος ὁ Ἔπαρχος εὖ πράττειν.*

+ *Πυθόμενος παρὰ πολλῶν ἀξίων λόγου ἀνδρῶν, τῆς ψυχῆς σου τὸ εὐγενὲς καὶ τὸ φιλάνθρωπον τῆς γνώμης· ἐπὶ τούτοις δὲ, καὶ τῆς παιδείας ᾗ κεκόσμησαι, τὸ ἀκριβὲς ἐννοήσας· ἔγνων ἐν τῷ παρόντι ὡς ἀδελφῷ κοινωνῆσαι περὶ πραγμάτων οὐ ταπεινῶν οὐδὲ τῶν τυχόντων, ἀλλὰ μεγάλων καὶ τιμιωτάτων. Εἴτε ὀρθῶς ὑπέλαβον οἱ τὴν φιλοσοφίαν εἰπόντες εἶναι τὸ τιμιώτατον τῶν ἐν ἀνθρώποις ὄντων· περὶ τούτου γὰρ οὔτε σὲ τοιοῦτόν γε ὄντα, οὔτ' ἄλλον τινὰ τῶν μετρίως πεπαιδευμένων ἀμφιβάλλειν οἶομαι. Οὐ μὴν οὐδ' ἄν τις ἀμφισβητεῖν ἐθελήσειεν, ἱκανὸς ἂν γένοιτο ποτὲ Πλάτωνα τὸν θεῖον ἐλέγξαι, οὐδὲν ἄλλο λέγοντα φιλοσοφίας μεῖζον ἀγαθὸν τοῖς ἀνθρώποις ἐληλυθέναι παρὰ θεοῦ, μήτε μὴν ἕξειν ποτέ. Τί γὰρ τῶν θρεμμάτων διήνεγκεν ἂν ἄνθρωπος, ταύτης μὴ παρελθούσης ἐν τῷ βίῳ; Τίς ὁ τὰς πολιτείας διακοσμῶν ἂν γένοιτο; Τίς δ' ὁ τοὺς οἴκους περισώζων; Τίς δ' ὁ ψυχὴν ὀρθῶς μέλλουσαν βιώσεσθαι παρασκευάζων; Ἔστι δὲ καὶ τοὺς καλῶς ἄρχειν ἐθελήσαντας βασιλεῖς ἰδεῖν ἀνδρείως τιμήσαντας τοὺς φιλοσόφους. Καὶ γὰρ ὁ Καῖσαρ οὐ περιεφρόνησεν ἐπὶ τὰς Ἀρίστονος θύρας φοιτᾶν· οὐδὲ Πομπήιος ἐπὶ τὰς Κρατίππου βαδίζειν ἀπηξίωσε. Καὶ Διωνύσιος δὲ ὁ νέος οὐκ ἀπεικὸς ἡγήσατο, ὅτε καθῆλθε Πλάτων ἐν Σικελίᾳ, αὐτὸς μὲν ἡνιχῶν, παραιβάτην δὲ ποιησάμενος ἐκεῖνον, ἐπὶ τοῦ ἅρματος ἀναγαγεῖν. Ἐῶ δὲ λέγειν τὴν Φιλίππου τοῦ Μακεδόνος πρὸς Ἀριστοτέλην μεγαλόνοιαν· καὶ Πτολομαίου πρὸς Δημήτριον τὸν Φαληρέα καὶ μυρίων ἄλλων πρὸς ἄλλους. Τούτων οὖν τῶν πάλαι φιλοσοφησάντων θείων ἀνδρῶν ἤγαγον ἐκ τῆς Ἑλλάδος ὑπομνήματα εἰς ἁπάσας σχεδὸν τῆς φιλοσοφίας τὰς ἐπιστήμας, ἐν τεύχεσι πλείστοις ἀρχαιοτάτοις, ἐξ ἐπιταγῆς Πίου τετάρτου τοῦ ἄκρου ἀρχιερέως, ὡς ἔστιν ἰδεῖν ἐκ τῶν ἐκείνου πρὸς ἡμᾶς ἱερῶν γραμμάτων. Ἀλλ' ὦ τῆς τύχης, ὡς ἐγενόμην ἐνταῦθα, εὗρον μακαρήσαντα τὸν ταῖς ἀληθείαις καὶ Πίον καὶ θεῖον ἄνδρα. Κατέσχον οὖν τὰ βιβλία μέχρι τοῦδε. Νυνὶ δὲ βουλόμενος τὴν δαπάνην ἣν κατέβαλον ὠνούμενος εἰσκομίσασθαι, ταῦτα προσφωνῶ τῷ λαμπροτάτῳ δουκὶ Φερράριας. Πέμπω δέ σοι καὶ τὸν κατάλογον ἐνδεδεσμένον τῇ ἐπιστολῇ, ἐννοικώς σε σοφώτατον ἄνδρα, καὶ πολιτικῆς ἐμπειρίας δύναμιν ἔχοντα, δεινὸν δὲ συνιδεῖν πάντα τὰ ἐν τῷ βίῳ αἱρετά τε καὶ φευκτά. Σὺ γοῦν περὶ τούτων συμβουλεῦσαι τῷ κρατοῦντι τὰ βέλτιστα δύνασαι. Ἔρρωσο. Καὶ μὴ ἀπαξιώσῃς ἀντεπιστεῖλαι τὰ δοκοῦντα τῷ λαμπροτάτῳ δουκὶ: ἐνετίησι αὐγούστου κη' αφξθ^ω :*

(Al molto Magnifico Signor mio Jo. Battista Pigna padrone osser.^mo Ferrara) (1).

---

(1) Archivio di Stato: *Biblioteca*, Busta 1, fasc. 1.

Digitized by Google

L'occasione che diede origine a questa lettera ci è nota anche per altre fonti. Per incarico di Pio IV l'Eparco era andato nel 1564 in Grecia a raccogliere codici greci per la Biblioteca Vaticana; ma al suo ritorno, due anni dopo, aveva trovato Pio IV già morto ed il suo successore poco disposto a riconoscerne gli obblighi verso di lui. Egli pertanto era stato costretto a tenere presso di sè i libri raccolti per qualche tempo, finchè, indotto forse dal bisogno, li aveva offerti in vendita ai più noti bibliofili del tempo: al Card. Farnese, al Granduca Cosimo, al Card. Sirleto, e, come si è visto, al Duca di Ferrara. Finora si conoscevano soltanto le lettere dirette ai primi tre personaggi (1), pubblicate dal Legrand (2), colle quali quella che qui viene riferita ha molti punti di somiglianza, ripetendone forme e argomenti. In sostanza l'Eparco aveva per così dire redatta una vera circolare, con quelle sole lievi differenze che erano suggerite dal personaggio cui si dirigeva.

Noi non abbiamo documenti che ci mostrino se trattative siano seguite per l'acquisto della raccolta e per quali ragioni non siano approdate ad una definizione. La circostanza che non sia rimasta notizia di trattative rende assai probabile la supposizione che la morte dell'Eparco, avvenuta a breve distanza di tempo, abbia reso inutile la sua offerta ad Alfonso II. Ben più importante sarebbe per noi conoscere il catalogo che andava unito alla lettera, tanto più che è andato smarrito l'elenco dei codici che accompagnava l'annuncio dell'acquisto della stessa raccolta, compiuto nel 1572 dall'ambasciatore di Filippo II a Venezia, Guzman De Silva. Però certe notevoli coincidenze che ho notato fra alcune descrizioni del Catalogo dell'Escuriale (3), dove trovarono loro sede i codici dell'Eparco, acquistati da Filippo II, e un elenco manoscritto di codici greci rinvenuto nell'Archivio di Stato modenese e che può attribuirsi a questo tempo, mi lasciano sospettare di trovarmi dinanzi se non all'originale, almeno ad una copia latina del catalogo dell'Eparco (4). Senza voler dare a questa opinione un valore assoluto di certezza, per il quale mi mancano molti elementi, resta il fatto che il maggiore bibliografo greco del tempo ri-

(1) Quella pel Granduca Cosimo è indirizzata a Baccio Paldino.

(2) Op. cit. II, p. 367 e sgg.

(3) E. Miller, *Catalogue des manuscrits grecs de la Bibliothèque de l'Escurial*. Paris, 1848.

(4) Appendice II.

Digitized by Google

conosceva in modo esplicito i meriti di Alfonso II, quale fautore della coltura greca in Italia e quale raccoglitore di codici greci, mettendolo a pari sotto tale rispetto, a Cosimo dei Medici, al Card. Farnese e al Card. Sirleto.

POSTILLA

Nella nostra ammirazione per l'amore con cui il Duca Alfonso raccoglieva codici non dimenticheremo quanto vi possa aver contribuito il suo maestro, Bartolomeo Ricci, autore del celebre trattato *De imitatione*. All'amore poi per gli oggetti di antichità avrà contribuito in buona parte l'ambizione di magnificare le origini della Casa d'Este. Infatti per mezzo della lapide trovata ad Este con l'iscrizione **Luxoniae C. Atii filiae** si voleva connettere il nome di Azzo, uno dei capostipiti degli Estensi, alla gens romana *Attia*. Ma quella lapide era stata fabbricata da uno sfacciato e insieme ingenuo falsificatore, che si rileva subito dall'onomastica. E gli elementi da lui adoperati esistono ancora; poichè una lapide di Este porta il comunissimo gentilizio *Attia* e un'altra il rarissimo gentilizio *Luxonia*, che comparisce in questo solo documento. Ecco le due epigrafi:

C. I. L. V. 2572 **Attia Salvia.**
» » 2589 **Q. Centilius Q. F. Luxonia T. F. Tertia.**

R. SABBADINI.

APPENDICE I.

† *στεφάνου ἀλεξανδρέου οἰκουμενικοῦ φιλοσόφου, καὶ διδασκάλου τῆς μεγάλης καὶ ἱερᾶς ταύτης τέχνης περὶ χρυσοποιΐας: πρᾶξις σὺν θεῷ πρώτη:*

— *ἡλιοδώρου φιλοσόφου πρὸς θεοδόσιον τὸν μέγαν βασιλέα περὶ τῆς τῶν φιλοσόφων μυστικῆς τέχνης: διὰ στίχων ἰάμβων:*

— *θεοφράστου φιλοσόφου περὶ τῆς αὐτῆς θείας τέχνης διὰ στίχων ἰάμβων:*

— *ἱεροθέου φιλοσόφου περὶ τῆς αὐτῆς θείας καὶ ἱερᾶς τέχνης: διὰ στίχων ἰάμβων:*

— *ἀρχελάου φιλοσόφου περὶ τῆς αὐτῆς ἱερᾶς τέχνης: διὰ στίχων ἰάμβων:*

— *πελαγίου φιλοσόφου περὶ τῆς θείας ταύτης καὶ ἱερᾶς τέχνης:*

— *Ὀστάνου φιλοσόφου πρὸς πετάσιον περὶ τῆς ἱερᾶς αὕτης καὶ θείας τέχνης:*

Digitized by Google

— *Δημοκρίτου φυσικὰ καὶ μυστικά:*
— *συνεσίου φιλοσόφου, πρὸς διόσκορον εἰς τὴν βίβλον δημοκρίτου ὡς ἐν σχολίοις:*
— *ἀνεπιγράφου φιλοσόφου περὶ θείου ὕδατος τῆς λευκόσεως:*
— *ζωσίμου τοῦ θείου περὶ ἀρετῆς.*
+ *σχόλια σὺν θεῷ εἰς τὸν τοῦ πλάτωνος γοργίαν ἀπὸ φωνῆς ὀλυμπιοδώρου τοῦ μεγάλου φιλοσόφου.*
+ *πορφυρίου ἐξήγησις εἰς τὸ περὶ ἁρμονείας πτολεμαίου.*
+ *ἀριστείδου τοῦ κοιντιλιανοῦ περὶ μουσικῆς.*
+ *μανουὴλ βροεννίου περὶ μουσικῆς.*

Questi libri sono da trascriversi, in la littera del soprascritto indice, il scrittore è Camillo Zanetti, sta a S.ª Maria Formosa appresso Corte nuova, in casa di messer Bernardino Giacaro, che ha la bottega in spaderia a l'huomo armato.

(si attenderà risposta circa il presente indice).

APPENDICE II.

+ Leges ecclesiasticae et imperiales simul concatenatae: liber antiquissimus et correctissimus, in membranis scriptus abhinc annos 270 optimus et necessarius habitus ex patriarchatus constantinopolis bibliotheca, in folio carte 400, in quo continetur prioritas pontificis Romani et descriptio parochiarum eius patriarcatus constantinopolitani et antiocheni et alexandrini et hierosolimitani (sic) atque eorum jurisdictiones. Correctissimus et re vera regius;
+ Sancti athanasii orationes sive sermones et dialogi et epistole imperatorum ad se. et ipsius ad imperatores et alios, et alia scripta numero 93: antiquissimus et correctissimus, papyro in folio carte 470 habitus ex predicta bibliotheca;
+ Beatissimi gregorii archiepiscopi tauromeniae siceliensis denominati ceramei homilie in evangelium doctissime et alia 57: antiquissimus et rarus correctissimus carte 300 papyro habitus etiam ipse ex patriarchatus bibliotheca (1).
+ Ecclesiasticus dialogus in christo simeonis archiepiscopi thessalonicensis contra omnes hereses et de omnibus misteriis sanctae ecclesiae, folio carte 365;
+ De geometria liber antiquissimus;
+ Genealogia domini nostri Jesu Christi per lineam a primo

(1) Cfr. Miller p. 496, n. 575.

Digitized by Google

parente usque ad nativitatem eius et passionem et resurrectionem adiunctis historiis breviter judaeorum, egiptiorum (sic), assiriorum (sic), graecorum et romanorum usque ad tempora Tiberii. Opus pium et antiquissimum;

+ Introductiones in sophisticos syllogismos et commentaria ut aliqui volunt michaelis ephesii, ut aliis placet pselli, liber antiquissimus folio papyro carte 154 correctissimus.

+ Basilii Magni sermones et commentarii in diversas materias sanctae scripturae eloquentissime ac divine orationes 51. folio membranis antiquissimus carte 354;

+ Procli in theologiam platonis libri duo et alcinoi oratio instructoria de dogmatibus platonis, et porphyrii de virtutibus, et andronici peripatetici philosophi de passionibus animae folio papyro;

+ Grigentini archiepiscopi tephiorum africae disputatio habita cum judeo ebram thalmuthista in christo salvatore, in quarto papyro, divina;

+ Joannis siculi dicti doxapatri in ermogenem (sic) de inventione sectio tertia et quarta, liber rarissimus et utilissimus;

+ Argonautica apollonii cum commentis folio papyro antiquissimus;

+ Libanii praeexercitamenta, declamationes, et aristidis alia, in quarto papyro;

+ Historia pia ex interiore ethiopia, terra indorum ad sanctam civitatem asportata, ab ioanne monacho venerabili sacrosancti monasterii sancti sabbae, folio membranis scripta abhinc annos quingentos sexaginta quinque;

+ Luciani adiuncta in poematibus quinti calabri;

+ Hermei philosophi commentaria in phedrum platonis, folio papyro;

+ Procli platonici in parmenidem platonis libris septem, folio papyro carte 265;

+ Alexandri aphrodisei commentaria *εἰς τὸ πρῶτον τῶν πρωτέρων ἀναλυτικῶν καὶ εἰς ἕτερα*, correctissimus folio papyro carte 258;

+ Joannis sciceliensis (sic) dicti doxopatri de inventione tomus 2. rarissimus et utilissimus;

+ Zonare in totam logicam Aristotelis parafrasis (sic);

+ Joannis Damasceni sacri paralleli antiquissimus et rarissimus in membranis;

+ Commentarij in evangelium sancti Lucae divisi in capitulis 75, item sancti titi episcopi nostrorum in evangelium, in membranis antiquissimus.

Digitized by Google

+ Beati Joannis damasceni editio sanctae fidei et quod non oportet curiosum esse in rebus divinis et inquirere de iis quae tradita sunt a profetis (sic) et apostolis et evangelistis, ejusdem apologeticus in calumniantes imagines et alie multe ejusdem compositiones: correctissimus papyro f. 263:
+ Tucidides (sic) correctissimus cum nonnullis commentis papyro;
+ Sancti basilij de virginitate, ejusdem quomodo inventur iuvenes a grecis disciplinis, item chrisostomi epistole 15 ad venerandissimam dominam olimpiadem diaconam doctrinales consolatoriae utilissime. in membranis antiquissimus;
+ Odyssea homeri antiqua:
+ Epistole libanij elegantissime, alie quam ille que extant in typis, papyro f. 200 sapientissime:
+ Emanuelis moscopuli erotemata antiqua;
+ Apollonij alexandrei de constructione libri 4:
+ Michaelis a sigillo apostolice sedis hyerosolimae (sic) methodus de constructione orationis at alia papyro, utilissimus;
+ Demostenis sermones cum scoliis (sic) et plutarchi de filiorum educatione, et alia, et vita porphyrii per marinum neapolitanum vel de felicitate. papyro antiquissimus:
+ Nicolai medici dicti mirepti libri 24 de compositione medicamentorum rarissimus utilissimus humane vite;
+ Epistole sinesii cum (sic) scholiis correctissimus et antiquissimus, item testamentum vetus iambico carmine:
+ Porphirii (sic) commentaria in libros ptolemei de armonia cum figuris matematicis (sic);
+ Aristidis de musica cum figuris matematicis (sic);
+ Sapientissimi pediasimi de geometria simplicium et compositarum figurarum, rarissimus.
+ Noni (sic) panopolitae libri 48 bachanalia metro heroico, pulcherrimus et rarissimus:
+ Stephani philosophi de medicina, et de urinis et de equis generosis;
+ Cyrili (sic) patriarchae alexandriae de proprietate animalium, et Joannis canavuci de antiquitate troianorum et de romanorum genealogia, rarissimus papyro et platonis definitiones (1);
+ Nicomachi philosophi pythagorici de arithetica (sic) libri duo, cum gosulis (sic) et cum figuris mathematicis. Item in

(1) Vedi: Miller p. 335, n. 41.

Digitized by Google

eodem volumine Basilii imperatoris ad filium suum, morales admonitiones. Item pindarus et esiodus cum glossis, antiquissimus papyro 4°;

+ Olympiodori commentarij in gorgiam platonis, rarus folio:

+ Esculapii in metaphysica aristotelis commentarii in libros septem, rarissimus:

+ Stephani philosophi de lapide philosophorum sermones octo vel novem;

+ Ammonii commentarij in primum librum nicomachi pithagorici (sic) philosophi arithmetices.

Digitized by Google

SULL'ANTICO DECORSO DEL BRENTA RISPETTO AL PIAVE

Nota del M. E. Torquato Taramelli

(Adunanza del 16 maggio 1918)

Per quanto sia doloroso il pensarci, non posso distaccare la mente da quelle provincie venete, che percorsi nei migliori anni della mia lontana gioventù, ed avendo letto quanto il dott. Brückner (1) ha scritto sui terreni quaternari, alluvionali e glaciali, e sulla plastica orografica di quelle regioni, ho potuto convincermi che egli, mentre assai poco aggiunse a quanto i nostri geologi avevano veduto e concluso, ebbe a manifestare delle ipotesi, che mi sembrano non sostenute dai fatti e cadde altresì in esagerazioni, che compromettono la verità di teorie già accettate nella scienza.

Nei vari scritti recentemente da me pubblicati sui bacini del Tagliamento e dell'Isonzo credo di avere fornito sicure prove del pericolo che accettate e divulgate alcune idee di questo autore, abbiano a fuorviare le conclusioni, che si possono trarre da moltissimi fatti noti su tale argomento. In particolare riguardo ai rapporti tra gli antichi decorsi del Brenta, del Cismone e del Piave e sullo sviluppo dei rispettivi ghiacciai quaternari, le asserzioni del Brückner devono essere controllate minutamente e ciò spero che verrà fatto, se non da me, da qualche giovane nostro geologo, che abbia una sufficiente conoscenza dei fenomeni quaternari dell'alta Italia. Posso però trattare brevemente dei seguenti argomenti abbastanza importanti: 1.° È provato che tutte le acque di Valsugana abbiano confluito nel Piave insieme a quelle del Cismone. 2.° È veramente da escludere, come fa in modo reciso il geologo austriaco, che

(1) Penck A. Brückner E. *Die Alpen im Eiszeitalter* - Leipzig 1909.

Digitized by Google

almeno una parte delle acque del Piave sieno passate per la sella di Fadalto e per la valle del Meschio. 3.° Come è avvenuta la dispersione dei massi erratici di provenienza alpina, discesi dall'alta valle della Rienz. 4.° Quali furono i limiti dell'espansione glaciale nelle varie glaciazioni per queste valli. 5.° Entro quali limiti è avvenuto l'ultraffondamento per erosione glaciale nelle dette valli.

Quanto al primo argomento osservo che la plastica orografica non conforta l'ipotesi che il Brenta da Primolano abbia piegato a nord per confluire insieme al Cismone nella depressione, che si estende tra Fronzaso a Feltre per congiungersi a quella del Piave lungo la valle del fiume Sonna. Basta gettare uno sguardo sulle carte topografiche per persuadersi che questo supposto decorso contrasta troppo evidentemente col fatto che la valle del Brenta in tutta la sua lunghezza da Primolano a Bassano è profondamente scavata nella massa montuosa con terrazzi orografici, che in alcuni punti raggiungono complessivamente l'altitudine anche oltre gli 800 m. sull'alveo del fiume. Nè si può dire che questo decorso del Brenta sia recente, perchè poco a monte di Bassano, nei dintorni di Solagno, vi è un lembo esteso oltre un chilometro di alluvione diluviale fortemente cementata, coeva con tutta probabilità al conglomeramento del Montello e che si ripete nei dintorni di Pove, sotto il castello di Bassano e alla profondità di m. 34 sotto le alluvioni più recenti, come risulta da un pozzo alla stazione ferroviaria di Bassano. Questo lembo di conglomerato fu descritto dal compianto senatore Andrea Secco nelle *Note geologiche sul Bassanese* (1883) e ne fa parola lo stesso Brückner, affermando che esso non contiene ciottoli striati; però non lo indica sulla sua tavola, dove segna esclusivamente per questa località l'esistenza di antiche morene.

Le facili e larghe selle, che mettono in comunicazione il Brenta col Cismone, per Arsiè, e l'altra più a monte il Cismone colla Valle del Sonna per Arten, sono accidenti della erosione, ampiamente esercitatasi nelle poco compatte rocce cretacee, che quivi s'incurvano in una sinclinale assai complessa a nord ovest del gruppo del Grappa. Le alluvioni posglaciali, le frane e in piccola proporzione le morene, hanno reso queste selle bensì più accidentate ma più ampie rispetto ai circostanti rilievi di roccia in posto; donde quella apparenza di facile decorso per una supposta divagazione dei fiumi, che parve un argomento sicuro al Brückner. Ma un esame dettagliato di queste depressioni in rapporto coi secondari torrenti, che ad esse af-

Digitized by Google

fluiscono dalla valle di Cavenega per i dintorni di Arsiè e dalle valli di Seren e di Facen per i dintorni di Arten, dimostra che i tre corsi del Brenta, del Cismon e del Piave si mantennero sempre individuati; tanto che in nessun punto si può fissare dove e quando sieno avvenuti i mutamenti asseriti con tanta sicurezza dal Brückner. La continuità dei terrazzi più alti, che questo autore invoca come argomento di un antico passaggio del Brenta da Primolano ad Arsiè, non esiste punto; anzi per quel tratto dove questi terrazzi sono alquanto marcati essi accennano piuttosto ad una convergenza della valle Cavenega per Mellame verso il Brenta.

A riprova della supposta confluenza del Brenta col Cismone nel Piave si potrebbe addurre la presenza di ciottoli di granito e di porfido nel conglomerato del Montello; ma osservo che questi elementi sono in fatto assai rari e molti indizi lasciano supporre che il conglomerato del Montello sia posteriore ad una antica glaciazione, la più estesa, che ha permesso il passaggio dei materiali erratici dalla valle del Cismon a quella del Piave, senza che vi fosse continuità idrografica fra queste due valli. Chi poi volesse ad ogni costo scorgere negli scarsi ciottoli di porfido e di granito nel conglomerato del Montello la prova di un avvenuto mutamento idrografico, dovrebbe limitarsi a supporre che nel quaternario antico non il Brenta ma il solo Cismone temporaneamente abbia confluito nel Piave. E qui viene a proposito l'osservazione che quando si tratta di mutamenti di decorso di valli durante l'escavazione di esse per opera delle acque non si deve intendere che sia uno dei decorsi sostituito da altro del tutto nuovo; piuttosto, che di due diramazioni di una corrente una sola sia rimasta attiva, quando venne meno il diluviare delle pioggie, che caratterizza il principio di ogni glaciazione.

Appunto questa considerazione è necessaria per trattare il secondo argomento, di fronte alla recisa dichiarazione del Brückner che manca qualsiasi prova che il Piave, od un ramo di questo fiume, abbia scorso giammai per la depressione Lapisina; dove stagnano il lago di S. Croce ed il Lago Morto e sorge tra i due laghi la sella di Fadalto, di roccia in posto coperta da frane. Anche in questo caso la semplice ispezione delle carte topografiche, in particolare di quella del Lombardo-Veneto alla scala 1: 86400, assai più fedele nel mostrare il terrazzamento orografico di quanto lo possano essere le carte quotate, indica che le falde dei monti che costeggiano quella depressione, in particolare sulla sponda occidentale, sono ter-

Digitized by Google

razzate in continuità con quelle della valle del Piave, a monte di Capo di Ponte. Inoltre, abbiamo appena a nord del lago di S. Croce il vasto lembo di conglomerato preglaciale o interglaciale di Sitran con elementi dell'alto Piave. Più a valle la depressione lapisina piega dolcemente a sud-est, assecondando la direzione dei terreni quivi affioranti e si continua nella valle Mareno avviandosi verso la regione del Montello, dove il conglomerato antico quaternario di questo colle si ripete in più siti nella valle di Soligo, come lo stesso Brückner ha con molta diligenza constatato, confermando le osservazioni del prof. Toniolo (1). A questa depressione confluivano certamente le acque del vasto bacino dell'Alpago e pure ammettendo che una parte delle acque del Piave fino dall'inizio del quaternario scorresse per la valle di Belluno, non si deve escludere che alle acque dell'Alpago si congiungessero in larga misura pur quelle che venivano dal Cadore. Se la depressione lapisina si dovesse soltanto alla erosione esercitata dalle acque del bacino dell'Alpago, essa non avrebbe un così ampio principio in corrispondenza allo sbocco dell'alta valle del Piave, nè sarebbe così ampia tanto da superare in larghezza il tratto di valle percorso dal Piave nella chiusa di Quero.

Quanto al terzo argomento, che costituisce uno dei più belli esempi di dispersione erratica, debbo anzitutto rettificare l'osservazione del Brückner, di avere io ammesso che i massi di granito e di gneis dei dintorni di Sexten siano passati nel Cadore e quindi nel Friuli attraverso la sella di Partistagno; mentre tanto nella mia descrizione geologica delle Provincie Venete (1882) a pag. 219 e nella relativa tavola terza, quanto nelle note illustrative della carta geologica della Provincia di Belluno (1883) a pag. 162, ho esplicitamente indicato che quel passaggio avvenne per la sella di Padola. Ma il fatto più importante, che il geologo austriaco a torto trascura, consiste nella presenza di massi erratici di indubbia provenienza dalla valle del Piave, non solo nell'Alpago e sull'altipiano del Cansiglio, ma anche sulle pendici meridionali di questo altipiano, nei dintorni di Sarmede e di Caneva, come prova irreputabile che in un periodo di massima espansione, riferibile alla fase o Günz o alla fase Mindel, il ghiacciaio del Piave si avanzò per gran tratto nello spazio ora occupato dalla pianura trevi-

(1) Toniolo A. R. *Di alcuni depositi diluviali lungo la valle trasversale del Soligo* - Proc. verb. Soc. Tosc. Sc. Nat. Pisa. 1905.

Digitized by Google

giana. Questo fatto fa riscontro colla presenza sicura di massi erratici sul colle di Udine e sulle falde del Carso, presso Monfalcone, e sui colli di Buttrio e di Medea. È noto anche che per l'antico ghiacciaio del Garda si hanno limiti di espansione sin quasi nei dintorni di Brescia, ben più larghi di quanto sia indicato dalle cerchie delle due glaciazioni. Quindi sembrami tutt'altro che azzardata l'ipotesi che il conglomerato del Montello sia almeno in parte dovuto a trasporto glaciale, come ho disopra accennato e come ha dedotto anche il Prof. A. Stella (1) dalla struttura caotica che questo conglomerato assai spesso presenta. Fu in vista di questi così ampi limiti di espansione della più antica fase glaciale che nei primi scritti in argomento, di quasi 50 anni or sono, ho distinto una fase di *massi erratici* da una fase successiva degli *anfiteatri morenici*; e se il largo contributo apportato dai geologi austriaci e tedeschi alla conoscenza del quaternario padano ha potuto far meglio conoscere quattro distinte glaciazioni, rimane il fatto di questo ampio sviluppo di una antica glaciazione, della quale i limiti non sono peranco segnati.

Veniano ora al quarto argomento, cioè ai limiti dell'espansione glaciale per le valli in dicorso. Durante la più nota glaciazione wurmiana, per quanto riguarda la valle del Brenta, il Brückner rimase al pari di me incerto nel fissare i limiti del corrispondente ghiacciaio, che certamente non è arrivato sino a Bassano e nemmeno a Valstagna, ma che più a monte costruì la sua morena di destra nei dintorni di Enego e internò le morene di sinistra nella sella da Primolano ad Arsiè. Manca assolutamente ogni traccia di un anfiteatro morenico, forse per l'avvenuta abrasione per opera delle correnti posglaciali; però devo ricordare che a levante di Bassano e sopra a Pove trovansi grossi blocchi di rocce della Valsugana e si stendono alcuni tratti di terreno ferrettizzato, forse residui di uno scomparso anfiteatro morenico corrispondente ad una delle precedenti glaciazioni.

Per la valle del Cismone i dubbi sono più gravi, in quanto che nel tratto inferiore di essa a sud di Arsiè, per quanto si sappia, non si avvertono morene e nel tratto più a monte se queste esistono sicuramente sino a breve distanza dalla confluenza del torrente Vanoi, dove le propaggini del M. Pavione stringono la chiusa di fronte a quelle del M. Piaz, nel bacino di

(1) Stella A. *Descrizione geognostico-agraria del colle del Montello* - Mem. desc. Carta Geol. Ital. XI - 1902

Digitized by Google

Lamon, o sono scarse o mancano del tutto. Invece sono assai sviluppate potenti alluvioni indubbiamente quaternarie, che formano un altipiano terrazzato profondamente dal Cismone, che sotto di esse ha corroso dovunque anche la roccia in posto; perciò fino dal 1882 io ritenni che nell'ultima glaciazione il bacino di Lamon fosse rimasto libero dal ghiacciaio. Il Brückner ritiene invece che il ghiacciaio del Cismone confluisse con quello del Brenta per tutto il wurmiano, ma che se ne sia staccato assai per tempo, quando ancora il ghiacciaio del Brenta teneva la sua valle. Occorrono ulteriori osservazioni, tanto per fissare i limiti a valle del ghiacciaio del Cismone come per accertare se o meno nella fase wurmiana il lato destro del ghiacciaio del Piave si sia spinto sino ad Arten e che cosa sia allora avvenuto per la valle di Seren, che sarebbe stata sbarrata da questa lingua glaciale. Il Brückner ritiene che quivi venissero a contatto i due ghiacciai del Cismone e del Piave. In proposito converrà tenere presenti le precise osservazioni del prof. Dal Piaz circa lo sviluppo e le fasi di arresto dei ghiacciai delle Alpi Feltrine, descritte con grande diligenza dall'egregio Collega.

Quanto poi ai limiti dell'espansione wurmiana per le fronti del ghiacciaio del Piave di Quero e di Vittorio e della lingua insinuata nella valle di Mareno, il Brückner non fa che confermare indicazioni date dai nostri geologi Tellini e Toniolo, aggiungendo alcune notizie sui residui ferrettizzati delle morene di una precedente glaciazione, quali si osservano a poca distanza dalle due fronti moreniche di Colle Umberto e di Quero. Così per il bacino dell'Alpago e per l'altipiano del Cansiglio egli ripete quanto fu detto da me e dal prof. Marson. Meritano conferma i dettagli, che il geologo austriaco fornisce circa l'invasione di una lingua in corrispondenza del passo di San Leopoldo, tra le valli di Belluno e la valle di Mareno e di un altra lingua glaciale, che risaliva la valle del Vaiont o di Erto.

Veniamo ora all'ultimo argomento, certamente il più discutibile e perciò il più importante, considerata la diffusione che va acquistando l'idea della efficacia dell'erosione glaciale nella plastica orografica. Esposi già in vari scritti il mio convincimento che di gran lunga abbia prevalso all'azione dei ghiacciai, per quanto discesi ripetutamente e mantenutisi a lungo nell'ambito delle nostre valli, quella delle acque scorrenti in successivi ricorsi di piene diluviali; potendosi in molti casi dimostrare che sino dal principio del quaternario alcune valli od alcuni tratti di valle avevano già raggiunto ed anche sor-

Digitized by Google

passato la profondità attuale. Nell'interpretare il terrazzamento orografico non bisogna confondere la cronologia dei terrazzi, che talora posson essere tutti anteriori all'ultima glaciazione, colla cronologia delle varie glaciazioni, delle quali in realtà lungo i versanti delle nostre valli è assai raro il caso di trovarne sicuramente rappresentate più di due. Che le morene rimanessero appoggiate di preferenza sui terrazzi orografici non è una prova che essi corrispondano a successive glaciazioni; non dovendosi dimenticare il fatto che i terrazzi orografici si osservano anche nelle valli non glacializzate. Per conseguenza non si può riferire la serie dei terrazzi alla serie delle glaciazioni e nemmeno interpretare come effetti di ultraffondamento quelle accidentalità dell'erosione, in corrispondenza dei confluenti, che si possono naturalmente spiegare colla semplice azione torrenziale. L'erosione glaciale può avere determinato una maggior larghezza dei fondi di valle, quando questa non sia dipesa dalla maggior portata delle correnti erosive. Nel caso nostro, la più sicura dimostrazione dell'erroneità di un ultraffondamento attribuito all'azione glaciale trovasi nel fatto che la valle del Brenta, indubbiamente soltanto in parte occupata dal ghiacciaio almeno nelle ultime glaciazioni, non presenta in alcun suo tratto una differenza nella pendenza del suo fondo, che sia attribuibile al passaggio dall'azione glaciale all'azione torrenziale. Si potrebbe ripetere il ragionamento per tutte le valli alpine che furono soltanto in parte occupate da ghiacciai.

Per concludere, il contributo portato alla conoscenza dei fenomeni quaternari avvenuti nel veneto orientale dal Brückner è certamente notevole per le considerazioni, che egli ha potuto stabilire sull'altitudine e sulla pendenza delle scomparse masse glaciali e sul livello delle nevi perpetue nelle varie glaciazioni e negli stadi postglaciali. Tale ordine di ricerche io non potei seguire perchè mancavano le carte topografiche a curve quotate quando, molti anni fa, mi sono occupato dello stesso argomento. Tuttavia rimangono aperte molte e importanti questioni e quando, speriamo che sia presto, quelle provincie saranno liberate dall'invasione straniera non mancheranno certo giovani studiosi italiani, i quali comproveranno ancora una volta che dell'intervento scientifico degli scienziati d'oltremonte in fatto di geologia non vi era punto la necessità per le nostre contrade.

A ciò dimostrare valga anche il fatto che in questo ordine di fenomeni la scoperta più importante, che deve essere il punto di partenza per chi tratti dell'evoluzione idrografica delle valli del Piave e del Brenta, devesi ad un italiano, la

Digitized by Google

sullodato prof. Dal Piaz, e fu pubblicata, prima negli *Studi geotettonici sulle Alpi Orientali* - (Padova 1912), poi negli Atti dell'Accademia scientifica Veneto-Trentina-Istriana: esso consiste nella esistenza di strati marini pliocenici, soprastanti alla serie pontica alle falde della collina di Cornuda. Questa sino ad ora è l'unica località, a levante del Garda, in cui sia dimostrata l'esistenza di una spiaggia marina pliocenica; ma essa basta per avvertirci ad essere molto guardinghi nel ritenere diversa l'evoluzione idrografica della regione veneta da quella delle prealpi lombarde, dove il pliocene marino è meglio rappresentato.

Digitized by Google

SULLA GENERAZIONE

DI OSCILLAZIONI ELETTROMAGNETICHE DIRETTAMENTE RICAVATE

DA CORRENTI ALTERNATE TRIFASI ORDINARIE INDUSTRIALI

Nota del S. C. Prof. Riccardo Arnò

(Adunanza del 16 maggio 1918)

In una Nota (1) che ho avuto l'onore di presentare all'Istituto, ho descritto un nuovo sistema di generazione di oscillazioni elettromagnetiche essenzialmente adatto per radiotelegrafia e radiotelefonia, basato sull'impiego:

a) - Di uno speciale trasformatore di fasi destinato a ricavare da un ordinario sistema trifase a bassa tensione un sistema polifase ad alta tensione costituito da un numero qualunque di correnti alternate convenientemente spostate di fase le une rispetto alle altre;

b) - Di un *jigger* polifase avente lo scopo di sommare in un unico circuito secondario Tesla-Marconi gli effetti separati dei vari circuiti primari rispettivamente alimentati dalle correnti oscillanti di scarica dei singoli condensatori, alla loro volta inseriti nei circuiti secondari costituenti il sistema polifase a bassa frequenza.

La generazione di correnti ad alta frequenza ricorrendo ad alimentazioni di genere industriale, quali quelle fornite dalle ordinarie reti di distribuzione a corrente alternata trifase si può ora dire praticamente raggiunta con la realizzazione pratica degli apparecchi e dispositivi costituenti l'oggetto della detta Comunicazione.

I dispositivi studiati e le esperienze eseguite furono condotti col criterio di giungere per gradi successivi alle due seguenti dimostrazioni fondamentali atte a realizzare il principio dell'invenzione:

(1) Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Adunanza del 20 Maggio 1915.

Digitized by Google

1) - Possibilità d'una realizzazione pratica e semplice, anche per rilevanti potenze, della scarica sincrona ai singoli massimi positivi e negativi di ogni fase del sistema polifase, per un numero di fasi anche relativamente grande;

2) - Possibilità di sommare in un unico secondario gli effetti separati di singoli primari identici, indipendenti fra di loro, simmetricamente sfasati, con rendimento globale praticamente conveniente.

Ciò premesso, l'insieme dei dispositivi generali e di dettaglio (alcuni dei quali furono studiati e messi in opera dall'egregio mio assistente ing. Giuseppe Comboni, al quale mi permetto qui rendere pubbliche grazie per la valida collaborazione) per concretarne le esperienze fondamentali decisive, si riassumono come segue:

1° - Una pratica forma dell'organo di commutazione che compie il doppio ufficio di effettuare la commutazione delle fasi, sincrona con le alternanze di alimentazione; ed in pari tempo di provocare le relative scariche sincrone ai massimi delle alternanze medesime;

2° - Un dispositivo costruttivo di regolazione, anche durante la marcia, e sotto corrente, delle distanze esplosive spinterometriche e delle reciproche posizioni per ogni singola fase;

3° - Un dispositivo pratico di manovra per il passaggio da asincrono a sincrono del motorino azionante il commutatore spinterometrico;

4° - Un dispositivo di regolazione differenziale della eccitazione a corrente continua del rotore funzionante in sincrono, mediante leva sdoppiata per variazioni indipendenti dell'eccitazione nei singoli rami del rotore medesimo;

5°-Uno speciale *jigger*, con primario polifase, ed un unico secondario sommatore, a regolazione sdoppiata, simmetrica rispetto all'asse centrale del complesso primario - per ottenere la regolazione di intonazione *in modo simmetrico*, sia del rapporto di spire fra i singoli primari ed il secondario, sia dell'accoppiamento simmetrico rispetto al gruppo delle spire primarie.

Con questi particolari i principii fondamentali della invenzione non solo sono stati praticamente dimostrati, ma fu resa evidente la soluzione generale del problema della produzione di correnti ad alta frequenza col sistema in questione: e quindi la loro applicazione a problemi pratici speciali, modificandone opportunamente le caratteristiche a seconda delle applicazioni stesse.

Digitized by Google

Per le applicazioni alla radiotelegrafia - mercè l'illuminato e gentile permesso ottenuto dall'illustre Direttore del Politecnico Senatore Giuseppe Colombo e dalla Autorità Militare, auspice l'Ill. Generale Carbone - ho potuto sperimentare nella locale Stazione Radiotelegrafica Militare la adattabilità del complesso generatore.

Furono infatti subito ottenute - appena installato ed intonato il complesso all'antenna esistente - le comunicazioni fra Milano e Treviso, Bologna, Brescia e Firenze: e ciò che è di grande importanza, con un consumo di energia notevolmente inferiore a quello della normale Stazione militare qui esistente. Con circa metà dell'energia consumata da questa, si ottenne una intensità di ricezione alla stazione di Treviso assai superiore a quella data dalla locale Stazione militare.

Riguardo alle applicazioni del complesso alla radiotelegrafia, si deve osservare che, dato il sistema di generazione, qualsiasi genere di oscillazioni è possibile ottenere dal circuito elementare, scaricatore di ogni fase - applicando ed adattando ad esso gli elementi necessari convenienti per ottenere il genere di oscillazione prescelto e che più convenga allo scopo.

Aggiungo ancora che, aumentando convenientemente il numero delle fasi, si potranno ottenere, con particolare costruzione, anche frequenze sufficienti per radiotelefonia.

Per applicazioni di genere industriale, alcune esperienze eseguite nel mio Laboratorio, in via solo qualitativa, permisero di accertare con un paragone fra energia fornita dalla rete, ed energia raccolta, che è possibile ottenere dal secondario del *jigger* opportunamente intonato al circuito utilizzatore un buon rendimento totale. Ho infatti ottenuto con mezzi ancora imperfetti, con una potenza di 5 Kilowatt fornita al primario del trasformatore polifase, una potenza di oltre 4 Kilowatt utilizzati.

Da tutto quanto sopra emerge ben chiaro il giudizio che ora si può dare con sicurezza sulla applicazione dello speciale trasformatore polifase e *jigger* polifase, nonchè sugli apparecchi e dispositivi realizzati prima per la verifica del principio, e poscia per lo studio e la determinazione delle forme definitive degli elementi costruttivi e dell'insieme, atti ad un funzionamento industrialmente pratico.

Per quanto riguarda il principio del mio speciale generatore polifase, risulta provata la assoluta sicurezza di realizzare qualsiasi frequenza multipla del trifase e della frequenza della rete di alimentazione, cosicchè il complesso

Digitized by Google

formato dal trasformatore di fasi e dal commutatore spinterometrico si può perfettamente considerare una vera macchina commutatrice di corrente alternata direttamente da bassa ad alta frequenza, con rendimenti dell'ordine di grandezza industriale. Nè va dimenticato che in tutto il complesso, la parte ruotante non comporta che un organo meccanico (commutatore spinterometrico) senza nessun organo conduttore elettrico in movimento; mentre anche il motore è sempre il medesimo di piccola potenza (intorno a 3 Cav.) per qualsiasi potenza totale del complesso.

Questo mio nuovo sistema d'altronde presenta tutte le caratteristiche per la sua applicazione a stazioni radiotelegrafiche ultrapotenti: e perciò ritengo esso debba portare anche in questo senso un utile contributo nel vasto campo della radiotelegrafia.

Ed ora, onorevoli Colleghi, vorrei avere da Voi un incoraggiamento per potere esplicare il desiderio che il nostro Governo - che ha già dato prova di tanto e vero interessamento - voglia anche presto costruire una Stazione di grande potenza: così da permettermi di giungere in tempo ad irradiare nel Mondo l'eco della vittoria d'Italia e dei suoi Alleati.

Digitized by Google

La classificazione statistica per età dei professori ordinarii e straordinari delle Regie Università e dei Regii Istituti superiori

Nota del S. C. prof. Francesco Coletti

(*Adunanza del 16 maggio 1918*)

In questa classificazione statistica gli insegnanti superiori, con riferimento all'anno 1917, sono distinti e combinati per facoltà o istituti e per gruppi decennali d'età. È la prima volta, che io sappia, che simile classificazione viene compilata e pubblicata. Per questo, principalmente, mi permetto sottoporla alla attenzione del R. Istituto lombardo.

La prima tabella (*A*) comprende le cifre effettive. Ad essa sono aggiunte note dichiarative: vi si indicano le fonti e quali istituti sono inclusi nelle singole categorie, che nelle tabelle sono a dizione abbreviata, e si dichiara che di 69 professori, per varie ragioni, non si è tenuto conto, ecc.

La seconda e la terza tabella (*B* e *C*) ci danno due diverse percentuali, che reciprocamente si illustrano: nella *B*, si calcolano le proporzioni dei professori di ciascuna delle nove categorie e del totale per le singole classi d'età e nella *C* si danno le proporzioni dei professori di ciascuna delle categorie stesse entro ognuna delle classi d'età.

Lo spoglio e la combinazione di questi elementi statistici, provenienti da due diverse fonti, cioè l'*organico* delle Università, ecc. e l'*annuario* degli impiegati ministeriali, hanno richiesto un lavoro paziente e lungo. Essi sono stati eseguiti, dietro mio invito, da uno studente della R. Università di Pavia.

***

Non è mia intenzione di fare qui uno studio particolareggiato sulla statistica che presento. Credo, tuttavia, che se ne rileverà agevolmente, oltre che la novità, l'importanza.

Digitized by Google

Si tratta di una statistica che accerta e precisa elementi di fatto che si prestano a numerose osservazioni, tanto restando in un ambito puramente amministrativo quanto spingendoci nel più largo campo economico e sociale.

Si ha il mezzo, ad esempio, di istituire confronti, in ordine alla distribuzione per classi di età, fra il nostro gruppo scelto e altri gruppi determinati di popolazione, come sarebbe a dire gruppi di professionisti, di impiegati pubblici, di ceti sociali.

Utili confronti anzi si possono fare anche senza uscire dai dati forniti dalle tabelle.

Vi troviamo esposto in evidenza il grado maggiore o minore di anzianità degli appartenenti alle singole categorie di facoltà e di istituti. È una constatazione che è per sè stessa molto suggestiva. Uno degli elementi in base a cui un giovane sceglie una o un'altra *carriera* professionale è la considerazione della rapidità con la quale le varie carriere possono essere attinte e percorse fino alle espressioni più elevate. I nostri dati, coordinati, bene inteso con altri, servono a chiarire queste circostanze così strettamente connesse alla grossa questione della domanda e offerta di personale nelle varie professioni, non esclusa la universitaria. Ma anche guardando solo al presente, possiamo ricavare induzioni non prive di quell'interesse pratico che, in queste grandi ore di fatti, maggiormente premono.

La scala delle età, come la ho formata, ci consente separare dai soggetti all'obbligo militare tutti coloro, e sono la grandissima maggioranza, che non vi sono soggetti. Fra questi ultimi una parte cospicua si può considerare come disponibile per quei servizii civili che, per i bisogni dello Stato o per le fervide iniziative private, tanto sono andati crescendo per numero e per difficoltà. Non nascondo che il desiderio di precisare codesti elementi disponibili è proprio ciò che per primo mi ha mosso a compiere questi computi.

***

Le tabelle, semplici come sono, non richiedono particolari chiose. Solo farà comodo un riassunto dei risultamenti più generali.

Gli insegnanti computati sono in totale 1034.

Fra essi sono 3 donne, 2 delle quali appartengono agli Istituti superiori di magistero femminile e la terza alla facoltà di Scienze.

Per facoltà e per istituti i professori così si distribui-

Digitized by Google

scono, in cifre effettive (1ª colonna) e in percentuali (2ª colonna):

Medicina	272	26.30
Giurisprudenza	210	20.30
Lettere e filosofia	193	18.66
Scienze	152	14.70
Istituti tecnici superiori e Politecnici	97	9.36
Farmacia	41	3.96
Scuole superiori di agricoltura	39	3.77
Med. veterinaria	26	2.51
Scuola navale Genova	4	0.38

Per gruppi di anni di età, ci danno questa classificazione. Avvertasi che nella 1ª colonna sono indicate le classi di età, nella 2ª la cifra effettiva dei professori di ciascuna di queste classi, nella 3ª le singole percentuali per rispetto al totale.

24-33 anni	25	2.41
34-43 »	163	15.76
44-53 »	308	29.78
54-63 »	332	32.10
64-73 »	178	17.21
74-83 »	28	2.22
84 e più anni	5	0.48

I soggetti al servizio militare sono 188, il 18.17 per 100 del totale degli insegnanti considerati. I rimanenti sono 846, pari all'81.83 per 100.

Le classi d'età in cui gli insegnanti si addensano più numerosi sono quelle che, relativamente alla scala d'età considerata, si possono dire centrali: le classi di 44-53 e 54-63 anni. La seconda, anzi, raccoglie da solo quasi il terzo di tutto il complesso. Deriva da ciò un carattere distintivo molto spiccato nella nostra categoria professionale: la sua non lieve anzianità.

***

La constatazione è semplice, ma molto importante e suggestiva Ecco qui un'esemplificazione, uno spunto delle osservazioni che possono farsi.

Se i giovani sono pochi e gli anziani molti, ciò vorrà significare che la *carriera* universitaria — mi si consenta questa parola — si apre dopo tirocinio o aspettazione non breve. Una statistica dell'età dei nuovi nominati ci confermerebbe il

Digitized by Google

fatto. Fra gli elementi che si mettono nel conto prima di prescegliere l'una o l'altra carriera uno di quelli che hanno maggiore peso è, certamente, questo del tempo più o meno breve che occorre per toccare la meta. Si ricolleghi questo elemento, come gli altri che entrano nel computo di tornaconto istituito dall'esordiente, col mediocre compenso che dallo Stato è oggi assegnato all'insegnante superiore. E se ne traggano le conseguenze.

Per quanto si voglia idealizzare la carriera universitaria, essa non si sottrae, entro certi limiti, dalle leggi della concorrenza, dai confronti fra i costi da sostenere e i compensi che i costi controbilanciano. Non mi pare quindi esagerato il timore che non pochi elementi saranno distratti dall'aspirare all'insegnamento superiore o dal perseverare per ottenerlo in quanto saranno attirati da uffici e da professioni di più pronta e facile riuscita e nei quali la rimunerazione sia maggiore. Si aggiunga che se la concorrenza delle carriere libere alla universitaria è stata scarsa nei tempi andati, la stessa va invece divenendo ogni giorno più forte. Man mano che l'economia nostra si intensifica e assume forme più tecniche, cresce in essa il bisogno di intelligenze e di abilità superiori. L'Italia, specialmente dopo questa rivoluzionaria scossa della guerra, si avvia per questi rapidi progressi, che richiedono degni capitani ed esecutori. Il grande compenso che una forte impresa può dare ad un ingegnere, ad un amministratore, ad un chimico, ad un consulente legale o finanziario è nulla in confronto dell'utile che l'uomo adatto, che stia bene al suo posto, è capace di procurare all'impresa stessa.

Dato questo, che va già avvenendo sotto i nostri occhi, non ci sarà pericolo che, con una selezione sempre più infiacchita, le università e gli istituti superiori decadano, con danno non solo per la scienza in sè, ma anche per tutte le applicazioni pratiche che, come ormai hanno visto pure i ciechi, sono da domandarsi alla scienza e solo alla scienza?

Nel fare il confronto dell'anzianità a seconda delle categorie di facoltà o istituti, v'è un caso che salta subito all'occhio: l'anzianità particolarmente elevata degli insegnanti di Medicina e Chirurgia. Fra questi gli aventi 24-43 anni sono soltanto il 9.75 per 100, mentre nel complesso degli insegnanti coloro che si trovano fra tali limiti d'età salgono quasi al doppio, al 18.17. La lentezza di carriera dei professori di questa categoria farebbe molta impressione se però non ci si affacciasse subito un fatto che è capace di neutralizzarla, almeno

Digitized by Google

in gran parte. Un buon numero di insegnanti di Medicina ha aperto l'adito, come tutti sanno, al libero esercizio professionale, che compensa della scarsezza dello stipendio statale. Ma così non è per tutti gli insegnanti di questa facoltà, come non è per la grande maggioranza degli appartenenti al corpo universitario.

***

Ma veniamo al punto maggiormente attuale, alla quantità degli insegnanti che possono prestarsi per uffici civili, intendo naturalmente per quegli uffici civili che siano adatti alla mentalità e alla posizione sociale dei nostri insegnanti superiori.

Dilimitiamo i professori disponibili. Il limite minimo è nell'età fino alla quale si estende l'obbligo militare, è nel 43° anno (perchè, come si è avvertito, noi riportiamo i nostri dati al 1917). Il massimo possiamo segnarlo al 63° anno. Consideriamo disponibile, così, gli appartenenti alle due classi 44-53 e 54-63.

Da costoro però è necessario eliminare gli insegnanti della facoltà medica. Costoro sono già quasi tutti occupati, oltre che nell'insegnamento, in speciali servizi di guerra. Restano 449 individui, cioè oltre il 43 per 100 del totale degli insegnanti.

La cifra di 449 è però da arrotondare a quella di 500. Siamo sicuri di restare tuttavia più al disotto che al disopra del vero. Non pochi infatti dei professori aventi più di 63 anni, particolarmente quelli del gruppo più numeroso 64-73 anni, che sono 178, si troveranno per certo in condizioni di esercitare le stesse funzioni civili dei meno anziani e di essere per ciò assimilabili con essi.

Ma, per eccesso forse di prudenza, operiamo un forte scarto fra questi 500, in quanto vi saranno insegnanti che, per ragioni di vario genere, o personali o di insegnamento, non si potranno distrarre dalla loro funzione abituale. Eliminiamo il 20 per 100. Avremo sempre, per ultimo residuo, una cifra cospicua di professori che possono validamente offrire l'opera loro soprattutto allo Stato: 400.

***

Bene inteso, l'impiego dei professori dovrebbe essere correlativo per potersi effettuare con opportuni adattamenti del calendario e della scuola.

Considerato lo scarso numero degli studenti che oggi frequentano le aule, poichè la grande maggioranza è alla fronte

Digitized by Google

a compiere eroicamente il proprio dovere, si possono fare in proposito concrete proposte, che io mi permetto accennare in questa nota solo di sfuggita e solo per avvalorare indirettamente queste conseguenze pratiche che io ho tratto dalle tabelle statistiche qui presentate.

Fra la tesi estrema che fu messa avanti di chiudere addirittura le Università e il fatto presente di lasciarle in tutto come negli anni di pace credo che ci sia il posto per una soluzione intermedia. Essa forse concilia il buono che c'è fra i due termini opposti. Si può concretare in questi tre punti, che espongo senza commenti.

1. Riduzione dell'anno scolastico ad un minore numero di mesi, ad esempio, a quattro, 15 marzo - 15 luglio, con lezioni continuative, non importa se un po' scemate di volume. Da considerarsi a parte il caso della facoltà di medicina e chirurgia che ha, si può dire, compiti di guerra.

2. Chiusura delle Università e degli Istituti in cui gli alunni siano ridotti ad un minimo e concentrazione dei rimasti in una Università vicina, magari con qualche borsa di studio per gli studenti pei quali il trasferimento costituisse spesa non sopportabile. Gli insegnanti rimasti liberi potrebbero essere adoperati per supplire i chiamati alle armi o per adempiere qualche altro ufficio.

3. Organizzazione del volontariato civile fra i pochi studenti rimasti, per i mesi liberi da obblighi scolastici, col criterio, da applicarsi quando possibile. di assegnare gli studenti stessi come aiuti, ecc. ai rispettivi professori, che abbiano ricevuto speciali incarichi civili. Ciò sarebbe come uno stimolo per gli studenti e non mancherebbe neppure di utilità didattica.

***

Torniamo più direttamente alle nostre statistiche.

Importa esaminare in modo più particolare le percentuali delle tabelle *B* e *C*. Limitiamo i confronti per facoltà, ecc. solo alle categorie non aventi meno di 97 insegnanti, cioè alla Medicina, alla Giurisprudenza, alle Lettere e Filosofia, alle Scienze e agli Istituti Tecnici superiori e Politecnici.

Dalla prima delle due tabelle deriviamo queste proposizioni:

1. La Giurisprudenza è la facoltà che, insieme cogli Istituti tecnici superiori, ecc. e colla facoltà di lettere e filosofia, ha insegnanti relativamente più giovani (24-43 anni).

Digitized by Google

2. La Medicina, insieme colle Scienze, è quella che conta la maggiore quantità di insegnanti anziani (da 44 anni e più), mentre per le altre categorie bisognerebbe fare distinzioni a seconda delle classi d' età al disopra dei 43 anni.

A meglio specificare queste differenze mettiamo in contrapposto le due facoltà che risultano estreme, in ordine alla relativa giovinezza degli insegnanti, la facoltà di Medicina e quella di Giurisprudenza.

Abbiamo queste cifre percentuali, facendo una classificazione più comprensiva di quella delle tabelle:

	Medicina	Giurisprudenza
24-43 anni d' età	9.18	28.57
44-63 » »	70.22	53.80
64 e più » »	20.57	17.60

Dalla seconda tabella di percentuali, da ultimo, facciamo queste constatazioni, che bene si coordinano colle precedenti:

1. Degli appartenenti al gruppo più giovane, al gruppo cioè di 24-33 anni, il massimo, oltre la metà, appartiene alla Giurisprudenza e il minimo alla Medicina.

2. Nel gruppo d' età 34-43 anni, la quota più alta è data, parimenti, dalla Giurisprudenza e la più bassa dalla Farmacia, seguita da vicino dalla Medicina e dalle Scienze.

3. Nelle età che in addietro si sono chiamate centrali, 44-63 anni, la quota maggiore spetta alla Medicina e la minima agli Istituti tecnici superiori e Politecnici.

Digitized by Google

TAVOLE STATISTICHE

Professori ordinari e straordinari delle R. Università e dei R. Istituti superiori classificati per età e per Facoltà o Istituti (1).

A) Cifre effettive

Anni di età	Anni di nascita	Facoltà di Giurisprudenza	Facoltà di Lettere e Filosofia (2)	Facoltà di Scienze (4)	Facoltà di Medicina (5)	Facoltà di Farmacia (7)	Istituti tecnici superiori e Politecnici	Scuole superiori di Medicina veterin.	Scuole superiori di Agricoltura (8)	Scuola superiore Navale di Genova	TOTALE
24-33	1893-84	13	6	2	1	—	2	1	—	—	25
34-43	1883-74	47	35	24	24	4	20	5	3	1	163
44-53	1873-64	54	61	40	89 (6)	12	23	6	21	2	308
54-63	1863-54	59	58 (3)	53	102	19	28	7	6	—	332
64-73	1853-44	29	30	28	51	6	21	6	6	1	178
74-83	1843-34	5	3	4	4	—	3	1	3	—	23
84 e più	1833 e più	3	—	1	1	—	—	—	—	—	5
Totale (24-83 e più a.)		210	193	152	272	41	97	26	39	4	1034

(1) I dati pei dipendenti dal Ministero dell'Istruzione pubblica vennero tolti dall'organico dei professori ordinari e straordinari delle materie obbligatorie e facoltative delle R. Università, dei R. Istituti superiori, Politecnici, ecc., pubblicato nel *Bollettino ufficiale del Ministero della Pubblica Istruzione* del 29 marzo 1917. Per i professori delle R. Scuole superiori d'Agricoltura i dati furono desunti dall'*Annuario del Ministero dell'Agricoltura* per il 1914, *Annuario* che si è potuto aggiornare al 1917. Le età dei professori vennero calcolate sino a tutto il 1917 sottraendo i morti e i professori andati in pensione. Per determinare l'appartenenza alle singole facoltà o ai singoli istituti, ecc., si è preso per base l'*Annuario del Ministero della Pubblica Istruzione* del 1915, che è l'ultimo pubblicato. Quindi si sono esclusi 9 insegnanti

Digitized by Google

B) Proporzioni delle singole classi d'età facendo uguali a 100 i totali di ciascuna categoria di Facoltà e Istituti e del complesso generale.

Anni di età	Facoltà di Giurisprudenza	Facoltà di Filosofia e Lettere	Facoltà di Scienze	Facoltà di Medicina	Facoltà di Farmacia	Istituti tecnici superiori e Politecnici	Scuole superiori di Medicina veter.in.	Scuole superiori di Agricoltura	Scuola superiore navale di Genova	TOTALE
24-33	6.19	3.10	1.31	0.36	—	2.06	3.84	—	—	2.41
34-43	22.38	18.13	15.78	8.82	9.75	20.60	19.23	7.70	25.00	15.76
44-53	25.71	31.60	26.31	32.72	29.26	23.71	23.07	53.89	50.00	29.78
54-63	28.09	30.05	34.86	37.50	46.09	28.86	26.92	15.39	—	32.10
64-73	13.80	15.54	18.42	18.74	14.63	21.64	23.07	15.39	25.00	17.21
74-83	2.38	1.55	2.63	1.47	—	3.09	3.84	7.70	—	2.22
84 e più	1.42	—	0.65	0.36	—	—	—	—	—	0.48

straordinari nominati nel 1916 e dei quali, per ciò, nell'*Annuario* non poteva apparire l'indicazione dell'insegnamento.

(2) Sono stati compresi il R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento di Firenze e i R. Istituti superiori di magistero femminile di Firenze e Roma.

(3) Tra questi insegnanti sono comprese 2 professoresse del R. Istituto superiore di magistero femminile di Roma.

(4) Sono compresi gli insegnanti del R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento di Firenze.

(5) Sono compresi i professori del R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento di Firenze e quelli dei RR. Istituti clinici di perfezionamento di Milano.

(6) Tra gli insegnanti vi è compresa una professoressa.

(7) Vi è compresa la scuola di farmacia del R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento di Firenze.

(8) Non si poterono comprendere i professori delle R. Scuole superiori di commercio mancando l'organico indicante l'anno di nascita; in complesso costoro sono 60.

Digitized by Google

C) Proporzioni delle singole categorie di Facoltà e Istituti facendo uguale a 100 ciascuna classe di età.

Anni di età	Facoltà di Giurisprudenza	Facoltà di Lettere e Filosofia	Facoltà di Scienze	Facoltà di Medicina	Facoltà di Farmacia	Istituti tecnici superiori e Politecnici	Scuole superiori di Medicina veterin.	Scuole superiori di Agricoltura	Scuola superiore navale di Genova
24-33	52.00	24.00	8.00	4.00	—	8.00	4.00	—	—
34-43	28.83	21.47	14.72	14.72	2.45	12.27	3.07	1.84	0.61
44-53	17.19	19.80	13.16	28.92	3.89	7.46	1.95	6.81	0.69
54-63	17.77	17.47	15.96	30.72	5.72	8.43	2.10	1.80	—
64-73	16.29	16.85	15.74	28.65	3.37	11.79	3.37	3.37	0.56
74-83	21.73	13.04	17.39	17.39	—	13.04	4.34	13.04	—
84 e più	60.00	—	20.00	20.00	—	—	—	—	—
Totale (24-84 e più)	20.30	18.66	14.70	26.30	3.96	9.36	2.51	3.77	0.38

Digitized by Google

SULLE RIDOTTE
D'UNA FRAZIONE CONTINUA DI HALPHEN

Nota del M. E. Prof. Francesco Gerbaldi (*)

(*Adunanze del 16 e 23 maggio 1918*)

1. — Ridotte d'una frazione continua d'Halphen, regolare. — Sia

$$C + \frac{\beta_1}{\alpha_1} + \frac{\beta_2}{\alpha_2} + \ldots + \frac{\beta_i}{\alpha_i} + \ldots$$

la frazione continua di Halphen, che sviluppa nell'intorno di un punto ξ l'elemento analitico

$$f = \frac{\sqrt{X} - \sqrt{Y}}{x - y},$$

(*) Nel suo classico « *Traité des fonctions elliptiques et de leurs applications* », in un lungo ed originale capitolo (il XIV del tomo II), Halphen ha applicato la teoria delle funzioni ellittiche allo studio di una classe di frazioni continue algebriche, che per più riguardi è importante in Analisi. A me sembrò degno d'interesse di ritornare sul loro studio, per renderlo del tutto indipendente dalla Teoria delle Funzioni ellittiche, e le mie ricerche mi hanno condotto non solo a ritrovare per via puramente algebrica le proprietà già note, ma ancora a trovarne altre che credo nuove.

Queste ricerche io dedico al mio venerato Maestro, il sen. prof. Enrico d'Ovidio. Per la estensione che esse hanno preso, le pubblico divise in tre parti; la prima parte comparirà nell'apposito volume « *Scritti matematici offerti ad* Enrico d'Ovidio, *in occasione del suo* LXXV *genetliaco* », che vedrà la luce tra pochi mesi (Ed. Bocca, Torino); la seconda parte sarà pubblicata nel vol. LIII « *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino* »; la terza parte forma l'oggetto della presente Nota. Nella quale dovrò spesso servirmi di formole, che ho stabilito nella prima parte e che qui citerò scrivendo semplicemente in [ ] gli stessi numeri coi quali esse furono là designate.

Digitized by Google

dove X è un polinomio dato di 4° grado nella variabile x:

$$X = X(x) = a_0 x^4 + 4 a_1 x^3 + 6 a_2 x^2 + 4 a_3 x + a_4:$$

ξ, y sono due valori di x, $Y = X(y)$.

Supposto ξ finito, y diverso da ξ, si faccia la sostituzione $x = s + \xi$: sia t il valore di s che corrisponde al valore y di x, e sia

$$X' = X'(s) = p_0 + 4 p_1 s + 6 p_2 s^2 + 4 p_3 s^3 + p_4 s^4$$

la trasformata di X. Si esclude che ξ sia radice di X: per conseguenza sarà $p_0 \neq 0$ e si avrà per $\sqrt{X}$ nell'intorno del punto ξ uno sviluppo in serie di potenze

$$\sqrt{X} = \sqrt{p_0}\,(1 + q_1 s + q_2 s^2 + q_3 s^3 + \ldots),$$

dove si suppone fissato quello dei due valori della radice quadrata di p_0 che si denota con $\sqrt{p_0}$.

I numeratori parziali β_i della frazione continua sono (salvo casi eccezionali) monomi della forma $k_i s^2$ ($k_i \neq 0$) ed i denominatori parziali α_i sono binomi di 1° grado in s, col termine costante diverso da 0, il termine iniziale C è ancora un binomio di 1° grado in s e si ha [N. 2]:

$$(1) \qquad f = C + \frac{\beta_1}{\alpha_1} + \frac{\beta_2}{\alpha_2} + \ldots + \frac{\beta_m}{\alpha_m + Q_m},$$

Q_m, *resto di rango* m, è espresso da

$$(2) \qquad Q_m = \frac{B^{(m)} s^2}{\sqrt{X} + A^{(m)}},$$

dove

$$A^{(m)} = A_0^{(m)} + 2 A_1^{(m)} s + A_2^{(m)} s^2 \quad , \quad B^{(m)} = B_0^{(m)} + B_1^{(m)} s,$$

polinomi di grado 2 e 1 in s, soddisfano identicamente la relazione

$$(3) \qquad X - \mathbf{A}^2 = \mathbf{B} s^2 (s - t_m),$$

quando in questa si ponga $\mathbf{A} = A^{(m)}$, $\mathbf{B} = B^{(m)}$, essendo

$$t_0 = t \quad , \quad t_1, t_2, \ldots$$

una successione di numeri (*parametri*) che si ottengono risolvendo rispetto ad s le equazioni $\mathbf{B} = 0$, e precisamente ogni t_i è la radice dell'equazione $B^{(i-1)} = 0$. In questo N. suppor-

Digitized by Google

remo le $t_0, t_1, t_2, \ldots$ finite e diverse da 0 almeno fino ad un certo indice m; ipotesi per la quale è vero quanto si è detto sui gradi dei termini α_i, β_i, cioè le frazioni parziali $\frac{\beta_i}{\alpha_i}$ sono *regolari* fino a quella di rango m, incluso.

Denotiamo con $\frac{G_m}{H_m}$ la *ridotta* di rango m della frazione continua considerata, abbiamo:

$$(I)\quad \begin{cases} G_0 = C\,,\ H_0 = 1 \ ; \ G_1 = C\,\alpha_1 + \beta_1 \ , \ H_1 = \alpha_1\,; \\ G_m = \alpha_m\, G_{m-1} + \beta_m\, G_{m-2}\,, \\ H_m = \alpha_m\, H_{m-1} + \beta_m\, H_{m-2}\,. \end{cases} \quad (m > 1).$$

Teorema 1.° — a) *Il numeratore* G_m *ed il denominatore* H_m *sono polinomi in* s, *il primo di grado* m + 1, *il secondo di grado* m; b) *La frazione* $\frac{G_m}{H_m}$ *è irreducibile.*

La proposizione a) risulta facilmente dalle relazioni (I), tenendo presenti i gradi dei termini α_i, β_i. — Dalle (I) poi si vede che H_m non è divisibile per s; infatti si tenga presente che per $s = 0$ si ha $\beta_m = 0$, $\alpha_m \neq 0$; se per $s = 0$ si annullasse H_m, segue dalle (I) che si annullerebbe H_{m-1}, indi si annullerebbero le H_i di rango $i < m$, compreso H_0, contro l'ipotesi $H_0 = 1$.

La proposizione b) si deduce dalla relazione (12), che stabiliremo più sotto; invero se G_m, H_m avessero un divisor comune, questo, per la (12), dovrebbe essere una potenza di s; contrariamente a quanto ora si è visto, che H_m non è divisibile per s.

Dalle (1) e (I) si deduce:

$$f = \frac{(\alpha_m + Q_m)\, G_{m-1} + \beta_m\, G_{m-2}}{(\alpha_m + Q_m)\, H_{m-1} + \beta_m\, H_{m-2}} = \frac{G_m + Q_m\, G_{m-1}}{H_m + Q_m\, H_{m-1}}\,;$$

donde si ricava:

$$(4)\qquad Q_m = -\,\frac{G_m - H_m f}{G_{m-1} - H_{m-1} f}\,.$$

Ponendo poi:

$$(5)\qquad \mathbf{G}_m = G_m + \frac{H_m}{s - t}\sqrt{X} \quad , \quad \mathbf{H}_m = \frac{H_m}{s - t}\,,$$

si può scrivere:

$$(6)\qquad Q_m = -\,\frac{\mathbf{G}_m - \mathbf{H}_m \sqrt{X}}{\mathbf{G}_{m-1} - \mathbf{H}_{m-1}\sqrt{X}}\,.$$

Digitized by Google

Confrontando questa colla (2), e tenendo presente che $\sqrt{X}$ è irrazionale, si ottengono le due relazioni:

$$\mathbf{G}_m A^{(m)} + \mathbf{G}_{m-1} B^{(m)} s^2 = \mathbf{H}_m X, \tag{7}$$

$$\mathbf{H}_m A^{(m)} + \mathbf{H}_{m-1} B^{(m)} s^2 = \mathbf{G}_m; \tag{8}$$

donde si ricava:

$$\Delta_m A^{(m)} = -\mathbf{G}_m \mathbf{G}_{m-1} + \mathbf{H}_m \mathbf{H}_{m-1} X, \tag{9}$$

$$\Delta_m B^{(m)} s^2 = \mathbf{G}^2_m - \mathbf{H}^2_m X, \tag{10}$$

essendosi posto:

$$\Delta_m = \mathbf{G}_m \mathbf{H}_{m-1} - \mathbf{G}_{m-1} \mathbf{H}_m =$$

$$= \frac{1}{s-t} (G_m H_{m-1} - G_{m-1} H_m).$$

Or bene dalla teoria delle frazioni continue si sa che

$$G_m H_{m-1} - G_{m-1} H_m = (-1)^{m-1} \beta_1 \beta_2 \dots \beta_m. \tag{11}$$

Intanto nel nostro caso, per la [(33) N. 3], si ha:

$$\beta_{i+1} = B_1^{(i)} s^2 \quad \text{con} \quad B_1^{(i)} \neq 0 \; ; \; (i = 0, 1, \dots m-1)$$

per guisa che, ponendo:

$$\delta_m = (-1)^{m-1} B_1 B_1^{(1)} B_1^{(2)} \dots B_1^{(m-1)},$$

δ_m è una costante diversa da 0 e si ha:

$$G_m H_{m-1} - G_{m-1} H_m = \delta_m s^{2m}. \tag{12}$$

Ciò posto, le (9), (10), se si tengono presenti le (5), diventano:

$$\delta_m A^{(m)} s^{2m} =$$

$$= H_m H_{m-1} \frac{X - Y}{x - y} - (G_m H_{m-1} + G_{m-1} H_m) \sqrt{Y} - G_m G_{m-1} (s - t), \tag{13}$$

$$\delta_m B^{(m)} s^{2m+2} =$$

$$= G^2_m (s - t) + 2 G_m H_m \sqrt{Y} - H^2_m \frac{X - Y}{x - y}. \tag{14}$$

A questo punto osserviamo che $\dfrac{X - Y}{x - y}$ è un polinomio di 3° grado in s:

$$\frac{X - Y}{x - y} = p_4 s^3 + (p_4 t + 4 p_3) s^2 + \dots,$$

Digitized by Google

e tenendo presenti i gradi di G_m , G_{m-1} , H_m , H_{m-1}, concludiamo:

Teorema 2.° — *Il polinomio* $G_m H_{m-1} - G_{m-1} H_m$ *è di grado* 2 m *in* s; *in virtù della* (12) *si riduce al solo termine di grado* 2 m, *di cui il coefficiente è* δ_m.

Teorema 3.° — *Il polinomio che è al secondo membro della* (13) *è di grado* 2 m + 2 *in* s; *in esso sono nulli i coefficienti di tutti i termini di grado inferiore a* 2 m.

Teorema 4.° — *Il polinomio che è al secondo membro della* (14) *è di grado* 2 m + 3 *in* s; *in esso sono nulli i coefficienti di tutti i termini di grado inferiore a* 2 m + 2 (*).

Scriviamo ora le (9), (10) nel modo seguente:

$$\Delta_m A^{(m)} = - G_m G_{m-1} + H_m H_{m-1} X,$$

$$\Delta_{m-1} B^{(m-1)} s^2 = G^2_{m-1} - H^2_{m-1} X;$$

poscia da queste eliminiamo X. Se teniamo presente che

$$\Delta_m = - \beta_m \Delta_{m-1} \quad , \quad \beta_m = B_1^{(m-1)} s^2 ,$$
$$B^{(m-1)} = B_1^{(m-1)} (s - t_m),$$

ricaviamo la importante formola:

$$(15) \qquad (s - t_m) H_m = G_{m-1} + H_{m-1} A^{(m)}.$$

Da queste, ponendo $s = t_m$, si deduce subito:

$$A^{(m)} (t_m) = - \frac{G_{m-1} (t_m)}{H_{m-1} (t_m)} ;$$

d'altra parte, se nella (8) scambiamo m con $m - 1$ e poi poniamo $s = t_m$, abbiamo:

$$A^{(m-1)} (t_m) = \frac{G_{m-1} (t_m)}{H_{m-1} (t_m)} .$$

(*) Ponendo per convenzione $\delta_0 = - 1$ e introducendo le ridotte fittizie di rango $- 1$, con $G_{-1} = 1$, $H_{-1} = 0$, si ricava dalle (13), (14) per $m = 0$:

$$A = V \bar{Y} + C (s - t),$$

$$B s^2 (s - t) = X - Y - 2 C V \bar{Y} (s - t) - C^2 (s - t)^2;$$

la prima di queste equazioni coincide colla [(5) N. 1]; la seconda, tenendo conto della prima, si riduce alla [(6) N. 1]; adunque per $m = 0$, colle convenzioni fatte, il sistema delle equazioni (13), (14) è equivalente al sistema [(5), (6) N. 1].

Digitized by Google

Questi risultati concordano con un altro precedentemente trovato [N. 3], cioè:

$$A^{(m)}(t_m) = A^{(m-1)}(t_m) = \sqrt{Y_m},$$

dove Y_m è il valore di X' per $s = t_m$; essi mostrano inoltre che si ha:

$$\sqrt{Y_m} = -\frac{\mathbf{G}_{m-1}(t_m)}{\mathbf{H}_{m-1}(t_m)}. \tag{16}$$

Osserviamo infine che per $s = 0$, ossia $x = \xi$, la (8) dà:

$$\sqrt{p_0} = \frac{\mathbf{G}_m(0)}{\mathbf{H}_m(0)}, \tag{17}$$

perchè $A^{(m)}(0) = \sqrt{p_0}$.

2. — **Approssimazioni date dalle ridotte delle frazioni continue di Halphen regolari.** — Passiamo ora a stabilire quali approssimazioni diano le ridotte delle frazioni continue di Halphen regolari, per le funzioni irrazionali che esse servono a sviluppare.

Scriviamo la (6) più volte, attribuendo successivamente i valori $1, 2, \ldots m$ all'indice; poscia moltiplichiamo membro a membro le equazioni così ottenute; ricaviamo:

$$(-1)^m Q_1 Q_2 \ldots Q_m = \frac{\mathbf{G}_m - \mathbf{H}_m \sqrt{X}}{\mathbf{G}_0 - \mathbf{H}_0 \sqrt{X}},$$

se teniamo presente la [(12) N. 2]; per cui:

$$\mathbf{G}_0 - \mathbf{H}_0 \sqrt{X} = C - \frac{\sqrt{X} - \sqrt{Y}}{x - y} = -Q_0;$$

concludiamo:

$$\mathbf{G}_m - \mathbf{H}_m \sqrt{X} = (-1)^{m+1} Q_0 Q_1 Q_2 \ldots Q_m. \tag{18}$$

Ora ricordiamo che per Q_i si ha l'espressione (2), cioè:

$$Q_i = \frac{B^{(i)} s^2}{\sqrt{X} + A^{(i)}} \qquad i = 0, 1, 2, \ldots m,$$

dove per $\sqrt{X}$ si considera il ramo di funzione che per $s = 0$ prende il valore assegnato $\sqrt{p_0}$; ricordiamo inoltre che anche $A^{(i)}(0) = \sqrt{p_0}$; per guisa che per $s = 0$, $\sqrt{X} + A^{(i)}$ prende il valore $2\sqrt{p_0} \neq 0$, ancora per $i \leq m$ si ha: $t_{i+1} \neq 0$: e quindi $B_0^{(i)} \neq 0$. Segue che le funzioni Q_i $(i = 0, 1, \ldots m)$ hanno

Digitized by Google

nel punto $s = 0$ uno zero di 2.° ordine. Allora la (18) mostra che la funzione $\mathbf{G}_m - \mathbf{H}_m \sqrt{X}$, dove $\sqrt{X}$ denota il ramo considerato, ha nel punto $s = 0$ uno zero di ordine $2m + 2$. E così resta dimostrato:

Teorema. — *Se ξ non è radice di X ed è diverso da y, si consideri la frazione continua che sviluppa l'elemento f nell'intorno del punto ξ; supposti i parametri $t, t_1, t_2, \ldots t_{m+1}$ finiti e diversi da 0, sia $\frac{G_m}{H_m}$ la sua ridotta di rango m. La funzione*

$$(19) \qquad \mathbf{G}_m - \mathbf{H}_m \sqrt{X} = G_m - H_m \frac{\sqrt{X} - \sqrt{Y}}{x - y}$$

nel punto $s = 0$ ha uno zero di ordine $2m + 2$.

Sopra si è visto che $H_m(0) \neq 0$, quindi anche $\mathbf{H}_m(0) \neq 0$; e si può concludere che le differenze

$$(20) \qquad \frac{\sqrt{X} - \sqrt{Y}}{x - y} - \frac{G_m}{H_m} \quad ; \quad \sqrt{X} - \frac{\mathbf{G}_m}{\mathbf{H}_m}$$

sono infinitesime di ordine $2m + 2$, se si prende s come infinitesimo principale; questa è l'approssimazione che si ottiene, quando, facendo uso della frazione continua che sviluppa l'elemento f nell'intorno del punto ξ, (qualunque sia il parametro y), si calcolino le funzioni razionali $\frac{G_m}{H_m}$ e $\frac{\mathbf{G}_m}{\mathbf{H}_m}$ come valori approssimati delle funzioni irrazionali f e $\sqrt{X}$.

3. — **Dalle ridotte ai coefficienti d'una frazione continua in forma normale.** — Quando dalla frazione continua (1) si passa alla equivalente in forma normale [N. 7], i due termini della frazione parziale di rango m di questa sono:

$$r_m s^2 = c_{m-1} c_m \beta_m \,, \; m > 1 \quad ; \quad r_1 s^2 = c_1 \beta_1 :$$

$$1 - a_m s = c_m \alpha_m \quad , \quad m \geq 1 \quad ; \quad c_m = -\frac{l_m}{2\sqrt{p_0}} \,.$$

Denotando con G^*_m, H^*_m, Q^*_m i termini della ridotta ed il resto, di rango m, nella frazione continua normale, si ha:

$$G^*_m = c_1 c_2 \ldots c_m G_m \,, \; H^*_m = c_1 c_2 \ldots c_m H_m \,, \; Q^*_m = c_m Q_m \,.$$

Ciò posto, la (12) diventa:

$$G^*_m H^*_{m-1} - G^*_{m-1} H^*_m = \Theta_m s^{2m} \,,$$

dove si ha:

Digitized by Google

$$\Theta_m = c^2_1\, c^2_2 \ldots c^2_{m-1}\, c_m\, \delta_m,$$

$$= (-1)^{m-1}\, c_1\, B_1 \cdot c_1\, c_2\, B_1^{(1)} \ldots c_{m-1}\, c_m\, B_1^{(m-1)},$$

ossia per le [(48), (49) N. 7]:

$$\Theta_m = (-1)^{m-1}\, \nu p_0\, V_1\, c_2\, c_3 \ldots c_m. \tag{21}$$

Inoltre le (13) e (14) vanno modificate nel modo seguente; al posto delle G, H si scrivono le G^*, H^*; nella (13) al posto di δ_m si pone Θ_m e nella (14) al posto di δ_m si pone $c_m\, \Theta_m$.

Quando si considera la frazione continua in forma normale, basta conoscere il coefficiente del termine di grado più alto in s in ciascuno dei quattro polinomi, che sono numeratore e denominatore di due ridotte successive dei ranghi $m-1$, m, per calcolare i coefficienti v_{m+1}, u_{m+1}.

Invero posto:

$$G^*_{m-1} = g_{m-1}\, s^m + \ldots \qquad H^*_{m-1} = h_{m-1}\, s^{m-1} + \ldots$$

$$G^*_m = g_m\, s^{m+1} + \ldots \qquad H^*_m = h_m\, s^m + \ldots,$$

si pensino le (13), (14) scritte colle modificazioni sopradette per il caso della forma normale. Confrontando i termini di grado $2m$ nella (12) ed i coefficienti di grado $2m+2$ nella (13), si ha:

$$\begin{cases} \Theta_m = g_m\, h_{m-1} - g_{m-1}\, h_m, \\ \nu p_0\, \Theta_m\, \lambda_m = p_4\, h_{m-1}\, h_m - g_{m-1}\, g_m, \end{cases} \tag{22}$$

e quindi:

$$\lambda_m = \frac{1}{\nu p_0}\, \frac{g_{m-1}\, g_m - p_4\, h_{m-1}\, h_m}{g_{m-1}\, h_m - g_m\, h_{m-1}}; \tag{23}$$

di qui si deduce poi il valore di v_{m+1} in virtù della formola [(49) N. 7]: cioè: $v_{m+1} = \frac{1}{2}\,(q_2 - \lambda_m)$. — Confrontando poi i termini di grado $2m+3$ nella (14), si ha:

$$\Theta_m\, c_m\, B_1^{(m)} = g^2_m - p_4\, h^2_m;$$

ma:

$$c_m\, B_1^{(m)} = \frac{v_{m+1}}{c_{m+1}} = -\frac{2\,\nu p_0}{t_{m+1}}\, c_{m+1};$$

quindi, sostituendo nella precedente si ricava:

$$t_{m+1} = \nu p_0\, \frac{g_{m-1}\, h_m - g_m\, h_{m-1}}{g^2_m - p_4\, h^2_m}\,(q_2 - \lambda_m); \tag{24}$$

Digitized by Google

di qui si deduce poi il valore di u_{m+1} in virtù della formola [(49) N. 7], cioè:

$$u_{m+1} = -q_1 - \frac{1}{t_{m+1}}.$$

4. — **Sviluppo di** $\sqrt{X}$. — Esaminiamo il caso del parametro eccezionale $t = 0$, in cui l'elemento che si sviluppa è $\frac{\sqrt{X} - \sqrt{p_0}}{x - \xi}$; e supponiamo per ora che i parametri successivi $t_1, t_2, \ldots$ che si considerano, siano finiti e diversi da 0. Da quanto si è stabilito al [N. 11], se dallo sviluppo del detto elemento si deduce lo sviluppo di $\sqrt{X}$, per questo si ha una frazione continua nella quale il termine iniziale è

$$\sqrt{p_0}\,(1 + q_1 s + q_2 s^2) ;$$

il numeratore della prima frazione parziale è $B_1 s^3$ con $B_1 \neq 0$ e gli altri termini sono regolari. Denotiamo con $\frac{G_m}{H_m}$ la sua ridotta di rango m; abbiamo:

$$G_0 = \sqrt{p_0}\,(1 + q_1 s + q_2 s^2) \quad , \quad G_1 = \alpha_1 G_0 + B_1 s^3 ,$$

$$H_0 = 1 \quad , \quad H_1 = \alpha_1 \quad ,$$

$$G_m = \alpha_m G_{m-1} + \beta_m G_{m-2} \quad , \quad H_m = H_{m-1} + \beta_m H_{m-2}, m > 1;$$

le β_m sono, per $m > 1$, di 2.° grado della forma $h_m s^2$, e le α_m di 1.° grado in s. — Ripetendo le considerazioni svolte al N. 1, si stabilisce:

Teorema 1.° — a) G_m *è un polinomio di grado* $m + 2$ *in* s *ed* H_m *è un polinomio di grado* m *in* s; (*) b) *La frazione* $\frac{G_m}{H_m}$ *è irreducibile.*

Ancora ripetendo le considerazioni svolte al N. 1, e denotando con Q_m il resto di rango m, abbiamo:

$$(25) \quad \begin{cases} Q_0 = \sqrt{X} - \sqrt{p_0}\,(1 + q_1 s + q_2 s^2) = \dfrac{B s^3}{\sqrt{X} + A} , \\ Q_m = -\dfrac{G_m - H_m \sqrt{X}}{G_{m-1} - H_{m-1}\sqrt{X}} = \dfrac{B^{(m)} s^2}{\sqrt{X} + A^{(m)}} , \quad m \geq 0. \end{cases}$$

(*) Cfr. HALPHEN, l. c., t. II, pag. 596.

Digitized by Google

Le funzioni denotate con G_m , H_m al N. 1, ora coincidono con G_m , H_m e le equazioni (9), (10) diventano:

$$\Delta_m A^{(m)} = H_m H_{m-1} X - G_m G_{m-1} , \tag{26}$$

$$\Delta_m B^{(m)} = G^2_m - H^2_m X , \tag{27}$$

essendo

$$\Delta_m = G_m H_{m-1} - G_{m-1} H_m = \delta_m s^{2m+1} , \tag{28}$$

dove δ_m è una costante diversa da zero.

I teoremi 2.°, 3.°, 4.° del N. 1 diventano:

Teorema 2.° — *Il polinomio* $G_m H_{m-1} - G_{m-1} H_m$ *ha tutti i termini nulli, eccettuato quello di grado più elevato, per il quale il coefficiente è* δ_m .

Teorema 3.° — *Il polinomio* $H_m H_{m-1} X - G_m G_{m-1}$ *è di grado* $2m + 3$ *in* s; *ordinandolo secondo le potenze discendenti di* s, *i primi tre termini divisi per* s^{2m+1} *fanno conoscere* $A^{(m)}$ *a meno del fattore* δ_m; *tutti gli altri termini sono nulli.*

Teorema 4.° — *Il polinomio* $G^2_m - H^2_m X$ *è di grado* $2m + 4$; *ordinandolo secondo le potenze discendenti, i primi due termini divisi per* s^{2m+3} *fanno conoscere* $B^{(m)}$ *a meno del fattore* δ_m; *tutti gli altri termini sono nulli.*

Osserviamo infine che sussiste ancora la (18): ora Q_0 nel punto $s = 0$ ha uno zero di 3.° ordine, mentre gli altri fattori $Q_1 , Q_2 , \ldots Q_m$ hanno ancora nello stesso punto uno zero di 2.° ordine; quindi il prodotto nel punto $s = 0$ ha uno zero di ordine $2m + 3$; osserviamo inoltre che $H_m(0) \neq 0$. Concludiamo:

Teorema 5.° — *Se* ξ *non è radice di* X, *sia* $\frac{G_m}{H_m}$ *la ridotta di rango* m *della frazione continua che sviluppa* $\sqrt{X}$ *nell'intorno di* ξ; *nell'ipotesi che i parametri* $t_1 , t_2 , \ldots t_{m+1}$ *siano finiti e diversi da* 0, *la funzione* $\frac{G_m}{H_m} - \sqrt{X}$ *ha nel punto* $x = \xi$ *uno zero di ordine* $2m + 3$.

Confrontando questo risultato con quanto si è stabilito al N. 1, vediamo che possiamo in infiniti modi calcolare $\sqrt{X}$, nell'intorno d'un punto ξ, con approssimazione, per mezzo di una funzione razionale $\frac{G_m}{H_m}$. A questo scopo si introduce una costante arbitraria y, si considera l'elemento di parametro y e si sviluppa questo in frazione continua di HALPHEN nell'intorno del punto ξ. L'approssimazione massima (*) si raggiunge

(*) Cfr. HALPHEN, l. c., t. II, pag. 596.

Digitized by Google

quando alla costante y si attribuisce il valore ξ; perchè, come ora si è visto, facendo uso della ridotta di rango m e calcolando $\frac{\mathbf{G}_m}{\mathbf{H}_m}$, la differenza $\sqrt{X} - \frac{\mathbf{G}_m}{\mathbf{H}_m}$ nell'intorno $x = \xi$ è infinitesima d'ordine $2m+3$, quando $y = \xi$; mentre l'ordine dell'infinitesimo è soltanto $2m+2$ per ogni altro valore di y: non solo per y finito, come già si è visto, ma anche per $y = \infty$, come tosto vedremo.

Consideriamo l'elemento eccezionale $\sqrt{X} - \sqrt{p_4}\, s^2$, [N. 10], che corrisponde al parametro $y = \infty$; e supponiamo per ora che i parametri $t_1, t_2, \ldots t_m$ siano finiti e diversi da 0. Allora le frazioni parziali fino a quella di rango m sono regolari. Denotando con $\frac{G_m}{H_m}$ la ridotta di rango m, si ha:

$$G_0 = \sqrt{p_0}\,(1 + q_1 s) \quad , \quad G_1 = \alpha_1 G_0 + \beta_1 \quad \text{ecc.}$$

$$H_0 = 1 \quad , \quad H_1 = \alpha_1 \quad , \quad \text{ecc.}$$

G_{m+1} è un polinomio di grado $m+1$ in s, H_m è di grado m; e tra i termini di due ridotte successive sussiste ancora la (12).

Le funzioni $\mathbf{G}_m$, $\mathbf{H}_m$ del N. 1, definite dalla (5), vanno ora sostituite colle seguenti:

$$(29) \quad \mathbf{G}_m = G_m + \sqrt{a_0}\, H_m\, s^2 \quad , \quad \mathbf{H}_m = H_m ;$$

e le formole (13), (14) vanno modificate come segue:

$$(30) \quad \delta_m A^{(m)} s^{2m} = H_m H_{m-1} (X - a_0 s^4) - (G_m H_{m-1} + G_{m-1} H_m) \sqrt{a_0}\, s^2 - G_m G_{m-1},$$

$$(31) \quad \delta_m B^{(m)} s^{2m+2} = G^2_m + 2 G_m H_m \sqrt{a_0}\, s^2 - H^2_m (X - a_0 s^4).$$

Ciò posto, si dimostra come al N. 2:

Teorema 6.° — *Se ξ non è radice di* X, *sia* $\frac{\mathbf{G}_m}{\mathbf{H}_m}$ *la ridotta di rango* m *della frazione continua che nell'intorno di ξ sviluppa l'elemento eccezionale* $\sqrt{X} - \sqrt{a_0}\, s^2$; *nella ipotesi che i parametri* $t_1, t_2, \ldots t_{m+1}$ *siano finiti e diversi da* 0, *se in un punto dell'intorno* $x = \xi$ *si calcola la funzione razionale* $\frac{\mathbf{G}_m}{\mathbf{H}_m}$, *la differenza* $\sqrt{X} - \frac{\mathbf{G}_m}{\mathbf{H}_m}$ *è in quell'intorno infinitesima di ordine* $2m+2$.

Ritornando alla frazione continua che sviluppa $\sqrt{X}$, [(32) N. 11]:

$$\sqrt{X} = \sqrt{p_0}\left[1 + q_1 s + q_2 s^2 + \frac{q_3 s^3}{1 - u_1 s} + \frac{c_2 s^2}{1 - u_2 s} + \ldots\right],$$

Digitized by Google

segue dal teorema 5.°, che, se si sviluppa in serie di potenze intere di s la sua ridotta di rango m e si confronta tale serie coll'altra che dà lo sviluppo di $\sqrt{X}$:

$$\sqrt{X} = \sqrt{p_0}\,(1 + q_1 s + q_2 s^2 + q_3 s^3 + q_4 s^4 + \ldots),$$

le due serie hanno gli stessi $2m + 3$ primi termini. Di qui si deduce un metodo per il calcolo dei coefficienti r_i, u_i della frazione continua. Così ad es., prendendo $m = 2$, si ha $2m + 3 = 7$:

$$\frac{1}{\sqrt{p_0}}\,\frac{G_2}{H_2} =$$

$$= 1 + q_1 s + q_2 s^2 + \frac{q_3 s^3}{1 - u_1 s + v_2 s^2 (1 + u_2 s + u_2^2 s^2 + \ldots)}$$

$$= 1 + q_1 s + q_2 s^2 + \frac{q_3 s^3}{1 - (u_1 s - v_2 s^2 - u_2 v_2 s^3 - \ldots)}$$

$$= 1 + q_1 s + q_2 s^2 +$$
$$+ q_3 s^3 [1 + u_1 s + u_1^2 - v_2) s^2 + (u_1^3 - 2 u_1 v_2 - u_2 v_2) s^3 + \ldots];$$

confrontando i primi 7 termini di questa con i corrispondenti della serie che dà $\sqrt{X}$, si ottengono le equazioni:

$$q_3 u_1 = q_4 \;,\; q_3 (u_1^2 - v_2) = q_5 \;,\; q_3 (u_1^3 - 2 u_1 v_2 - u_2 v_2) = q_6;$$

da queste si ricavano per u_1, v_2, u_2 valori, che sono di accordo con quelli dati dalle formole [(30), (31), N. 11]. Le u_1, v_2, u_2 coincidono colle φ_2, θ_3, φ_3 di HALPHEN, il quale le ha appunto calcolate per questa via [l. c. t. II, pag. 607]. Ma, per questa via e per $i > 2$, il calcolo dei successivi coefficienti r_i, u_i va sempre più complicandosi, senza che si manifesti alcuna semplice legge di formazione.

5. — **Frazioni continue irregolari. Intorno ξ finito.** — Consideriamo qui il caso in cui l'elemento dato

$$f = \frac{\sqrt{X} - \sqrt{Y}}{x - y}$$

nell'intorno di un punto ξ (finito, si sviluppa in una frazione continua con termini irregolari. Supporremo sempre la frazione continua in forma normale e inoltre

$$q_3 \neq 0 \;,\; K = q_1 q_3 q_4 + q_2 q_3^2 + q_4^2 \neq 0.$$

Digitized by Google

Sappiamo [N. 16] che, sia la frazione continua regolare o no, i coefficienti v_i , u_i si calcolano col mezzo delle formole ricorrenti stabilite al [N. 7]. — Se nella frazione continua vi sono termini irregolari, nella successione r_0 , r_1 , r_2 ... vi sono valori nulli od infiniti. Sappiamo [N. 11] che ogni volta che $v_{h+1} = \infty$, si ha:

$$r_h = 0 \, , \; r_{h+2} = 0 \, ; \; u_h = \infty \, , \; u_{h+1} = \infty \, ;$$

r_{h-1} e r_{h+3} sono finiti e diversi da 0; u_{h-1} , u_{h+1} sono finiti: e più precisamente dalle equazioni ricorrenti suddette, passando ai limiti per $r_{h+1} = \infty$, si hanno le relazioni:

$$(32) \quad \begin{cases} \lim (u_h + u_{h+1}) = -\, q_1 \quad , \; \lim (u_h \, u_{h+2} + r_{h+1}) = q_2 , \\ \lim (r_h \, u_{h+1}) = -\, \frac{1}{2} \, q_3 \, , \; \lim (v_{h+2} \, u_h) = -\, \frac{1}{2} \, q_3 . \end{cases}$$

Ciò posto, osserviamo le relazioni seguenti, valide in generale per una frazione continua qualunque; ($h > 1$)

$$G_{h+1} = (\alpha_h \, \alpha_{h+1} + \beta_{h+1}) \, G_{h-1} + \alpha_{h+1} \, \beta_h \, G_{h-2} ,$$
$$G_{h+2} = \alpha_{h+2} \, G_{h+1} + \beta_{h+2} \, \alpha_h \, G_{h-1} + \beta_h \, \beta_{h+2} \, G_{h-2} .$$

Nel caso d'una frazione continua di HALPHEN in forma normale si ha:

$$\alpha_{h+1} \, \alpha_h + \beta_{h+1} = 1 - (u_h + u_{h+1}) \, s + (u_h \, u_{h+1} + v_{h+1}) \, s^2 ,$$
$$\alpha_{h+1} \, \beta_h = v_h \, (1 - u_{h+1} \, s) \, s^2 \quad , \quad \beta_{h+2} \, \alpha_h = v_{h+2} \, (1 - u_h \, s) \, s^2 ,$$
$$\beta_h \, \beta_{h+2} = r_h \, r_{h+2} \, s^4 ;$$

passando al limite per $r_{h+1} = \infty$ e tenendo presenti le (32), si ha:

$$(II) \quad \begin{cases} G_{h+1} = (1 + q_1 \, s + q_2 \, s^2) \, G_{h-1} + \frac{1}{2} \, q_3 \, s^3 \, G_{h-2} , \\ G_{h+2} = (1 - u_{h+2} \, s) \, G_{h+1} + \frac{1}{2} \, q_3 \, s^3 \, G_{h-1} . \end{cases}$$

Formole analoghe si hanno per i polinomi H_m. Da queste formole si vede che le ridotte della frazione continua regolare nel caso limite considerato, coincidono colle ridotte dell'altra frazione continua che se ne deduce, saltando la frazione parziale di rango h ed introducendo come frazioni parziali dei ranghi $h + 1$, $h + 2$ le due irregolari:

$$\frac{\beta_{h+1}}{\alpha_{h+1}} = \frac{\frac{1}{2} \, q_3 \, s^3}{1 + q_1 \, s + q_2 \, s^2} \quad , \quad \frac{\beta_{h+2}}{\alpha_{h+2}} = \frac{\frac{1}{2} \, q_3 \, s^3}{1 - u_{h+2} \, s} ,$$

Digitized by Google

secondo la convenzione fatta al [N. 11]. Assegnati, conformemente a questa convenzione, i ranghi alle frazioni parziali tanto regolari che irregolari, in una frazione continua di HALPHEN, chiamiamo *rango* d'una ridotta il rango dell'ultima frazione parziale (regolare o no) che entra a formare la ridotta e designiamo con $\frac{G_m}{H_m}$ la ridotta di rango m. Supposto $r_{h+1} = \infty$, non esiste ridotta di rango h; i simboli

$$A^{(h)}, B^{(h)}, G_h, H_h, Q_h$$

non hanno significato.

Se due delle r sono infinite, $r_{h+1} = \infty$, $r_{h'+1} = \infty$, la frazione continua è periodica e (nelle ipotesi $q_3 \neq 0$, $K \neq 0$) supposto $h' > h$, si ha un periodo di $h' - h$ frazioni parziali; $h' - h > 3$; posto $h' - h = r$, si ha $r_{mr+h+1} = \infty$, e non esistono i ranghi $mr + h$ (m intero qualunque).

Teorema 1.° — *Quando si considera la frazione continua di* HALPHEN, *che sviluppa un elemento* f, *sia essa regolare o no, la ridotta di rango* m *ha per denominatore un polinomio* H_m *di grado* m *in* s *e per numeratore un polinomio* G_m *che è di grado* m + 1 *in* s, *quando* $y \neq \xi$, *è invece di grado* m + 2 *in* s, *quando* $y = \xi$ (*quando cioè si considera la frazione continua che sviluppa* $f(X)$). *La frazione* $\frac{G_m}{H_m}$ *è irreducibile.*

Supposto che nella successione dei parametri $t, t_1, t_2, \ldots$ il primo nullo sia t_h, con $h > 1$, le frazioni parziali fino a quella di rango $h - 1$ sono regolari, e supposto $y \neq \xi$ la proposizione è già stata dimostrata al N. 1 per $m < h$; per $m = h + 1$, $h + 2$, la proposizione si dimostra allo stesso modo, osservando le relazioni (II). — Quando sia $h = 1$, cioè $t \neq 0$, $t_1 = 0$, caso esaminato al [N. 11) form. (34)], dopo il termine iniziale che è di 1.° grado in s, si ha la frazione irregolare

$$-\frac{1}{t}\,\frac{q_3 s^3}{1 + q_1 s + q_2 s^2},$$

alla quale spetta il rango 2, e per le prime tre ridotte

$$\frac{G_0}{H_0}, \quad \frac{G_2}{H_2}, \quad \frac{G_3}{G_3}$$

il teoremo è verificato.

Per $m = h + 3, \ldots$ il teorema si dimostra facendo nuovamente uso delle relazioni (I) fino a $m = h' - 1$, quando

Digitized by Google

sia $v_{h'+1} = \infty$; poscia per $m = h'+1$, $h'+2$, si fa uso delle relazioni (II), dove sia scritto h' in luogo di h: e così di seguito.

Nel caso $y = \xi$ si osserva che si ha: $h = 0$, $h' > 3$, e che per $m < h'$ la proposizione è dimostrata al N. 2. Indi si ripete il ragionamento precedente.

Che la frazione sia irreducibile risulta dalla relazione (33), che stabiliamo più sotto.

Teorema 2.° — *In ogni frazione continua di* HALPHEN, *quando* v_{m+1} *è finito e diverso da* 0, *il resto di rango* m *nel punto* $s = 0$ *ha uno zero di* 2.° *ordine: ha invece uno zero di* 3.° *ordine, quando* $v_{m+1} = 0$ (*).

Infatti: 1.°) Supponiamo r_{m+1} finito e diverso da 0; allora t_{m-1} è diverso da 0; $A^{(m)}$, $B^{(m)}$ sono polinomi di 2.° e 1.° grado in s che soddisfano l'identità: $X - \mathbf{A}^2 = \mathbf{B}\, s^2 (s - t_m)$, se t_m è finito: $X - \mathbf{A}^2 = \mathbf{B}\, s^2$, se $t_m = \infty$; e si ha:

$$Q_m = \frac{B^{(m)}\, s^2}{\sqrt{X} + A^{(m)}} \qquad \text{con} \qquad B_0^{(m)} \neq 0;$$

siccome per $s = 0$ il denominatore prende il valore $2\sqrt{p_0} \neq 0$, si vede che Q_m nel punto $s = 0$ ha uno zero di 2.° ordine, quando r_{m+1} è finito e diverso da 0.

2.°) Supponiamo $r_{h+1} = \infty$. Posto:

$$A = \sqrt{p_0}\,(1 + q_1\, s + q_2\, s^2),$$

da quanto si è esposto al N. 11 risulta che si ha:

$$A^{(h-1)} = A \quad , \quad B_0^{(h-1)} = 0 \quad , \quad B_1^{(h-1)} = 2\, p_0\,(q_1\, q_3 + q_4),$$

$$Q_{h-1} = \frac{B_1^{(h-1)}\, s^3}{\sqrt{X} + A};$$

donde si vede che Q_{h-1} nel punto $s = 0$ ha uno zero di 3.° ordine, se $v_{h+1} = \infty$.

Inoltre, quando $r_{h+1} = \infty$, risulta dal [N. 11]:

$$Q_{h+1} = 2\sqrt{p_0}\; Q_0^* = \sqrt{X} - A:$$

e siccome si ha identicamente:

$$X - A^2 = 2\, p_0\, [q_3 + (q_1\, q_3 + q_4)\, s]\, s^3,$$

(*) Si ricordi che quando $v_{m+1} = \infty$ non esiste resto di rango m.

Digitized by Google

così si può anche scrivere:

$$Q_{h+1} = \frac{B^{(h+1)}\, s^3}{Y X + A^{(h+1)}},$$

ove si ponga:

$$A^{(h+1)} = A \quad , \quad B^{(h+1)} = 2\, p_0 \left[q_3 + (q_1\, q_3 + q_4)\, s\right],$$

e di qui si vede che Q_{h+1} nel punto $s = 0$ ha uno zero di 3.° ordine, se $r_{h+1} = \infty$.

Or bene, supponiamo $r_{m+1} = 0$ e teniamo presente che in tale caso deve essere $r_m = \infty$ oppure $r_{m+2} = \infty$; da quanto si è sopra stabilito risulta che: il punto $s = 0$ è zero di 3.° ordine per Q_m e Q_{m-2}, quando $r_m = \infty$; invece il punto $s = 0$ è zero di 3.° ordine per Q_m e Q_{m+2}, quando $r_{m+2} = \infty$: in ogni caso, quando $r_{m+1} = 0$, Q_m ha uno zero di 3.° ordine nel punto $s = 0$.

Teorema 3.° — *Fra i termini di due ridotte successive d'una frazione continua sussistono le relazioni*:

$$(33) \qquad G_m\, H_{m-1} - G_{m-1}\, H_m = \delta_m\, s^{2m+\varepsilon},$$

se r_m è finito, diverso da 0;

$$(34) \quad G_m\, H_{m-2} - G_{m-2}\, H_m = \delta_m\, s^{2m+\varepsilon-1} \quad , \text{ se } r_m = \infty,$$

dove δ_m è una costante diversa da 0, e bisogna assumere: $\varepsilon = 0$ *quando l'elemento ha il parametro* $y \neq \xi$; $\varepsilon = 1$ *quando la frazione continua dà lo sviluppo di* $\sqrt{X}$ $(y = \xi)$.

Supponiamo dapprima $y \neq \xi$. Siano, in ordine crescente, h', h'', ... gli indici di quelle r che hanno valore infinito. Fissato m, se $m < h'$ la proposizione è già stata dimostrata. Supponiamo ora $m > h'$ e distinguiamo:

1.°) r_m finito e diverso da 0; allora m ed $m - 1$ non sono uguali ad alcuno dei detti indici; siano h', h'', ... $h^{(r)}$ gli indici minori di m. Intanto $G_m\, H_{m-1} - G_{m-1}\, H_m$ è (a meno del segno) eguale al prodotto dei successivi numeratori della frazione continua fino a quello di rango m (incluso); il loro numero nel nostro caso è $m - r$, perchè non esistono numeratori dei ranghi $h' - 1$, $h'' - 1$, ... $h^{(r)} - 1$; inoltre $2r$ di essi sono della forma $c\, s^3$ e sono quelli dei ranghi

$$h',\ h' + 1,\ h'';\ h'' + 1,\ \ldots\ h^{(r)},\ h^{(r)} + 1;$$

i rimanenti sono della forma $c\, s^2$ [e sono in numero $m - 3r$]; dunque il prodotto considerato è (a meno di un fattor costante

Digitized by Google

una potenza di s del grado $3.2r + 2(m - 3r) = 2m$; e con ciò resta stabilita la (33), con $\varepsilon = 0$, nell'ipotesi $y \neq \xi$.

2°) $v_m = \infty$; allora m è uguale ad una delle $h', h'', \ldots$; sia $m = h^{(r)}$; le due ridotte successive che si considerano hanno i ranghi m, $m - 2$; il prodotto dei numeratori fino a quello di rango m, incluso, contiene soltanto $2r - 1$ fattori della forma $c\,s^3$, l'ultimo dei quali è quello di rango $h^{(r)} = m$, per conseguenza, ripetendo il ragionamento precedente, si vede che il prodotto considerato, è della forma $\delta\, s^{2m-1}$; con ciò resta stabilita la (34), con $\varepsilon = 0$, nell'ipotesi $y \neq \xi$.

Per stabilire le formole (33), (34) nell'ipotesi $y = \xi$, basta osservare che, in questa ipotesi, nel prodotto dei successivi numeratori fino a quello di rango m, sono della forma $c\,s^3$, non solo i fattori considerati nell'ipotesi $y \neq \xi$, ma ancora il primo fattore β_1.

Dato un elemento f, di parametro y, e formata la frazione continua che lo sviluppo nell'intorno di un punto ξ, sia essa regolare o no, si consideri la funzione

$$G_m - H_m f = \mathbf{G}_m - \mathbf{H}_m \sqrt{X}, \tag{35}$$

dove $\mathbf{G}_m$, $\mathbf{H}_m$ sono definite dalle (5), se t è finito e diverso da 0; coincidono con G_m, H_m se $t = 0$; son definite dalle (29), se $t = \infty$, e s'intende escluso $v_{m+1} = \infty$. Il risultato contenuto nella formola (18) è valido anche per le frazioni continue irregolari, se si enuncia nei termini seguenti: La funzione (35) è eguale al prodotto dei resti successivi da quello di rango 0 a quello di rango m (0 e m inclusi).

Ciò posto, abbiamo:

Teorema 4.° — *La funzione* (35) *nel punto* $s = 0$ *ha uno zero di ordine* $2m + 2 + \varepsilon$, *se* v_{m+2} *è finito; invece ha uno zero di ordine* $2m + 3 + \varepsilon$, *se* $v_{m+2} = \infty$; *dove* $\varepsilon = 0$, *quando* $y \neq \xi$; $\varepsilon = 1$, *nel caso dello sviluppo di* $\sqrt{X}$ $(y = \xi)$.

Siano come precedentemente $h', h'', \ldots$ in ordine crescente gli indici di quelle v che hanno valore infinito, e suppongasi anzitutto $y \neq \xi$. Fissato m, se $m < h' - 2$, la proposizione è già stata dimostrata. Supponiamo ora $m \geq h' - 2$ e distinguiamo:

1°) v_{m+2} è finito; allora $m + 1$ e $m + 2$ non sono eguali ad alcuno dei detti indici; siano $h', h'', \ldots h^{(r)}$ gli indici minori di $m + 1$. Non esistono i ranghi $h' - 1, h'' - 1, \ldots h^{(r)} - 1$ e però il prodotto $Q_0 \ldots Q_m$ consta di $m + 1 - r$ fattori; in virtù del teorema 2°, il punto $s = 0$ è zero di 3° ordine per $2r$ di essi, quelli cioè dei ranghi

$$h' - 2, h', h'' - 2, h'', \ldots h^{(r)} - 2, h^{(r)};$$

Digitized by Google

inoltre il punto $s = 0$ è uno zero di 2° ordine per gli altri fattori, che sono in numero $m + 1 - 3r$; si deduce che il punto $s = 0$ per il prodotto considerato è uno zero di ordine

$$3 \cdot 2r + 2(m + 1 - 3r) = 2m + 2.$$

2°) $v_{m+2} = \infty$; allora m è uguale ad una delle

$h' - 2, h'' - 2, \ldots$; sia $h^{(r)} - 1 < m = h^{(r+1)} - 2$;

ora nel prodotto dei resti considerati, oltre ai fattori precedentemente osservati, anche il fattore Q_m ha uno zero di 3° ordine nel punto $s = 0$ e quindi in questo punto il prodotto ha uno zero di ordine $2m + 3$.

Così il teorema è dimostrato nell'ipotesi $y \neq \xi$. Per dimostrarlo nella ipotesi $y = \xi$, basta osservare che in quest'ipotesi tra i fattori, che hanno zero di 3° ordine in $s = 0$, vi è anche Q_0.

Corollario. — Se $\frac{G_m}{H_m}$ è la ridotta di rango m della frazione continua che sviluppa un elemento di parametro y nell'intorno di ξ, ciascuna delle differenze

$$\frac{f'X - f'Y}{x - y} - \frac{G_m}{H_m}, \quad f'X - \frac{\mathbf{G}_m}{\mathbf{H}_m}$$

nel punto ξ è infinitesima di ordine $2m + 2 + \varepsilon$, quando v_{m+2} è finito;
è invece infinitesima di ordine $2m + 3 + \varepsilon$, quando $v_{m+2} = \infty$; si ha: $\varepsilon = 0$, quando $y \neq \xi$; e $\varepsilon = 1$, quando $y = \xi$.

Passiamo ora ad estendere alle frazioni continue di HALPHEN irregolari le formole (6)-(14) N. 1. E supponiamo in primo luogo $y \neq \xi$ $(t \neq 0)$.

Tali formole sono valide per tutti quei valori dell'indice m, per i quali non sia $v_{m+1} = \infty$. Quando sia $v_{h+1} = \infty$, i simboli $A^{(h)}, B^{(h)}, \ldots$ non hanno significato; e quando in una di esse si ponga $m = h + 1$, nella stessa in luogo di $m - 1$ bisogna scrivere $h - 1$. Così la (6) N. 1 va scritta come segue:

$$(36) \qquad Q_{h+1} = -\frac{\mathbf{G}_{h+1} - \mathbf{H}_{h+1} f'X}{\mathbf{G}_{h-1} - \mathbf{H}_{h-1} f'X}.$$

Se in questa si pone $Q_{h+1} = f'\bar{X} - A$ e poi si separano le parti razionali delle irrazionali, si deducono le notevoli relazioni:

$$(37) \qquad \begin{aligned} \mathbf{G}_{h+1} &= \mathbf{G}_{h-1} A + \mathbf{H}_{h-1} \bar{X}, \\ \mathbf{H}_{h+1} &= \mathbf{H}_{h-1} A + \mathbf{G}_{h-1}. \end{aligned}$$

Digitized by Google

Si ha inoltre:

$$(38)\qquad \begin{cases} A^{(h-1)} = A^{(h+1)} = \sqrt{p_0}\,(1 + q_1 s + q_2 s^2), \\ B^{(h-1)} = 2 p_0 (q_1 q_3 + q_4) s, \\ B^{(h+1)} = 2 p_0 [q_3 + (q_1 q_3 + q_4) s]. \end{cases}$$

Supponiamo in secondo luogo $y = \xi$ $(t = 0)$. Ora dobbiamo tenere presenti le formole (26), (27), (28), le quali continuano ad essere valide per tutti quei valori dell'indice m, per i quali non sia $v_{m+1} = \infty$. Ripetendo le considerazioni fatte per $t \neq 0$, concludiamo:

Quando si considera la frazione continua che dà lo sviluppo di $\sqrt{X}$ $(t = 0)$, nell'intorno di un punto ξ; sussistono le formole seguenti:

$$(39)\quad H_m H_{m-1} X - G_m G_{m-1} = \delta_m A^{(m)} s^{2m+1}, \quad v_m \text{ finito e } \neq 0$$

$$(40)\quad H_{h+1} H_{h-1} X - G_{h+1} G_{h-1} = \delta_{h-1} A s^{2h+1}, \quad v_{h+1} = \infty,$$

$$(41)\quad H^2_m X - G^2_m = \delta_m B^{(m)} s^{2m+3}, \quad v_m \text{ finito e } \neq 0,$$

$$(42)\quad H^2_{h-1} X - G^2_{h-1} = \delta_{h+1} s^{2h+2}, \quad v_{h+1} = \infty,$$

$$(43)\quad H_{h-1} X + G_{h-1} A = G_{h+1}, \quad \text{id.}$$

$$(44)\quad H_{h-1} A_0 + G_{h-1} = H_{h+1}, \quad \text{id.}$$

dove le δ sono costanti diverse da 0.

È facile stabilire le formole analoghe per il caso $y = t = \infty$, deducendole dalle (30), (31).

6. — **Frazioni continue irregolari. Intorno $\xi = \infty$.** Si è visto [N. 12] che la frazione continua in forma normale che sviluppa un elemento dato f di parametro y, nell'intorno $\xi = \infty$, si ottiene ricorrendo alla sostituzione $x = -\frac{1}{s}$. Posto:

$$X(x) = a_0 x^4 + 4 a_1 x^3 + \ldots + a_4,$$

$$X'(s) = a_0 + 4 a_1 s + \ldots + a_4 s^4,$$

$$X(y) = Y, \quad t = \frac{1}{y}, \quad X'(t) = Y',$$

si considera l'elemento

$$f' = \frac{\sqrt{X'} - \sqrt{Y'}}{s - t},$$

lo si sviluppa in frazione continua nell'intorno $s = 0$; nello sviluppo ottenuto si pone di nuovo $s = \frac{1}{x}$ e nel tempo stesso

Digitized by Google

si moltiplica ogni numeratore e denominatore parziale per una potenza di x, in modo da avere una frazione continua equivalente coi termini interi in x; questa frazione continua coincide dal primo denominatore in poi con quella che fornisce lo sviluppo dell'elemento dato f nell'intorno $\xi = \infty$.

Il teorema 1° del N. 5 si estende senz'altro al caso $\xi = \infty$ e si enuncia:

Teorema 1.° — *Nella ridotta di rango* m, *il denominatore* H_m *è sempre di grado* m *in* x: *il numeratore* G_m *invece è*: a) *di grado* m + 1 *in* x *quando* y *è finito*, b) *di grado* m + 2 *in* x *quando* $y = \infty$, *quando cioè la frazione continua è quella che sviluppa* $\sqrt{X}$ *nell'intorno* $\xi = \infty$. *Ogni ridotta è è una frazione irreducibile.*

Le proprietà dei resti della frazione continua, che sviluppa l'elemento dato f nell'intorno $\xi = \infty$, si deducono facilmente da quelle dei resti della frazione continua, che sviluppa l'elemento f' nell'intorno $s = 0$. Denotiamo con Q_m il resto di rango m relativo all'elemento f e con Q'_m il resto di rango m relativo all'elemento f' (supposto $m > 0$). Quando sia v_{m+1} finito e diverso da 0, nella frazione parziale di rango m in f' il denominatore è di 1° grado in s; si deduce: $Q_m = x\,Q'_m$; d'altra parte, per $s = 0$, Q'_m ha uno zero di 2° ordine (per il teorema 2°, N. 5); segue che, per $x = \infty$, Q'_m ha uno zero di 1° ordine. Quando sia $v_{m+1} = \infty$, nelle frazioni parziali dei ranghi $m - 1$, $m + 1$ in f' i denominatori sono rispettivamente dei gradi 1° e 2° in s; si deduce:

$$Q_{m-1} = x\,Q'_{m-1} \quad , \quad Q_{m+1} = x^2\,Q'_{m+1} ;$$

d'altra parte (per il teorema 2° N. 5), per $s = 0$, Q'_{m-1} e Q'_{m+1} hanno entrambi uno zero di 3° ordine; segue che, per $x = \infty$, Q_{m-1} ha uno zero di 2° ordine e Q_{m+1} ha uno zero di 1° ordine; per conseguenza, se $v_{m+2} = \infty$, il resto Q_m ha zero di 2° ordine nel punto $s = 0$: osservando poi, che, quando v_{m+2} è finito, v_{m+1} se è finito è anche diverso da 0, si conchiude:

Teorema 2.° — *Nella frazione continua, che sviluppa nell'intorno del punto* $\xi = \infty$ *un elemento qualunque, il resto di rango* m (v_{m+1} *finito*) *ha nel punto* $x = \infty$ *uno zero di* 1° *o di* 2° *ordine, secondochè* v_{m+2} *è rispettivamente finito o infinito* (*).

(*) Per $m = 0$, si tengano presenti le formole [(50), (55) N. 12], mediante le quali il teorema è subito verificato, e si ha:

$$Q_0 = \frac{1}{2\sqrt{a_0}}\,[f - (x + y + q_1)\sqrt{a_0}\,],$$

Digitized by Google

Il teorema 3°, N. 5, si estende senz'altro al caso $\xi = \infty$ e si enuncia:

Teorema. 3.° *Tra i termini di due ridotte successive della frazione continua, che sviluppa nell'intorno del punto* $\xi = \infty$ *un elemento qualunque, sussistono le relazioni:*

(45) $\quad G_m H_{m-1} - G_{m-1} H_m = \delta_m$, se v_m è finito e $\neq 0$,

(46) $\quad G_m H_{m-2} - G_{m-2} H_m = \delta_m$, se $v_m = \infty$,

dove δ_m *è una costante diversa da* 0.

Pongasi ora, nell'ipotesi v_{m+1} finito:

$$\mathbf{G}_m = G_m - \frac{H_m}{x-y}\sqrt{X}, \quad \mathbf{H}_m = \frac{H_m}{x-y} \text{ , quando } y \text{ è finito,}$$

$$\mathbf{G}_m = G_m \text{ , } \mathbf{H}_m = H_m \text{ , quando } y = \infty,$$

e si consideri la funzione

$$\mathbf{G}_m - \mathbf{H}_m \sqrt{X} = G_m - H_m f, \tag{47}$$

essendo $\frac{G_m}{H_m}$ la ridotta di rango m che sviluppa l'elemento f di parametro y nell'intorno $\xi = \infty$. Con considerazioni analoghe a quelle svolte per il teorema 4° N. 5, si stabilisce qui il seguente:

Teorema 4.° — *La funzione* (47) *nel punto* $\xi = \infty$ *ha uno zero di ordine* $m+1$ *ovvero* $m+2$, *secondochè rispettivamente* v_{m+2} *è finito o infinito.*

E ora distinguiamo:

1°) y finito. $\mathbf{H}_m$ è una funzione frazionaria di ordine $m-1$; dal teorema precedente segue che la funzione

$$\frac{\mathbf{G}_m}{\mathbf{H}_m} - \sqrt{X}$$

nel punto $\xi = \infty$ ha uno zero di ordine $2m + \varepsilon$,

$\varepsilon = 0$, se v_{m+2} è finito; $\varepsilon = 1$, se $v_{m+2} = \infty$.

D'altra parte, essendo G_m, H_m polinomi degli ordini $m+1$, m, la funzione

$$\frac{\mathbf{G}_m}{\mathbf{H}_m} = \frac{G_m (x-y) + H_m \sqrt{X}}{H_m}$$

quando y è finito;

$$Q_0 = \frac{1}{2\sqrt{a_0}} \left[\sqrt{X} - (x^2 + q_1 x + q_2)\sqrt{a_0}\right].$$

quando $y = \infty$.

Digitized by Google

è una funzione frazionaria di x del 2° ordine: sviluppandola in serie di potenze intere discendenti di x (nell'intorno $x = \infty$), la serie comincia con un trinomio di 2° grado seguito da termini con potenze negative di x. Un'altra analoga serie si ha sviluppando $\sqrt{X}$ (ancora nell'intorno $x = \infty$). Siccome la differenza $\frac{G_m}{H_m} - \sqrt{X}$ ha nel punto $x = \infty$ uno zero di ordine $2m + \varepsilon$, così la differenza delle due serie deve cominciare col termine in $\frac{1}{x^{2m+\varepsilon}}$; donde si conchiude che le due serie hanno gli stessi $2m + \varepsilon + 2$ primi coefficienti.

2°) $y = \infty$. Qui si tratta dello sviluppo di $\sqrt{X}$ in frazione continua nell'intorno $\xi = \infty$. Ora, essendo H_m una funzione intera d'ordine m, dall'ultimo teorema si deduce che la funzione $\frac{G_m}{H_m} - \sqrt{X}$ nel punto $\xi = \infty$ ha uno zero di ordine $2m + 1 + \varepsilon$ (dove $\varepsilon = 0, 1$ secondochè v_{m+2} è finito o infinito). D'altra parte la funzione $\frac{G_m}{H_m}$ è una funzione frazionaria del 2° ordine (perchè G_m e H_m ora sono degli ordini $m + 2, m$). Ragionando come sopra, si conchiude: se si sviluppano in serie di potenze intere discendenti di x le due funzioni $\frac{G_m}{H_m}$ e $\sqrt{X}$, le due serie hanno gli stessi $2m + \varepsilon + 3$ primi coefficienti.

Concludiamo:

Teorema 5.° — *Se si sviluppa in frazione continua un elemento di parametro* y *nell'intorno* $\xi = \infty$ *e dalla sua ridotta di rango* m (v_{m+1} *finito*) *si ricava la funzione razionale* $\frac{G_m}{H_m}$, *questa funzione razionale e la funzione* $\sqrt{X}$ *sono espresse da due serie di potenze intere discendenti di* x, *le quali hanno gli stessi* $2m + 2 + \varepsilon + \eta$ *primi termini; dove* $\varepsilon = 0, 1$ *secondochè rispettivamente* v_{m+2} *è finito o infinito*; $\eta = 0, 1$ *secondochè rispettivamente* y *è finito o infinito.*

Ritorniamo ai resti della frazione continua che sviluppa un elemento qualunque nell'intorno $\xi = \infty$.

1°) Se v_{m+1} è finito e diverso da 0, si ha:

$$\Omega_m = \frac{B^{(m)}}{\sqrt{X} + A^{(m)}},$$

dove

$$A^{(m)} = A_0^{(m)} x^2 + 2 A_1^{(m)} x + A_2^{(m)} \quad , \quad B^{(m)} = B_0^{(m)} x + B_1^{(m)}$$

Digitized by Google

sono due polinomi di 2° e 1° grado in x, che soddisfano identicamente la relazione:

$$X - \mathbf{A}^2 = \mathbf{B}\,(x - y_m) \quad , \quad \text{se } y_m \text{ è finito;}$$
$$X - \mathbf{A}^2 = \mathbf{B} \quad , \quad \text{se } y_m = \infty .$$

2°) Quando $r_{h+1} = \infty$, posto:

$$A = \sqrt{a_0}\,(x^2 + q_1 x + q_2),$$

si ha:

$$A^{(h-1)} = A^{(h+1)} = A ,$$

$$B_0^{(h-1)} = 0 \quad , \quad B_1^{(h-1)} = 2\,p_0\,(q_1\,q_3 + q_4) \quad , \quad Q_{h-1} = \frac{B_1^{(h-1)}}{\sqrt{X} + A} ,$$

$$B^{(h+1)} = 2\,p_0\,[q_3\,x + (q_1\,q_3 + q_4)] \quad , \quad Q_{h+1} = \frac{B^{(h+1)}}{\sqrt{X} + A} .$$

Tra i termini delle ridotte ed i polinomi A, B sussistono relazioni analoghe alle (13), (14) per y finito ed analoghe alle (39)-(44) per $y = \infty$. Scriviamo queste ultime che riguardano la frazione continua che sviluppa $\sqrt{X}$ nell'intorno $\xi = \infty$.

Esse sono:

(48) $\quad H_m\,H_{m-1}\,X - G_m\,G_{m-1} = \delta_m\,A^{(m)}$, r_m finito e $\neq 0$,

(49) $\quad H_{h+1}\,H_{h-1}\,X - G_{h+1}\,G_{h-1} = \delta_{h+1}\,A$, $r_{h+1} = \infty$

(50) $\quad H^2_m\,X - G^2_m = \delta_m\,B^{(m)}$, $r_m \neq 0$

(51) $\quad H^2_{h-1}\,X - G^2_{h-1} = \delta_{h+1}$, $r_{h+1} = \infty$

(52) $\quad H_{h-1}\,X + G_{h-1}\,A = G_{h+1}$, id.

(53) $\quad H_{h-1}\,A + G_{h-1} = H_{h+1}$, id.

Sussistono ancora i teoremi analoghi ai teoremi 2°, 3°, 4° del N. 4.

Nel mio lavoro in « *Scritti matematici offerti ad* E. D'OVIDIO » al N. 17, dopo di avere osservato che le frazioni continue di HALPHEN, nel caso particolare che danno lo sviluppo di $\sqrt{X}$ nell'intorno $\xi = \infty$, sono equivalenti a quelle studiate da ABEL, ho mostrato come in tal caso particolare alcune formole di quello scritto già si trovano in ABEL. Ora a proposito delle ridotte osservo che la importante condizione, affinchè, nella frazione continua che sviluppa $\sqrt{X}$, un denominatore di 1° grado di rango n (che

Digitized by Google

ABEL denota con $2\,v_{n-1}$) sia seguito da uno di 2^0 grado, è stata messa da ABEL sotto questa forma: che la relazione

$$P^2 - Q^2 X = 1$$

deve potersi soddisfare identicamente con un polinomio P di grado $n+2$ ed un altro Q di grado n in x, mentre P e Q sono i termini G_n, H_n della ridotta di rango n. Or bene la detta condizione equivale alla nostra $v_{h+1} = \infty$, con $n = h - 1$, e la condizione (51) sopra trovata coincide appunto con quella ricordata di ABEL.

Digitized by Google

MARZO 1918

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 135.147* 12h	Ponte a Sarnico M. 135.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	— 0.58	+ 0.00	— 0.28	— 0.23	— 0.35	— 0.17	+ 1.37
2	— 0.50	+ 0.05	— 0.23	— 0.10	— 0.24	— 0.12	agitato
3	— 0.50	+ 0.21	— 0.05	+ 0.04	— 0.13	— 0.08	+ 1.38
4	— 0.36	+ 0.26	— 0.00	+ 0.06	— 0.11	— 0.05	+ 1.40
5	— 0.34	+ 0.28	+ 0.05	+ 0.09	— 0.08	— 0.05	+ 1.41
6	— 0.30	+ 0.29	+ 0.10	+ 0.07	— 0.09	— 0.02	+ 1.42
7	— 0.29	+ 0.30	+ 0.02	+ 0.06	— 0.10	— 0.00	+ 1.43
8	— 0.29	+ 0.30	+ 0.01	+ 0.06	— 0.10	— 0.00	+ 1.43
9	— 0.28	+ 0.31	+ 0.00	+ 0.06	— 0.10	+ 0.01	+ 1.43
10	— 0.28	+ 0.31	— 0.02	+ 0.06	— 0.10	+ 0.02	+ 1.43
11	— 0.27	+ 0.30	— 0.02	+ 0.06	— 0.10	+ 0.02	+ 1.42
12	— 0.26	+ 0.30	— 0.02	+ 0.05	— 0.11	+ 0.03	+ 1.42
13	— 0.26	+ 0.31	— 0.02	+ 0.05	— 0.11	+ 0.03	+ 1.41
14	— 0.26	+ 0.31	— 0.02	+ 0.05	— 0.11	+ 0.04	+ 1.40
15	— 0.24	+ 0.33	— 0.02	+ 0.03	— 0.13	+ 0.04	+ 1.40
16	— 0.23	+ 0.33	— 0.03	+ 0.03	— 0.13	+ 0.04	+ 1.40
17	— 0.23	+ 0.33	— 0.03	+ 0.02	— 0.14	+ 0.05	+ 1.40
18	— 0.23	+ 0.32	— 0.04	+ 0.02	— 0.14	+ 0.05	+ 1.40
19	— 0.23	+ 0.32	— 0.04	+ 0.01	— 0.14	+ 0.06	+ 1.39
20	— 0.22	+ 0.32	— 0.05	+ 0.01	— 0.15	+ 0.06	+ 1.39
21	— 0.22	+ 0.32	— 0.06	+ 0.00	— 0.15	+ 0.04	+ 1.38
22	— 0.22	+ 0.32	— 0.06	+ 0.00	— 0.16	+ 0.04	+ 1.38
23	— 0.21	+ 0.32	— 0.07	+ 0.00	— 0.16	+ 0.04	+ 1.37
24	— 0.20	+ 0.32	— 0.07	+ 0.00	— 0.16	+ 0.05	+ 1.37
25	— 0.20	+ 0.32	— 0.07	— 0.01	— 0.16	+ 0.05	+ 1.37
26	— 0.15	+ 0.32	— 0.07	— 0.01	— 0.17	+ 0.04	+ 1.36
27	— 0.15	+ 0.32	— 0.07	— 0.01	— 0.17	+ 0.04	+ 1.36
28	— 0.15	+ 0.31	— 0.07	— 0.01	— 0.17	+ 0.03	+ 1.36
29	— 0.15	+ 0.31	— 0.08	— 0.02	— 0.17	+ 0.03	+ 1.36
30	— 0.16	+ 0.30	— 0.08	— 0.02	— 0.18	+ 0.04	+ 1.36
31	— 0.17	+ 0.30	— 0.08	— 0.02	— 0.18	+ 0.04	+ 1.36

(1) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Digitized by Google

APRILE 1918

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	— 0.24	+ 0.31	— 0.07	— 0.02	— 0.18	+ 0.04	+ 1.37
2	— 0.07	+ 0.40	+ 0.02	+ 0.09	— 0.08	+ 0.05	+ 1.38
3	— 0.02	+ 0.44	+ 0.08	+ 0.15	— 0.03	+ 0.07	+ 1.38
4	— 0.01	+ 0.46	+ 0.08	+ 0.14	— 0.03	+ 0.07	+ 1.38
5	+ 0.01	+ 0.47	+ 0.09	+ 0.14	— 0.03	+ 0.09	+ 1.38
6	+ 0.02	+ 0.47	+ 0.09	+ 0.15	— 0.03	+ 0.10	+ 1.39
7	+ 0.02	+ 0.47	+ 0.09	+ 0.17	— 0.02	+ 0.10	+ 1.39
8	+ 0.02	+ 0.50	+ 0.10	+ 0.17	— 0.00	+ 0.11	+ 1.39
9	+ 0.06	+ 0.56	+ 0.18	+ 0.19	+ 0.02	+ 0.12	+ 1.39
10	+ 0.15	+ 0.70	+ 0.22	+ 0.28	+ 0.10	+ 0.14	agitato
11	+ 0.36	+ 0.75	+ 0.28	+ 0.32	+ 0.14	+ 0.16	+ 1.41
12	+ 0.47	+ 0.77	+ 0.27	+ 0.32	+ 0.14	+ 0.17	+ 1.48
13	+ 0.49	+ 0.78	+ 0.27	+ 0.32	+ 0.14	+ 0.19	+ 1.44
14	+ 0.50	+ 0.83	+ 0.30	+ 0.39	+ 0.20	+ 0.22	+ 1.45
15	+ 0.58	+ 0.88	+ 0.34	+ 0.41	+ 0.22	+ 0.25	+ 1.47
16	+ 0.64	+ 0.90	+ 0.35	+ 0.41	+ 0.22	+ 0.25	+ 1.47
17	+ 0.70	+ 0.90	+ 0.35	+ 0.41	+ 0.22	+ 0.26	+ 1.47
18	+ 0.71	+ 0.91	+ 0.36	+ 0.42	+ 0.23	+ 0.26	+ 1.47
19	+ 0.74	+ 0.93	+ 0.37	+ 0.42	+ 0.23	+ 0.26	+ 1.47
20	+ 0.74	+ 0.93	+ 0.38	+ 0.44	+ 0.25	+ 0.26	+ 1.46
21	+ 0.76	+ 0.93	+ 0.38	+ 0.45	+ 0.26	+ 0.27	agitato
22	+ 0.80	+ 0.96	+ 0.40	+ 0.47	+ 0.28	+ 0.27	+ 1.46
23	+ 0.85	+ 0.96	+ 0.40	+ 0.47	+ 0.28	+ 0.28	+ 1.46
24	+ 0.84	+ 0.95	+ 0.40	+ 0.46	+ 0.27	+ 0.29	+ 1.46
25	+ 0.80	+ 0.94	+ 0.40	+ 0.46	+ 0.27	+ 0.31	+ 1.46
26	+ 0.78	+ 0.92	+ 0.38	+ 0.45	+ 0.26	+ 0.33	+ 1.47
27	+ 0.72	+ 0.90	+ 0.38	+ 0.43	+ 0.25	+ 0.34	+ 1.48
28	+ 0.68	+ 0.89	+ 0.38	+ 0.42	+ 0.24	+ 0.37	+ 1.49
29	+ 0.65	+ 0.88	+ 0.38	+ 0.42	+ 0.24	+ 0.39	+ 1.51
30	+ 0.70	+ 0.90	+ 0.40	+ 0.46	+ 0.27	+ 0.40	+ 1.53
31							

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Digitized by Google

Adunanza del 20 Giugno 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. G. COLOMBO
MEMBRO ANZIANO

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Colombo, Fantoli, Franchi, Gabba B., Gobbi, Gorini, Jung, Körner, Menozzi, Murani, Salvioni C., Scherillo, Tansini, Villa.

E i SS. CC.: Arnò, Barassi, Bellezza, Bignone, Bordoni-Uffreduzi, Calderini, Coletti, De Marchi M., Fraccaroli, Gabba L., Grassi, Griffini, Jona, Mariani, Ricchieri, Rocca, Sanesi, Solazzi, Volta, Zingarelli, Zuretti.

Giustificano la loro assenza, per ragioni di salute, i MM. EE. Celoria, Lattes E., Taramelli T.; e per motivi di ufficio i MM. EE. Del Giudice, Mangiagalli, Sabbadini, Jorini, Zuccante.

L'adunanza è aperta alle ore 13,40.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Murani, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Pirocchi A. La pula vergine di riso nell'alimentazione dei buoi da lavoro. Milano, 1917.

— Studi sperimentali sulla fecondazione artificiale. Milano 1915.

— La fecondazione artificiale nei mammiferi. Milano, 1917.

— L'industria zootecnica considerata in rapporto all'ora presente e al dopo-guerra. Torino, 1918.

Il presidente comunica all'Istituto i ringraziamenti pervenuti dai soci corrispondenti nazionali e stranieri ultimamente eletti nelle varie sezioni.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. C. Gorini legge la sua nota: « *Per la conservazione dei foraggi con fermenti selezionati* ».

Il S. C. prof. Siro Solazzi fa un ampio riassunto della sua nota: « *Jus liberorum e alfabetismo* ».

In assenza del prof. Francesco Porro, il S. C. ing. L.

Digitized by Google

Gabba dice poche parole sulla nota: « *Sulla stabilità dei sistemi secondari perturbati dal sole* ». La nota era ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze fisico-chimiche.

Il prof. Luigi Brusotti fa un breve riassunto della sua nota, ammessa dalla Sezione di scienze matematiche: « *Esistono fasci di curve piane d'ordine n a punti-base e centri critici tutti reali* ».

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata per la trattazione degli affari.

Il presidente comunica i nomi dei Membri nominati dalla presidenza a comporre la Commissione che, giusta l'ordine del giorno Mangiagalli, votato a unanimità nell'adunanza precedente del 6 giugno, ha l'incarico di predisporre il lavoro per lo studio dei problemi del dopo-guerra. Essi sono i seguenti: sen. prof. P. Del Giudice, Presidente dell'Istituto, sen. professore G. Colombo, sen. prof. L. Mangiagalli, prof. A. Menozzi, prof. A. Jorini, prof C. Supino, prof. C. Saldini.

Si passa alla votazione per la nomina di soci corrispondenti nella Sezione di scienze mediche. Funzionano da scrutatori i MM. EE. Jung e Gabba. Risultano eletti, a sensi dell'artic. 17 del Regolamento Organico, i proff. Serafino Belfante, Luigi Devoto, Romeo Fasani, Piero Giacosa, Umberto Mantegazza, Achille Monti, Angelo Pugliese, Emilio Veratti.

Ad oratore per il discorso inaugurale dell'anno accademico 1919, l'Istituto designa il M. E. prof. M. Scherillo, il quale accetta.

Da ultimo il presidente legge, e l'Istituto approva, il bilancio preventivo 1918-19.

Esaurita la materia all'ordine del giorno, l'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
G. COLOMBO

Il Segretario
O. MURANI

Digitized by Google

Adunanza del 4 Luglio 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. P. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Colombo, Del Giudice, Fantoli, Gobbi, Golgi, Gorini, Jorini, Jung, Körner, Mangiagalli, Menozzi, Murani, Paladini, Sabbadini, Salvioni C., Supino C., Tansini, Taramelli T., Zuccante.

E i SS. CC.: Barassi, Calderini, Cisotti, Coletti, Devoto, Grassi, Griffini, Jona, Laura, Mariani, Pugliese, Ricchieri, Rocca, Saldini, Solazzi, Sormani, Supino F., Verga, Zuretti.

Scusano la loro assenza, per ragioni d'ufficio, il M. E. prof. Guarnerio e, per motivi di salute, i MM. EE. prof. Celoria, vicepresidente, e Lattes E.

L'adunanza è aperta alle ore 13.40.

Dietro invito del presidente, il segretario, M. E. prof. Murani, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono, per la Classe di lettere e scienze morali e storiche, le seguenti:

Donati G. La pedagogia. Forlì, 1918.

Pamphlets of the Carnegie Endowment for International Peace, N. 1... Washington, 1914....

Liber Notitiae Sanctorum Mediolani. Milano, 1917.

E, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

Effemeridi astronomiche ad uso dei naviganti, pubblicate dall'Istituto idrografico della R. Marina, 1917... Genova, 1916...

Reina V. Commemorazione del prof. Paolo Pizzetti. Roma, 1918.

Turati E. Variabilità del *Parnassius Apollo Pumilus* Stich. e ricerche sull'origine del Parnassius. Milano, 1918.

Il *Liber notitiae sanctorum Mediolani* è offerto in omaggio

Digitized by Google

all'Istituto dal M. E. prof. Carlo Pascal, di cui il segretario legge le parole di presentazione, che qui si trascrivono:

« Il M. E. prof. Carlo Pascal fa omaggio all'Istituto di un sontuoso volume: *Liber notitiae sanctorum Mediolani*, manoscritto della Biblioteca Capitolare di Milano, edito a cura di Marco Magistretti e Ugo Monneret De Villard (Milano, Biblioteca Ambrosiana, 1917). L'omaggio è fatto a nome del sig. Ugo Monneret de Villard, che ha curato la illustrazione dell'insigne documento. La stampa è dovuta alla munificenza di un nostro concittadino « insigne cultore delle arti e illustratore infaticato delle antichità milanesi ». È facile immaginare il nome dell'illustre nostro consocio *non residente*, a cui si allude con queste parole. Ma anche per altre ragioni questo volume si ricollega alle memorie, per dir così, domestiche, del nostro Istituto. Del *Liber notitiae sanctorum Mediolani* trasse una copia nel 1865 il dott. Antonio Ceruti, nostro compianto consocio, e la depositò nella Biblioteca Ambrosiana: a tal copia fecero ricorso d'allora in poi tutti coloro che ebbero bisogno di consultare il documento. E del documento stesso e dell'autore della maggior parte di esso, cioè di Goffredo da Bussero, ebbe occasione di toccare anche l'altro nostro collega Monsignor Achille Ratti nelle *Memorie* dell'Istituto del 1902. Il *Liber notitiae sanctorun Mediolani* non è un semplice *Leggendario:* esso contiene molto di più: ha un elenco di tutte le chiese, degli altari, delle feste e delle reliquie di ogni santo, del quale vi era culto nella diocesi di Milano intorno all'anno 1300; e questa parte topografica del *Liber* è forse la più importante, giacchè vasta era l'estensione della diocesi, che comprendeva le valli di Blenio, Leventina e Riviera; sicchè abbiamo una notazione abbastanza esatta di tutti i Pagi urbani, che erano compresi nell'ambito della Metropolitana milanese. Ma oltre alle notizie topografiche il *Liber* riporta anche inni, iscrizioni, memorie storiche d'ogni genere; sicchè può veramente dirsi un documento di prim'ordine per la sua importanza storica; ed è viva la nostra gratitudine ai signori Marco Magistretti e Ugo Monneret de Villard, per averne curata la pubblicazione, ed al secondo di essi anche per averne illustrato, con tutti i sussidi delle altre memorie superstiti, le singole parti ».

Il presidente annuncia quindi i ringraziamenti dei Soci corrispondenti ultimamente eletti, e pronuncia, per l'occasione della festa nazionale degli Stati Uniti d'America, le seguenti parole:

« Chiarissimi Colleghi, ricordiamo che oggi, ultimo giorno

Digitized by Google

delle nostre adunanze estive, è anche il giorno della festa nazionale commemorativa degli Stati Uniti d'America; e mandiamo un saluto di ammirazione e di riconoscenza al popolo, all'esercito, al presidente di quella grande Repubblica, il cui generoso intervento ormai si afferma con tanto valore su tutta la fronte della battaglia. La nuova êra, che avrà principio al cessare di questa gigantesca conflagrazione, andrà segnalata da questa caratteristica: l'unione sempre più intima dei due continenti in tutte le forme della operosità civile, e la potenza dell'America sarà associata a quella di Europa nel mantener saldo e sicure le garanzie per la evoluzione pacifica dei popoli nell'avvenire.

Mandiamo ancora un caloroso saluto al nostro esercito, che seppe con vigore ed energia rintuzzare l'urto formidabile del nemico, augurandoci che l'ala della vittoria continui a coprirlo sino alla fine della lotta immane ».

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Torquato Taramelli discorre « *Sull'origine del colle del Montello* », non senza essersi prima associato alle nobili patriottiche parole del presidente in onore del nostro esercito.

Il S. C. prof. Giuseppe Sormani intrattiene l'Istituto « *Sull'aumentata mortalità per tumori maligni e sulla ricerca delle probabili cause* ».

Il S. C. prof. Ernesto Laura discorre brevemente « *Sopra i potenziali generalizzati di Helmoltz* ».

L'avv. Giuseppe Pagani ha presentato una nota: « *Il dialetto di Borgomanero* ». La nota fu ammessa alla lettura dalla Sezione di storia e filologia. Ne discorre brevemente, in assenza del Pagani, il M. E. prof. Carlo Salvioni.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata per la trattazione degli affari.

È all'ordine del giorno l'approvazione del bilancio consuntivo per l'esercizio 1916-1917. Legge la relazione dei censori sul consuntivo il M. E. prof. Ulisse Gobbi, censore per la Classe di lettere e scienze morali e storiche. La relazione mette in rilievo la perfetta regolarità della gestione, ringrazia la presidenza per l'opera assidua dedicata al buon andamento dell'Istituto, e invita il Corpo accademico ad approvare il consuntivo quale è presentato. Il consuntivo è approvato a unanimità.

Segue, nell'ordine del giorno, la nomina di un membro nella Commissione giudicatrice del concorso della fondazione Camillo

Digitized by Google

Golgi presso la R. Università di Pavia. Su proposta del Presidente, viene rieletto a tal posto il M. E. prof. Luigi Mangiagalli.

Viene poi la relazione della Commissione nominata ultimamente coll'incarico di predisporre e ordinare il lavoro per lo studio dei problemi del dopo-guerra. La Commissione s'è già radunata una prima volta e riferisce ora, per mezzo del suo relatore, M. E. prof. Menozzi, le conclusioni a cui è giunta. Anzitutto « i problemi da porre allo studio devono essere in relazione colla guerra e colle sue immediate conseguenze; e devono appartenere possibilmente alle varie branche di scienze ed alle loro applicazioni, tutte offrendo argomenti meritevoli di esame ». In secondo luogo, per ciò che riguarda la forma onde tali problemi devono essere studiati, la Commissione conviene che « la preferibile è ancora quella del concorso a premio; stabilisce però che lo studio del medesimo problema possa essere compiuto da più persone in collaborazione; che il giudizio sui lavori sia dato da Commissioni nominate dall'Istituto, alle quali potranno anche appartenere membri estranei all'Istituto; e che questo giudizio sia costituito da un esame critico dei lavori, col quale si mettano in rilievo i pregi e le mende e le lacune in guisa da integrare possibilmente ed eventualmente i lavori medesimi ». Dopo ciò la Commissione propone alcuni temi, 7 in tutto; notando di avere accettato alcuno dei già proposti in via preliminare, tale e quale; qualche altro di avere semplicemente modificato nella formulazione; e taluni di avere aggiunti *ex novo*.

I temi proposti sono questi:

1.° — Contributo scientifico-pratico al problema della migliore utilizzazione delle acque a scopo di irrigazione e di forza motrice, con speciale riguardo alle questioni idrografiche geologiche e costruttive attinenti alla soluzione razionale dell'impianto di serbatoi montani.

2.° — Esaminare l'organismo delle scuole industriali esistenti in paese, il concetto che ha presieduto alla loro istituzione ed i programmi che sono stati recentemente dettati per esse, affine di rendersi conto se rispondono bene ai bisogni della classe operaia ed alla educazione di maestranze tecnicamente preparate per l'incremento e lo sviluppo di tutte le industrie del paese.

Esaminare cioè la scuola di primo grado che prepara (dai 12 anni in avanti) i vivai per le future schiere dei lavoratori; quelle di secondo grado, che istruiscono i giovanetti dai 15

Digitized by Google

ai 18 anni, con indirizzo di insegnamento teorico orale combinato con un ben inteso tirocinio pratico in appositi laboratori meccanici specializzati, ed infine assurgendo alle scuole di terzo grado (dai 18 ai 21 anni) veri istituti destinati a dare i sottoufficiali del lavoro ed a preparare insieme i futuri dirigenti delle industrie nazionali.

3.° — Contribuire con accurate indagini allo studio della migliore valorizzazione del terreno, portando particolare attenzione sulle più appropriate colture, sull'ausilio dell'adozione dei modi razionali di lavoro, sul sussidio sempre più importante della lavorazione meccanica, sul concorso di adatte concimazioni.

4.° — I rapporti fra capitale e lavoro nel dopo-guerra.

5.° — La difesa della società contro la tubercolosi.

6.° — L'avvenire della industria elettrotecnica italiana nel periodo del dopo-guerra, in relazione anche al probabile rincaro del carbone rispetto ai prezzi anti-guerra: e poichè le forze idroelettriche utilizzabili in Italia, quantunque ingenti, non sono illimitate e neanche così abbondanti da potere essere rivolte indifferentemente a qualsiasi uso, nei riguardi dell'economia nazionale, studiare quale migliore impiego potranno avere dette forze idroelettriche - illuminazione, forza motrice industriale, trazione elettrica, elettro-chimica, elettrosiderurgia, elettrometallurgia, ecc. nelle varie grandi regioni dell'Italia continentale ed insulare.

7.° — Il regime delle acque nel diritto pubblico e privato italiano.

Sulla relazione della Commissione è aperta la discussione. Prendono la parola in vario senso il presidente, il prof. Supino, il prof. Buzzati, il prof. Menozzi, il prof. Saldini. Il prof. Buzzati vorrebbe, in particolare, che un tema da proporre fosse anche l'inchiesta agraria per la Lombardia, tema degno dell'Istituto, che appunto ha il nome di Lombardo, e che fornirebbe certo occasione a riprendere e a continuare quei mirabili studi su « *La proprietà fondiaria e le produzioni agricole in Lombardia* » di Stefano Jacini. Il relatore Menozzi, però, osserva che la Commissione doveva fermarsi sui problemi che hanno attinenza diretta colla guerra, mentre il tema voluto dal Buzzati, pure importantissimo, non sarebbe con la guerra che in attinenza indiretta.

Il presidente pone quindi in votazione la forma del concorso a premio, proposta dalla Commissione come preferibile ad ogni altra, per lo studio dei problemi del dopo-guerra.

Digitized by Google

La forma del concorso a premio è approvata a unanimità.

E pone, in seguito, in votazione, ad uno ad uno, i temi proposti dalla Commissione, che sono pure a unanimità approvati, ad uno ad uno.

Il presidente ringrazia, dopo di ciò, la Commissione per il lavoro fatto, così rapidamente, pur rammentandole che tanto ancora resta a fare: spetta infatti alla Commissione provvedere a tutto ciò che riguarda il concorso, fissarne i termini, determinare le somme per ciascuno e concretare per ciò cogli Istituti di credito che tanto generosamente hanno offerto il loro contributo nell'opera insieme scientifica e patriottica, l'entità appunto di tale contributo.

Con fervidi voti alla patria e ai colleghi, nel periodo delle vacanze, il presidente scioglie l'adunanza alle ore 15.40.

Il Presidente

P. DEL GIUDICE

Il Segretario

G. ZUCCANTE

Digitized by Google

ITALIANI SENZA SAPERLO
ITALIANI SENZA VOLERLO

Nota del M. E. prof. G. C. Buzzati

(Adunanze del 23 maggio e 6 giugno 1918)

I.

Nello studiare tempo addietro la legge sulla cittadinanza 13 giugno 1912, n. 555, e parlando delle disposizioni transitorie (art. 19) mi limitai a riferire la parte dalla relazione Scialoja che ad esse si riferisce, aggiungendo: « nessuna difficoltà e nessun inconveniente, per quanto so, si presentò nell'applicazione di queste norme ».

Ma, alla distanza di cinque anni, alcuni casi che mi si manifestarono nella pratica devono farmi confessare che qualche difficoltà sorge anche adesso nell'applicazione all'art. 19: o meglio, che non sono anche adesso sufficentemente avvertiti tutti gli effetti che l'art. 19 produsse su moltissimi stranieri residenti nel regno al 1.° luglio 1912 e che avevano a quella data da oltre un anno raggiunta l'età maggiore.

Anche questa volta, come spesso accade, la pratica della vita ammonisce il commentatore che la sua fantasia nel prevedere le possibili ipotesi, è rimasta qualche passo più addietro della realtà.

L'art. 19 pone il principio che lo stato di cittadinanza acquisito anteriormente alla legge non si modifica se non per fatti posteriori all'entrata in vigore di essa: e nei due capoversi ammette che tra i fatti posteriori al 1.° luglio 1912 dai quali può risultare una modificazione alla cittadinanza anteriormente acquisita, possono essere annoverate determinate manifestazioni di volontà degl'interessati.

Ora se la legge nelle norme non transitorie attribuisse effetti alla volontà soltanto quando è manifestata esplicitamente, poche difficoltà sorgerebbero nell'interpretazione dell'art. 19:

Digitized by Google

ma così non è: alcune delle norme legislative sulla cittadinanza attribuiscono rilevanti effetti anche al silenzio: e ciò oscura l'apparente semplicità.

Il primo capoverso dell'art. 19 stabilisce: « coloro che, al momento dell'entrata in vigore della presente legge, hanno uno stato di cittadinanza diverso da quello che loro competerebbe secondo le disposizioni degli articoli precedenti, potranno entro l'anno, dichiarare di eleggere la qualità di cittadino o di straniero, che sarebbe loro spettata secondo le disposizioni medesime ».

Le persone cittadine per il cod. civ. e straniere per la nuova legge, o viceversa, non erano molte: in qualche caso tuttavia esisteva contraddizione: così ad es. il figlio naturale di madre cittadina e di padre apolide o appartenente ad una Stato per la legge del quale il figlio non segue la cittadinanza del padre, non era italiano per il cod. civ.; sarebbe italiano per la legge se nascesse adesso; se fosse nato in tali condizioni prima del 1.° luglio 1912 e a questa data avesse avuto più di 22 anni, poteva prima del 1.° luglio 1913 eleggere la qualità di cittadino nostro; qualche altra ipotesi può essere immaginata: ma è inutile pensarvi, sia perchè la facoltà di elezione estinse col 1.° luglio 1913, sia perchè la modificazione nello stato di cittadinanza doveva risultare da una formale dichiarazione.

Il secondo capoverso dell'art. 19 riguarda coloro cui le disposizioni degli articoli precedenti attribuiscono il diritto di eleggere la qualità di cittadino o di straniero: coloro cioè cui spetta la facoltà di elezione in virtù non già dal primo capoverso dell'art. 19, transitorio, ma del testo della legge.

Quanti e quali sono costoro? Molti, ma per noi non sono interessanti, come vedremo poi, che quelli cui è concesso acquistare la cittadinanza italiana mediante un'azione od una omissione: questi sono:

1.° lo straniero nato nel regno (art. 3);

2.° lo straniero nato all'estero da genitori residenti nel regno da almeno dieci anni al tempo della sua nascita (art. 3).

3.° lo straniero di cui il padre o la madre o l'avo paterno siano stati cittadini per nascita (art. 3 cpv. ult.);

4.° i figli minori non emancipati di chi perda la cittadinanza, i quali abbiano acquistata la cittadinanza di uno Stato straniero (art. 12 cpv).

Ma tra le 3 prime categorie e la 4.ª intercede questa differenza: che per quelli delle prime 3 l'azione o l'omissione

Digitized by Google

produttrice di effetti deve verificarsi entro un termine determinato: per quelli della 4.ª, ai quali sono applicabili, oltre che le disposizioni dell'art. 3, anche quelle dell'art. 9, il termine non decorre: per quanto diremo poi, possiamo trascurarli.

Coloro che sono compresi nelle 3 prime categorie possono diventare italiani (oltre che prestando servizio militare o civile nel regno, art. 3 n. 1, condizione per noi ora irrilevante) in due modi: o, se compiuto il 21.° anno risiedono nel regno, dichiarando entro il 22 anno di eleggere la cittadinanza italiana (l'azione, art. 3 n. 2): o, se risiedono nel regno da almeno 10 anni, non dichiarando entro il 22.° anno di voler conservare la cittadinanza straniera (l'omissione, art. 3 n. 3).

Il ricordo che l'art. 3 n. 2 e 3 è stato sospeso nella sua applicazione dal 31 luglio 1915 in poi per decr. luogot. 25 luglio 1915 n. 1114, non ha importanza per noi: ci basta sia rimasto in vigore dal 1.° luglio 1912 al 1.° luglio 1913.

I sopraindicati individui possono essere compresi tutti tra « coloro (secondo l'art. 19) a cui le disposizioni degli articoli precedenti attribuiscono il diritto di *eleggere* la qualità di cittadino o di straniero »? Il dubbio non mi pare ragionevole: è bensì vero che essi hanno facoltà (art. 3) o di dichiarare di *eleggere* la cittadinanza italiana o di dichiarare di voler *conservare* quella straniera: ma tanto nel primo come nel secondo caso si tratta di una elezione, di una scelta; il verbo *eleggere* del n. 2 non è un esatto contrapposto al *voler conservare* del n. 3; il contrapposto esatto di *voler conservare la cittadinanza straniera* sarebbe quello *voler acquistare la cittadinanza italiana*: eleggere comprende tanto il volontario acquisto che la volontaria conservazione: si fa una elezione tra la cittadinanza straniera che si possiede e l'italiana che si può acquistare tanto dichiarando di accettar questa, offerta, quanto dichiarando di conservar l'antica per evitarne l'acquisto *ope legis*. Il legislatore nel 1865 non adoperava che l'espressione eleggere; il riputato cittadino poteva eleggere la qualità di straniero (art. 5); il riputato straniero eleggere la qualità di cittadino (art. 6); e si espresse bene poichè regolava due casi inversi: ma si espresse bene anche nel 1912 perchè nell'art. 3 n. 3 aveva di mira solamente stranieri cui concedeva facoltà di diventare italiani: e se essi non ne profittavano, era più esatto dire, come fece, che conservano, anzichè dire che eleggono, la cittadinanza che già hanno. Non si può tuttavia negare che anche in tale caso essi fanno una elezione, come dice l'art. 19.

Tutti dunque gli indicati individui possono, debbono anzi

Digitized by Google

essere compresi tra i contemplati dell'art. 19 cpv. 2; l'art. 3 loro attribuisce il diritto di eleggere la qualità di cittadino o di straniero, ed essi per l'art. 19 « possono farne la dichiarazione entro un anno dal giorno dell'entrata in vigore della presente legge anche se i termini siano scaduti ». E quindi gli stranieri dell'art. 3 che al 1.° luglio 1912 avevano anche da molto tempo compiuti i 21 anni di età potevano (vedremo or ora le eccezioni) fare la dichiarazione per diventare italiani o rimaner stranieri.

Ma l'art. 19 prosegue: « salvo che, potendo fare una dichiarazione analoga in forza della legge anteriore, abbiano omesso di farla ».

Chi poteva in forza del cod. civ. fare analoghe dichiarazioni?

Sempre entro l'anno dell'età maggiore poteva eleggere la qualità di straniero:

a) chi fosse riputato cittadino per essere nato nel regno da padre (o da madre se il padre era ignoto, art. 7) che aveva perduto la cittadinanza prima del suo nascimento, e fosse residente nel regno (art. 5);

b) chi fosse riputato cittadino per essere nato nel regno da straniero ivi domiciliato da 10 anni (art. 8).

Poteva invece eleggere la qualità di cittadino:

c) chi fosse riputato straniero per essere nato all'estero da padre (o da madre se il padre era ignoto, art. 7) che aveva perduto la cittadinanza prima della sua nascita (art. 6);

d) chi fosse riputato straniero per essere nato nel regno da padre straniero ivi domiciliato da meno di 10 anni (art. 8 cpv. 2).

Va anzitutto avvertita una prima differenza tra questa categoria di persone e quelle cui è applicabile l'art. 3 della legge: le prime comprendono o italiani (riputati tali, dice il codice, ma effettivamente in tutto e per tutto cittadini) che possono diventare stanieri, o riputati stranieri (in verità stranieri del tutto) che possono diventare cittadini; nelle seconde non son compresi che stranieri i quali possono o restare tali, o diventare cittadini.

Inoltre non occorre dimostrare come le categorie contemplate nell'art. 3 siano molto più larghe di quelle poco sopra indicate e contemplate dal cod. civ. (chi è compreso nelle prime non sfugge alle altre, salvo rarissime eccezioni p. es. il figlio nato all'estero da padre il quale ha perduto la cittadinanza — acquistata non per nascita — prima del suo nascimento, è

Digitized by Google

previsto nell'art. 6 cod. civ. e non compreso in nessuna delle categorie dell'art. 3); e quindi coloro che entrano ad un tempo in quelle dell'art. 3 e in quelle del codice, avevano facoltà di fare nell'anno dalla loro maggior età acquisita anteriormente al 1.° luglio 1911 una dichiarazione rilevante per il loro stato di cittadinanza: se hanno omesso allora di farla, non più poterono profittare dall'art. 19 e prestarla dal 1.° luglio 1912 al 1.° luglio 1913; ma se entrano soltanto in una delle categorie dell'art. 3 e non in quelle del codice, la omissione della dichiarazione alla loro maggiorennità non potè produrre conseguenza alcuna, perchè essi non ebbero facoltà allora di farla; quindi per l'art. 19 furono in grado di dichiarare efficacemente il loro volere entro un anno dal 1.° luglio 1912.

Da ciò logicamente risultano le regole seguenti:

1.° chi compreso in una delle categorie dell'art. 3 e insieme in quella *c* o *d* del codice, che sotto l'impero di questo aveva omesso di eleggere la qualità di cittadino, non potè fare analoga dichiarazione dal 1.° luglio 1912 al 1.° luglio 1913;

e per corollario: chi era compreso in una delle categorie dell'art. 3 non in quelle *c* o *d* del codice potè efficacemente eleggere la cittadinanza italiana entro un anno dal 1.° luglio 1912 a norma dell'art. 3 n. 2; se era residente qui da 10 anni e nulla dichiarò, al compiere del 22.° anno diventò italiano;

2.° chi era compreso in una delle categorie dell'art. 3 e insieme in quella *a* o *b* del codice ed aveva omesso sotto l'impero di questo di eleggere la qualità di straniero, non ebbe facoltà di fare analoga dichiarazione dal 1.° luglio 1912 al 1.° luglio 1913;

e per corollario: chi era compreso in una delle categorie dell'art. 3 e non in quella *a* o *b* del codice ebbe facoltà entro un anno dal 1.° luglio 1912 di dichiarare di voler conservare la cittadinanza straniera; se omise di farlo, al 1.° luglio 1913 divenne italiano *ope legis*.

Mediante alcuni esempi le regole e i corollari appariranno più chiari.

Regola I. — Tizio riputato straniero per essere nato all'estero da padre cittadino per nascita, che aveva perduto la cittadinanza prima della sua nascita, è contemplato dall'art. 6 cod. civ. e dall'art. 3 cpv. ultimo; nel 1900 compì i 21 anni: poteva eleggere la cittadinanza italiana, ma omise di farne la dichiarazione; con la nuova legge non è più ammesso a fare dichiarazione analoga eleggendo la cittadinanza a norma dell'art. 3 n. 2.

Digitized by Google

Corollario I. — Mevio straniero ebbe la madre cittadina per nascita: rientra nell'art. 3 cpv. ultimo: ma essendo nato all'estero e suo padre non avendo mai avuta la nostra cittadinanza, non è contemplato dagli art. 7 o 8 cod. civ. Divenuto maggiorenne nel 1895 nessuna facoltà gli spettava relativamente al suo *status civitatis*; con la nuova legge e per applicazione dell'art. 3 n. 2 egli ebbe la facoltà di eleggere la nostra cittadinanza: se era residente nel regno da 10 anni, anche trascurando di eleggere la cittadinanza nostra, al 1.° luglio 1913 questa gli venne attribuita per applicazione dell'art. 3 n. 3.

Regola II. — Caio nato nel regno da straniero ivi domiciliato da 10 anni; è contemplato ad un tempo dal cod. civ. art. 8 e dalla legge art. 3; riputato cittadino, quando nel 1898 diventò maggiorenne. non fece veruna dichiarazione; non può quindi farla neppure all'entrata in vigore della legge; cittadino era e rimane.

Corollario II. — Tullio ebbe l'avo paterno cittadino per nascita (art 3 cpv. ult.), ma, nato all'estero, e quindi non riguardato dagli art. 5 e 8 cod. civ., nessun titolo aveva per eleggere alla sua maggior età, raggiunta nel 1890, lo stato di cittadino: ma il titolo gli fu attribuito dalla legge, art. 3 e 19: se al 1.° luglio 1912 risiedeva nel regno poteva eleggere la cittadinanza italiana: se ivi risiedeva da 10 anni e non dichiarò entro il 1.° luglio 1913 di voler conservare quella straniera, a quella data diventò italiano (art. 3 n. 3).

Il senso insomma dell'art. 19 è questo: a voi, stranieri (l'art. 5 e quindi anche il 19 si rivolgono soltanto agli stranieri), è stato offerto sotto l'impero del cod. civ. il mezzo di mutare cittadinanza?

— se si e ne avete profittato, nulla per voi ora è mutato;

— se si e non ne avete profittato, non potete più giovarvi ora delle nuove disposizioni di legge;

— se no, potete, volendo, accogliere l'invito che ora per la prima volta vi viene fatto; badate però che se da 10 anni risiedete nel regno e volete rimanere stranieri dovete dichiararlo: se non lo fate, tra un anno diventate, *ope legis*, italiani.

Esattamente l'art. 19 parla di fare una dichiarazione *analoga* perchè esiste infatti analogia tra la dichiarazione di chi riputato italiano manifestò, sotto l'impero del cod. la sua volontà di eleggere la cittadinanza straniera e quella dello straniero che, con la nuova legge manifesta la volontà di rimaner tale; più stretta ancora tra la dichiarazione del riputato straniero ai sensi dell'art. 6, 7 od 8 cpv. 2 cod. civ. di eleggere

Digitized by Google

la cittadinanza italiana e quella dello straniero contemplato dall'art. 3 di voler acquistare lo *statum civitatis nostrae*.

La disposizione dell'art. 19 è poi perfettamente giusta anche nel contenuto: infatti per che ragione dovevano essere trattati ad un modo gli stranieri che avrebbero compiuto il 21.° anno dopo il 1.° luglio 1912 e ad un modo diverso quelli che, trovandosi nelle precise condizioni dei primi, avevano a quella data 25, 40 o 70 anni?

Ma, ed è questa la conclusione cui volevo arrivare, in virtù degli art. 3 e 19 esistono oggi in Italia moltissime persone, più numerose di quanto si creda, che sono italiane senza che esse, e neppure gli altri, lo sappiano.

L'attribuzione della nostra cittadinanza *ope legis* salvo contraria dichiarazione, è un principio frequentemente accolto dal legislatore del 1912: negli art. 3 n. 3, 9 n. 3, 10 cpv. ult. 12 cpv., e produce spesso l'effetto sopra annoverato: ma esso specialmente si verificò il 1.° luglio 1913, in modo generalmente inavvertito, per gran numero di persone. Infatti quando uno straniero che risiede da 10 anni nel regno è nato in Italia, od ha avuto i genitori qui residenti da un decennio al momento in cui nacque, od ebbe il padre e la madre o l'avo paterno cittadini per nascita, e si trova quindi per più motivi in rilevante rapporto col nostro paese, egli, compiuti i 21 anni, generalmente sa che qualche modificazione nel suo stato di cittadinanza avviene, o può per sua volontà avvenire; la sua attenzione ad ogni modo è su di ciò richiamata per la coscrizione cui, salvo per rarissime eccezioni, è chiamato, e provvede ai casi propri. Ma quanti non furono gli stranieri, i quali trovandosi nelle suaccennate condizioni ed avendo 22 o più, anni di età al 1.° luglio 1912 vennero a conoscenza della legge entrata allora in vigore e profittarono della disposizione dell'art. 19?

II.

Codesti individui sono dunque diventati al 1.° luglio 1913 cittadini italiani senza che ciò fosse noto ad essi, nè, generalmente, ad altre persone e senza neppure che di questo mutamento nel loro stato di cittadinanza fosse fatta menzione nemmeno sui registri di stato civile.

Essi, ignorando la legge e quindi gli effetti suoi a loro riguardo, non pensarono neppure a compiere un atto di volontà in un od altro senso per acquistare cioè la cittadinanza nostra o per conservare la straniera.

Digitized by Google

Poterono però verificarsi altri casi nei quali lo straniero, avendo conoscenza della legge e degli effetti suoi su di lui e determinando la sua volontà nel senso di rimanere straniero, si trovò dalla legge stessa costretto a diventar italiano. Quelli di cui sopra si è discorso sono diventati al 1.° luglio 1913 cittadini italiani senza saperlo, questi senza volerlo, anzi contro la loro precisa volontà.

Per darne la dimostrazione abbandoniamo l'art. 19: vi torneremo tra poco.

Supponiamo che prima del 31 luglio 1915 — prima cioè che il decreto luogot. 25 luglio 1915, n. 1114 sospendesse l'acquisto della cittadinanza italiana a norma dell'art. 3 num. 2 e 3 — uno straniero nato all'estero fosse residente in Italia da 10 anni: che al momento della sua nascita i genitori fossero stati residenti in Italia, pure da 10 anni, oppure che il padre o la madre o l'avo paterno siano stati cittadini per nascita: che egli fosse apolide.... si può forse ritenere che le persone in tali condizioni sieno rare come le rondinelle in gennaio: ma così non è: le condizione poste non sono strane, nè difficili a verificarsi: e quanto all'apolidia i mancanti in patria sono — e specialmente sotto l'impero del codice civile erano — molto più numerosi di quanto si creda: la rarità del caso non diminuisce, ad ogni modo, rilevanza alla questione giuridica.

Codesto straniero, compiuto il 21 anno nel tempo trascorso dal 1.° luglio 1912 al 31 luglio 1914, per motivi suoi particolari e insindacabili, per una stranezza, per un capriccio, volle conservare la sua condizione di apolidia: non fece quindi la dichiarazione di eleggere la cittadinanza italiana a norma dell'art. 3 n. 2: anzi, al contrario, dichiarò di voler rimanere, straniero a norma dell'art. 3 n. 3: poteva egli farlo? o, ciò che torna lo stesso, prestata che abbia la dichiarazione, ebbe essa efficacia giuridica? Non esito a rispondere negativamente, perchè ciò che la legge semplicemente gli concedeva, era di conservare la *cittadinanza straniera*, ma siccome non si può conservare che quanto si possiede ed egli non possedeva una *cittadinanza straniera*, essendo apolide, la sua dichiarazione è stata inefficace: nolente o volente, egli diventò, *obtorto collo*, italiano al compiere del suo 22.° anno.

Mi figuro a questo punto la faccia del mio benevole lettore oscurata dalla nube del dubbio: ma la dimostrazione data che può apparire troppo semplicista, non è affatto viziata da nessun sofisma: mi si voglia seguire pazientemente e ogni dubbio sarà dissipato.

Digitized by Google

L'art. 3 si rivolge agli stranieri, e quindi anche agli apolidi: il concetto di straniero è negativo, è straniero chiunque non abbia la cittadinanza italiana: chi all'Italia sia estraneo; possegga egli una cittadinanza estera definita, ne possegga più di una o non ne abbia alcuna, ciò è, per la determinazione della qualità di straniero, irrilevante. La sola norma discretiva sta nell'antitesi tra *ἐντὸς* ed *ἐχτός*, tra *intus* ed *extra* o *foris*: si tratta di sapere, per adoperare una frase di Cicerone (Sen. III) *utrum foris habeat exemplar an intus*: ad *intus* corrisponde il cittadino, membro dello Stato e quindi in collegamento organico con esso, unità nel complesso del popolo, che è l'elemento personale costitutivo dello Stato, e quindi di questo interna, intima parte: ad *extra* o *foris* lo straniero, il forestiere, che al popolo non partecipa, che allo Stato non è, per appartenenza organica, soggetto.

Chi ammette insomma — e, se non mi illudo non saprei come si possa dissentire — la esattezza di tali concetti, dovrà convenire che l'apolide è uno straniero: si potrebbe anzi chiamarlo lo straniero per eccellenza, perchè tale di fronte a qualsiasi Stato.

E poichè l'occasione mi si presenta, mi sia consentito proporre quella che a me pare — non perchè da me per primo formulata — la migliore definizione del rapporto di cittadinanza: *La soggezione dell'individuo allo Stato per appartenenza organica.*

Ma proseguiamo: finora si è parlato di apolide, adoperando tale comoda espressione recentemente foggiata; ma a chi spetta esattamente tale nome? La risposta è data dalla legge 13 giugno 1912 in tre punti: art. 1 n. 2, art. 1 n. 3, art. 14: a «chi non ha la cittadinanza italiana nè quella di altro Stato».

Se dunque all'apolide, come ad ogni altro straniero sono concessi i benefici dell'art. 3, come è mai possibile che la legge, la quale riconosce che egli non ha la cittadinanza straniera, lo ammetta nel n. 3 di esso articolo a dichiarare di volerla conservare? Egli potrebbe dunque conservarla in virtù di quella legge stessa la quale riconosce che non la possiede? La contraddizione è troppo stridente: ogni tentativo di conciliazione è vano.

Quale dunque la conclusione? Eccola nelle sue tre diverse forme.

1.ª l'apolide non si trova in nessuna delle tre condizioni generali dell'art. 3, oppure una di esse si verifica per esso,

Digitized by Google

ma non quella speciale del n. 2 e non quella del n. 3: egli rimane straniero apolide (1);

2.ª l'apolide si trova in una delle condizioni generali e in quella del n. 2: gli è consentito di eleggere, se vuole, la cittadinanza italiana;

3.ª l'apolide si trova in una delle condizioni generali e insieme in quella del n. 3: non potendo dichiarare di voler conservare la cittadinanza straniera che non ha, egli diventerà coattivamente italiano al compiere del 22.° anno.

Codesta inevitabile imposizione, nel terzo caso, della cittadinanza italiana ha una apparenza un po' ostica. Ma realmente non repugna nè alla giuridicamente logica interpretazione e applicazione dell'articolo 3, n. 3, nè ai principii generali della legge.

Non alla prima: e invero il legislatore con quella disposizione dice: a voi stranieri impongo, entro un dato termine, la mia cittadinanza: voi potete tuttavia, per mio permesso, conservare la cittadinanza straniera, ma dovete dichiararlo. Ora la concessione è fatta a chi può mantenere la cittadinanza straniera, non a chi, come l'apolide, non lo può, perchè non la possiede. Destinatari della norma generale sono gli stranieri tutti, apolidi o non apolidi, destinatari del permesso solo i secondi, solo chi cioè è in grado di profittarne. Una autorizzazione non può essere fatta, non produce effetti, se non per chi ha la possibilità di profittarne. Ma in tal modo gli apolidi vengono ad essere trattati più severamente — in certo senso — dai non apolidi?

Senza dubbio: ciò non ripugna, ma anzi è del tutto conforme ai principî generali della legge, la quale provvide con molta maggiore e migliore cura del codice civile ad impedire, per quanto è possibile, la apolidia, cioè la non appartenenza a nessun Stato. Mentre infatti col codice l'apolidia si trasmetteva dai genitori alla prole; i figli minori di chi perdeva la cittadinanza potevano, portando la loro residenza all'estero, trovarsi senza patria se non acquistavano una sudditanza all'estero (art. 11 cpv.); l'italiano poteva perdere la cittadinanza senza essere obbligato ad acquistarne un'altra, e così sua moglie ed i suoi figli minori se andavano a dimorare abitualmente all'estero (art. 11, n. 1 e cpv.); l'antico italiano che

(1) Salvo che non sia chiamato a prestare servizio militare (art. 3, n. 1): ma su di ciò vedi oltre nel testo.

Digitized by Google

avesse perduto la cittadinanza ottenuta all'estero non riacquistava la nostra, se non adempiendo alle condizioni poste nell'art. 13 e conseguentemente potevano restare apolidi sua moglie e i suoi figli minori (art. 10 cpv. 3); ecc.: mentre insomma il codice soltanto in qualche raro caso (art. 14) si preoccupava di non lasciar la gente senza patria, la legge vigente attribuisce la qualità di italiano al figlio di madre cittadina se il padre è apolide o se la cittadinanza di questo per la legge del suo Stato non si trasmette al figlio (art. 1 n. 2): al nato nel regno se nelle indicate condizioni si trovano ambedue i genitori (art. 1 n. 3); estende la stessa norma anche ai casi di riconoscimento volontario e giudiziale (art. 2); evita frequenti apolidie applicando le norme dell'art. 2 anche alla filiazione risultante dall'art. 193 cod. civ. (art. 2 cpv. 3); impedisce che l'italiano perda la cittadinanza senza acquistarne un'altra (art. 8 n. 1 e 2); impone la sudditanza nostra dopo due anni di residenza nel regno all'antico italiano (art. 9 n. 3) alla italiana vedova di uno straniero (art. 10 cpv. 2), anche se l'uno o l'altra fossero apolidi; la moglie del cittadino divenuto straniero perde la cittadinanza italiana purchè acquisti quella del marito (art. 11); così anche per i suoi figli minori (art. 12 cpv.): tutta la legge insomma, anche senza ch'io enumeri altri possibili casi, è pervasa dalla giusta preoccupazione di ostacolare l'apolidia e perseguita i senza patria pertinacemente, lasciandone sfuggire solamente pochissimi quando raggiungerli sia impossibile o per altri motivi non conveniente (art. 8. n. 3).

Coll'imporre quindi la nostra cittadinanza all'apolide che per trovarsi in una delle condizioni generali dell'art. 3 ha già in certo modo un legame con lo Stato italiano, e con questo è poi in costante rapporto territoriale per decennale residenza, il legislatore non fa che applicare in un altro caso il principio generale ognora fedelmente seguito. Quando invece codesta coercizione può apparire meno ragionevole, per essere l'apolide residente soltanto al 21.° anno nel regno e quindi in meno costante rapporto territoriale con lo Stato, il legislatore deflette dal suo rigore e semplicemente lo invita ad eleggere la cittadinanza e lo tollera senza patria, se l'invito non viene accolto.

Del resto a smussare anche la residua impressione sgradevole provocata dall'inflessibile comando è sufficiente un'ultima osservazione: nel porre il caso da studiare ho supposto che il nostro apolide fosse nato all'estero: difficilmente egli sarà in tal caso iscritto nelle liste di leva: ma se è nato in Italia, e si trova quindi nella prima delle condizioni generali

Digitized by Google

dell'art. 3, il suo nome sta scritto sulle liste (T. U. sul reclutamento dell'esercito 24 dicembre 1911, n. 1497, art. 18 n. 6): a 18 anni è chiamato a prestare servizio militare: egli non può eccepire la sua qualità di straniero e presentare ricorso sulla legalità dell'arruolamento per motivi di cittadinanza (T. U. art. 51), perchè è soggetto agli obblighi del servizio militare (legge art. 14): e col prestarlo diventa, volente o nolente, italiano (art. 3, n. 1) anche prima della maggiore età. Altro caso di irresistibile coazione accompagnata anche, se occorre, dall'intervento della benemerita arma!

Ma torniamo finalmente all'art. 19: gli apolidi tutti che al 1.° luglio 1912 avevano già 22 o più anni di età, che si trovavano in una od altra delle tre condizioni generali dell'art. 3 e risiedevano da 10 anni in Italia — classe di persone tutt'altro che poco numerosa — erano tra coloro cui l'art 3 attribuiva il diritto di eleggere la qualità di cittadino o di straniero, come dice l'art. 19, e potevano farne la dichiarazione fino al 1.° luglio 1913 anche se i termini (dal 21.° al 22.° anno di età) erano per essi scaduti; la eccezione posta in fine dell'articolo « salvo che, potendo fare una dichiarazione analoga in forza della legge anteriore, abbiano omesso di farla » non li riguarda, perchè facoltà di compiere una analoga elezione avevano solamente sotto l'impero del codice coloro che da questo erano riputati cittadini italiani o stranieri, quindi chi a qualche Stato appartenesse (1).

Codesti apoliti nell'anno che seguì l'entrata in vigore della legge:

— o dichiararono di eleggere la nostra cittadinanza (art. 3 n. 2) e diventarono consapevolmente italiani;

o non conobbero la legge e diventarono al 1.° luglio 1913 (art. 3 n. 3) italiani senza saperlo;

— o, conoscendo la legge, fecero la dichiarazione (che

(1) Secondo la dottrina e la giurisprudenza il codice parlando negli art. 5 e 6 di straniero intedeva chi ha una cittadinanza estera determinata. Ma anche interpretando questi articoli nel senso (certo più esatto) che con l'espressione straniero il codice comprenda anche l'apolide (ma poteva in tale caso il reputato cittadino eleggere la qualità di apolide?), la questione svolta nel testo rimarrebbe quasi immutata: riguarderebbe cioè soltanto gli apolidi che si trovarono nelle indicate condizioni, ma che non trovandosi invece in quelle degli art. 6 e 8 cpv. 2 cod. civ. non ebbero, sotto l'impero di questo, possibilità di eleggere qualità di cittadino.

Digitized by Google

assai difficilmente l'ufficiale di stato civile si sarà rifiutato di ricevere) di voler conservare la cittadinanza straniera (art. 3 n. 3), la quale essendo, come ho dimostrato, inefficace, non impedì che al 1.° luglio 1913 diventassero, contro la loro precisa ed espressa volontà, italiani.

In conclusione, in virtù dell'art. 19, nella prima parte di questa nota ci siamo incontrati in una categoria di stranieri divenuti italiani a loro insaputa, nella seconda abbiamo veduto aumentarne la schiera e fatta la conoscenza di altre persone ormai da cinque anni cittadini nostri contro la loro volontà.

Digitized by Google

STATISTICA E GEOGRAFIA MEDICA DELLA MORTALITÀ PER TUMORI MALIGNI IN ITALIA ED IN FRANCIA

Nota del S. C. prof. GIUSEPPE SORMANI

(Adunanza del 6 giugno 1918)

Sui *tumori maligni*, che sono tanta parte della patologia umana, la scienza non ha ancora detta l'ultima parola. Poco si conosce della loro natura; pochissimo della loro eziologia.

Ricordando le cifre della Statistica sanitaria, ed applicandole alla Geografia medica, mi è sembrato che qualche piccolo contributo se ne potrebbe ricavare.

È perciò che mi sono deciso a fare questa comunicazione all'Istituto, nella speranza di poter contribuire allo studio sulla eziologia dei tumori maligni, che tanto interessa anche l'Igiene.

Dalle pubblicazioni della nostra Direzione di statistica generale del Regno, sulle cause di morte e sui censimenti, come base fondamentale delle notizie, ho preparata la tabella seguente *A* nella quale sono registrate le cifre assolute e proporzionali dei morti per *tumori maligni* in Italia dal 1887 al 1915.

I censimenti furono eseguiti negli anni 1901 e 1911; quello dell'anno 1891 non fu eseguito, per realizzare una magra economia. Tante erano allora le strettezze finanziarie; e la miopia del Governo di quei tempi.

Digitized by Google

TABELLA NUMERICA A

Morti per tumori maligni in Italia dal 1887 al 1915.

ANNI	POPOLAZIONE calcolata alla metà di ciascun anno	MORTI per tumori maligni		Medie per 10.000 abitanti all'anno.
		cifre assolute	per un milione di abitanti	
1887	29.614.430	12.631	428	
1888	29.825.022	12.625	425	
1889	30.035.038	12.923	433	
1890	30.245.054	12.917	430	
1891 (2)	30.455.070	13.094	433	da 4 a 5 p. 10.000 viventi
1892	30.665.662	13.069	429	
1893	30.875.678	13.234	429	
1894	31.085.694	13.841	445	
1895	31.295.710	15.089	482	
1896	31.506.302	15.482	491	
1897	31.716.318	15.967	503	
1898	31.926.334	16.330	511	
1899	32.136.350	16.680	519	
1900	32.346.336	16.873	522	da 5 a 6 p. 10.000 viventi
1901 c	32.533.337	17.141	527	
1902	32.699.510	17.634	539	
1903	32.839.509	17.774	541	
1904	33.016.234	18.860	571	
1905	33.193.289	19.348	583	
1906	33.325.098	20.653	620	
1907	33.514.702	20.668	617	
1908	33.826.688	21.828	645	
1909	34.077.068	21.871	642	
1910	34.376.610	22.555	656	da 6 a 7 p. 10.000 viventi
1911 c	34.688.814	23.172	668	
1912	35.026.486	22.661	647	
1913	35.418.391	23.639	667	
1914	35.858.951	23.944	668	
1915	36.336.278	24.259	668	
	Totale dei morti nei 29 anni	516.762		

Digitized by Google

Da questa tabella numerica si desumono i seguenti dati sommari:

1.° Nei 29 anni compresi fra il 1887 ed il 1915 morirono in Italia 516.762 persone per tumori maligni; [quali vennero denunciati dai medici curanti o dai medici necroscopi].

2.° Il numero di questi decessi, che fu nel primo anno di 12.631; nell'ultimo si elevò a 24.259. (*a*)

3.° Tale raddoppiamento di cifra si raggiunse, non saltuariamente, ma con aumenti graduali e costanti; il che fa supporre che sul fatto patologico influisca una causa ad azione permanente ed invariabile.

4.° L'aumento in parte fu causato dall'accrescimento della popolazione d'Italia dai 29 ai 36 milioni; in parte fu realmente un'ascesa percentuale, cioè da 428 a 668 morti per ogni milione di viventi; o meglio, per adottare un termine di confronto più afferrabile dalla nostra memoria, e che sarà da me seguito costantemente nel presente studio, dirò che la mortalità per Tumori Maligni (T. M.) in Italia oscillò da 4,3 a 6,7 *per 10 mila viventi.*

Come risulta pure dalla tabella numerica A, il graduale aumento della mortalità per T. M. in Italia si può dividere in tre periodi:

1. Nel decennio dal 1887 al 1896 fu di 4,3 a 4,9;

2. Nel periodo successivo, dal 1897 al 1905, salì dal 5,1 a 5,8;

3. E nel terzo decennio, continuò ad aumentare da 6,2 a 6,7.

A dire il vero questo fenomeno biologico è così regolare, che sembra quasi sottomesso all'obbedienza di una legge fisica.

***

Ho voluto quindi vedere se a questa uniformità di distribuzione del fenomeno, in ordine al tempo, corrispondesse in qualche modo anche una distribuzione geografica, che potesse interessare.

Ho perciò utilizzato i dati più recenti della Statistica Sanitaria, e seguendo la tecnica più precisa, ho desunte le medie della mortalità per T. M. in ciascuna Provincia d'Italia durante il quinquennio 1909-1913, mettendole in confronto con la popolazione media di ogni Provincia, secondo le cifre del Censimento eseguito nel Giugno del 1911, che corrisponde all'anno medio del quinquennio studiato.

(*a*) Devo ringraziare il sig. Comm. Aschieri, che gentilmente mi ha comunicati alcuni dati relativi al 1915, non ancora pubblicati.

Digitized by Google

Nella Tabella numerica B che segue, sono registrati i dati statistici, dai quali furono desunte le medie dell'ultima colonna, che ha servito a tracciare la Tavola grafica N. VII che fu presentata in più vasto Cartogramma nella Lettura all'Istituto, insieme con altri relativi alla Francia.

In questa Tavola dell'Italia si vede, che la Geografia della mortalità per T. M. raccoglie i suoi *massimi* nella zona dell'Emilia, e della Toscana — accentuandosi sempre più nelle provincie di Cremona, Parma, Bologna, Forlì, Ravenna, Firenze, Siena, — e nelle altre provincie confinanti con le nominate; e dimostrando invece una grande *scarsità* di tali malattie nelle provincie meridionali, nonchè nelle due grandi isole, ed in alcuni gruppi di provincie del Piemonte e del Veneto.

Nelle provincie segnate con la tinta più chiara la mortalità per tumori maligni non supera il 5 per 10 mila; mentre in quelle segnate con la tinta più scura tale rapporto sale dal 10 al 14 e più per 10 mila.

Ved. Tavola grafica N. I (1).

TABELLA NUMERICA B

Geografia della Mortalità per tumori maligni in Italia - per Provincie.

(Medie per 10.000 abitanti, all'anno.)

Dati statistici relativi al periodo 1909-1913.

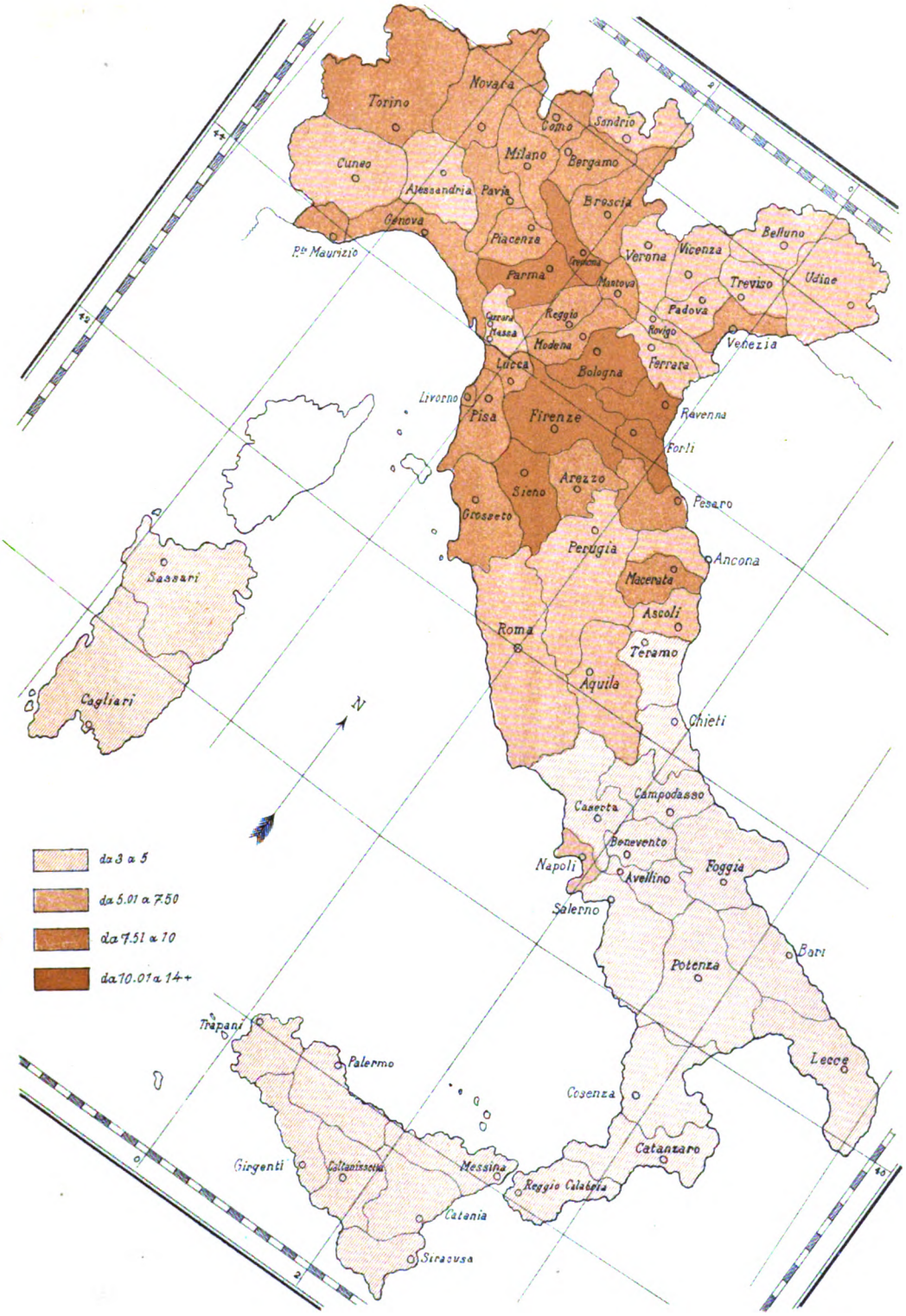
	Morti per tumori maligni nel quinquennio 1909-1913 (cifre assolute)	Media annuale dei morti per T. M.	Popolazione censita nel 1911 in ogni provincia	Morti per T. M. su 10.000 abit. censiti
Alessandria	2740	548	807696	6,78
Cuneo	2097	419	646719	6,48
Novara	2958	592	756326	7,83
Torino	4812	962	1213709	7,93
Genova	3966	793	1050052	7,55
Porto Maurizio	635	127	147179	8,63
Bergamo	1940	388	511237	7,59
Brescia	2767	553	596411	9,27
Como	2684	537	616212	8,71
Cremona	1767	353	348749	10,12
Mantova	1424	285	349048	8,16

(1) Stante le difficoltà create dallo stato di guerra le Tavole grafiche vennero sospese.

Digitized by Google

	Morti per tumori maligni nel quinquennio 1909-1913 (cifre assolute)	Media annuale dei morti per T. M.	Popolazione censita nel 1911 in ogni provincia	Morti per T. M. su 10.000 abit. censiti
Milano	7223	1445	1726548	8,36
Pavia	2114	423	512340	8,25
Sondrio	459	92	129928	7,08
Belluno	695	139	192793	7,21
Padova	1636	335	519358	6,45
Rovigo	709	142	257723	5,51
Treviso	1524	305	491166	6,21
Udine	2295	459	628081	7,31
Venezia	1946	389	466752	8,33
Verona	1512	302	475049	6,36
Vicenza	1333	267	496438	5,38
Bologna	3021	604	577729	10,45
Ferrara	1074	215	307924	6,98
Forlì	1606	321	301408	10,65
Modena	1344	269	353051	7,62
Parma	1645	329	326163	10,09
Piacenza	1025	205	256233	8,00
Ravenna	1782	356	248356	14,33
Reggio dell'Emilia	1214	243	310337	7,83
Arezzo	1406	281	283663	9,91
Firenze	5468	1094	999423	10,94
Grosseto	639	128	146634	8,73
Livorno	673	135	135765	9,94
Lucca	4447	289	333011	8,68
Massa e Carrara	751	150	212430	7,06
Pisa	1407	281	342250	8,21
Siena	1416	283	241530	11,72

Digitized by Google



SORMANI – *Mortalità per Tumori maligni su diecimila abitanti in ciascuna Provincia d'Italia dal 1909 al 1913 - Tav. I.*

Digitized by Google
The University of Chicago Libraries

Digitized by Google

	Morti per tumori maligni nel quinquennio 1909-1913 (cifre assolute)	Media annuale dei morti per T. M.	Popolazione censita nel 1911 in ogni provincia	Morti per T. M. su 10.000 abit. censiti
Ancona	1118	224	319709	7,01
Ascoli Piceno	671	134	253635	5,28
Macerata	1023	205	258393	7,93
Pesaro e Urbino	1030	206	261516	7,88
Perugia	2015	403	686596	5,87
Roma	4463	893	1302423	6,86
Aquila degli Abruzzi	1094	219	407005	5,38
Campobasso	816	163	349618	4,46
Chieti	823	165	366593	4,50
Teramo	625	125	307490	4,06
Avellino	761	152	396581	3,83
Benevento	477	95	254726	3,73
Caserta	1653	331	791616	4,18
Napoli	3450	690	1310785	5,26
Salerno	1177	235	558282	4,21
Bari delle Puglie	1931	386	891624	4,33
Foggia	721	144	467020	3,08
Lecce	1682	336	771507	4,35
Potenza	998	200	474021	4,22
Catanzaro	933	187	483235	3,87
Cosenza	852	170	474001	3,59
Reggio di Calabria	914	183	444915	4,11
Caltanisetta	664	133	342557	3,88
Catania	1741	348	789147	4,41
Girgenti	820	164	393804	4,16
Messina	1225	245	517248	4,74
Palermo	1970	394	795631	4,95

Digitized by Google

	Morti per tumori maligni nel quinquennio 1909-1913 (cifre assolute)	Media annuale dei morti per T. M.	Popolazione censita nel 1911 in ogni provincia	Morti per T. M. su 10.000 abit. censiti
Siracusa	886	173	476765	3,63
Trapani	694	139	357106	3,89
Cagliari	896	179	520213	3,44
Sassari	540	108	332194	3,25

Un cartogramma sulla distribuzione geografica della mortalità per Tumori Maligni in Italia era già stato pubblicato sull'Atlante di Demografia e Geografia medica d'Italia, edito dal dott. De Agostini, sotto la Direzione del prof. Enrico Raseri, già Capo Divisione della Direzione generale di Statistica del Regno, — e pur troppo innanzi tempo rapito egli stesso da un fatale tumore maligno al suo elevato e nobile ufficio. — Tale cartogramma, che è inserito alla Tavola N. 60 di codesto apprezzatissimo Atlante, fu redatto sulle medie del sessennio 1897-1902 e rappresenta una Carta di geografia nosologica, che corrisponde, quasi in ogni minuto particolare, a quella che io qui vi ho presentata.

È questo il fatto che più mi ha vivamente impressionato.

La geografia dei Tumori cancerosi in Italia è dunque rimasta immutata per tutto questo periodo, che corrisponde almeno ad una quindicina di anni!

Anche dal 1897 al 1902 le provincie dell'Italia meridionale e delle due Isole ne erano pochissimo colpite; mentre quelle della media Italia e dell'Emilia erano già sede di una mortalità molto notevole. Quale può essere la ragione della persistenza di un fatto, che *a priori* non si sarebbe mai sospettato? Di fatti lo stesso Raseri, a pagina 66 del suo Atlante, si sbriga con poche righe, accennando ai dati sommari, senza fare nè considerazioni, nè deduzioni.

Ed io pure, che molte volte avevo osservato quella Tavola N. 60, non vi avevo mai scorto alcun intimo significato. Ma questo mi fu immediatamente rivelato, quando l'ho messa a confronto coi miei risultati posteriori.

Dunque questo così enigmatico complesso di forme morbose,

Digitized by Google

dei T. M. che persiste a manifestarsi con maggior frequenza in Firenze, in Siena, ed a Ravenna, mentre quasi si dilegua nelle altre provincie più meridionali, vuol dire che nelle prime avrà trovato, forse da gran tempo, delle condizioni più favorevoli?

Ma quali potrebbero essere? condizioni estrinseche; le così dette *cosmo-telluriche*? o condizioni intrinseche, dovute alla natura delle popolazioni? od agli alimenti, ai costumi, all'eredità?

Dico il vero che a me questa rivelazione lasciò una forte impressione; e che subito mi balenò la speranza che, approfondendo le ricerche in senso comparativo, non si potesse avere la lusinga di trovare qualche barlume di luce in questo problema eziologico tutt'ora molto annebbiato.

Si osservi ancora, che le cifre medie della mortalità per provincie, nella Tavola del Raseri, sono tutte più basse delle mie, quali a me risultarono nella Tabella numerica C. perchè quelle si riferivano ad un periodo precedente, allor quando questa causa di morte infieriva meno, come già dimostrai.

Col passare di una quindicina di anni, il fenomeno si aggravò in modo uniforme, così che le provincie, che erano le più tinteggiate nella prima Tavola grafica, rimasero ancora tali anche nel secondo periodo.

***

Io intanto per estendere le ricerche anche fuori d'Italia, ho creduto bene di tracciare anche i cartogrammi della Geografia nosologica della Francia, della corrispondente mortalità per Tumori Maligni, (Cancer) approfittando delle figure che il celebre nostro maestro Bertillon con un *metodo di ripiego* ce ne diede un saggio sulla Presse Médicale del 1911.

Le condizioni attuali della pubblicità non permettono a me di riprodurre a colori i due Cartogrammi relativi alla Francia, che ho esposti all'Istituto, di cui uno riguardante le popolazioni rurali francesi, e l'altro le popolazioni urbane.

La Francia nell'istituire la sua Statistica delle cause di morte, molti anni or sono, limitò le sue indagini ai comuni di popolazione superiore ai 5 mila abitanti; e soltanto recentemente la estese anche ai comuni rurali.

Quando anche in Italia (dal 1875 al 1887) si istituì pure

Digitized by Google

la Statistica delle cause di morte (1), il nostro Direttore Generale della Statistica di allora, il prof. Luigi Bodio, ebbe la bontà di consultarmi come medico, e come appassionato dilettante di Statistica Sanitaria, sull'organizzazione fondamentale della erigenda nostra Statistica delle cause di morte.

Ricordo benissimo che allora io lo dissuasi dall'imitare il sistema francese; ed oggi ne sono lietissimo.

Utilizzando i dati pubblicati nel 1911 dal Bertillon, ho elaborata la seguente Tabella numerica C. nella quale, ad ogni Dipartimento francese corrispondono le Medie mortalità per (Cancer) Carcinoma, o T. M. sia per la sola popolazione *rurale* (comuni di popolazione *inferiore a 5 mila abitanti*) sia per la sola popolazione *urbana*, vale a dire per comuni di popolazione eguale o superiore a 5 mila abitanti.

Si ottengono perciò con tali medie due cartogrammi relativi alla Geografia dei T. M. nella Francia.

Vedasi la Tabella numerica C alla pagina seguente

(1) V. Decreto del Ministro Finali in data 8 Giugno 1875 per l'Istituzione della Commissione per la Statistica Sanitaria.

La Commissione era composta come segue:

Presidente, Comm. Cesare Correnti, senatore.

Prof. Eugenio Beltrami, senatore, matematico.

Prof. Carlo Maggiorani, senatore, clinico.

Prof. Alfonso Corradi, patologo.

Prof. Ratti Francesco, deputato, farmacologo.

Prof. Augusto Murri, clinico.

Cav. Tarchioni, Direttore Sanità pubblica.

Cav. Bodio Luigi, Direttore Statistica generale.

Castiglioni Prof. Pietro, medico.

Rey Dott. Eugenio, medico.

Sormani Dottor Giuseppe, (tenente medico).

Vedi, Atti di questa Commissione negli Annali di Statistica del Ministero d'Agr. Ind. e Comm. del 1876 e seguenti.

Digitized by Google

TABELLA NUMERICA C

Francia — Morti per Cancro su 10.000 abitanti in media all'anno — per il triennio 1906-1908

Départements	COMUNI DI POPOLAZIONE: inferiore a 5 m. abit. Campagne — Somma delle medie triennali per 100.000 abit.	Campagne — Media annuale per 10.000 abit.	superiore a 5 m. abit. Città — Somma delle medie triennali per 100.000 abit.	Città — Media annuale per 10.000 abit.
1 Pas de Calais	234	8 —	220	7 +
2 Nord	291	10 —	307	10 +
3 Somme	432	14 +	489	16 +
4 Seine inférieure	319	11 —	425	14 +
5 Oise	358	12 —	339	11 +
6 Aisne	319	11 —	427	14 +
7 Ardennes	268	9 —	251	8 +
8 Manche	173	6 —	203	7 —
9 Calvados	213	7 +	310	10 +
10 Orne	239	8.	256	9 —
11 Eure	260	9 —	296	10 —
12 Seine et Oise	303	10 +	387	13 —
13 Seine	366	12 +	234	12 +
14 Seine et Marne	338	11 +	336	11 +
15 Marne	266	9 —	428	14 +
16 Meuse	201	7 —	222	7 +
17 Meurthe et Moselle	159	5 +	286	9 +
18 Finistère	100	3 +	151	5.
19 Côtes du Nord	76	2 +	211	7.
20 Morbihan	83	3 —	162	5 +
21 Ille et Vilaine	85	3 —	275	9 +
22 Mayenne	148	5 —	460	15 +
23 Sarthe	254	9 —	293	15 —

Digitized by Google

	Campagne		Città	
24 Eure et Loire	280	9 +	408	14 —
25 Loiret	294	10 —	478	16 —
26 Yonne	261	9 —	241	8.
27 Aube	292	10 —	331	11.
28 Haute Marne	146	5 —	114	4 —
29 Vosges	146	5 —	193	6 +
30 Loire Inferieur	177	6 —	275	9 +
31 Màine et Loire	188	6 +	317	11 —
32 Indre et Loire	170	9 —	443	15 —
33 Loire et Cher	317	10 +	493	16 +
34 Cher	166	5 +	294	10 —
35 Niévre	200	7 —	283	9 +
36 Côte d'or	243	8 +	442	15 —
37 Haute Saône	102	3 +	165	5 +
38 Territoire de Belfort	100	3 +	86	3 —
39 Vendée	249	8 +	283	9 +
40 Deux Sévres	164	6 —	298	10 —
41 Vienne	126	4 +	210	7 +
42 Indre	178	6 —	340	11 +
43 Allier	159	5 +	248	8 +
44 Saône et Loire	176	6 —	204	10 +
45 Jura	148	5 —	270	9.
46 Doubs	147	5 —	405	13 +
47 Charente Inférieure	143	5 —	265	9 —
48 Charente	58	3 —	314	10 +
49 Haute Vienne	126	4 +	271	9.
50 Creuse	79	3 —	206	7 —
51 Puy de Dôme	142	5 —	287	10 —
52 Loire	162	5 +	448	15 —
53 Rhône	84	8 +	461	15 +

Digitized by Google

	Campagne		Città	
54 Ain	165	6 —	330	11.
55 Haute Savoie	101	3 +	201	7 —
56 Gironde	127	4 +	210	10 +
57 Dordogne	91	3.	97	3 +
58 Corrèze	122	4 +	127	4 +
59 Chantal	99	3 +	92	3 +
60 Haute Loire	72	2 +	222	7 +
61 Isère	221	7 +	357	11.
62 Savoie	71	2 +	134	4.5
63 Landes	141	4 —	182	6 +
64 Lot et Garonne	113	4 —	175	6 —
65 Gers	107	4 —	310	10 +
66 Tarn et Garonne	61	2.	118	4 —
67 Lot	53	2 —	157	5 +
68 Tarn	86	3 —	87	3 —
69 Aveyron	33	1 +	85	3 —
70 Lozère	38	1 +	..	..
71 Ardèche	92	3 +	256	8 +
72 Drôme	201	7 —	191	6 +
73 Hautes Alpes	74	2 +	131	4 +
74 Basses Alpes	97	5 —	200	7 —
75 Basses Pyrénées	133	4 +	325	11 —
76 Hautes Pyrénées	79	3 —	172	6 —
77 Haute Garonne	126	4 +	130	4 +
78 Ariège	88	3 —	168	6 —
79 Pyrénées Orientales	126	4 +	58	2 —
80 Aude	105	3 +	224	7 +
81 Hèrault	95	3 +	206	7 —
82 Gard	67	2 +	171	6 —
83 Vaucluse	153	5 +	244	8 +

Digitized by Google

	Campagne		Città	
84 Bouches du Rhône	128	4 +	125	6 +
85 Var	127	4 +	163	5 +
86 Alpes Maritimes	133	4 +	222	7 +
87 Corse	79	3 —	84	3 —

***

La Francia è divisa in 87 *Départements*, che corrispondono press'a poco alle nostre Provincie.

La Geografia della mortalità per T. M. tracciata sui dati dei Comuni Rurali ha le tinte molto meno intense, che quella dei Comuni Urbani. Ciò vuol dire che questo gruppo di malattie colpisce molto più intensamente le popolazioni delle città. Ma però non esclude, che possa anche esprimere un altro fatto; cioè che il maggior numero dei casi di morte per T. M. si verifichi nelle città, per la ragione ovvia, che nelle città esistono anche i grandi ospedali e ricoveri, ove abitualmente vanno a finire i loro giorni, non soltanto i malati ed i poveri del comune cittadino, ma anche quelli dei comuni rurali del rispettivo circondario di soccorso.

Nella Tavola grafica della Francia *per comuni rurali*, dunque si osserva una grande scarsità di morti per T. M. in tutta la parte meridionale, e nell'Isola di Corsica. Da 2 a 5 per 10 mila abitanti. Tale mortalità tende gradatamente ad aumentare verso Nord, (da 5 a 10 per 10 mila abitanti) e si accentua notevolmente nei Dipartimenti che più si avvicinano a Parigi (da 10 a 14), come si osserva nei Dipartimenti della Loire-et Cher, del Loiret, dell'Eure et Loire, dell'Aube, della Seine et Marne, Seine et Oise, Seine, et Seine Inférieure, Aisne, Oise, Somme, et Nord.

Anche il Cartogramma della Francia per le *popolazioni urbane* dimostra una disposizione geografica della mortalità per T. M., che assomiglia molto alla precedente, ma con una manifesta irregolarità nella disposizione dei centri di maggiore mortalità, che hanno sede ove esistono i centri più popolosi.

a) Nei Dipartimenti meridionali, e nella Corsica, predominano le cifre più basse della mortalità, vale a dire da 3 a 7 per 10 mila abitanti.

Digitized by Google

b) Nei Dipartimenti intermedi prevalgono le medie tra 8 e 13 per 10 mila abitanti.

c) Nei Dipartimenti verso il Centro ed il Nord della Francia il fenomeno mostra la sua maggiore intensità, raggiungendo il 14, il 15, ed il 16 per 10 mila abitanti, nei Dipartimenti dell'Indre et Loire, della Loire et Cher, dell'Eure et Loire, del Loiret, della Côte d'Or, della Marne, dell'Aisne, della Sarthe, della Mayenne, della Seine Inférieure e della Somme.

***

Il Bertillon parlando di questa disposizione geografica emette l'ipotesi che il Bacino cretaceo di Parigi possa essere incolpato di tale geografia del Cancro; ma conclude in senso negativo, perchè i Dipartimenti del Passo di Calais, del Nord, della Somme, che sono i più cancerosi, non fanno parte del bacino cretaceo di Parigi.

Anch'io in origine ho supposto che presso di noi si potesse riscontrare qualche disposizione geologica, in Toscana e nella Romagna, che coincidesse con i fenomeni osservati in Italia. Ma il Chiariss. prof. Taramelli, al quale mi sono rivolto per aver luce su questo argomento, non ha trovato alcuna ragione per appoggiare una simile ipotesi.

Già alcuni autori tedeschi, sotto l'impulso della teoria tellurica di Pettenkofer, come ad es. il Kolb (1), avevano trovato, che le malattie cancerose (Krebskrankheiten) ricorrevano più frequenti nei paesi Danubiani posti su terreni di formazione terziaria, e vi annetteva un'importanza eziologica.

Ma più si studia quest'argomento, e più si dissipano i pregiudizi delle teorie Pettenkoferiane. I tumori maligni son diffusi in tutto il mondo: la causa loro perciò dev'essere di natura più generale, ed è poco probabile che sia legata ad una stratificazione geologica.

Bertillon cerca ancora, se per caso si potesse trovare una relazione eziologica pel cancro, nell'abuso degli alcoolici. Ma passando in rivista diversi Dipartimenti in Francia, ove si abusa di alcoolici, ed altri ove non si abusa, non trova di poter venire a plausibile conclusione.

(1) Karl Kolb prof. in München — Die Verbreitung der bösartigen Neubildungen in Suddeutschland und Schlossfolgerungen ueber ihre Aetio'ogie — Zeitschrift für Hygiene u. Infectionskr. 1902. N. 40.

Digitized by Google

Identica osservazione potremmo fare anche noi in Italia, per quanto possa riguardare l'alcoolismo.

Il Bertillon si estende anche ad altre indagini; ma in fine esclama: « Mi sembra, che ad una distribuzione geografica « così netta come quella del Carcinoma, dovrebbe corrispon- « dere una causa, anzi un'unica causa, dominatrice di tutte le « altre; ma io devo pur troppo confessare, di non averla tro- « vata (1)! Quindi problemi sollevati; quante ricerche da « farsi! »

Ritengo che lo scoraggiamento del Bertillon sia esagerato e precoce.

Noi non possiamo ancora dire, di aver indagate tutte le condizioni sociali, e famigliari che possono influire su questo gruppo di malattie, nelle provincie ove più esse incombono.

Il programma di queste indagini non può però neppure essere affrontato da una sola persona. Per venire a capo di qualche cosa, bisognerebbe che una Commissione di studiosi specialisti si recasse nelle località ove il fenomeno patologico si presenta nella sua maggiore intensità, e ne indagasse l'ignorata eziologia, con persistenza, con ricchezza di mezzi, di indagini, e con programma vasto e senza preconcetti.

E bene erasi escogitato, anni sono, da questo insigne Istituto, di fondare in Milano, fra i corsi di perfezionamento, uno studio per la soluzione del problema del Cancro. La benemerita Cassa di Risparmio di Milano, vi aveva anche accordato uno speciale assegno.

Perchè dovremmo rinunciarvi?

Si è accertata l'eziologia della *Tubercolosi*, che era il sogno di molti secoli di ricerche! Si è scoperta quella del *Cholera*, che sembrava confinata nelle più recondite astrusità della natura! Si è pure messa in luce quella della *Sifilide*, che sembrava uno dei più ardui problema della patologia! or bene perchè non si potrà trovare una giusta via per raggiungere anche l'eziologia del Cancro?

Nulla si oppone a che le ricerche siano approfondite, tanto dal lato patologico, che dal lato clinico, ed istologico, od altrimenti con indagini batterioscopiche, biologiche, e sperimentali.

Ma sembrami assai utile, che non fossero trascurate le

(1) M. Jacques Bertillon. Statistique du Cancer d'après des documents nouveaux — Presse médicale — Samedi, 13 Maggio 1911.

Digitized by Google

ricerche d'indole statistica, perchè possono guidarci alla rivelazione dei fattori dell'elemento eziologico, che sono gran parte delle cognizioni che hanno fatto progredire la pubblica Igiene.

Per questo indirizzo parmi che la *Geografia Medica* meriti una speciale considerazione.

Ora che tutti aspettiamo il momento per ritornare con lieto animo ai nostri amati studi, dobbiamo preparare per il dopo-guerra la soluzione di questi importanti problemi di Igiene, che consistono nel debellare gli antichi nemici della Umanità, quali sono i microrganismi patogeni ed i tumori maligni!

Digitized by Google

« *IUS LIBERORUM* » E ALFABETISMO

(A PROPOSITO DI P. OXY. XII. 1467)

Nota del S. C. prof. Siro Solazzi

(*Adunanza del 20 giugno 1918*)

L'ultimo volume dei papiri di Ossirinco reca una novità per i giuristi. Il n° 1467 dell'a. 263 contiene la petizione di una donna al prefetto d'Egitto per essere abilitata ad amministrare da sè i proprii negozi. Aurelia Thaisous detta Lolliane premette che *ἐξουσίαν διδόασιν ταῖς γυναιξὶν ταῖς τῶν τριῶν τέκνων δικαίῳ κεκοσμημένα[ι]ς ἑαυτῶν κυριεύειν καὶ χωρ[ὶς] κυρίου χρηματίζειν ἐν αἷς ποιοῦν[τ]αι οἰκονομίαις, πο[λλ]ῷ δὲ πλέον ταῖς γρά-[μ]ματα ἐπισταμέναις*. Quindi soggiunge che fortunatamente ha l'onore di aver figli - *τῷ μὲν κόσμῳ τῆς εὐπαιδείας εὐτυχήσασα* - che sa scrivere correntemente - *ἐνγράμματος δὲ κα[ὶ ἑ]ς τὰ μάλιστα γράφειν ευκόπως δυναμένη* - e chiede pertanto il riconoscimento della sua indipendenza - *πρὸς τὸ δύνασθαι ἀνεμποδίστως ἃς ἐντεῦθεν ποιοῦμαι οἰκ[ον]ομία[ς διαπράσσεσθαι*.

I dotti editori osservano che il fatto che un così alto ufficiale come il prefetto interviene nel procedimento, col quale è accertato il diritto delle donne all'esenzione dalla tutela, dimostra che il beneficio non era affatto un « reichsrechtliche Floskel », come ebbe a dire il Partsch (1). Io credo che la dimostrazione sarebbe eguale, anche se la richiesta di Thaisous fosse stata indirizzata ad un magistrato di grado inferiore: il diritto locale, più ancora del diritto romano ufficiale, esigeva che il tutore assistesse la donna nei suoi atti giuridici, e come gli Egiziani riluttassero a stringere rapporti con donne prive del *κύριος* è palese in ciò che pure quelle tra loro, che si vantano

(1) *Archiv f. Pf.*, 5, p. 472.

Digitized by Google

libere dalla tutela *τέκνων δικαίῳ*, fanno intervenire un *συνεστώς* (1). Di qui per Aurelia Thaisous, che a garanzia dei terzi vuole presentarsi con una condizione giuridica certa, sorge l'interesse ad ottenere il riconoscimento del *ius liberorum*. La petizione è rivolta al prefetto, perchè questo era il magistrato competente a dare il tutore ai cittadini romani (2) ed in conseguenza a dichiarare quali donne siano esenti dalla tutela.

Benchè il papiro in esame abbia un parallelo nel n. 1264 della stessa collezione (vol. X), che menziona un riconoscimento fatto dal dioicete di Ossirinco del diritto di *ἀσυλία* a tale Iulius Theon e di cui questi chiede la *παράθεσις* ai *βιβλιοφύλακες ἐγκτήσεων* per la pubblicità dei suoi diritti — *πρὸς τὸ πᾶσι δῆλα εἶναί τὰ ὑπόντα μοι τῆς εὐπαιδείας δίκαια* — dove la correzione di *εὐπαιδείας*, suggerita dal Wilcken, dal Mitteis e approvata dagli editori, è ora confermata dal testo della petizione di Thaisous, tuttavia io penso che un decreto di attribuzione del *ius liberorum* non fosse nè necessario nè consueto. Ritengo invece che i vantaggi di vario genere annessi al *ius liberorum* competessero « ipso iure », senza che si richiedesse una preventiva dichiarazione dell' autorità constatante l'esistenza delle condizioni di fatto all'uopo necessarie.

Le fonti giuridiche non ci hanno serbato alcuna memoria di un procedimento apposito per far riconoscere l'esistenza del diritto ordinato dalle leggi Giulia e Papia Poppea. Vero è anche che l'indice tratto dal silenzio delle fonti, se non è del tutto disprezzabile, non deve nemmeno in una cauta ricerca essere esaltato fuor di misura; poichè le fonti antegiustinianee sono scarse (3) e per il diritto giustinianeo il *ius*

(1) Degno di particolare menzione è P. Strass. 29 dell'a. 289, in cui Aurelia Isidora non solo è munita del « ius liberorum », ma replicatamente (l. 2 e 28) vanta il suo alfabetismo, e tuttavia si fa assistere dal padre come *συνεστώς*.

(2) Secondo il MITTEIS, *Z. d. Sav. St. f. Rg.*, 29, p. 397 ed altri papirologi la competenza del prefetto avrebbe concorso con quella dei magistrati municipali. Ma contro questa dottrina cfr. la mia nota *Sulla competenza dei magistrati municipali nella costituzione del tutore* negli « Atti del R. Istituto Veneto », 76.

(3) Il principe poteva concedere il *ius liberorum* anche quando mancavano i figli: cfr. PAUL. 4. 9. 9; C. Th. 8. 17. 1. Ma, se in tal caso il decreto è imprescindibile, non è lecito desumerne alcun argomento, in nessun senso, per il caso normale, quando i figli esistono nel numero richiesto ed il diritto proviene dalla legge.

Digitized by Google

liberorum è poco più che un ricordo storico (1). Ma nel territorio stesso dei papiri noi abbiamo la prova che di solito il *ius liberorum* non era riconosciuto con decreto del magistrato. Copiosa è ormai la serie (2) dei papiri in cui ricorre la formula *χωρὶς κυρίου χρηματίζουσα τέκνων δικαίῳ κατὰ τὰ Ῥωμαίων ἔθη* od altra simile; nè si può dubitare che l'interessata ad affermare la propria indipendenza avrebbe menzionato particolarmente il decreto di riconoscimento, se questo fosse stato

(1) Nell'epoca giustinianea sono indipendenti dall'esistenza di figli quelli che erano stati gli effetti più cospicui del *ius liberorum*. Costantino (a. 320) ha abolito le pene del celibato e dell'orbità (C. Th. 8. 16. 1.); Onorio e Teodosio II (a. 410) hanno attribuito ai coniugi il *ius communium liberorum*, cioè la « solidi capacitas » (C. Th. 8. 17. 2); Giustiniano infine (a. 528) ha ammesso la madre alla successione dei figli « licet tres liberos ingenua vel libertina quattuor minime pepererit » (C. 8. 58. 2; Inst. 3. 3. 4; D. 38. 17. 2 pr. da Ulp. 13 *ad Sab.* « sive ingenua sit mater sive libertina, habebit Tertullianum commodum », che è certamente interpolato).

C. 8. 58. 2 e Inst. 3. 3. 4 provano che la condizione del *ius liberorum* per l'eredità legittima « ex Tertulliano » si richiese, finchè la madre non ne fu dispensata da Giustiniano. Sicchè la generale proposizione di Onorio e Teodosio « nemo post haec a nobis ius liberorum petat, quod simul hac lege detulimus », sebbene già i compilatori del Codice Teodosiano, facendone la c. 3 del titolo 8. 17, l'abbiano distaccata dalla c. 2, dove poteva riferirsi all'abolizione della « lex Papia decimarum », non implica la scomparsa a tutti gli effetti del *ius liberorum*. E però hanno certamente torto quegli autori (cfr. Savigny, *Verm. Schr.*, 1, p. 284; Voigt, *Röm. Rechtsg.*, 3, p. 262 n. 2; Mitteis, *Grundzüge der Papyruskunde*, p. 252 n. 3) che scorgono in C. Th. 8. 17. 3 l'atto legislativo di abolizione della tutela muliebre. Ma nemmeno è esatto l'argomento del Girard, *Manuel*[5], p. 223 n. 6 e del Perozzi, *Istituzioni*, I, p. 325 che con la costituzione di Onorio e Teodosio reputano incompatibile la tutela delle donne. Poichè resulta che per aspirare all'eredità dei figli il *ius liberorum* non è stato concesso a tutte le donne, potrebbe darsi che neanche fosse stato concesso a tutte per essere libere dalla tutela e C. Th. 8. 17. 3 = C. I. 8. 58. 1 non giova affatto per la determinazione dell'epoca in cui avrebbe cessato di aver vigore la tutela del sesso.

(2) Raccolta fino al 1909 dal Kuebler, *Z. d. Sav. St. f. Rg.*, 30. p. 175 sgg. Si aggiungano P. E. R. Inv. nr. 1580 dell'a. 318 e P. Cair. 67023 del 6° secolo (ricordati dal Mitteis, *Grundzüge*, p. 252 n. 2); P. Hamb. 15 e 16 dell'a. 209; P. Oxy. IX. 1199 del 3° secolo; X. 1276 dell'a. 249; X. 1277 dell'a. 255; XII. 1451 dell'a. 175; XII. 1460 dell'a. 219-20; XII. 1463 dell'a. 215; XII. 1475 dell'a. 267, dove la compratrice *χωρὶς*

Digitized by Google

necessario o almeno usuale. La domanda di Thaisous appare dunque, allo stato delle nostre conoscenze, una cautela straordinaria, della quale tuttavia si possono indovinare i motivi.

Quando il negozio da concludere apparteneva alla categoria di quelli per cui secondo il diritto romano era necessaria l'« auctoritas tutoris », il contraente con una donna era esposto al pericolo di compiere un atto nullo, se si fosse ingannato sulla capacità dell'altra parte, reputandola fornita del *ius liberorum*. E così la donna, per aumentare il proprio credito ed assicurarsi la maggiore facilità e rapidità nella conclusione degli affari, aveva interesse a presentarsi con un documento che rendesse certa ed attestasse ufficialmente la sua condizione giuridica. Il decreto del magistrato, che legalmente non era necessario, potè in certe occasioni riuscire opportuno ed utile.

Ecco perchè, come dissi sopra, la petizione di Thaisous prova che fra i romanizzati di Egitto nella seconda metà del 3° secolo l'intervento del tutore nei negozi della donna era seriamente osservato (1). Ed è poi logico, come pure ho notato, che la dichiarazione del *ius liberorum* si chiedesse al prefetto, perchè il decreto attestante la liberazione dalla tutela doveva essere emanato da quella medesima autorità che, in caso contrario, avrebbe costituito il tutore, se già la donna non ne fosse stata provvista per testamento o per legge.

***

Nuova è certo l'affermazione del papiro che il *ius liberorum* sia specialmente riconosciuto alle donne *γράμματα ἐπισταμέναις*. Bene osservano gli editori che non si ha notizia di alcuna legge romana o greco-egizia che all'indipendenza muliebre abbia messo come condizione, sia pure non assolutamente ne-

---

κυρίου χρηματίζουσα τέκνων δικαίῳ è precisamente l'Aurelia Thaisous del n° 1467; P. S. I. 182 dell'a. 234; P. Thead. 1 dell'a. 306; P. Thead. 2 dell'a. 305; P. Ryland II. 165 dell'a. 266, dove si noterà che agiscono col *συνεστώς* tanto la venditrice Giuliana *matrona stolata*, che è *χρηματιζούσῃ χωρὶς* [*κυρίου* . . . . . , quanto le compratrici Isidora e Teodora, le quali tuttavia non affermano di essere libere dal *κύριος* per il «ius liberorum».

(1) Il punto è egregiamente illustrato dal KUEBLER, op. cit. p. 181 sgg. e alla medesima conclusione induce l'uso del *συνεστώς* e *συμπαρών*, su cui cfr. CASTELLI, *Studi della scuola papirologica*, I, p. 50 sgg.

Digitized by Google

cessaria, la conoscenza della scrittura. E possiamo aggiungere che nella stessa collezione, a cui appartiene il nostro papiro, se ne trovano altri tre (X. 1276 e 1277; XII. 1463) i quali provano categoricamente che anche donne analfabete potevano avere il *ius liberorum*. Aurelia Meithous, Aurelia Sarapias, Aurelia Artemeis si vantano di agire *χωρὶς κυρίου τέκνων δικαίῳ*, ma sono costrette a far sottoscrivere l'atto da un'altra persona (che è sempre un uomo) *ὑπὲρ αὐτῆς γράμματα μὴ εἰδυείης* (1).

Tuttavia il rilievo che Aurelia Thaisous dà alla sua capacità letteraria non può meravigliare. Anzitutto questa manifestazione non è isolata. Il P. Lips. 3 dell'a. 256 (*Chrest.* 172) è una *διαγραφή* diretta alla venditrice di una casa, la quale si sottoscrive *Αὐρηλία Ἀρτεμιδώρ|α... εἰδυῖα γράμματα χωρὶς κυρίου χρηματίζουσα τέκνων δικαίῳ κατὰ τὰ Ῥωμαίων ἔθη*. Ed anche Aurelia Isidora, che in P. Strassb. 29 dell'a. 289 divide il fondo ereditario coi fratelli, si professa *εἰδυῖα γράμματα χρηματίζουσα χωρὶς κυρίου τέκνων δικαίῳ κατὰ τοὺς νόμους*. Sono dunque tre per lo meno i documenti nei quali l'alfabetismo viene ricordato insieme col possesso del *ius liberorum* (2). E ciò significa che nella pratica degli affari l'una e l'altra qualità conferivano alle donne maggior credito; tantochè agli occhi degli Egiziani la stessa mancanza del tutore appariva più ragionevole e giustificata, quando la donna sapesse scrivere.

(1) Cfr. anche P. Lips. 29 dell'a. 295 (*Chrest.* 318); P. Thead. 1 dell'a. 306, dove godono del «ius liberorum» tanto la venditrice Aurelia Titaniane quanto la compratrice Aurelia Artemis, che sono entrambe illetterate. Nel P. Lips. 9 (= *Chr.* 211) dell'a. 233 Aurelia Arctous è analfabeta, e tuttavia, come bene osserva il KUEBLER, op. cit., pag. 182, «sie rühmt sich nicht des *τέκνων δίκαιον*, besitzt es aber, da sie, wie aus der Urkunde ersichtlich, drei Kinder hat».

(2) Anche Apollonarion in Oxy. XII. 1473 dell'a. 201 dichiara di essere *ἐπισταμένη γράμματα*, mentre chiede al basilico-grammate Ammoniano facente funzione di stratego che le dia come *κύριος* Eudaimon *πρὸς μόνην ταύτην τὴν οἰκονομίαν*. Il papiro è anteriore alla costituzione di Caracalla e d'altronde Apollonarion ha un figlio solo, Cairemon, natole dal precedente matrimonio con Horcion, col quale dopo il divorzio conclude un nuovo contratto nuziale. Ciò non fa che accrescere il valore della dichiarazione, la quale, sebbene superflua, non solo è enunciata nel corpo della domanda (lin. 24), ma è messa in rilievo persino nell'autorizzazione del basilico-grammate (lin. 21); tanto era dunque il pregio che gli Egiziani annettevano alla conoscenza dell'alfabeto.

Digitized by Google

Ed è naturale che così pensasse e ragionasse l'opinione comune in un paese, nel quale la vita giuridica e degli affari si svolgeva quasi esclusivamente per mezzo di documenti scritti. A fine di eccitare le donne egiziane alla procreazione dei figliuoli era forse superfluo il premio del *ius liberorum*, che per le romane era stato ritenuto necessario da Augusto; ma perchè potessero più sicuramente trattare i loro negozi, al riparo da facili frodi, la conoscenza della scrittura era grandemente utile. Davvero, per tenere la donna in perpetua tutela l'« animi levitas » volgarmente addotta dai Romani è una ragione che « magis speciosa videtur quam vera » (GAI. I. 190); ma l'analfabetismo, assai frequente, come i papiri ci mostrano, nelle donne (1), era una circostanza reale, non immaginata dall'egoistico interesse maschile, che aggravava la loro imperizia degli affari e di cui Gaio, se avesse insegnato in Egitto, avrebbe potuto dire « quia *ignorantia litterarum* plerumque decipiuntur, aequum erat eas tutorum auctoritate regi » (2).

Nel sistema contrattuale romano predominano invece le forme verbali; ed è logico supporre che i giuristi classici non attribuissero all'alfabetismo il medesimo valore che gli attribuivano gli usi commerciali dell'Egitto. Per tali considerazioni il papiro testè edito di Ossirinco proietta una luce che riesce ad illuminare alcuni testi della giurisprudenza romana.

(1) Anche gli uomini si dichiarano spesso illetterati. E la grande massa di analfabeti induce il TAUBENSCHLAG, *Z. d. Sav. St. f. Rg.*, 37, p. 190 n. 2 a credere che per il padre non esistesse nella società greco-egizia un obbligo di curare l'istruzione dei figli. Il che è forse vero nel duplice senso che mancava un obbligo legale e non era riconosciuto nemmeno un dovere morale. Ma l'argomentazione dal numero degli analfabeti è labile. Purtroppo vi sono analfabeti anche in paesi nei quali l'istruzione elementare è obbligatoria per legge e l'obbligo è sanzionato da pene.

(2) Cfr. ULP. XI. 1 « tutores constituuntur .... feminis .... tam impuberibus quam puberibus, et propter sexus infirmitatem et propter forensium rerum ignorantiam ». Nel mondo egiziano l'ignoranza delle « forenses res » abbraccia tanto il contenuto quanto il mezzo adoperato per la dichiarazione di volontà. E non è senza significato che in P. Ryland 120 dell'a. 167 una donna, il cui tutore è assente, chieda coll'assistenza di un *συμπαρών* che un tale Ermeo le sia assegnato come tutore e scrittore in sua vece dell'atto che va a concludere: *ἐπιγρ[α]φησόμενόν μου κύριον καὶ γρ[ά]ψοντα ὑπὲρ [ἐ]μοῦ γράμματα [μὴ εἰδυίης]*.

Digitized by Google

***

Che l'analfabetismo non fosse per i Romani un ostacolo, nonchè alla piena capacità di agire, nemmeno all'esercizio degli uffici (1), appare dalla soluzione che Modestino e Paolo davano ad un quesito relativo al tutore.

D. 27. 1. 6 § 19 - MODESTINUS *l 2 excusationum. Περὶ τῶν ἀγροίκων καὶ τῶν ταπεινῶν καὶ τῶν ἀγραμμάτων γράφει Παῦλος οὕτωσί.* Mediocritas et rusticitas interdum excusationem praebent secundum epistulas divorum Hadriani et Antonini. Eius qui se neget litteras scire, excusatio accipi non debet, si modo non sit expers negotiorum.

L'illetterato non era esente dalla tutela, purchè avesse la conoscenza degli affari. Ma ecco che Giustiniano nelle Inst. 1. 25. 8 decide diversamente.

Similiter eum, qui litteras nesciret, excusandum esse divus Pius rescripsit: quamvis et imperiti litterarum possunt ad administrationem negotiorum sufficere.

A me è sempre parso che l'antinomia dei due testi fosse irreducibile. Chi voglia dar prova di facile contentatura, potrà dire con lo Schrader « utrumque locum, qui certam regulam non praestat, pro instruendo magistratus arbitrio, unde haec pendent, prout quaeque res ferebat, modo hoc, modo illud monuisse ». Ma, se anche fosse vero che Pio pronunciava una decisione di specie, nella quale il tutore sarebbe stato « expers negotiorum », non per questo sarebbe lecito negare che i compilatori delle Istituzioni ne hanno tratto una regola generale: « qui litteras nesciret excusandum esse, quamvis rell. ». D'altronde Paolo, che ricorda le epistole di Antonino Pio circa la *mediocritas* e la *rusticitas* (cfr. anche Vat. 244), dovette conoscerne anche il rescritto sull'analfabetismo e non è verosimile che egli vi si mettesse in diretta contraddizione, come fa scrivendo « eius qui se neget litteras scire, excusatio accipi non debet ». È evidente che l'ordine di idee di Paolo torna capovolto nelle Istituzioni. Per il giureconsulto classico ciò che importa è la pratica degli affari, non la scienza dell'alfabeto; per l'imperatore bizantino l'analfabetismo esonera dalla tutela,

(1) S'intende che, ove dall'« ignorantia litterarum » siano derivate conseguenze dannose, l'analfabeta dovrà sopportarle: cfr. D. 14. 3. 11 § 3.

Digitized by Google

sebbene egli ammetta che anche gli illetterati possano riuscire idonei amministratori (1).

Se non m'inganno, il punto di vista di Giustiniano è in certo modo illustrato dalla petizione di Thaisous. Le tradizioni e le necessità giuridiche del mondo elleno-orientale non permettevano di tenere l'« imperitia litterarum » nella poca considerazione in cui la tiene Paolo (2).

***

Allo spirito dei commissari giustinianei è sempre vivo e presente l'uso della scrittura; i giureconsulti classici non vi pensano affatto o almeno non lo rilevano. In questo senso è sintomatico D. 29. 2. 93 § 1.

PAULUS *l. 3 sententiarum.* Mutus pater vel dominus filio vel servo heredibus institutis magis est, ut, si intellectu non careat, nutu iubere possit adire hereditatem, ut ei iure eius commodum quaeri possit: [quod facile explicari possit scientia litterarum].

Ho segnato l'emblema che interessa al mio discorso, ma dubito che ve ne siano altri. I singolari « careat, iubere possit, ei » mi fanno sospettare che il testo genuino non avesse il binomio « pater vel dominus, filio vel servo », ma trattasse solo dei rapporti fra padre e figlio. « Jure » mi sembra piuttosto superfluo è, secondo il costume dei compilatori illustrato dal Riccobono (3), non sarei alieno dal credere che sostituisca *cretione.* A Paolo non può appartenere l'osservazione finale per ragioni di forma e di sostanza (4).

(1) Anche il FERRINI, *Bull. dell'Ist. di Dir. Rom.*, 13, p. 142 ritiene che il testo sia stato alquanto modificato. Per la forma si noti il « quamvis » con l'indicativo.

(2) Tuttavia anche in Egitto tutori e curatori potevano essere analfabeti. Veggasi la sottoscrizione di P. Thead. 19 del IV secolo. *Αὐρήλιος Αἰτιόπας δι' ἐμοῦ κηδεμόνος ἐπιδέδωκα. Αὐρήλιος Ἀγαθὸς ἔγραψα ὑπὲρ αὐτ[οῦ] γράμματα μὴ εἰδότος.* La petizione è rimessa al praeses Aegypti Herculiae dal *κηδεμών* A. Sakaon, ma questi deve ricorrere all'opera di uno scrivano perchè analfabeta.

(3) *Z. d. Sav. St. f. Rg.*, 34, p. 224 sgg.

(4) Dubitativamente l'interpolazione di « quod . . . litterarum » è segnalata da SECKEL e KUEBLER, *Iurispr. anteiustin.*, II, p. 75 n. 2. I medesimi autori sospettano anche che « adire » sia stato sostituito a *cernere*, ciò che non è possibile affermare con certezza. È fuori di dubbio che Paolo si riferisse alla *cretio*, sia per quello che abbiamo

Digitized by Google

Il congiuntivo « possit » è nato per imitazione del precedente; ma la corretta sintassi avrebbe richiesto l'indicativo. Se il giureconsulto avesse ritenuto necessario di accennare espressamente alla possibilità di un « iussus » scritto, ne avrebbe parlato prima di ammettere la validità del « nutus » (1), che diverrebbe, come ognuno intende, l'estremo rimedio al mutismo del « pater familias ». Certo il « iussus » si poteva impartire « per epistulam » (D. 15. 4. 1 § 1; 29. 2. 25 § 4 e 50) e non è da credere che Paolo l'ignorasse: ma, come egli s'induce a suggerire il mezzo del « nutus », è chiaro che tacitamente presuppone inapplicabile ogni altro mezzo per le particolari condizioni della persona priva della favella (2). Ma Triboniano non si contenta che questo ovvio presupposto sia sottaciuto; e tiene a ricordare che con la « scientia litterarum » ogni difficoltà sarebbe eliminata.

***

In un sistema giuridico, che fa larghissimo uso della scrittura e che ha ridotto a ben povera cosa le solennità verbali, la capacità di agire del muto e del sordo è cresciuta

osservato circa la parola « iure », sia perché è opinione di alcuni romanisti che l'accettazione dell'eredità devoluta a persone « alieni iuris » dovesse compiersi per mezzo della *cretio* (cfr. KNIEP, *Gai Inst.*, II, 2, p. 335 sgg.) e tale opinione è fermamente appoggiata da C. Th. 8. 18 1 § 1, una costituzione di Costantino che inizia il movimento di abolizione della *cretio* chiusosi con Giustiniano (C. 6. 30. 17). Ma ciò non ostante io stimo che i classici potessero adoperare e adoperassero il verbo « adire » anche là dove ragionavano della *cretio*: se la formula di questa è « eam hereditatem adeo cernoque », l'atto, in cui si pronunziano le due parole, può ben designarsi, nota giustamente il Kniep, tanto con « adire » quanto con « cernere hereditatem ».

(1) Cfr. D. 46. 2. 17 (ULP. l. 8 *ad ed.*): « Delegare scriptura vel nutu, ubi fari non potest, debitorem suum quis potest ». Invece D. 36. 1. 67 § 3 (MAECIAN. 5 *fideicom.*) non suggerisce « circa mutos » altro espediente che il *natus*: « ... si auditus capaces sunt vel interrogati nutu possint significare velle se periculo suo hereditatem adire rell. ». Ma vedi su questo passo la nota seguente.

(2) Ci si potrebbe anche domandare se ad emettere il « iussus » non fosse autorizzato il curatore del muto? Per l'affermativa starebbe D. 36. 1. 67 § 3; ma è un luogo assai sospetto. Cfr. la mia memoria *Di alcuni punti controversi nella dottrina romana dell'acquisto del possesso per mezzo di rappresentanti*, p. 22 e BESELER, *Beiträge*, III, p. 55.

Digitized by Google

automaticamente (1). Forse di ciò consapevoli hanno i Giustiniani interpolato D. 3. 3. 43 pr.?

> PAULUS l. 9 *ad edictum*. Mutus et surdus [per eum modum qui procedere potest] procuratorem dare non prohibentur [: forsitan et ipsi dantur non quidem ad agendum, sed ad administrandum].

Non so se Paolo scrivesse che il muto ed il sordo non possono dare un *cognitor*, mentre possono costituire un *procurator* (2); ma certo « per eum... potest » è emblematico. La ultima parte « forsitan rell. » è stata criticata aspramente dal Fabro (*Rationalia ad h. l.*) ed io non ne vorrei mai assumere la difesa. Anzi non dirò nemmeno che sia esagerata l'ironica *verve*, onde il giureconsulto francese reputa degno di essere sottoposto a curatela colui che eleggesse a procuratore un sordo od un muto (3). Ma dopo la critica facciamo luogo alla riflessione storica: come significativo è il contrasto fra i giu-

(1) Non mi nascondo peraltro che l'antichità dovette ignorare l'arte di istruire i sordomuti nelle « litterae ». Giustiniano non immaginava potessero essere « litterati » i sordomuti, che tali fossero fin dalla nascita. Cfr. Inst. 2. 12. 3 « saepe autem etiam litterati et eruditi homines variis casibus et audiendi et loquendi facultatem amittunt: unde nostra constitutio (C. 6. 22. 10) etiam his subvenit, ut certis casibus et modis secundum normam eius possint testari rell. ». Questa è la ragione per cui l'imperatore dichiara incapace il sordomuto « si utroque morbo simul laborat et hoc ex ipsa natura habeat » (C. cit. 10 pr.). Invece pel muto « nihil prohibet et eum scribentem omnia facere, sive naturaliter sive per interventum morbi huiusmodi infortunium ei accessit ».

(2) Così BESELER, op. cit., III, p. 84.

(3) « Non quidem ad agendum », avverte Triboniano, perchè ricorda D. 3. 1. 1 § 3 « surdum, qui prorsus non audit, prohibet apud se postulare ». Il muto non era menzionato dall'editto, essendo ovvia la sua assoluta incapacità a « postulare ». Al cieco « utrisque luminibus orbatus » il pretore rifiutava soltanto la facoltà di « postulare pro aliis » e D. 3. 1. 1 § 5 giustifica il divieto « videlicet quod insignia magistratus videre et revereri non possit ». Il motivo ha il torto di provar troppo, poichè le insegne del magistrato il cieco non le vedrà neanche postulando per sè; e, se consideriamo che questa è la sola volta che s'incontra il verbo « revereri » presso i giuristi classici (cfr. *Vocabul. iur. rom.* v. « revereor »), non dubiteremo di attribuire la frase a qualche glossatore bizantino, troppo perduto dietro al cerimoniale delle insegne e delle reverenze per accorgersi che andava pensando una sciocchezza.

Digitized by Google

reconsulti classici che dichiarano i muti ed i sordi incapaci agli uffici tutelari (D. 26. 1. 1 §§ 2 e 3; 26. 4. 10 § 1) o almeno esonerabili (1) e Triboniano che pensa di farne dei procuratori?

***

Non sorprende affatto che i Romani dessero un curatore al muto ed al sordo (2) e non invece al cieco.

PAUL. 4. 12. 9. Caeco curator dari non potest, quia ipse sibi procuratorem instituere potest.

Il motivo addotto non è in verità decisivo, se, come lascia credere D. 3.3. 43 pr., anche il muto ed il sordo potevano costituirsi un procuratore (3). Ma la diversità di trattamento fra questi disgraziati ed il cieco è spiegabilissima in un ambiente giuridico, nel quale i negozi più importanti e più comuni si concludevano oralmente (4).

Appunto per ciò sembrerà naturale che in Egitto vigessero altre consuetudini. Aurelius Demetrius in P. Oxy.VI. 911 (= *Chrest.* 326 *a*) dell'a. 233 o 265 loca una casa ad Aurelius Theogenes *ἀσθενεῖ τὰς ὄψις μετ' ὑπογραφέως τοῦ συγχωρηθέντος αὐτῷ ἐκ τ[ῶν] ὑπομνημάτων τῆς στρατηγίας Αὐρη[λίο]υ Διονυ[σ]ίου.*

Quest'*ὑπογραφεύς* assegnato dallo stratego ha fatto qualche difficoltà agli editori. Ma, a parte il nome, si può ritenere

(1) Il punto è molto incerto. Cfr. il mio *Curator impuberis*, p. 41 n. 1.

(2) Cfr. D. 3. 1. 3 § 3; 26. 5. 8 § 3; 27. 1. 45 § 2; 42. 5. 20.

(3) Dubito che i Visigoti non abbiano riprodotto integralmente la « sententia » di Paolo.

(4) Il cieco poteva essere giudice (D. 3. 1. 1 § 5; 5. 1. 6), non il sordo ed il muto (D. 5. 1. 12 § 3). Questi non potevano far testamento (Ulp. 20. 13; D. 28. 1. 6 § 1; Inst. 2. 12. 3), il cieco sì (Paul. III. 4 a. 4). Nel diritto giustinianeo la situazione è un po' mutata; il citato § 3 delle Istituzioni dice « mutus et surdus non *semper* facere testamentum possunt » e rinvia a C. 6. 22. 10, il § 4 « caecus autem non potest facere testamentum, nisi per observationem, quam lex divi Iustini (C. 6. 22. 8) introduxit ».

Quanto all'esenzione dalla tutela il cieco è equiparato al sordo ed al muto: cfr. Vat. 238, 239, 130; D. 27. 1. 40 pr.; C. 5. 68. 1 e su di essi *Curator impuberis*, p. 39 sgg. Tuttavia D. 26. 8. 16 (PAUL. 1 *ad leg. Ael. Sent.*) avverte che « etiamsi tutor caecus factus sit, auctor fieri potest ».

Digitized by Google

che il suo intervento nel negozio cada, come si esprime il Mitteis (1), sotto la categoria della romana *cura debilium* (D. 3. 1. 4 e 5; 27. 10. 2).

Peraltro noi dobbiamo avvertire che qui una specie di curatore per assisterlo nella conclusione del negozio e rappresentarlo nella sottoscrizione del documento è dato ad un debole di vista o forse, se *ἀσθενεῖ τὰς ὄψεις* è una locuzione eufemistica, ad un cieco, mentre Paolo dichiarava « caeco curator dari non potest » (2) e l'imperatore Filippo rispondeva (C. 5. 34. 3 - a. 244) « luminibus captum curatorem habere falso tibi persuasum est ». Certo il destinatario del rescritto s'ingannava e la sua convinzione era per il diritto ufficiale falsa; ma immaginiamo che egli vivesse in una provincia d'Oriente e capiremo che all'errore era trascinato dalla forza irresistibile, con cui le necessità sociali cercano il loro appagamento (3).

---

(1) *Grundzüge der Papyruskunde*, p. 251.

(2) Anche il WENGER, *Wiener Eranos*, p. 273 sgg., richiamandosi al testo di Paolo, crede che la curatela dei ciechi sia stata creata dal « im Vormundschaftsrechte überhaupt selbständige Wege wandelnde Volksrecht ».

(3) Il PETERS, *Z. d. Sav. St. f. Rg.*, 32, p. 274 esagera, quando cita Oxy. VI. 919 (certamente un errore di stampa in luogo di 911) per dimostrare che il magistrato poteva dare un curatore « zu jedem beliebigen Zweck ».

Digitized by Google

PER LA GEOLOGIA DEL COLLE MONTELLO

Nota del M. E. TORQUATO TARAMELLI

(*Adunanza del 4 luglio* 1918)

Continuo con questa nota l'argomento trattato nella seduta del 16 Maggio, partecipe dei sentimenti che Voi pure proverete nel pensare a quei siti, resi gloriosi dalla vittoria nostra e degli alleati. Intendo discorrere del *Colle Montello*, di cui solo per incidenza ho fatto cenno in quella nota, ricordando che a costituire il conglomerato formante il nucleo di quel colle coi materiali della valle del Piave concorsero pur quelli del bacino del Cismone.

Una esauriente monografia del Colle Montello comparve nel 1902 a merito del prof. A. Stella (1), il quale ha completate le osservazioni fatte da altri ed anche da me, illustrandole con numerose tavole e con dati analitici delle rocce e del terreno agrario di quel rilievo.

La posizione strategica del Colle Montello e la sua conformazione orografica di *carso coperto* hanno reso questa monografia dello Stella un elemento topografico, che fu di certo utilizzato così dagli invasori come dalle truppe da cui questi furono respinti. Forse fu una fortuna per noi che più non esistesse la folta foresta di quercie, che copriva quel colle sino al 1892; nel quale anno fu decretato per legge il taglio del bosco e suddivisa l'area in 316 poderi, venduti in lotti, e 1224 quote, distribuite ai non abienti dei sette comuni circostanti al colle. Dal lato agrario però il taglio del bosco, come fu eseguito, può considerarsi un errore; poichè in pochi anni il terreno vegetale in parecchi tratti fu rimosso dalle acque piovane e la roccia fu denudata in molte delle cavità crateriformi, dis-

(1) STELLA A., *Il Montello*, Descrizione geognostico agraria. Mem. Descr. d. Carta Geol. d'Italia. Vol. XI, 1902.

Digitized by Google

seminate a centinaia sulla superficie del colle. Le fonti furono quali esaurite, quali notevolmente scemate e si dovette pensare ad un parziale rimboschimento, che appunto in questi anni si stava iniziando.

La costituzione geologica del Colle Montello è molto semplice. Questo rilievo, che si stende sopra un'area di 6000 ettari con una lunghezza di 12 Km. ed una larghezza di 5, sbarrando al suo sbocco la valle del Piave, si eleva sopra una base alta in media 150 m. e tocca l'attitudine di 370 m. al Colesel dell'Acqua. Un conglomerato in banchi distinti ma poco regolari, alternati con alcuni strati di arenarie e di marne nella sua porzione orientale, leggermente inclinato in prevalenza verso sud est, ne forma la massa essenziale, e riposa, probabilmente in discordanza come nei colli circostanti, sopra i conglomerati, le arenarie e le marne mioceniche e plioceniche, di sedimentazione marina. La scoperta del pliocene marino a Cornuda, fatta dal prof. G. Dal Piaz, conferma il riferimento al quaternario antico, risultante dagli studi dei nostri geologi ed accettato anche dal Brückner nello scritto, che ho discusso nella precedente nota.

Questo geologo austriaco afferma che il conglomerato del Montello è incurvato a guisa di piatta anticlinale, che si continua a levante sino a S. Pietro di Feletto ed a ponente nel rilievo di Montebelluna; in realtà, si osserva soltanto nei pressi di Nervesa, in qualche tratto, una leggera inclinazione a sud, ma altrove i banchi sono orizontali o piegano in vario senso, qua e là rotti da fratture verticali; come è il caso del nostro ceppo lombardo lungo l'Adda e le altre minori correnti, che per la sua compattezza, per la forte adesione dei ciottoli col cemento e per la alternanza con strati arenacei e marnosi rappresenta una vera identità geologica col conglomerato in discorso. Il Brückner inoltre afferma che la superficie del colle presenta chiaramente una depressione, quasi un piano vallivo presso al lato nord est, riferendosi anche a due profili della tavola X della monografia dello Stella; ma in realtà nè la conformazione del suolo nè i profili corrispondono a questa ipotesi. Bensì una serie di terrazzi si presenta manifesta dal lato occidentale del colle, a testimonio della progressiva incisione quivi esercitata da uno scomparso corso del Piave. Il decorso attuale del fiume per la stretta di Nervesa non presenta terrazzi e rimane ancora a studiarsi la plastica orografica dei colli a sinistra del Piave e la eventuale continuazione del conglomerato del Montello nei dintorni di Farro e di Pieve di Soligo.

Digitized by Google

Tanto i profili altimetrici attraverso al Colle Montello quanto l'ispezione minuta della carta topografica non permettono di scorgere sulla superficie del colle alcuna traccia di un piano vallivo; si ha una calotta assai depressa, evidentemente terrazzata verso ovest e bruscamente incisa verso est, elaborata a tipo carsico nella sua massima estensione e presso al perimetro solcata da numerose vallette, le quali spesso alle loro testate presentano una serie di doline.

Le precise osservazioni del prof. Stella pongono fuori di dubbio che il mantello ferrettizzato ricoprente il conglomerato non costituisca una formazione di epoca diversa dal conglomerato stesso, sibbene ne rappresenti l'alterazione per gli agenti atmosferici, colla scomparsa quasi totale dei carbonati e colla disaggregazione degli elementi silicei e silicati. La potenza di questo mantello raggiunge raramente i 10 m.; il terreno ocraceo è spesso rimaneggiato e commisto ai frammenti delle rocce alterate e la carta dello Stella molto opportunamente distingue con tinte diverse il vario stato fisico di questo prodotto di alterazione. Il ceppo affiora a preferenza sul fondo delle foibe e delle vallette nella parte orientale del colle e lungo l'orlo occidentale e meridionale; in alcuni casi si può osservare la transizione del conglomerato al ferretto contenente i ciottoli alterati ed ancora intieri.

Il modellamento carsico assunto dal colle e la esistenza di una ben definita rete di canali sotterranei, che mettono capo a fonti un giorno assai copiose, sono argomenti sicuri per doversi ammettere che l'alluvione del Montello fu cementata prima che ne avvenissero lo spostamento coll'accennata inclinazione e la rottura. Così avvenne sicuramente anche del ceppo più antico affiorante lungo i fiumi di Lombardia, come pure nella copertura di ceppo del Colle di Castenedolo e nei lembi diluviali antichi di Osoppo, dell'alta valle del Tagliamento, del bacino di Pieve di Cadore e di altre note località. Osservo poi che le doline esistono anche sui più bassi gradini dell'incisione, operatasi sul lato occidentale del colle.

I professori Stella e Toniolo (1) propendono a ritenere che la cementazione del conglomerato sia avvenuta contemporaneamente alla superficiale decalcificazione, che produsse il ferretto, e ne sia stata quindi la conseguenza naturale. Io penso piuttosto che i banchi di conglomerato si siano depo-

(1) Stella A. Op. cit.
— Toniolo A. R., *Il colle del Montello*, Mem. geog. N. 3. 1907.

Digitized by Google

sitati già consolidati dal deposito calcare, che ne agglutinava il cemento arenaceo, a guisa di un travertino ingombro di ciottoli. Le nostre fonti minerali della Campagna di Roma, della Toscana e dell'Abruzzo presentano numerosi gli esempi di depositi calcari formati da acque correnti ed anche cadenti in cascata. D'altra parte, una cementazione posteriore al deposito per acque infiltranti dalla superficie sarebbe stata impedita dagli interstrati arenacei e marnosi, nè essa avrebbe in ogni caso potuto estendersi uniforme e compatta a tutto lo spessore della formazione, che è almeno di 200 m. La presenza di frequenti vani, dovuti alla eliminazione di ciottoli solubili, dimostra essa pure che la cementazione del conglomerato deve essere stata contemporanea al deposito, non osservandosi mai un tale fenomeno nei conglomerati cementati per infiltrazione delle acque superficiali.

Le stesse fratture del conglomerato, anteriori di certo alla ferrettizzazione della superficie di questo, indicano che la alluvione diluviale antica era già cementata prima che avvenissero gli accennati spostamenti e quindi prima del modellamento carsico, studiato con molta diligenza dal prof. Toniolo.

Ulteriori osservazioni potranno precisare i rapporti del conglomeranto del Montello col pliocene marino di Cornuda ed assicurare se il ghiacciaio del Piave abbia rispettato questo rilievo del Montello anche quando si spinse sino ai dintorni di Caneva e di Polcenigo. Da questi pochi cenni però risulta l'importanza di questo particolare nell'evoluzione orografica ed idrografica della regione tra Brenta e Piave, che per la scoperta del prof. Dal Piaz viene ad accordarsi con inattesa analogia alla orogenesi delle Prealpi Lombarde.

Digitized by Google

IL DIALETTO DI BORGOMANERO

Nota dell'avv. Giuseppe Pagani

(*Adunanza del 4 luglio 1918*)

Il dialetto di Borgomanero, come quello degli altri paesi del novarese posti fra la Sesia, il Ticino e il Lagomaggiore, va annoverato fra i dialetti lombardi, perchè, sebbene per il frequente contatto, che gli abitanti di quel cospicuo borgo hanno sempre avuto col vicino Piemonte, il loro idioma abbia preso non pochi vocaboli e modi di dire dal dialetto pedemontano, pure non v'ha dubbio che in esso predomini l'elemento lombardo, assumendovi però una figura propria, uno speciale atteggiamento.

Così, ad esempio, la similitudine dei lombardi: *l'è scür come 'n bocca al loff* suona nel nostro dialetto: *l'ę̀ scüru kumę̀ 'm búcca al lüvu* e il proverbio *tütt 'i can menen la coa e tücc 'i mincion vôren di la soa* si muta in questo: *tücc' i kœj i minu la kọ̀vva e tücc 'j ọ̀rki i vọ́lu żi la sọ̀vva.*

Come avviene poi di tutti i dialetti parlati, che al pari d'ogni altra cosa umana, subiscono, col volgere degli anni, mutamenti e trasformazioni, anche il dialetto borgomanerese si venne man mano modificando in guisa, che molte voci e locuzioni caratteristiche dei tempi andati lasciarono il posto ad altre nuove, venute dal di fuori, in causa delle cresciute relazioni commerciali e dei più frequenti contatti della nostra popolazione con quelle di altri paesi. Ciò nondimeno però esso ha sempre conservato, e conserva ancora, una fisonomia propria, che da ogni altro parlare nettamente lo distingue. Infatti, non solamente i comuni vicini a Borgomanero, come Vergano, Maggiora, Briga, Cureggio, Gattico, Cressa, Fontaneto, Suno, hanno dialetti propri e al tutto diversi dal borgomanerese, ma anche nelle frazioni stesse del comune di Borgomanero — S. Marco, S. Cristina, S. Croce, S. Stefano — si parla un dialetto che non è quello del capoluogo.

Digitized by Google

Del dialetto borgomanerese e di qualche sua peculiarità già fa cenno Bernardino Biondelli nel pregevole suo « Saggio sui dialetti gallo-italici » pubblicato nel 1853. Essendosi egli allora procurata la versione della solita parabola del figliuol prodigo, fatta dal borgomanerese Nicolò Eustacchio Cattaneo, fu sorpreso da alcune singolarità grammaticali e sintattiche, che vi aveva riscontrato. E, dopo aver detto, che « proprietà esclusiva e rimarchevole del dialetto verbanese (al quale apparterebbe, a parer suo, anche il borgomanerese) è l'uso di « trasportare il pronome personale, che fa le veci di attributo, « dopo il verbo, al quale viene suffisso formando pleonasmo », cita alcuni costrutti, come *l'a diċċuĝi*, *c'a venmi*, *l'ę́ tacássi*, *l'a vů́stulu* etc. da lui notati in quella versione, a giustificazione del suo giudizio.

Il Chiarissimo Prof. Carlo Salvioni, in un suo studio stampato nel Vol. XXXVI di questi Rendiconti (pp. 1012 e sgg.), osservava che anche nella lingua letteraria ed in più dialetti d'Italia, ricorre il fenomeno sintattico per il quale un avverbio preposizionale, come *addosso a*, *dietro di*, *accanto a*, *incontro a*, può avere alla sua dipendenza un pronome congiuntivo, come lo possono avere un gerundio, un participio, un infinito; e citava alcuni esempi di *addossogli*, *dentrovi*, *dietrole*, *dattornosi*, tolti da scrittori italiani, ed altri ancora, come *drioghe*, *desotoghe*, *arenteghe* tolti dai dialetti veneti. Egli notava inoltre che questo costrutto vive tuttavia nella Valsesia, nelle prealpi, superiormente a Novara, nei paesi posti fra la Sesia e l'Agogna, e, segnatamente, nei comuni di Trecate, Galliate, Cerano, Borgomanero, Quarna.

Certo è però che questo fenomeno sintattico, nel dialetto borgomanerese, assume un'importanza ed un'estensione molto maggiore, perchè l'enclittico ricorre, non solo in fine di una voce verbale, come — *i ǫ́ vů́stulu*, l'ho visto; *t ę́ måṅǵállu*, lo hai mangiato; *i żarę́ĝĝi*, gli direte; *i żarǫ́glu*, gli dirò; *i żarǫ́gluĝi*, diroglielo; *t' ǫ́nu?* ne vuoi?; *t' urissinu?* ne vorresti? — ma si combina anche con un avverbio, che strettamente determini o esplichi il significato del verbo, come — *tü lállu* eccolo la; *tü kilúlu* o *tü kilǫ́llu*, eccolo qui; *bütta sǫ́llu*, buttalo su; *da s̀ámlu*, dammelo qua: *va drę́ĝĝi*, vagli addietro; *va parnåiĝi*, vagli innanzi; *l'a diċċunsę́ĝĝi*, gli ha detto così; *diśa piǫ́nnu*, non dirne più; *i vǫ́ minu*, non ne voglio — e persino con un complemento del verbo, come — *tęn strę́nċulu* tienlo stretto; *tę́n gę́llu* tienlo saldo; *dáĝĝi na sċá 'n t al cüĝi*, dagli un calcio nel sedere; *tirę́ da cüĝi*,

Digitized by Google

tirarle di mattonella o di dietro, (alla palla del bigliardo); *i summa in cá ĝ ĝ i*, gli siamo in casa.

Il dialetto di Borgomanero ha inoltre conservato e conserva tuttavia un bel numero di voci e di locuzioni singolarissime ed è per questo, e per l'originalità di alcune sue forme e la curiosità della sua cantilena, che la parlata borgomanerese suona poco gradita all'orecchio del forastiero, che la sente e non l'intende e ne eccita anzi l'ilarità. Eppure il cittadino borgomanerese è orgoglioso del suo dialetto e se ne compiace e lo parla con tutti e dappertutto, senza curarsi del pericolo di poter essere scambiato con un barbaro un ostrogoto. E se occorre talvolta che qualcuno di altro paese gli intuoni scherzosamente il noto adagio: *Burbanę mazá l'üšę bütállu 'n sül tavlu l'a purtá vialu 'l diavlu*, egli risponde impassibile: *rà pu lá ǫ̇rku: imprümma l'ę 'l tuskǫ̈k e pǫ̇ l'ę 'l nǫ̇stu*. E che il borgomanerese ami e si glorii del linguaggio nativo, valgono a provarlo questi pochi versi di un geniale poeta paesano, che si leggono in un brindisi da lui fatto nel giugno 1879 e che più in là si ristampa.

Scrive egli adunque:

La nǫ̇sta lęngua, kumę tücc' i sǫ̈k,
L'ę męju kę 'l latik e kę 'l tuskǫ̈k.
Mę par sta lęngua j ǫ nsę caudu 'l prę,
Kę par stüdięla e ñi a 'mbuni 'l vasę,
I sęnt sęmpri tiręmi al mę paišu,
C' l'a 'm bę̈l parlę, 'm parlę da Paradišu.

Il mio lavoro, che non ha altra pretesa se non di fornire agli studiosi dei materiali utili e di prima mano, si divide in tre parti.

Nella prima sono indicate alcune particolarità della pronuncia e della flessione.

La seconda parte contiene un dizionarietto, nel quale vengono elencate le parole, le locuzioni, le similitudini e i proverbi, che sono propri di questo dialetto.

Nella terza sono dati alcuni scritti originali ed alcune versioni di favole od altro in dialetto borgomanerese, che servono a farne conoscere, per impressione immediata, le particolarità e la natura.

Digitized by Google

I.

Pronuncia e trascrizioni.

a) Vocali.

1. — Il dialetto di Borgomanero ha di specifico un suono, che ricorda l'*ö* lombardo e piemontese, ma che si distingue per l'aggiunta di non so che di torbido, che insieme richiama l'*e* muto dei francesi. Questo suono si ha solo per un *á* seguito già da *-ṅ* ora convertito in *-k* (v. il num. 12 più in là). Noi lo rendiamo per *œ*. Es. *cœk* cane, *pœk*, pane *pajśœk* paesano; con *-ṅ* va anche il *-nn* di *sanno*, *vanno*, *stanno*: (*sœk*, *vœk*, *stœk*). E così *œk* hanno, e nella 3ª pl. del futuro (cfr. *ik* essi sono).

2. — Oltre l'*a* italiano esso possiede un *a* tinto leggermente di *o*, che rendiamo per *å* e che occorre solo davanti a *ṅ*: *låna* lana; *campåna* campana; *råna* rana; *pånša* pancia; *bånca* banca. Però *anu* anno, *panu* panno.

3. — La vocale *e* ha tre suoni: quello di *ę* che compare come succedaneo di *a* nelle desinenze infinitive dei verbi in *-are* (*cantę*, *balę*, *sautę*) e nella 2ª persona plurale del presente indicativo e soggiuntivo degli stessi verbi non che nelle risposte del latino *-arius*: *frę* fabbro ferraio, *liñamę* falegname, *pristinę* fornaio, *märnę* mugnaio; — quello di *ę́*, che occorre, tra l'altro, nella 2ª persona plurale del presente indicativo e soggiuntivo dei verbi in *-ēre*, *-ĕre*, *-ire* e nei nomi italiani, che hanno la desinenza in *-ello*: *capę́* cappello, *curtę́* coltello, *drapę́* drappello, *tinę́* tinello, *vidę́* vitello, *üšę́* uccello; e allo stesso suono si riduce talvolta anche l'*i* finale: *dę́* dito, *vistę́* vestito, *ardę́* ardito; — un *e* torbido, che rendiamo con *ę*: *dunętta* donnetta, *insęmma* insieme, *pransęmmu* prezzemolo, *ręmmu*, remo, *męnnu* curvo, *kętta* solletico.

4. — In *i* atono finisce l'infinito dei verbi in *-ĕre* (*crędi* credere, *lęži* leggere) e il plurale dei nomi e degli aggettivi maschili e femminili: *bę́i ǫ́jmi* begli uomini, *dǫni brütti* donne, brutte, *matai cativi* fanciulli cattivi, *muntañi auti*, montagne alte, *ǫ́gi grândi* occhi grandi, *urę́ggi pišnini* orecchie piccole. Finiscono anche in *-i* molte voci, che in italiano terminano in *e*: così: *cruśi* croce, *nuśi* noce, *nǫ́ci* notte, *pę́li* pelle, *laci* latte. L'*i* compare frequentemente al posto di *e* pure nella protonica: *ristę́* rastello, cancello, *silę́* sellaio, *tindja* tenaglia, *tindǫ́k* tendone, *tiñi* tenere, *inistę́* innestare, *virti* avvertire,

Digitized by Google

zikìk zecchino, *ǯilę* gelare, *bilęzza* bellezza, *licardu*, leccardo, *midšina* medicina, *midája* medaglia, *tiatru* teatro, *spicę* aspettare, *ristà* restato, *bilbęl* bel bello, *licę* allevare, *kidnāšu* catenaccio, *carità* carrettata, *diligà* delegato, *impakitę* impaccare, *lišǫ* letto (da *lęǯi* leggere).

5. — L'*o* ha due distinti suoni: aperto come in *bǫ́ša* buca, *fǫ* faggio, *kilǫ* qui, *rǫ́ra* ruota, *rǫ́ša* rosa, *scǫ́la* scuola; chiuso, come in *bǫ́k* buono, *kǫ́va* coda, *tistǫ́k* testone, *škürpiǫ́k* scorpione *ǯifrǫ́k* sciancato, *sǫ́va* sua, *tǫ́va* tua.

6. — L'*ö* ha suono più aperto che non nel lombardo e piemontese e lo designiamo con *ǫ*: *ǫ́ǧu*, occhio, *biǫ* avuto, *brǫ* brodo, *skǫ* scudo, *zǫ́ppu* zoppo.

7. — Ci sono due *u*, l'uno corrispondente all'*u* toscano, come in *lùnǯi* lunedì, *munǯi* mungere, *spunǯi* pungere, *unću* unto, *unǰa* ugna; e con esso finiscono pure molti nomi che nell'italiano hanno la desinenza in *-ǫ́re*: *udù* odore, *sartù* sartore, *caǯadù* cacciatore, *sarvitù* servitore, *giuradù* giocatore, *sunadù* sonatore; e, se finale atono, corrisponde all'*-o* toscano, *ǫ́ǧu* occhio *āju* aglio, *cùudu* caldo, *frędǧu* freddo etc.; — l'altro uguale all'*ü* lombardo e piemontese: *früta* frutta, *güzzu* acuto, *stüva* stufa, *stüvà* stufato, *üšę* uccello.

b) Consonanti.

8. — Al *ċ* toscano, che non sia tra vocali, corrisponde *š*: *šęna* cena, *šęndra* cenere, *širǫ́tu* cerotto, *pånša* pancia, *skišę* schiacciare, *širęša* ciliegia.

9. — Al *ǵ* corrisponde *ǯ*: *ǯęma* gemma, *ǯęndru* genero, *ǯęnti* gente, *ǯinǯiva* gengiva. *munǯi* mungere, *unǯi* ungere, *ǯǫbia* o *ǯǫbiadę* giovedì.

10. — Il *-ù* finale dei dialetti alto-italiani si converte in *k* (v. Arch. glott. it. IX 215 n): *bǫ́k* buono, *fę́k* fieno, *nzük* nessuno, *pajšę́k* paesano, *pę́k* pane, etc. v. anche il n. 1, e p. 721 n.

11. — Il nesso *ct* del latino si muta in *ċ*: *diċću* detto, *driċću* dritto, *faċu* fatto, *fiċću* fitto, *łęċću* letto, *laċi* latte, *nǫ́ċi* notte, *spęċa* aspetta, e per diffusione analogica *daċu* dato, *naċu* andato, *staċu* stato. (Ma abbiamo anche i participi *fat, dat, nat, stat*: *t ę fat prestu* hai fatto presto; *t'ę nat sǫ?* sei andato su?; *sǫn stat mę* sono stato io, etc.).

12. — Al *z* (scritto) toscano corrispondono: *A*. Una sorda in *zapǫ́ttu* pozzanghera, *zęvru* mastello, *zingru* zingaro, *zǫ́cla* zoccolo, *zücru* zuccaro. Talvolta questa sorda risulta da un *s* preceduto da *n*: *mę nzǫ́ d nutta* io non so nulla; *a n*

Digitized by Google

za sa quę fę́ĝi non si sa che fargli. *B.* Una sonora, come in *žånca* ferro ricurvo, *žanę́rru* ginepro, *žartę́* guastare, *žę́ru* zero, *ži* dire, *da d žu* di sopra, *da d žutti* disotto.

13. — È nell'indole del dialetto borgomanerese il raddoppiare in certe parole la consonante che segue l'accento, come in *šümma* cima, *stimma* stima, *prümma* prima, *insęmma* insieme, *vęlla* vela. Esso, in altri casi, invece, rende semplici le consonanti doppie allungando la vocale che le precede; *bę́la* bella, *padę́la* padella, *sápa* zappa, *stę́la* stella, *žęma* gemma. Talvolta la doppia o la scempia dipendono dalla qualità della tonica che precede (*diċċu*, *lę́ċċu*, ma *fáċu*, *nǫ́ci*, *spę́ċa* n. 11).

14. — È frequente la sincope della vocale atona: *büšla* bussola, *caržá* carreggiata, *pę́rga* pertica, *pę́sgu* pesco, *strę́k* sereno, *dnę́i* danari, *tsu* tessitore, *cmá* comare, *Barlamę́* Bartolomeo, *frę́* fabbro, *plá* pelato, *plånda* sgualdrina, *nzük* nessuno, *pcá* peccato, *disprá* disperato, *bšǫ̃ñu* bisogno, *kidnašu* catenaccio, *candlík* candeletta, *curtlá* coltellata, *martlá* martellata, *càplǫ́k* cappellano, *cavǵǫ́la* grosso chiodo, *da svę́nzu* soventi, *flüra* fessura (piem. *filüra*), *cę́rgu* chierico, *ǵüdsu* giudice, *miráclu* miracolo, *nümru* numero, *dmę́nĝa* domenica, *múnĝa* monaca, *smę́nza* semente, *cǫ́ldra* collera, *frá* inferriata, *frę́* ferito, *lügånga* salsiccia, *månĝa* manica, *prę́dga* predica, *prádgu* pratico, *vipra* vipera, *zíngra* zingara, *fídgu* fegato, *svarž̃lá* vergata, ecc.

II.

Morfologia.

a) Articoto determinato.

Maschile-sing. — *al servitú* il servitore, *l'ǫ́mu* l'uomo. Plur. *i sarvitúi* i servitori, *j'ǫmi* gli uomini.

Femminile-sing. — *la pęnna* la penna, *l'ǫ́ka*, l'oca. Plur. *al pęnni* le penne, *al̃ ǫ́ki* le oche.

b) Articolo indeterminato.

Maschile-sing. — *un vę́ǵu* un vecchio, *n ǫ́mu* un uomo.

Femminile-sing. — *na žúvna* una giovane, *n å̃ña* una anitra.

Digitized by Google

Declinazione del nome.

I nomi maschili, col sing. in *-u*, fanno il plur. in *-i*: *lüvu -i*, *nuśu -i*, *müru -i*, *palaziu -i*, *lẹ̈ññu -i*, *lẹ̈ċċu -i*, *ọ̈ǵu -i*, *taulu -i*.

I nomi femminili in *-a* fanno il plurale in *-i*: *barka -i*, *pẹ́ura -i*, *vắka -i*, *scola -i*, *piånta -i*, *viñña -i*, *scarpa -i*.

I maschili in *-a* fanno il plur. in *-a*: *sicrista -a*, *organista -a*, *pianista -a*, *dintista -a*.

I femminili in *-i* sono invariabili nel sing. e nel plur.: *pẹ́li*, *ċavi*, *cruśi*, *nọ́ċi*, *nuśi*.

I nomi in vocale tonica s'aggiungono *-j*: *ca* (casa) *caj*, *stra straj*; *martẹ́ martẹ́j*, *üšé üšéj*, *faśọ̈́ faśọ̈́j*, *šivrọ̈́ šivrọ̈́j*, *müradú müradúj*.

I nomi in *-l* fanno il plur. in *-j*: *gāl gāj*, *cavāl cavāj*, *badil badij*, *baül baüj*.

I nomi in *-œ̨k* (da *-ṅ* v. n. 10) hanno il pl. in *-j*: *paisœ̨k paisœ̨́j*, *mœ̨́k*, *mœ̨́j*, *pœ̨́k pœ̨́j*; quelli in *-ọ́k*, hanno, se maschili, *-uj*: *cantọ́k cantúj*, *žuvnọ́k žuvnúj*.

I femminili in *-ọ́k* hanno *-úni*: *arśọ́k arśúni*, *canzọ́k canzúni*, *divuziọ́k*, *divuziúni*.

I nomi *pik*, *vik* restano tali anche al plurale; invece altri nomi in *-ik* e i diminutivi hanno il pl. in *-itti*: *camik camitti*, *snik snitti*, *umik umitti*, *piśnik piśnitti*, *campanik campanitti*, *viulik viulitti*. Casi singolari sono: *ānu* pl. *añi*, *pānu* pl. *pāñi*, *ọ́mu* pl. *ọ́jmi*, *mātu* pl. *matáj*.

Pronomi personali.

Mẹ́, *tẹ́*, *lü*, *lẹ́i*; *nü* o *nüiáuci*, *vü* o *vüiáuci*, *lui*.

Aggettivi possessivi.

Enfatici — Maschile-Sing. *al mẹ́*, *al tọ̈́*, *al sọ̈́*; *al vọ̈́stu*, *al nọ̈́stu*, *al sọ̈́*; Pl. *i mẹ́j*, *i tọ̈́j*, *i sọ̈́j*; *i nọ̈́sċi*, *i vọ̈́sċi*, *i sọ̈́j*. Femminili-Sing. *la mẹ́jja*, *la tọ́vva*, *la sọ́vva*; *la nọ́sta*, *la vọ́sta*, *la sọ́vva*. Plur. *al mẹ́jj*, *al tọ́vvi*, *al sọ́vvi*; *al nọ́sti*, *al vọ́sti*, *al sọ́vvi*.

Proclitici — Maschili. *al mẹ́ pá*, *al tọ̈́ fradẹ́*, *al sọ̈́ mátu*; *i nọ̈́st matái*, *i vọ̈́st cüñai*, *i sọ̈́ padruj*. Femminili. *la mẹ́ māma*, *la tọ̈́ surẹ́la*, *la sọ̈́ zia*; *al nọ̈́st braši*, *al vọ́st pẹ́uri*, *al sọ́v crávi*.

Digitized by Google

Numerali.

Maschili. *ük, dü trẹ́*, femm. *ünna, dọ́vri, trẹ́jji*. Indeclinabili *quáttru, cínqui, seśi, sẹ́ti, ọ́tu, nọ́vi, deśi, ünżi, dudśi, trẹ́dśi, quatọ́rżi, quinżi, sẹdśi, darsẹ́ti, diśdọ́tu, diśnọ́vi, vinti. Al prümmu, al sicundu, al tẹ́rzu* etc.

Conjugazione.

I. Verbi regolari.

Infinito della 1ª coniugazione *-ẹ́* (*cantẹ́, balẹ́*); della 2ª *-ẹ́i* (*taśẹ́i, piaśẹ́i*); della 3ª *-i* (*crẹddi, rumpi, lẹ́żi*); della 4ª *-i* (*durmí* o *drumí, cüśí, murí*).

Desinenze. Indic. presente. Sempre *-i* nella 1ª e 2ª e *-a* nella 3ª pers.; 1ª plur. *-umma* per ogni coniugazione; 2ª plur. *-ẹ́* nella 1ª *-ẹ́* nelle altre coniug.; 3ª plur. (come sempre quando questa voce sia originariamente sdrucciola) *-u* (*cântu* etc.). Imperfetto: 1ª e 2ª *-ávi -ẹ́vi ívi*, 3ª *-a*; 1ª plur. (come sempre quando sia originariamente sdrucciola) *-u*; 2ª plur. come la 2ª sing.; 3ª plur. *-u*. Futuro: 1ª *-arọ́* per la 1ª, 2ª e 3ª conjug., *-irọ́* per la 4ª; 2ª pers. *-ẹ́*; 3ª pers. *-á*; 1ª plur. *-úmma*; 2ª plur. *-ẹ́*; 3ª plur. *-œk*. Condizionale: in tutte le conjug. 1ª, 2ª 3ª sing. 2ª plur. *-arissi*. Congiuntivo presente: per tutte le coniugaz. *-a* nella 1ª e 3ª sing.; *-i* nella 2ª sing.; il plur. come nell'indicativo. Imperfetto: 1ª, 2ª sing. e 2ª plur. *-assi, -ẹ́ssi, -issi*; 1ª e 3ª plur. *-u*. Participio passato: *-á* -ato; *-ṓ* -úto; *-ẹ́* -ito.

II. Verbi irregolari.

Infinito: *nẹ́, stẹ́* (andare stare). Participio passato: *nat* e *naċu; stat* e *staċu*.

Indicativo presente: *mẹ́ i vaĝi, i staĝi; tẹ́ 't vẹ́, 't stẹ́; lü 'l va, 'l sta; nü i numma, i stumma; vüiauci i nẹ́, i stẹ́; lui i vœk, i stœk*. Imperfetto: *mẹ́ i návi, i stavi, tẹ́ t'navi, at stavi, lü 'l nava, al stava; nü i návu, i stavu; vüiauci i návi, i stávi; lui i návu, i stávu*. Futuro: *mẹ́ i narọ́, i starọ́; tẹ́ t narẹ́, at starẹ́; lü l'nará, 'l starà; nü i narumma, i starumma; vüiauci i narẹ́, i starẹ́; lui i narœk, i starœk*.

Soggiuntivo presente: *che mẹ́ i vaĝa, i staĝa; che tẹ́ 't vaĝi, 't staĝi; che lü 'l vaĝa, 'l staĝa; che nu i numma, i stumma; che vüiauci i vaĝi, i staĝi; che lui i vaĝu, i staĝu;*

Digitized by Google

Imperfetto: *sę mę i nassi, i stassi*; *sę tę 't nassi, at stassi*; *sę lü 'l nassi al stassi*; *sę nü i nassu, i stassu*; *sę vüiauci i nassi, i stassi*; *sę lui i nassu, i stassu.*

Condizionale: *mę i narissi, i starissi*; *tę 't narissi, at starissi*; *lü 'l narissi, al starissi*; *nü i narissu, i starissu*; *vüiauci i narissi, i starissi*; *lui i narissu, i starissu.*

Il verbo « venire » perde la prima silaba nelle voci arizotoniche (*veñi* vengo etc., ma *ñi* infinito, *ñǫ̊* part. pass., *ñumma* veniamo). Nel fut. e nel condiz. il tema compare con *ñar-*. I verbi « dare » e « fare » fanno alla 1ª pers. del pres. indicativo *mę i daĝi, i faĝi* e hanno due forme di part. pass. *dat e daċu, fat e faċu.* Il verbo « sapere » fa nell'imperfetto indic. *mę i sivi* etc. e nell'imperfetto sogg. *sę mę i sissi.*

Forme singolari del verbo *dši* o *ži* (dire).

Indicativo presente: *mę i dši, te 't dši, lü l diša*; *nü i žumma, vüiauci i žę, lui i dišu.* Imperfetto: *mę i živi, tę 't živi, lü l živa*; *nü i živu, vüiauci i živi, lui i živu.* Futuro: *mę i žarǫ, te 't žarę, lü 'l žará*: *nü i žarumma, vüiauci i žarę, lui i žarǫk.* Soggiuntivo presente: *k'i diša, c'at dişi, c'al diša*: le 3 pers. plur. come al pres. indicativo. Imperfetto: *sę mę i žissi, sę tę 't žissi, sę lü 'l žissi*; *sę nü i žissu, sę vüiauci i žissi, sę lui i žissu.* Condizionale: *mę i žarissi* ecc. Participio passato: *dit* e *diċċu.*

Verbo *essere*. Infinito *ęsi* e *vęsi* Part. pass. *stat* e *staċu.*

Indicativo-presente: *mę i sǫk, tę t'ę, lü l'ę: nü i summa, vuiauci i sę, lui ik.* Imperfetto: *mę i sęri, tę t'sęri, lü l'ęra: nü i sęru, vüiauci i sęri, lui i ęru.* Futuro: *mę i sarǫ, te 't sarę lü l sará*; *nü i sarumma, vüiauci i sarę, lui i sarǫk.*

Soggiuntivo presente: *ki siu mę, c'at sii tę, c'al siu lü*; *ki siu nü, ki sii vüiauci, ki siu lui.* Imperfetto: *sę mę i füssi: sę tę 't füssi, sę lü 'l füssi*; *se nü i füssu, sę vüiauci i füssi, sę lui i füssu.*

Condizionale presente: *mę i sarissi, tę 't sarissi, lü 'l sarissi*; *nü i sarissu, vüiauci i sarissi, lui i sarissu.*

Verbo ausiliare *avere* (*avęi* o *vęi*) Part. pass. *biǫ̊.*

Indicativo presente: *mę i ǫ, tę t'ę, lü l'a*; *nü j umma, vüiauci j ę, lui j ǫk.* Imperfetto: *mę j ivi, tę t'ivi, lü l'iva*;

Digitized by Google

nü j iru, vüiauci j ivi, lui j iru. Futuro: *mę j arrǫ, tę 't arrę, lü l'arrá; nü j arrumma, vüiauci j avrę, lu j acrak* (1).

Soggiuntivo-presente: *che mę j abia, che tę t'abia, che lü l'abia; che nü j abjumma, che vüiauci j abię, che lui j abiu.* Imperfetto: *sę mę j issi, sę tę t'issi, sę lü l'issi; sę nü j issu, sę vuiauci j issi, sę lui j issu.* Condizionale: *mę j arrissi, tę t'arrissi, lü l'arrissi; nü j arrissu, vüiauci j arrissi, lui j arrissu* (2).

Si omettono il tempo passato, il trapassato e il futuro anteriore perchè rispettivamente formati dal presente, dall'imperfetto, dal futuro e dal participio passato.

III.

Sintassi.

Nel dialetto di Borgomanero si ripete il pronome personale, non solo quando esprime il soggetto — *mę i ǫ, tę t'ę, lü l'a* — il che è comune a tutti i dialetti gallo-italici, ma anche, come in Piemonte, quando esprime il complemento oggetto *lü l'a bivǫllu* egli lo ha bevuto; *lü l'a mångallu* egli l'ha mangiato; *l'ü l'a růstulu* egli lo ha visto. Notevolissimo poi il fenomeno sintattico di porre i pronomi enclittici dopo gli avverbi, i verbi e i complementi dei verbi e se ne possono vedere gli esempi nella prefazione.

In questo dialetto un sostantivo, che stia ad un altro nel rapporto di genitivo, può perdere davanti a sè la preposizione secondo norme che non risultan ben chiare: *car månżǫ̊*, carne di manzo; *car mutǫ̊k*, carne di montone; *car purśę*, carne di porco; *car vidę*, carne di vitello; *mal dęnci*, mal di denti; *mal pånśa*, mal di ventre; *mal testa*, male di testa; *paṅ̀ biava*, pane di segale; *paṅ̀ malgǫ̊k*, pane di meliga; *pik vik*, pieno di vino; *viṅ̀ butęglia*, vino da bottiglia; *viṅ̀ Gatinara*, vino di Gattinara; *un par bǫ̊j*, un paio di buoi; *un par cuzni*, un paio di calzoni; *un par scarpi*, un paio di scarpe. Ma *car d'asnik*, carne d'asino, *carni 'd vāca*, carne di vacca; *carni 'd cak*, carne di cane; *mal d'ǫ̊gi*, mal d'occhi; *viṅ̀ da Boca*, vino di Boca; *viṅ̀ da Gåttik*, vino di Gattico (3).

(1) Si usa anche la forma sincopata: *j arǫ da nę* dovrò andare, *j arumma da żi* avremo da dire.

(2) Anche qui si usa talvolta la forma sincopata *j arissi, t'arissi* etc.

(3) [Gli es. ne' quali entran le voci *paṅ̀* e *viṅ̀*, ci avvertono di limitare forse la legge del num. 10, ai casi in cui la voce uscente per *-'ṅ̀* si trovi in posizione sintattica forte].

Digitized by Google

ESISTONO FASCI DI CURVE PIANE D'ORDINE n A PUNTI-BASE E CENTRI CRITICI TUTTI REALI

Nota del Prof. LUIGI BRUSOTTI

(*Adunanza del 20 giugno 1918*)

Un fascio di curve piane d'ordine n, algebricamente generico, possiede n^2 punti-base, semplici, distinti e $3(n-1)^2$ *centri critici*, appartenenti ad altrettante curve distinte, dicendosi centro critico (*) un punto il quale sia doppio per una (ed una sola) curva del fascio.

Sulla realità di questi elementi, quando sia reale il fascio, non conosco teoremi d'indole generale. Prescindendo dai casi notissimi $n = 1$, $n = 2$, solo il caso $n = 3$ risulta in parte studiato (**).

Non mi sembra quindi privo di interesse dimostrare, per ogni valore di n, l'esistenza di fasci algebricamente generici, in cui così i punti-base come i centri critici siano tutti reali (***).

(*) CAYLEY, *On the theory of involution* [Transactions of the Cambridge Philosophical Society, vol. XI, Part. I, 1866, pp. 21-38; oppure Collected Mathematical Papers, Cambridge 1892, vol. V, pp. 295-312]

(**) WRIGHT, *Nodal cubics through eight given points* [Proceedings of the London Mathematical Society, second series, vol. 6, 1908, pp. 52-57].

MOHRMANN, *Ueber das Büschel von ebenen Kurven 3. Ordnung mit neun reellen Grundpunkten* [Mathematische Annalen, Bd. 74, 1913, pp. 319-340].

(***) Tale dimostrazione d'esistenza si riferisce in certo modo al caso di *massimo*. Ma, facendo ricorso, fra altro, a risultati che avrò occasione di esporre in un lavoro più esteso sui fasci di « curve grafiche », si può giungere a semplici conclusioni anche per i casi di *minimo*.

Se n è pari, il minimo per il numero dei punti-base reali è *zero* e per quello dei centri critici reali è *uno*. Tuttavia tali valori minimi

Digitized by Google

1. Presi in un piano (reale) due punti (reali) distinti P_1, P_2, sia C_1^n la curva spezzata in n rette reali, distinte, passanti per P_1 (ma non per P_2); C_2^n quella spezzata in altrettante reali distinte, passanti per P_2 (ma non per P_1). Vedasi Fig.ª 1, per $n = 5$.

Sia F il fascio individuato dalle C_1^n C_2^n; esso ha punti-base tutti semplici, distinti e reali.

Segue che i centri critici sono in numero finito $[=3(n-1)^2]$. Ma nel computo, com'è ben noto (*), ciascuno dei punti P_1 P_2 ne assorbe $(n-1)^2$.

---

non possono presentarsi insieme, perchè un fascio reale (algebricamente generico) privo di punti-base reali ha almeno *tre* centri critici reali, mentre un fascio reale (algebricamente generico) con un solo centro critico reale ha necessariamente *due* (e due soli) punti-base reali.

Per ogni valore pari di n, esistono però cosi fasci reali, algebricamente generici, privi di punti-base reali e dotati di tre centri critici reali, come fasci reali, algebricamente generici, dotati di due punti-base reali e di un sol centro critico reale. In relazione con quanto si espone in una mia recente Nota [*Discriminanti e fasci nella topologia proiettiva del piano*; questo volume dei Rendiconti, pp. 367-373], in entrambi i casi il fascio possiede una curva fornita di due circuiti dispari, che col loro *incrocio* producono un centro critico. Nel primo caso i due ulteriori centri critici reali sono due punti isolati, giacenti rispettivamente nelle due regioni determinate nel piano dal sistema dei due circuiti dispari; nel secondo caso i due punti-base reali son situati sopra uno solo di questi circuiti.

Per $n = 2$ i due casi sono rappresentati da un fascio reale generico privo di punti-base reali o, rispettivamente, dotato di due punti-base reali; per $n > 2$ la dimostrazione di esistenza può partire dalla considerazione del fascio che si ottiene aggregando a ciascuna delle coniche di uno dei fasci nominati una stessa curva di ordine $n-2$, reale ma priva di punti reali; e può compiersi con metodo simile a quello usato al num. 4 della presente Nota.

Se n è dispari, il minimo per il numero dei punti-base reali è *uno* e per quello dei centri critici reali è *zero*. Per ogni valore dispari di n, esistono fasci reali, algebricamente generici, in cui i due minimi si presentano insieme. La dimostrazione di esistenza parte dal caso ovvio $n = 1$ e si svolge con metodo analogo a quello di cui già si è fatto cenno per n pari.

(*) CREMONA, *Sopra alcune questioni nella teoria delle curve piane* [Annali di Matematica pura ed applicata, serie 1, tomo VI (1864), pp. 153-168; oppure Opere matematiche, vol. II (Hoepli, 1915), pag. 135]; num. 11.

Digitized by Google

Dico che i rimanenti $(n-1)^2$ sono tutti distinti e reali (anzi a tangenti reali).

Perciò si consideri la ripartizione prodotta nel piano proiettivo dal sistema delle C_1^n C_2^n. Astrazion fatta da $2(n-1)$ regioni triangolari con vertice in P_1, da altrettante con vertice in P_2, e da due regioni quadrangolari, di cui ciascuna ha in P_1 P_2 una coppia di vertici opposti, si ottengono $(n-1)^2$ regioni quadrangolari, per ciascuna delle quali una coppia di lati opposti appartiene a C_1^n e l'altra a C_2^n.

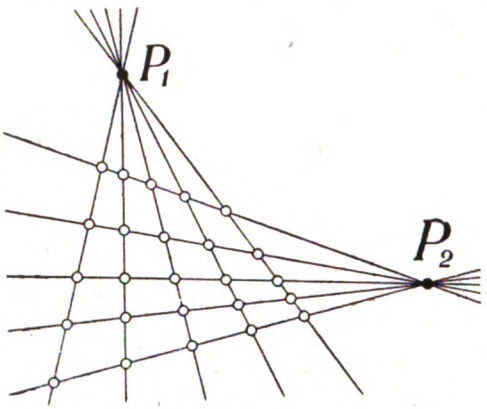


Fig. 1

In ciascuna di queste $(n-1)^2$ regioni il comportamento più semplice che possan offrire le curve di F è quello schematicamente rappresentato nella Fig. 2; ed esso produce nella regione un centro critico reale a tangenti reali, mentre ogni altro comportamento produrrebbe più di un centro critico reale.

Ma poichè il numero dei centri critici reali, fuori di P_1 P_2, non può superare $(n-1)^2$, così in ognuna delle $(n-1)^2$ regioni considerate si verifica il comportamento più semplice ed F, fuori di P_1, P_2, possiede, come si voleva, $(n-1)^2$ centri critici distinti, reali, anzi a tangenti reali.

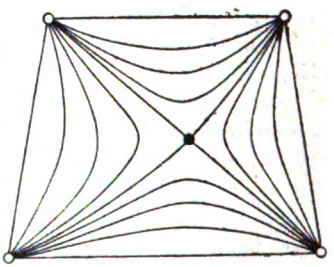


Fig. 2.

2. Mi propongo ora di modificare (nel campo reale) la posizione delle componenti così di C_1^n come di C_2^n in tal maniera che, nel fascio di curve risultante, ciascuno dei centri critici singolari P_1, P_2 venga a risolversi in $(n-1)^2$ centri critici ordinari distinti, i quali, come si vedrà, risulteranno **tutti reali.**

Premetto perciò qualche osservazione elementare.

In un piano (reale), per un punto P (reale), si conducano n

Digitized by Google

rette reali distinte $a_1\ a_2 \ldots . a_n$. Per semplicità di linguaggio si supponga P al finito e si consideri un suo intorno (reale) σ, il quale contenga ogni segmento finito di cui contiene gli estremi.

Si attribuisca a ciascuna delle rette a_i un piccolo spostamento (reale) in modo che le rette a'_i alle quali si perviene abbiano, a due a due, intersezioni tutte distinte e giacenti nell'intorno σ.

É noto (*) come le rette a'_i dividano il piano (projettivo) in $\frac{n\ (n-1)}{2} + 1$ regioni poligonali. Ma n di queste, prescindendo dall'intorno σ, provengono (mediante un piccolo spostamento del contorno) dalle n regioni che già le a_i determinavano nel piano.

Le rimanenti $\frac{(n-1)\ (n-2)}{2}$ appartengono invece per intiero all'intorno σ.

3. Ora, così alle componenti di C_1^n come a quelle di C_2^n si applichi il procedimento descritto al num. 2, e siano rispettivamente σ_1, σ_2 gli opportuni intorni di P_1, P_2, intorni che si suppongono escludere gli n^2 punti base e gli $(n-1)^2$ centri critici ordinari di F.

Si assumano inoltre gli spostamenti abbastanza piccoli perchè le curve $\Gamma_1^n\ \Gamma_2^n$ in tal guisa dedotte dalle $C_1^n\ C_2^n$ individuino un fascio Φ il quale, al pari di F, presenti punti-base tutti semplici, distinti reali; e, fuori di $\sigma_1\ \sigma_2$, possegga $(n-1)^2$ centri critici distinti, reali, anzi a tangenti reali.

Poichè P_1 conta in F per $(n-1)^2$ centri critici, nell'intorno σ_1 saranno raccolti al più $(n-1)^2$ centri critici reali, distinti di Φ. Ma $\frac{n\ (n-1)}{2}$ di questi, a tangenti reali, appartengono a Γ_1^n e sono prodotti dalle mutue intersezioni delle sue componenti.

I rimanenti saranno dunque al più $\frac{(n-1)\ (n-2)}{2}$. D'altra parte, in ciascuna delle $\frac{(n-1)\ (n-2)}{2}$ regioni poligonali [num. 2.] determinate dalle componenti di Γ_1^n e giacenti in σ_1

(*) Vedasi: STAUDT-PIERI, *Geometria di posizione* (Bocca, 1889); § 13, num. 183.

Digitized by Google

il comportamento più semplice che possan offrire le curve di Φ è quello schematicamente rappresentato in Fig. 3, ed esso produce un centro critico reale (precisamente un punto isolato), mentre ogni altro comportamento produrrebbe più di un centro critico reale.

Si conclude quindi che in ciascuna delle regioni ora dette le curve di Φ offrono il comportamento più semplice e che in σ_1 il fascio Φ possiede $(n-1)^2$ centri critici, reali, distinti, di cui $\frac{n(n-1)}{2}$ hanno tangenti reali ed $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ sono punti isolati.

Fig. 3.

Similmente si procede per l'intorno σ_2 con riferimento a Γ_2^n.

Onde, raccogliendo i risultati separatamente ottenuti per i centri critici posti fuori degli intorni e per quelli giacenti in ciascuno di essi, così si conclude:

Il fascio Φ ha n^2 *punti-base semplici, distinti, reali, e* $3(n-1)^2$ *centri critici distinti, reali,* [*precisamente* $(n-1)(2n-1)$ *centri a tangenti reali ed* $(n-1)(n-2)$ *punti isolati*].

4. Il fascio Φ, contenendo le curve spezzate Γ_1^n, Γ_2^n, non è algebricamente generico. Nel presente numero mi propongo di sostituire a Φ un fascio che, pur conservandone le proprietà riguardo al numero dei punti-base reali, e dei centri critici reali, sia invece algebricamente generico.

Nel piano di Φ si assuma perciò un fascio f di curve d'ordine n, reale, algebricamente generico e non avente con Φ alcuna curva in comune.

I fasci Φ ed f appartengono ad un sistema Σ lineare ∞^3 ed un fascio scelto in Σ in modo algebricamente generico è (come f) algebricamente generico.

Il sistema Σ è reale e può esser riferito projettivamente ad uno spazio S (ordinario) reale in modo che a curve reali corrispondano punti reali (e viceversa).

Le curve dotate di punto doppio sono rappresentate in S dai punti di una superficie reale Δ d'ordine $3(n-1)^2$; in particolare $\Gamma_1^n\,\Gamma_2^n$ da due punti V_1 V_2 reali ed $\frac{n(n-1)}{2}$-pli per Δ. Il fascio Φ è rappresentato dalla retta $v \equiv V_1 V_2$, di

Digitized by Google

cui le ulteriori intersezioni con Δ sono tutte reali ed (in generale) distinte.

La Δ è razionale, perchè riferibile al piano di Φ in modo che si corrispondano un punto M del piano ed il punto M' di Δ, immagine della curva di Σ che ha punto doppio in M. Se M è reale, M' è reale; ed all'intorno reale di M nel piano corrisponde l'intorno reale di M' su Δ.

In particolare agli intorni reali delle mutue intersezioni fra le componenti di Γ_1^n corrispondono altrettanti intorni reali su Δ, onde V_1 è $\frac{n(n-1)}{2}$-planare per Δ ed a falde tutte reali. Lo stesso dicasi di V_2 in relazione a Γ_2^n.

Nella corrispondenza posta fra le curve di Σ ed i punti di S, la rete delle curve passanti per M ha per immagine il piano tangente a Δ in M'. E poichè Φ ha gli n^2 punti-base distinti e reali, così per v si conducono a Δ altrettanti piani tangenti distinti e reali.

Ora alla retta v si attribuisca in S uno spostamento reale algebricamente generico; la retta v^* in tal modo ottenuta sarà immagine di un fascio φ reale, algebricamente generico.

Si supponga lo spostamento abbastanza piccolo perchè;

α) Gli n^2 piani tangenti a Δ condotti per v^* siano (come quelli per v) tutti distinti e reali;

β) La v^* nell'intorno di ciascuno dei punti V_1 V_2 incontri le $\frac{n(n-1)}{2}$ falde reali di Δ in altrettanti punti reali (e distinti) e (come la v) fuori di detti intorni abbia con Δ intersezioni tutte reali (e distinte).

Si osservi inoltre che la curva K luogo delle immagini di curve cuspidate, di Σ, divide la parte reale di Δ in regioni, essendo i punti di una stessa regione o tutti immagini di curve con punto doppio a tangenti reali, ovvero tutti di curve con punto isolato. Ora le condizioni poste implicano che la retta mobile, passando dalla posizione v alla posizione v^*, non attraversi K.

Nelle fatte ipotesi *il fascio φ, reale, algebricamente generico, possiede* n^2 *punti-base tutti reali e* $3(n-1)^2$ *centri critici tutti reali. Di questi* $(n-1)(2n-1)$ *sono centri a tangenti reali ed* $(n-1)(n-2)$ *sono punti isolati* (*).

(*) Benchè qui non appaia, la seconda parte dell'enunciato riguardante la natura dei centri critici è conseguenza della prima sulla realità di questi e dei punti-base. Il che rientra in una proprietà più generale da me incontrata nelle ricerche topologico-projettive che vado

Digitized by Google

È così dimostrata *l'esistenza di fasci (reali) algebricamente generici di curve piane d'ordine* n, *a punti-base e centri critici tutti reali* (*).

---

svolgendo sui fasci di « curve grafiche » e delle quali già ho fatto cenno. Essa con riferimento al caso delle curve algebriche si può enunciare così: *Se un fascio reale di curve piane algebriche possiede* b *punti-base reali* (*semplici, distinti*) *e* c *centri critici reali* (*ordinari, distinti*), *di questi* $\frac{1}{2}(c + b - 1)$ *sono centri a tangenti reali ed* $\frac{1}{2}(c - b + 1)$ *sono punti isolati.*

(*) La trattazione del presente numero si potrebbe sostituire con altra analoga, supponendo Φ immerso in una rete reale anzichè nel sistema Σ lineare reale ∞^3. Si è preferita la forma qui usata, perchè più immediata ne risulta l'assoluta genericità di φ sotto l'aspetto algebrico.

Digitized by Google

SULLA STABILITÀ DEI SISTEMI SECONDARII PERTURBATI DAL SOLE

Nota di Francesco Porro

(*Adunanza del 20 giugno 1918*)

Che la perturbazione esercitata dal Sole sul movimento di un satellite non costituisca — in ognuno dei casi studiati sino ad ora — più di una frazione assai piccola della forza totale che sollecita il centro di gravità del corpo, essendo di gran lunga superata dalla gravitazione verso il pianeta, è stato generalmente ammesso dagli astronomi, senza ricorrere a indagine minuta delle condizioni speciali di ciascun sistema. Per la Luna soltanto, un calcolo sommario ha mostrato che il massimo effetto della perturbazione nel senso del raggio vettore raggiunge appena, nelle sizigie, un valore centoottanta volte minore a un dipresso di quello dell'attrazione terrestre.

Due nuovi ordini di considerazioni sono venuti negli ultimi tempi a giustificare un'opinione diversa sull'importanza della questione, e sull'opportunità di una ricerca più esauriente. Da un lato, le scoperte di piccolissimi satelliti, circolanti a grande distanza dai pianeti rispettivi, fanno pensare che, almeno nei casi di Giove e di Saturno, i sistemi presentino una costituzione assai più complessa, per numero e per varietà di dimensioni e di distanze dei corpi che li compongono, di quella che si conosceva trent'anni or sono. D'altro lato, le ricerche geniali e profonde di Giorgio Darwin su l'attrito delle maree hanno scosso il canone dell'invariabilità degli assi maggiori. Se pur si osservi che in tutto il sistema solare non si presenta un caso analogo a quello della Terra e della Luna, dove il valore relativamente grande del rapporto tra la massa del satellite e quella del pianeta conduce a un'oscillazione di straordinaria ampiezza per i valori della distanza media, sembra ragionevole ad ogni modo ammettere che le possibilità di

Digitized by Google

distanze notevolmente superiori a quelle che si conoscono giustifichino l'ipotesi di qualche satellite che si avvicini al limite, oltre il quale l'attrazione del Sole finisca, in prossimità delle sizigie, con soverchiare quella del pianeta.

Per vedere come ciò eventualmente si verifichi, non occorre tener conto delle ineguaglianze che dipendono dalle eccentricità e dalle inclinazioni delle orbite descritte rispettivamente dal pianeta intorno al Sole, e dal satellite intorno al pianeta. Supporremo dunque i due movimenti circolari e nel medesimo piano. Si dimostra che in tali condizioni la perturbazione radiale del moto del satellite intorno al pianeta, per effetto del Sole, ha la seguente espressione:

$$R = \frac{M k^2 a}{r^3} (1 - 3 \cos^2 \lambda),$$

dove M è la massa del Sole, k^2 la costante di Gauss, a la distanza del satellite e r quella del Sole dal pianeta (più esattamente dal centro di gravità del sistema formato dal pianeta e dal satellite); e λ è l'elongazione del satellite dal Sole. Se nell'accennato centro di gravità si suppone raccolta la massa totale del sistema $m + m'$, l'attrazione che essa esercita sul satellite sarà espressa da

$$G = \frac{k^2 (m + m')}{a^2}.$$

Nelle sizigie $\lambda = 0$ oppure $= \pi$: quindi

$$R = - \frac{2 M k^2 a}{r^3}.$$

Si vede dalla differenza di segno che R nelle sizigie agisce in senso opposto a G: e il sistema formato dal pianeta e dal satellite sarà stabile finchè rimanga in valore assoluto

$$R < G.$$

Di qui si ricava la condizione di stabilità sotto la forma

$$\frac{2 M}{r^3} < \frac{m + m'}{a^3}.$$

Il senso della diseguaglianza non sarà mutato, quando ad M, massa del Sole, si aggiunga m, massa del pianeta, che è di M una piccolissima frazione (nel caso più sfavorevole, quello

Digitized by Google

di Giove, $M = 1047\ m$.). Dunque la condizione prenderà la forma

$$\frac{a^3}{r^3} < \frac{1}{2}\,\frac{m + m'}{M + m}. \tag{1}$$

A questa relazione si possono dare altre forme. Dalla teoria del moto kepleriano si ricava, essendo c la costante delle aree e p il parametro dell'orbita:

$$c^2 = k^2 (m + m')\, p\,,$$

ossia, essendo

$$c = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{T}\,, \quad p = a(1 - e^2):$$

$$k^2 (m + m') = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}\,.$$

Di qui

$$\frac{m + m'}{M + m} = \frac{a^3\ T'^2}{r^3\ T^2}\,,$$

dove T e T' sono le rivoluzioni siderali del satellite e del pianeta. Sostituendo in (1), si ottiene la condizione stabilita sotto la seconda forma:

$$T < \frac{T'}{\sqrt{2}}\,,$$

ossia

$$T < 0{,}707\ T'. \tag{2}$$

La proprietà espressa dalla (2) si enunzia molto semplicemente, quando si trascuri l'ultima decimale nel coefficiente di T', al modo che segue:

L'orbita di un satellite attorno al suo pianeta è stabile, quando il tempo di rivoluzione non raggiunga i sette decimi del tempo di rivoluzione del pianeta attorno al Sole.

Una terza forma della condizione di stabilità introduce le distanze del satellite dal pianeta, e quelle del pianeta dal Sole, espresse in parti dei raggi rispettivi. Per giungervi, notiamo che al rapporto nel secondo membro della (1) si può sostituire il suo valore approssimato $m : M$, essendo m' piccola

Digitized by Google

rispetto ad m, ed m piccola rispetto ad M. Dette δ e Δ le densità del pianeta e del Sole, ϱ e P i raggi dei globi rispettivi, supposti sferici, avremo

$$\frac{m}{M} = \frac{\delta}{\Delta}\frac{\varrho^3}{P^3},$$

donde, per la (1):

$$\frac{a^3}{\varrho^3} < \frac{1}{2}\frac{\delta}{\Delta}\frac{r^3}{P^3},$$

e, ponendo

$$\frac{a}{\varrho} = \sigma \quad , \quad \frac{r}{P} = \Sigma :$$

$$\sigma < \sqrt[3]{\frac{\delta}{2\Delta}}\,\Sigma \tag{3}$$

La quantità σ, così introdotta, offre il vantaggio di essere immediatamente confrontabile con il valore della distanza angolare del satellite dal centro del pianeta, espressa in parte del raggio del disco, quale si ottiene da misure micrometriche dirette sull'immagine telescopica o fotografica.

Passiamo ora ad applicare il criterio così stabilito ai casi che si possono incontrare nel sistema solare. La formula che meglio si presta al calcolo numerico è la (2), mediante la quale dalle durate T' delle rivoluzioni siderali dei singoli pianeti attorno al Sole ricaviamo immediatamente i limiti T dei tempi di rivoluzione, oltre i quali il movimento dei satelliti non sarebbe più stabile.

Pianeta	Rivoluzione Siderale		Limite (in giorni)	(in anni)
Mercurio	giorni	87,969	62,2	0,170
Venere	»	224,701	158,9	0,435
Terra	»	365,256	258,2	0,707
Marte	»	686,980	485,7	1,33
Giove	»	4332,589	3063,1	8,39
Saturno	»	10759,23	7006,8	19,8
Urano	»	30688,45	21696,7	59,6
Nettuno	»	60181,3	42548,2	116,5.

Se noi confrontiamo il quadro ora scritto con quello dal quale son dati i tempi delle rivoluzioni siderali per i satelliti dei singoli pianeti, troviamo che:

Digitized by Google

1. La Luna gira intorno alla Terra in un periodo che è circa nove volte minore di quello nel quale compirebbe la sua rivoluzione un satellite collocato al limite di stabilità corrispondente al nostro pianeta. Ammesso, in conformità con la teoria di Giorgio Darwin, che l'accumularsi nei secoli degli effetti dovuti alle maree porti la durata del mese siderale a 55 degli attuali giorni, cioè a circa il doppio della sua durata presente, arriveremo a poco più di un quinto del valore estremo compatibile con la stabilità. Questa dunque non è compromessa, per la Luna, dai corollarii della dottrina darwiniana su l'attrito delle maree.

2. I satelliti di Marte, di Saturno, di Urano e di Nettuno circolano tutti in orbite assai lontane dal limite di stabilità corrispondente al rispettivo pianeta. Quello che più si avvicina al limite è il nono satellite di Saturno (Phoebe), per il quale $T = 550$ giorni e mezzo, ossia poco più di un tredicesimo del limite.

3. I quattro maggiori satelliti di Giove, scoperti da Galileo nel 1610, sono estremamente lontani dal limite di stabilità, essendo i loro tempi di rivoluzione compresi tra un giorno e tre quarti circa e sedici giorni e due terzi. Ciò si può dire a maggior ragione per il quinto satellite (scoperto dal Barnard nel 1892), la cui rivoluzione siderale non arriva a dodici ore. I quattro satelliti scoperti tra il 1904 e il 1914 sono per contro abbastanza lontani dal pianeta, avendo tempi di rivoluzione che, per i primi tre, sono di 250, 260 e 739 giorni rispettivamente, mentre per l'ultimo arrivano a circa tre anni, secondo il Nicholson. Tra questo satellite esterno e un ipotetico satellite collocato presso al limite il rapporto dei tempi periodici sarabbe di 3 a 8, quello dei quadrati dei tempi stessi (e quindi, per la terza legge di Keplero, dei cubi degli assi maggiori) di 9 a 64, ossia prossimamente di 1 a 7. Possiamo dire dunque che, posto uguale ad uno il raggio della sfera di stabilità per i satelliti di Giove, il nono satellite circola a una distanza non inferiore a 0,52.

Il rapporto tra la distanza da Giove del nono satellite e il limite di stabilità è dell'ordine di grandezza di altri rapporti di distanza, che effettivamente si osservano nel sistema di Giove. Così, ad esempio, la distanza dell'ottavo satellite è doppia di quella del settimo. Sembra quindi verosimile che altri satelliti esistano in maggiore prossimità della zona critica.

Può sembrare a prima vista paradossale che l'unica eccezione assai probabile alla stabilità si verifichi nel sistema

Digitized by Google

solare appunto per quel pianeta che possiede una massa superiore alla somma delle masse di tutti gli altri corpi che si aggirano intorno al Sole. Ma la contraddizione si rimuove facilmente, quando si consideri che il limite della stabilità per un'orbita ellittica descritta intorno a Giove e perturbata dal Sole è pure limite per un'orbita descritta intorno al Sole e perturbata da Giove. In altri termini, come un satellite di Giove, giunto per una causa qualunque sul limite, può sfuggire all'attrazione preponderante del pianeta e convertirsi in un piccolo pianeta circolante intorno al Sole, così un pianeta che arrivi sul limite stesso dall'esterno può entrare nella sfera dell'attrazione preponderante di Giove, e diventarne un satellite. Le modalità di simili trapassi possono essere studiate con metodi assai semplici, fondati sull'equazione delle forze vive, e analoghi a quelli che servono di base alla teoria della cattura delle comete. Non può sfuggire ad ogni modo la coincidenza delle considerazioni precedenti con il fatto dell'essere contiguo all'orbita di Giove il limite esteriore della zona occupata dai piccoli pianeti.

Concluderemo dunque che l'esame delle condizioni di stabilità dei sistemi secondarii fa ritenere con serio fondamento permutabili le condizioni di movimento di alcuni piccoli pianeti attorno al Sole e di alcuni satelliti circolanti a grande distanza da Giove.

Digitized by Google

SULL'AUMENTATA MORTALITÀ PER TUMORI MALIGNI, E SULLA RICERCA DELLE PROBABILI CAUSE

Nota del S. C. prof. GIUSEPPE SORMANI

(*Adunanza del 4 luglio 1918*)

Verso la fine del secolo scorso, e più ancora al principio di questo secolo, l'attenzione degli studiosi di statistica sanitaria fu attratta dal fatto, che mentre il più gran numero delle malattie tendevano a diminuire in conseguenza dei meravigliosi progressi dell'Igiene, quel gruppo di malattie, cui si è dato il titolo collettivo di *Tumori maligni o cancerosi*, mostrava, e mostra tutt'ora, una costante tendenza ad aumentare.

Siccome l'eziologia di questo gruppo di malattie rimase fin'ora pressochè ignorata, questo fatto attirò la curiosità degli studiosi, non solo degli Igienisti, ma anche dei Patologi, nell'intento di poter risolvere il problema, sia dal punto di vista eziologico, che da quello profilattico.

Le Amministrazioni cittadine, che già avevano organizzato buoni Uffici Sanitari nelle principali Città d'Europa, nel raccogliere i dati relativi alle popolazioni delle rispettive città, furono impressionate dalle notizie, di cui qui riportiamo in modo sommario alcuni esemplari per una più chiara ed efficace dimostrazione del fenomeno.

Riporto perciò un certo numero di specchietti statistici relativi alle più grandi città d'Europa, e di altre parti del mondo, nonchè cifre di diversi Stati, per dimostrare l'universalità dell'avvenimento.

In questa operazione riferisco sempre la mortalità a 10 mila persone viventi dell'aggregato sociale rispettivo, affinchè i confronti e le deduzioni riescano sempre facili ed evidenti.

Digitized by Google

I. CITTÀ EUROPEE

PARIGI (Popolazione dai 2 ai 3 milioni).

Morti per Cancro, su 10.000 abitanti nel periodo

1881-1885	9,6	—	1901-1905	10,9
1886-1890	9,8	—	1906-1910	11,1
1891-1895	10,0	—	1911-1913	11,2
1896-1900	10,6	—		

dall'Annuaire Statistique de la Ville de Paris.

LONDRA (Popolazione oltre 4 milioni).

1881-1885	6,4	—	1901-1905	10,1
1886-1890	7,2	—	1906-1910	11,1
1891-1895	8,0	—	1911-1913	11,2
1896-1900	9,2	—		

Annual Report, of the Registrar General — of Births marriages and Deaths in England and Wales.

GLASGOW (Popolazione da 500 mila ad 1 milione).

1881-1885	4,9	—	1901-1905	8,2
1886-1890	5,5	—	1906-1910	10,6
1891-1895	6,4	—	1911-1913	10,2
1896-1900	7,4	—		

Dal Registrar general., etc.

BERLINO (Popolazione da 1 a 2 milioni).

1881-1885	6,9	—	1901-1905	11,9
1886-1890	7,8	—	1906-1910	13,1
1891-1895	8,8	—	1911-1912	13,5.
1896-1900	10,4	—		

Dallo Statistiches Iarhbuch der Stadt Berlin.

Col titolo di Cancer (Krebs) s'intendono incluse tutte le specie di tumori cause di morte.

Digitized by Google

VIENNA (Popolazione da un milione e mezzo a 2 milioni).

1900	11,5	—	1906-1910	12,3
1901-1905	11,6	—	1911-1912	13,2.

Statistiches Iahrbuch der Stadt Wien.

BUDAPEST (Popolazione da 400 mila a 900 mila).

1881-1885	6,4	—	1896-1900	7,4
1886-1890	6,7	—	1901-1905	9,4
1891-1895	7,9	—	1906-1910	10,1.

Die Sterblichkeit der Stadt Budapest.

FRANCOFORTE SUL MENO (Da 100 a 200 mila abitanti).

per 10 mila abitanti

1891-1895	9,4	—	1906-1910	9,6
1896-1900	9,1	—	1911-1913	9,0
1901-1905	9,5	—		

In queste cifre è incluso il solo carcinoma. (Krebssterblichkeit).

BRESLAVIA (Popolazione da 300 mila abit. a).

1876-1880	9,8	—	1891-1900	21,0
1881-1890	15,1	—		

Dal Prinzing (pag. 400).

MONACO DI BAVIERA (Popolaz. da 4 a 600 mila abitanti).

1896-1900	13,5	—	1906-1910	16,5
1901-1905	14,6	—	1911-1912	16,9

Queste medie comprendono ogni specie di tumore maligno, che fu causa di morte.

DRESDA (mezzo milione di abitanti).

Dal 1886 al 1912 la mortalità si elevò da 10 a 13,5 per 10 mila abitanti.

Digitized by Google

LIPSIA (circa mezzo milione di abitanti).

Dal 1881 al 1912 la mortalità per tumori maligni rimase pressochè stazionaria sulla media di 10 per 10 mila abitanti.

AMBURGO (città da 800 mila ad 1 milione di abitanti).

Dal 1900 al 1912 mortalità quasi costante, non inferiore a 10 e non superiore ad 11 per 10 mila abitanti.

AMSTERDAM (città da 300 a 700 mila abitanti).

1881-1885	7,3	—	1896-1900	9,7
1886-1890	8,0	—	1901-1905	10,5
1891-1895	8,8	—	1906-1912	11,7.

Arbeiten des Statistichen Bureaus der Stadt Amsterdam.

COPENHAGEN (mezzo milione di popolazione).

1894-1895	12,5	—	1906-1910	15,9
1896-1900	13,8	—	1911-1912	16,4
1901-1905	14,9	—		

In queste medie non sono compresi i morti negli ospedali, non appartenenti al comune.

MADRID (città di oltre mezzo milione di abitanti).

Dal 1901 al 1912 la mortalità oscillò tra l'8 ed il 10 per 10 mila.

MOSCA (popolazione di 1 milione e mezzo di abitanti).

9,5 (dal 1910 al 1912).

PIETROGRADO (popolazione di 2 milioni).

8,6 (anni 1911-1912).

COSTANTINOPOLI (popolazione di oltre 1 milione).

3,5 (1908-1912).

[Per le città italiane mi riservo di parlarne più avanti.]

Digitized by Google

II. CITTÀ AMERICANE ED ASIATICHE

BUENOS AYRES (popolazione di oltre 1 milione) 8,5.

FILADELFIA (popolazione di 1 milione e mezzo) 8,5.

CHICAGO (popolazione di 2 milioni e mezzo) 7,9.

NEW YORK (popolazione di 5 milioni) 7,7.

TOKIO (popolazione di 1 milione) 7,4.

CALCUTTA (popolazione di circa 1 milione) 1,2.

Negli anni dal 1908 al 1912. Hoffmann — The mortality from Cancer throughout the World. Newark 1915.

Dopo aver esposte le cifre relative alle maggiori città del Mondo esporrò quelle relative alle intiere popolazioni dei diversi Stati e Paesi.

III. STATI EUROPEI

Passando dalle singole Città agli Stati, sonvi pure ottime Relazioni Statistiche che risalgono a 30, 40, 50 anni addietro, e che dimostrano costantemente questo fatto, che la mortalità per tumori maligni, da tenui proporzioni, andò costantemente e gradatamente aumentando, come si è già veduto per l'Italia nel periodo degli ultimi trent'anni.

Digitized by Google

TABELLA NUMERICA D

Mortalità per T. M. su 10 mila abitanti in 10 Stati d'Europa.

Periodi quinquennali	Italia	Francia	Svizzera	Austria (Cisleitana)	Inghilterra e Galles	Belgio	Prussia	Olanda	Norvegia	Danimarca (4)
1881-1885	—(1)	—(2)	10.3	4,5	5,5	—	3,4	6,0	4,9	10,7
1886-1890	4,2	--	11,3	5,0	6,3	—	4,1	7,0	5,5	11,5
1891-1895	4,4	9,4	11,9	6,5	7,1	—	5,0	8.1	6,8	11,4
1896-1900	5,1	10,0	12,4	6,8	8,0	—	5,7	9,3	8,6	11,9
1901-1905	5,5	9,4	12,9	7,5	8,9	5,6(3)	6.5	9,7	9,4	12.9
1906-1907(5)	6,1	7,6	12,9	7,8	9,1	6,0	7,1	10,2	10,0	13,4
1908-1912	6,5	7,8	12,4	8,0	9,8	6,7	8,7	10,6	9,6	14,2

Risulta dalla esposta Tabella, che l'aumento dei morti per T. M. non è speciale all'Italia: esso è comune a tutte le Nazioni, che pubblicano Statistiche Sanitarie; anzi risulta dai confronti internazionali, che la frequenza di questa malattia e la tendenza all'aumento sono maggiori presso le altre nazioni, che presso di noi.

I dati si riassumono in questo modo:

Mentre l'Italia aumentò la sua mortalità per tumori maligni

	da	4,2	a	6,5	per	10.000 abitanti,
il Belgio	»	5,6	»	6,7	»	» »
l'Austria	»	4,5	»	8	»	» »
la Prussia	»	3,4	»	8,7	»	» »
la Norvegia	»	4,9	»	9,6	»	» »
l'Inghilterra	»	5,5	»	9,8	»	» »
l'Olanda	»	6,0	»	10,6	»	» »
la Svizzera	»	10,3	»	12,4	»	» »
le città della Danimarca	»	10,7	»	14,2	»	» »

(1) Direzione generale di Statistica - Statistica delle Cause di morte - Roma - Dall'anno 1882 all'anno 1918.

(2) Le notizie relative alla Francia si riferiscono al periodo dal 1892 al 1911, ed inoltre quelle anteriori all'anno 1906 riguardano soltanto la popolazione delle città.

(3) Media del periodo 1903-1905.

(4) Le cifre della Danimarca si riferiscono alle sole città.

(5) Periodo biennale.

Digitized by Google

La Francia anteriormente al 1906 non raccoglieva notizie di statistica sanitaria per tutta la popolazione, ma soltanto per i comuni di popolazione superiore ai 5.000 abitanti. Questo sistema impedisce agli studiosi di utilizzare i suoi documenti statistici, non potendo metterli a confronto con quelli degli altri paesi. Lo stesso dicasi della Danimarca; perchè le medie delle altre Nazioni si deducono complessivamente per la popolazione di tutto lo Stato.

IV. STATI DELL'AMERICA (1)

Negli Stati Uniti d'America, non tutti gli Stati hanno fin'ora adottata la Statistica delle cause di morte.

Quelli che l'hanno adottata, dall'anno 1900 al 1912 rappresentarono una popolazione che all'inizio era di 30 milioni, e nel 1913 risultò più che raddoppiata.

La mortalità per T. M. (Cancer) rispetto a 10 mila abitanti risultò:

nel	1900	di	6,3	—	nel	1910	di	7,6
»	1905	»	7,1	—	»	1913	»	7,9.

Popolazione cittadina e rurale, bianca e di colore.

***

Per la popolazione delle sole città, (delle 20 città più popolose), che salì da 5 a 13 milioni, nel periodo dal 1881 al 1913, la mortalità per T. M. ebbe il seguente svolgimento:

Dal	1881	al	1890	raggiunse	una	media	di 5,0	per 10 mila
»	1891	»	1895	»	»	»	5,5	»
»	1996	»	1900	»	»	»	6,0	»
»	1901	»	1905	»	»	»	7,0	»
»	1906	»	1910	»	»	»	8,0	»
»	1911	»	1913	»	»	»	8,6	»

V. STATI DELL'ASIA E DELL'AFRICA

I paesi delle altre parti del mondo, in genere sono meno soggetti ai tumori maligni.

Fra i popoli dell'Africa centrale, della nuova Guinea e dell'Isola di S. Elena i tumori cancerosi sono assai rari.

(1) FREDERICK HOFFMANN, The mortality from Cancer throughout the World — Newark, 1915.

Digitized by Google

Così Bashford asserisce: ammettendo che siano scarsi anche fra gli Egiziani, gli Indiani ed i Giapponesi (1).

Il comitato germanico sul Cancro nel 1901 si recò nel Giappone a studiare l'argomento; e riportò la notizia, che il cancro era *senza dubbio*, più raro nel Giappone, che in Europa.

VI. CITTÀ ITALIANE

E per ultimo vediamo quale sia stata la diffusione dei Tumori Maligni nelle città italiane, durante il periodo dei 17 anni decorsi dal 1898 al 1914.

Per accorciare l'esposizione di questi dati statistici mi limiterò a riferire la prima e l'ultima media annuale della mortalità in ogni città, fra le più popolose, dividendo queste in tre gruppi:

I. **Gruppo.** — Città che presentarono le cifre più elevate sia all'inizio che alla fine del periodo studiato; e più precisamente quelle che presentavano nel 1898 una media superiore ad 11 per 10 mila, e salirono ancora durante il periodo d'osservazione.

Tali furono le città seguenti:

PARMA (popol. media, circa 55 mila abitanti)
da **18** per 10 mila a **20,4** id.

SIENA (popol. da 30 mila a 42 mila)
da **16,3** » » a **19,8** id.

PAVIA (popol. media, circa 40 mila)
da **13,5** » » a **18,5** id.

BRESCIA (popol. da 68 mila ad 89 mila)
da **13,6** » » a **17,9** id.

BOLOGNA (popol. da 155 a 185 mila)
da **11,2** » » a **16,9** id.

FIRENZE (popol. da 210 a 240 mila)
da **14,3** » » a **16,8** id.

(1) BASHFORD, The etnological Distribution of Cancer. Scientific Report on the Investigations of the imperial Cancer Research Fund. London 1908.

Digitized by Google

II. **Gruppo.** — Città che incominciando da medie comprese fra 6 ed 11, non raggiunsero alla fine del periodo il quoziente di 13 per 10 mila.

Fra queste città noteremo soltanto quelle che più interessano:

MILANO (popolazione da 480 mila a 650 mila abitanti)

mortalità da **9,5** per 10 mila a **12,9** id.

TORINO (popolazione da 350 a 450 mila abitanti)

da **9,5** » » a **12,1** id.

GENOVA (popolazione da 230 a 300 mila)

da **10,1** » » a **9,8** id.

VENEZIA (popolazione da 157 a 167 mila)

da **10,1** » » a **12,9** id.

PADOVA (popolazione da 82 a 104 mila)

da **8,8** » » a **11,3** id.

MODENA (popolazione da 62 a 66 mila)

da **7,1** » » a **10,2** id.

PISA (popolazione di circa 67 mila abitanti

da **8,3** » » a **11,7** id.

LIVORNO (popolazione da 105 a 108 mila)

da **9,8** » » a **12,6** id.

AREZZO (popolazione da 45 a 50 mila)

da **6,6** » » a **10,4** id.

ROMA (popolazione da 500 a 580 mila)

da **6,9** » » a **10,3** id.

Digitized by Google

III. **Gruppo.** — Città con scarsa mortalità per T. M sia all'inizio, che alla fine del periodo d'osservazione.

NAPOLI (popol. da 540 a 700 mila abit.)

mortalità da **6,3** per 10 mila abit. a **6,7** id.

BARI (popolazione da 80 a 100 mila abit.)

da **3,6** » » » a **6,8** id.

POTENZA (popol. da 20 mila discesa a 18 mila)

da **3,5** » » » discese a **3,3** id.

PALERMO (popolazione da 290 a 350 mila)

da **4,4** » » » a **4,5** id.

CATANIA (popolazione da 130 a 216 mila)

da **6,5** » » » discese a **5,4** id.

CAGLIARI (popolazione da 45 a 60 mila)

da **2,9** » » » a **5,3** id.

SASSARI (popolazione da 41 a 43 mila)

da **4,4** » » » a **4,6** id.

Da questi tre specchietti statistici noi impariamo parecchie cose nuove.

Quando io mi incontro in questi risultati inattesi, mi confermo sempre più, che il metodo induttivo, quando si adopera con sincerità, rende grandi servigi alle scienze d'osservazione. Ma io *cerco* sempre per *trovare*, e non mai per *provare!*

E da quest'ultimo specchietto sopratutto si rileva, che il fatto dell'aumentata mortalità per T. M. riscontrato come fenomeno quasi generale, in tutto il mondo, e decisamente dimostrato da centinaia di risultati statistici, soffre anch'esso le sue eccezioni. E queste eccezioni noi le troviamo nelle città meridionali d'Italia, ove il fenomeno, su vasta scala, si presenta assai smorzato; e questi fatti negativi, in argomento di Eziologia, sono talora più eloquenti, che i fatti positivi.

Il fatto negativo, o quasi negativo, presentato da alcune città meridionali italiane è suscettibile di parecchie interpre-

Digitized by Google

tazioni; ed io mi riserbo di analizzarle con maggiore cura in una prossima comunicazione.

***

Un'altra curiosa osservazione ci presenta l'Elenco delle città italiane.

Si disse che il fenomeno della mortalità per T. M. fu messo in luce specialmente dagli Istituti Anatomo-patologici delle Università, i quali coi loro reperti cadaverici misero alla scoperta il grave fatto, che un gran numero di persone muoiono per tumori, dei quali il medico curante il più spesso ignorava l'esistenza.

E quindi si diffuse la nozione della maggiore frequenza di questa causa di morte; per cui le città universitarie dovrebbero essere quelle, ove le cifre di questa statistica sarebbero salite più in alto.

Ebbene se noi consideriamo i nostri tre gruppi di Città, costituiti secondo l'*alta*, *la media*, e *la scarsa mortalità* per T. M. in ciascuno di quei tre gruppi noi troviamo *cinque* o *sei città Universitarie*.

Dunque non è vero che la Sede Universitaria contribuisca, almeno in Italia, ad aggravare le condizioni statistiche del fenomeno studiato.

Potrebbero però le Facoltà mediche d'Italia, se invitate, prendere parte a questa discussione e contribuire certamente a rischiarare le ricerche sulla mortalità per T. M.

Intanto vorrei sapere da loro, quanta fede si debba prestare alle attuali Statistiche, e se non fosse possibile istituire oculati e scientifici controlli.

Dal mio carissimo amico il prof. Luigi Zoia, che è stato Clinico medico nelle Università di Parma, di Sassari, e di Pavia, fui assicurato, che realmente a Parma ed a Pavia i malati per tumori maligni sono straordinariamente più numerosi che a Sassari.

Ed il prof. Guizzetti, che fu professore d'anatomia patologica a Cagliari ed a Parma, anch'egli mi assicurò che a Cagliari in due anni non riscontrò che due tumori causa di morte, mentre d'altra parte mi inviò una pubblicazione del suo aiuto dott. Dalla Valle, con dati statistici importantissimi sulla grande frequenza dei tumori nei cadaveri dell'Istituto anatomo-patologico di Parma (1).

(1) Dott. Alberto Dalla Valle, Dati statistici sui Tumori primitivi dell'Apparato Digerente, osservati nell'Istituto di Anat. Patol. di Parma diretto dal prof. P. Guizzetti. Parma 1915.

Digitized by Google

Anche questa indagine scientifica e di controllo non può essere eseguita con profitto da un solo individuo. Io ho scritto ad altri Colleghi, ed attendo risposte.

Quanto non potrebbe invece fare un autorevole Istituto centrale, munito di sufficienti mezzi, che si occupasse di queste indagini, anche *de visu*, presso gli Istituti anatomo-patologici che più interessasse consultare?

Ed esempi di questi Comitati per lo studio dei tumori maligni, presso le altre Nazioni ve ne sono di molto meritevoli.

In Londra circa 15 anni or sono fu fondato:

L'*Imperial Cancer Research Fund* sotto il patronato del Re d'Inghilterra, e con un ufficio composto di tre Comitati:

a) quello Statistico, *b)* quello Patologico, e *c)* quello delle Pubblicazioni.

In America, le seguenti Società:

American Society for the Control of Cancer.

American Association for Cancer Research.

In Germania. *Deutsches Krebs-Comitee.*

Deutscher Komitee für Krebsforschung.

In Austria. *Ungarisches Komitee für Krebsforschung.*

In Parigi nel 1910, si tenne un *Congrès international pour l'Étude du Cancer.*

L'Italia non ha che il suo modesto Ufficio centrale della Statistica generale del Regno; il quale però con le sue annuali pubblicazioni può stare onorevolmente a pari con quelle delle altre Nazioni. Il male è che ben pochi si degnano di consultarle!

***

Mortalità per Tumori maligni secondo il Sesso e l'Età.

Riguardo al Sesso si osserva questo fatto, che nella gran maggioranza dei casi il sesso femminile paga un tributo molto più grave, che il sesso maschile; e per vero in Italia nell'*ultimo decennio* dal 1905 al 1914 morirono per T. M.:

94.254 maschi e 123.085 femmine.

Anche negli Stati Uniti d'America è fortissima la prevalenza del sesso femminile; dal 1908 al 1912 morirono per Cancer:

80.326 maschi e 122.295 femmine.

Digitized by Google

Nel Regno d'Inghilterra e Galles nello stesso periodo di tempo morirono:

74.784 maschi e 99.818 femmine.

Sonvi però Stati nei quali predomina il sesso maschile; ma questi sono piuttosto eccezioni: dal 1906 al 1910 nel Giappone morirono per T. M.

77.230 maschi e 74.808 femmine.

E nell'Australia, dal 1909 al 1913 morirono:

8.844 maschi e 7.934 femmine.

***

Più importante è ancora il conoscere, come si distribuisce la mortalità *per età*.

Nella prima metà della vita la mortalità per T. M. è quasi eccezionale.

Oltre i 35 ed i 40 anni comincia ad accentuarsi, e manifesta un accrescimento deciso dal 45.° anno in avanti.

Per giudicare quanta sia la tendenza a morire per T. M. rispetto all'età nella popolazione italiana, ho diviso la popolazione stessa, censita nel Giugno del 1911, in due grandi sezioni; quelli di età non superiore al 45.° anno, e quelli di età superiore; e mi risultò, che dei 34 milioni di censiti, soltanto 8 milioni circa avevano superato il 45.° anno: e che nel quinquennio 1909-1913 (1) dei 113 mila morti per T. M. ben 99 mila furono (o sarebbero stati) censiti fra coloro, che nel 1911 avrebbero compiuto il 45.° anno. Onde risulta (come vedesi nella Tabella numerica E) che in Italia la popolazione di età inferiore al 45.° anno corre soltanto la probabilità di morire per T. M. nella ragione dell'1 su 10 mila viventi: ed a quella di età superiore si presenta una probabilità 24 volte maggiore.

Se poi teniamo conto del sesso, vediamo che questo pericolo si limita a circa 22, oppure si eleva a quasi 26 per 10

(1) Il mio studio analitico si è precipuamente fissato su questo quinquennio, perchè ha nel suo centro l'anno 1911, nel quale si è eseguito l'ultimo censimento.

Digitized by Google

mila viventi di ciascun sesso, secondo che si tratta di maschi oppure di femmine. (V. Tabella numerica F.)

TABELLA NUMERICA E

Morti per Tumori Maligni in Italia durante il quinquennio 1909-1913 distinti per gruppi di Età e per Sesso.

a) Ambo i Sessi

Gruppi di Età	Censiti nel 1911	MORTI PER TUM. MALIGNI nel quinq. 1909-1913	MORTI PER TUM. MALIGNI media annuale	Morti per T. M. su 10 mila viventi all'anno
Dalla nascita al 45.° anno	26388251	14734	2947	1.12
Da 45.° anno compiuto in avanti	8283126	99053	19811	**23.91**
Di età ignota	120357	111	22	1.82
Totali	34671377	113898	22780	6.56

TABELLA NUMERICA F

Morti per Tumori Maligni in Italia (1909-1913).

Gruppi di Età	*b*) Maschi Censiti nel 1911	MORTI PER T. M. Media annuale	MORTI PER T. M. per 10 m. viventi	*c*) Femmine Censiti nel 1911	MORTE PER T. M. Media annuale	MORTE PER T. M. per 10 m. viventi
Dalla nascita al 45.° anno . .	12947917	1137	0.87	13440334	1810	1.34
Dal 45.° anno compiuto in avanti . . .	4073773	8903	**21.85**	4209353	10907	**25.91**
Di età ignota .	57212	9	1.57	63145	14	2.22
Totali	17021690	10050	5.90	17649687	12731	7.21

Digitized by Google

***

L'argomento sull'influenza del sesso e dell'età sulla mortalità per T. M. può essere sviluppato anche maggiormente, e con molto profitto per la più esatta conoscenza del fenomeno, pur ricorrendo alla nostra Statistica Sanitaria, delle cause di morte, in cui questo argomento è redatto con molto buon senso e retto critorio.

I morti per T. M. sono classificati per gruppi quinquennali di età e per sessi distinti.

Cogli stessi criteri fu classificata la popolazione nel recente censimento.

Su queste basi unissone furono tracciate le due Tabelle numeriche G. ed H.; dalle quali risultano i quozienti di mortalità per T. M. della popolazione italiana, distinta per sessi oltre il 45.° anno d'età per periodi quinquennali.

I valori relativi sono tradotti in curve (V. la Tavola grafica N.° II°) N.° VIII° dell'ordine dei Rendiconti.

TABELLA NUMERICA G

Morti per Tumori Maligni in Italia nel quinquennio 1909-1913 distinti per gruppi quinquennali di età e per Sesso.

MASCHI

Gruppi di Età	Censiti nel 1911	MORTI PER TUMORI MALIG. nel quinquen.	MORTI PER TUMORI MALIG. Media annua	Media annua per 10 m. viventi
dai 45 ai 50 anni compiuti	845705	2986	597	7.06
da 50 a 55	804870	4679	936	11.62
da 55 a 60	690099	6299	1260	18.28
da 60 a 65	623984	8289	1658	26.56
da 65 a 70	476557	8596	1719	36.07
da 70 a 75	334044	7170	1434	42.19
da 75 a 80	183638	4295	859	46.77
da 80 a 85	84258	1675	335	39.74
da 85 a 90	25157	452	90	35.92
oltre i 90 anni compiuti	5461	74	15	27.46
Totali	4073773	44515	8903	21.85

Digitized by Google

TABELLA NUMERICA H

FEMMINE

Gruppi di Età	Censiti nel 1911	MORTE PER TUMORI MALIG. nel quinquen.	MORTE PER TUMORI MALIG. media annuale	media annua per 10 m. viventi
da 45 a 50 anni compiuti	881086	5419	1084	12.30
da 50 a 55	838283	7397	1479	17.64
da 55 a 60	702556	7895	1579	22.46
da 60 a 65	651989	9503	1901	29.14
da 65 a 70	478855	8986	1797	37.52
da 70 a 75	347147	7821	1564	45.10
da 75 a 80	185292	4676	935	50.46
da 80 a 85	89557	2105	421	47.00
da 85 a 90	27123	629	126	46.38
oltre i 90 anni compiuti	7465	107	21	28.66
Totali	4209353	54538	10907	25.91

V. TAVOLA GRAFICA N. II.

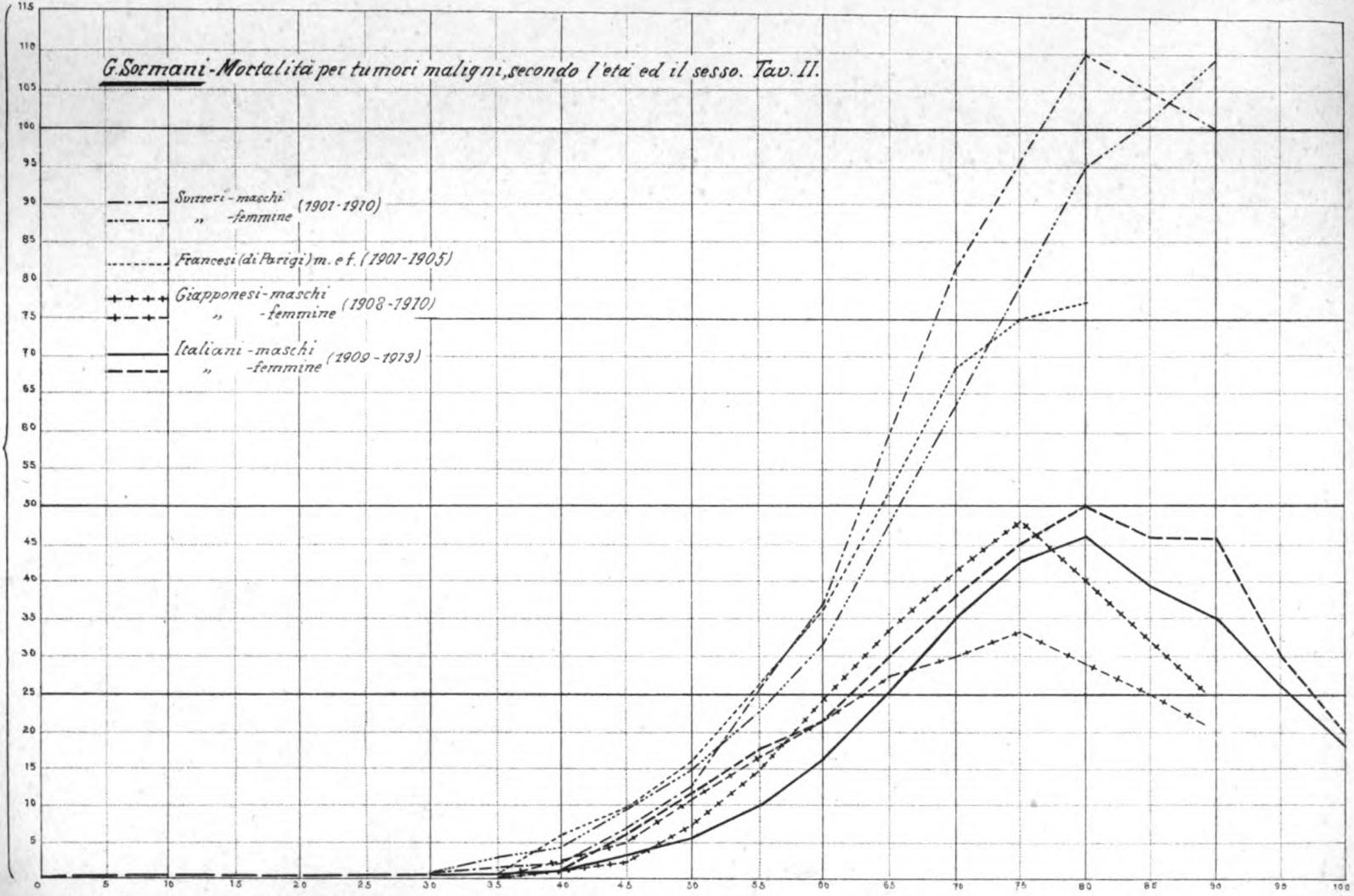
***

Per avere altri termini di confronto mi sono rivolto di nuovo al Bertillon, che nel citato lavoro ha inserite cifre numerose ed importanti su questo argomento, desumendole dalla Popolazione della città di Parigi.

Riporto questa Tavola numerica N. I perchè da essa risulta evidente la *costanza del fenomeno* patologico, per la durata di 25 anni dal 1881 al 1905, dimostrante inoltre la tendenza del medesimo ad aggravarsi.

Le Cifre dell'ultimo quinquennio 1901-1905 sono quelle che mi servirono per tracciare la Curva della Francia nella Tavola grafica N. II.

Digitized by Google



Digitized by Google

The University of Chicago Libraries

Digitized by Google

TABELLA NUMERICA I.

Mortalità per CANCER, nella Popolazione della Città di Parigi, per 10 mila abitanti.

Periodi quinquennali di Età dei morti	QUINQUENNI (MEDIE ANNUALI)				
	1881-85	1886-90	1891-95	1896-900	**1901-905**
Da anni 35 a 39	6.2	6.1	5.4	4.8	**6.2**
Da anni 40 a 44	11.1	10.5	9.4	9.3	**9.5**
Da anni 45 a 49	17.3	16,6	16.4	16.4	**16.4**
Da anni 50 a 54	24.4	24.8	24.7	24.8	**26.3**
Da anni 55 a 59	34.8	34.8	36.2	37.3	**36.9**
Da anni 60 a 64	42.3	46.1	47.6	48.7	**53.0**
Da anni 65 a 69	58.2	58.0	56.7	64.8	**68.7**
Da anni 70 a 74 e più	58.7	65.5	65.6	72.6	**74.6**

Per completare i confronti ho pensato di aggiungervi i dati di un popolo a bassa mortalità per T. M.; e quelli di un'altra nazione ad alta mortalità; cioè del Giappone, nel primo caso, e della Svizzera nel secondo caso.

I dati di ambedue furono raccolti per periodi decennali di esistenza. (Sono da preferirsi. per le Tavole grafiche, i periodi quinquennali di età).

Per una curiosa combinazione, tanto nel Giappone che nella Svizzera, la mortalità femminile è inferiore a quella maschile.

Ecco le Tabelle numeriche K. ed L. le cui cifre proporzionali hanno servito a tracciare sulla Tavola grafica N. II le curve rispetto alla mortalità relativa ai due sessi, per le popolazioni Giapponese e Svizzera.

Digitized by Google

TABELLA NUMERICA K

Mortalità per Carcinoma nella SVIZZERA (Switzerland) distinta per Età e sesso — (su 10 mila viventi, periodo 1901-1910)

Età	Maschi	Femmine
sotto i 20 anni	0.3	0.2
da 20 a 29	0.7	0.7
da 30 a 39	2.3	3.6
da 40 a 49	12.6	14.7
da 50 a 59	37.8	35.5
da 60 a 69	82.4	63.6
da 70 a 79	111.1	94.0
da 80 ed oltre	100.6	108.8
Tutte le età	12.9	12.5

TABELLA NUMERICA L

Mortalità per Cancer in GIAPPONE (periodo 1908-1910)

Età	Maschi	Femmine
sotto i 25 anni	0.1	0.1
da 25 a 34	0.6	1.9
da 35 a 44	3.7	7.5
da 45 a 54	15.1	16.5
da 55 a 64	34.6	27.1
da 65 a 74	47.0	32.6
da 75 ed oltre	30.9	25.1
Tutte le età.	6.5	6.4

Digitized by Google

Conclusioni sull'influenza del sesso e dell'età sulla mortalità per T. M.

Dalla tavola grafica N. II e dalle precedenti tabelle numeriche, possiamo rilevare un'altra delle funzioni cui obbedisce questo fenomeno patologico dei T.i M.i

Come già vedemmo queste malattie, quasi eccezionali nella gioventù, appaiono più decisamente verso il periodo medio dell'esistenza, e salgono gradatamente di intensità *fino circa all'80 anno*, dopo il quale leggiermente si attenuano.

Dai medici e dai chirurghi si usa dire invece che i malati di tumori si presentano per la visita con la maggior frequenza *fra il 50.mo ed il 60.mo anno*. La discrepanza fra queste due asserzioni può conciliarsi pensando che il malato, sia per il decorso abitualmente cronico di queste malattie, e forse anche per effetto della cura, specialmente se chirurgica, il malato (ripeto) anche nei casi inguaribili o recidivi, protrae per molti anni ancora la sua esistenza, e la morte non lo raggiunge che verso il compimento del 16.° lustro.

Ma quello che a noi più interessa, per le ricerche sulla Eziologia, dovrebbe essere, se e quali altri fatti nuovi, ci possano venir rivelati da queste indagini statistiche.

Perchè in Italia sono più colpite dai T. M. le donne, ed in Svizzera gli uomini?

Perchè in Italia il massimo di intensità della mortalità per T. M. si eleva soltanto fino alle ascisse 47.ma e 50.ma nei due sessi; ed in Isvizzera si eleva fino alla 110.ma?

Perchè in Parigi il massimo, che era di 58 su 10 mila abitanti, circa 30 anni or sono, si elevò gradatamente a 65; poi a 72; per superare il 74 nel primo quinquennio di questo secolo?

Perchè il Giappone, che ha razza, costumi, e vitto così differenti dai nostri, ha delle curve, che, specialmente per i maschi, assomigliano tanto a quelle degli Italiani?

Non è tanto la curiosità di queste risposte che ci possa interessare, quanto la speranza di una più intima conoscenza delle cause che producono queste varianti nei diversi paesi; sperando che possano condurci alla conoscenza di alcuni fattori fin'ora ignorati. — È sempre l'ignoto che si vuol scoprire, seguendo le norme insegnate dalla Filosofia di Bacone!

Digitized by Google

SOPRA I POTENZIALI GENERALIZZATI DI HELMHOLTZ

I^a Nota del S. C. ERNESTO LAURA

(Adunanza del 4 luglio 1918)

Dirò potenziali generalizzati di Helmholtz gli integrali seguenti:

$$\int_S \mu \frac{e^{kr}}{r} dS \quad ; \quad \int_\sigma \mu \frac{e^{kr}}{r} d\sigma \quad ; \quad \int_\sigma \mu \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{kr}}{r} d\sigma$$

nei quali S è uno spazio tutto al finito, σ una superficie chiusa di normale esterna n. Inoltre si ha:

$$k = k_1 + i k_2 \qquad \mu = \mu_1 + i \mu_2$$

dove le k_1, k_2 sono quantità reali, i rappresenta l'unità immaginaria e le μ_1, μ_2 sono funzioni reali, continue, finite ed uniformi delle coordinate di dS (o di $d\sigma$), nella regione a cui i sopradetti integrali sono estesi.

Questi integrali nel caso di $k_1 = 0$ furono considerati dall'Helmholtz (*) in una classica memoria. Il Mathieu (**) si occupò invece in modo particolare del caso $k_2 = 0$. Il caso più generale, qui considerato, fu da me ampiamente trattato in una Memoria (***) e in varie note (****), dove mostrai la ne-

(*) HELMHOLTZ, *Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden*, Crelle's Journal 57, 1859, p. 1-72.

(**) MATHIEU, *Théorie du potentiel*, Paris, 1885, pag. 68 e seguenti.

(***) LAURA, *Sopra i moti vibratori armonici semplici e smorzati di un mezzo elastico omogeneo ed isotropo*. Memorie Reale Accademia delle Scienze di Torino Serie II, Tom. LX, 1910.

(****) LAURA, *Sopra le vibrazioni normali di un corpo elastico immerso in un fluido*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei. Vol. XXI, Serie V, p. 754 (1° semestre) e pag. 20 (2° semestre), 1912. Cfr. pure A. E. H. LOVE, *Some Illustrations of Decay* etc. *Proc. London Math. Soc.* t. II, pag. 88.

Digitized by Google

cessarietà della introduzione di queste funzioni nella soluzione di diversi problemi di Fisica-Matematica.

L'analogia di queste funzioni con i potenziali ordinari di spazio e di semplice e doppio strato, permette l'estensione immediata ad esse di varie proprietà di quest'ultimi integrali. Dove invece le funzioni qui considerate si differenziano dagli ordinari potenziali è nel loro comportamento all'infinito (*). Qualche autore fu anzi tratto in errore da questa analogia.

La presente Nota, il cui scopo è la dimostrazione rigorosa di varie formole, che già mi si sono dimostrate utili in varie ricerche, pone in luce, in casi particolari, questo comportamento.

In note successive darò diverse applicazioni dei risultati ora ottenuti. Mi sembra interessante a questo proposito citare il seguente teorema: Posto $r = |PQ|$, se S è uno spazio tutto al finito od una superficie chiusa ed n numero intiero diverso da 1, allora, qualunque sia la funzione continua μ dei punti del campo di integrazione, si ha:

$$\iint_{S\,S} \frac{e^{r\cos a}}{r \operatorname{sen} a} \operatorname{sen}(r \operatorname{sen} a + n a)\, \mu(P)\, \mu(Q)\, dS_P\, dS_Q \gtrless 0,$$

purchè a soddisfi alle diseguaglianze:

$$\pi - \frac{\pi}{n} \leqq a \leqq \pi + \frac{\pi}{n}, \quad a \neq \pi.$$

Il doppio integrale è positivo se n è dispari, è negativo se n è pari.

1.

Si ponga:

$$\Phi(Q) = \int_S \mu(P) \frac{e^{kr}}{r}\, dS_P \quad ; \quad \Phi'(Q) = \int_S \mu'(P) \frac{e^{k'r}}{r}\, dS_P$$

e conserviamo le notazioni ed ipotesi precedenti. Inoltre le μ', k' indichino quantità coniugate di μ, k e si abbia:

$$r = |PQ|.$$

(*) POCKELS, *Ueber die partielle Differentialgleichung.*

$$\Delta u + k^2 u = 0,$$

Lipsia, 1891, pag. 315 e seguenti.

Digitized by Google

Sino ad avviso contrario, S rappresenterà indifferentemente uno spazio tutto al finito od una porzione di superficie o di linea od un gruppo discreto di punti.

Sia Σ una superficie chiusa tutta esterna a S. L'integrale (*)

$$(1) \quad A = \frac{i}{k_2} \int_{\Sigma} \left(\Phi(Q) \frac{\partial \Phi'(Q)}{\partial \nu_Q} - \Phi'(Q) \frac{\partial \Phi(Q)}{\partial \nu_Q} \right) d\Sigma_Q ,$$

dove ν_Q è la normale a Σ rivolta verso l'interno, sarà reale. Vogliamo determinare il suo limite quando come superficie Σ scegliamo quella di una sfera il cui raggio tenda a divenire infinitamente grande.

Poniamo a questo scopo nella (1) per le Φ, Φ' le loro effettive espressioni. Otterremo:

$$(2) \quad A = \frac{i}{k_2} \int_{\Sigma} d\Sigma_Q \iint_{S\,S} \mu(P_1) \frac{e^{ikr_1}}{r_1} \mu'(P_2) \left(ik \frac{e^{ikr_2}}{r_1} - \right.$$

$$\left. - \frac{e^{ikr_2}}{r_2^2} \right) \frac{\partial r_2}{\partial \nu_Q} - \mu'(P_1) \frac{e^{ikr_1}}{r_1} \mu(P_2) \left(ik \frac{e^{ikr_2}}{r_2} - \right.$$

$$\left. - \frac{e^{ikr_2}}{r_2^2} \right) \frac{\partial r_2}{\partial \nu_Q} \Big) \, dS_{P_1} \, dS_{P_2}$$

dove ho posto:

$$r_1 = |P_1 Q| \quad , \quad r_2 = |P_2 Q| .$$

Si ha ora:

$$\mu(P_1)\mu'(P_2) = \alpha + i\beta$$
$$\alpha = \mu_1(P_1)\mu_1(P_2) + \mu_2(P_1)\mu_2(P_2)$$
$$\beta = \mu_2(P_1)\mu_1(P_2) - \mu_1(P_1)\mu_2(P_2)$$

per modo che α è funzione simmetrica dei punti P_1, P_2 mentre che la β è funzione alterna. Dalla (2), allora, con facili calcoli si perviene alla formola seguente:

$$(3) \quad A = \int_{\Sigma} d\Sigma_Q \iint_{S\,S} \frac{e^{ik_1(r_1+r_2)}}{r_1 r_2} \Big(\frac{1}{k_2} \left(k_1 - \frac{1}{r_2} \right) U + \right.$$

$$\left. + V \frac{\partial r_2}{\partial \nu_Q} \right) dS_{P_1} \, dS_{P_2} .$$

(*) Supponendo $k_2 \neq 0$.

Digitized by Google

nella quale ho fatto le posizioni:

$$(4)\qquad \begin{cases} U = a \operatorname{sen} k_2 (r_1 - r_2) + \beta \cos k_2 (r_1 - r_2) \\ V = a \cos k_2 (r_1 - r_2) - \beta \operatorname{sen} k_2 (r_1 - r_2) . \end{cases}$$

Come superficie Σ scegliamo ora quella di una sfera di centro un punto O (di coordinate a, b, c).

Se mi riferisco ad un sistema di coordinate polari con il polo in O (ϑ, φ colatitudine e longitudine) e se R è il raggio di Σ, avrò:

$$d\Sigma_Q = R^2 \operatorname{sen}\vartheta \, d\vartheta \, d\varphi = R^2 \, d\omega$$

e $d\omega$ indica l'elemento di una sfera ω di raggio unitario. La (3) diviene con ciò:

$$A = \int_\omega d\omega \iint_{S\,S} R^2 \frac{e^{ik_1(r_1+r_2)}}{r_1 r_2} \left\{ \frac{1}{k_2} \left(k_1 - \frac{1}{r_2} \right) U + \right.$$

$$\left. + V \left\{ \frac{\partial r_2}{\partial \nu} \right\} dS_{P_1} \, dS_{P_2} .$$

Le variabili di integrazione (cioè le ϑ, φ e le coordinate dei punti P_1, P_2) variano in campi situati tutti al finito. La funzione integranda, la quale dipende da R esplicitamente e implicitamente a mezzo delle r_1, r_2, è funzione continua di questo parametro, come è pure funzione continua delle variabili di integrazione.

Esaminiamo se esiste il limite della funzione integranda per R tendente all'$\infty$to. Si noti la formola (*):

$$\lim_{R=\infty} (r_1 - r_2) = (x_1 - x_2) \operatorname{sen}\vartheta \cos\varphi +$$
$$+ (y_1 - y_2) \operatorname{sen}\vartheta \operatorname{sen}\varphi + (z_1 - z_2) \cos\vartheta$$

come si ricava sia analiticamente, sia geometricamente osservando che il predetto limite è la proiezione ortogonale del vettore $P_1 - P_2$ nella direzione (ϑ, φ) secondo la quale il punto potenziato si fa tendere all'infinito. Questo limite è dunque finito, poichè in valore assoluto è minore di

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

e quindi pure minore della maggior corda di S, che per ipotesi è una regione tutta situata al finito. Esisterà perciò pure

(*) Le $(x_1\ y_1\ z_1)$ sono le coordinate di P_1 e le $(x_2\ y_2\ z_2)$ quelle di P_2.

Digitized by Google

il limite di $\cos k_2 (r_1 - r_2)$, $\operatorname{sen} k_2 (r_1 - r_2)$ e quindi di U, V per R tendente all'∞ to. E poichè d'altra parte esistono i limiti di $\frac{R}{r_1}$, $\frac{R}{r_2}$, $e^{k_1(r_1+r_2)}$ (il quale limite sarà ovviamente ∞ te grande, zero od 1 a seconda che k_1 è positivo, negativo o nullo), $\frac{\partial r_1}{\partial \nu}$ ecc. potremo essere sicuri dell'esistenza del limite della funzione integranda. D'altronde il campo di integrazione è limitato (ed ovviamente anche perfetto), sarà dunque lecito invertire i segni di lim e di integrale multiplo: Avremo perciò:

$$\lim_{R=\infty} A = \int_{\omega} d\omega \iint_{S\,S} \lim_{R=\infty} \left[e^{k_1(r_1+r_2)} \frac{R}{r_1} \frac{R}{r_2} \left\{ \frac{1}{k_2} \left(k_1 - \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. - \frac{1}{r_2} \right) U + V \right\} \left[\frac{\partial r_2}{\partial \nu} \right] \right] d S_{P_1}\, d S_{P_2}.$$

E poichè:

$$\lim_{R=\infty} \frac{R}{r_1} = \lim_{R=\infty} \frac{R}{r_2} = 1$$

$$\lim \frac{\partial r_2}{\partial \nu} = -1 \quad ; \quad \lim_{R=\infty} \frac{1}{r_2} = 0$$

avremo ancora:

$$\lim_{R=\infty} A = -\int_{\omega} d\omega \iint_{S\,S} \lim e^{k_1(r_1+r_2)} \lim \left\{ \frac{1}{k_2} \left(k_1 - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{1}{r_2} \right) U + V \right\} d S_{P_1}\, d S_{P_2}$$

$$(5) \quad = -\int_{\omega} d\omega \iint_{S\,S} \lim e^{k_1(r_1+r_2)} \lim \left(\frac{k_1}{k_2} U + V \right) d S_{P_1}\, d S_{P_2}$$

Si noti ora che si ha:

$$\iint_{S\,S} e^{k_1(r_1+r_2)} \left(\frac{k_1}{k_2} U + V \right) d S_{P_1}\, d S_{P_2} =$$

$$= \iint_{S\,S} e^{k_1(r_1+r_2)}\, V\, d S_{P_1}\, d S_{P_2}$$

poichè U è funzione alterna dei punti P_1, P_2, mentre la V è funzione simmetrica.

Digitized by Google

Per le solite condizioni di continuità, avremo dunque:

$$\lim_{R=\infty} \iint_{S\,S} e^{k_1(r_1+r_2)}\, V\, d\,S_{P_1}\, d\,S_{P_2} =$$

$$= \iint_{S\,S} \lim e^{k_1(r_1+r_2)} \lim \left(\frac{k_1}{k_2}\, U + V \right) d\,S_{P_1}\, d\,S_{P_2}\,.$$

Infine la (5) diviene:

$$(6) \qquad \lim_{R=\infty} A = -\int_{\omega} d\,\omega \lim_{R=\infty} \iint_{S\,S} e^{k_1(r_1+r_2)}\, V\, d\,S_{P_1}\, d\,S_{P_2}\,.$$

2.

Per il calcolo del limite che compare nel 2° membro della (6) si ponga l'integrale doppio sotto la forma:

$$\iint_{S\,S} e^{k_1(r_1+r_2)}\, V\, d\,S_{P_1}\, d\,S_{P_2} =$$

$$= e^{2k_1R} \iint_{S\,S} e^{k_1(r_1-R+r_2-R)} \left[\alpha \cos k_2 \left(r_1 - R - \overline{r_2 - R}\right) - \right.$$

$$\left. - \beta \operatorname{sen} k_2 \left(r_1 - R - \overline{r_2 - R}\right)\right] d\,S_{P_1}\, d\,S_{P_2}\,.$$

Facciamo inoltre le posizioni:

$$(x_1 - a) \operatorname{sen}\vartheta \cos\varphi + (y_1 - b) \operatorname{sen}\vartheta \operatorname{sen}\varphi + (z_1 - c)\cos\vartheta = \varrho_1 \cos\alpha_1$$

$$(x_2 - a) \operatorname{sen}\vartheta \cos\varphi + (y_2 - b) \operatorname{sen}\vartheta \operatorname{sen}\varphi + (z_2 - c)\cos\vartheta = \varrho_2 \cos\alpha_2$$

per modo che, essendo ϱ_1, ϱ_2 le distanze del punto 0, centro di Σ, dai punti P_1, P_2 dello spazio S, saranno le α_1, α_2 gli angoli che i raggi vettori OP_1, OP_2 fanno con la direzione (ϑ, φ) considerata. Avremo:

$$\lim_{R=\infty} (r_1 - R) = \varrho_1 \cos\alpha_1 \qquad \lim_{R=\infty} (r_2 - R) = \varrho_2 \cos\alpha_2\,.$$

Perciò:

$$\lim_{R=\infty} \iint_{S\,S} e^{k_1(r_1+r_2)}\, V\, d\,S_{P_1}\, d\,S_{P_2} =$$

$$= \lim_{R=\infty} e^{2k_1R} \iint_{S\,S} e^{k_1(\varrho_1\cos\alpha_1+\varrho_2\cos\alpha_2)} \left[\alpha \cos\left(\varrho_1 \cos\alpha_1 - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \varrho_2 \cos\alpha_2\right) - \beta \operatorname{sen}\left(\varrho_1 \cos\alpha_1 - \varrho_2 \cos\alpha_2\right)\right] d\,S_{P_1}\, d\,S_{P_2}$$

$$(7) \qquad = \lim_{R=\infty} e^{2k_1R} \left(H^2 + K^2\right)$$

Digitized by Google

dove ho posto:

$$H = \int_S e^{k_1 \varrho \cos\alpha} \left[\mu_1 \cos(\varrho \cos\alpha) - \mu_2 \operatorname{sen}(\varrho \cos\alpha)\right] d\,S$$

$$K = \int_S e^{k_1 \varrho \cos\alpha} \left[\mu_1 \operatorname{sen}(\varrho \cos\alpha) + \mu_2 \cos(\varrho \cos\alpha)\right] d\,S$$

e quindi:

$$H + i\,K = \int_S e^{k_1 \varrho \cos\alpha}\, \mu\, d\,S .$$

La ϱ indica la distanza dell'elemento $d\,S$ dal punto O, ed α rappresenta l'angolo fatto da OP con una direzione fissa. Se ci riferiamo ad un altro punto O_1 e diciamo ϱ_1, α_1 gli elementi analoghi a ϱ e α, avremo:

$$\varrho \cos\alpha = \varrho_1 \cos\alpha_1 + \lambda$$

e la quantità λ, essendo la proiezione ortogonale nella direzione considerata del vettore $O_1 - O$, non dipende dall'elemento $d\,S$. Indicando perciò con H', K' gli integrali analoghi a H e K e relativi al punto O_1, avremo:

$$(8) \qquad H^2 + K^2 = (\operatorname{mod} e^{k\lambda} \int_S e^{k\varrho_1 \cos\alpha_1}\, \mu\, d\,S)^2 =$$

$$= (\operatorname{mod} e^{k\lambda})^2\, (H'^2 + K'^2) = e^{2k_1\lambda}\, (H'^2 + K'^2).$$

Dalle (6) e (7) si ricava allora:

$$A = -\int_\omega (H^2 + K^2) \lim_{R=\infty} e^{2k_1 R}\, d\,\omega =$$

$$= -\int_\omega (H'^2 + K'^2) \lim_{R=\infty} e^{2k_1 (R-\lambda)}\, d\,\omega .$$

Il limite di A non varia perciò al variare della sfera, il cui raggio si fa tendere all'∞. Questa proprietà discendeva già da quanto procede.

3.

Si supponga:

$$\int_\omega (H^2 + K^2)\, d\,\omega = 0 .$$

Digitized by Google

Conseguirà:

$$H = K = 0$$

e quindi pure, per la (8),

$$H' = K' = 0.$$

Nell'ipotesi fatta si ha dunque:

$$\int_S e^{k\varrho\cos\alpha}\,\mu\,dS = 0$$

dove ϱ e α hanno il significato del numero precedente, ed inoltre 0 è un punto qualunque e gli angoli α sono contati a partire da una direzione arbitraria. Facciamo percorrere a quest'ultima tutte le posizioni intorno al punto 0 ed integriamo sopra una sfera unitaria. Avremo:

$$\int_\omega d\omega \int_S e^{k\varrho\cos\alpha}\,\mu\,dS = \int_S \mu\,dS \int_\omega e^{k\varrho\cos\alpha}\,d\omega = 0.$$

Se come polo delle coordinate geografiche sulla sfera ω, prendiamo il punto in cui la retta che da 0 va all'elemento dS incontra la sfera stessa, α rappresenta la colatitudine della direzione variabile; sicchè

$$d\omega = 2\pi \operatorname{sen}\alpha\,d\alpha.$$

Avremo dunque ancora:

$$2\pi \int_S \mu\,dS \int_0^\pi e^{k\varrho\cos\alpha} \operatorname{sen}\alpha\,d\alpha = 0.$$

Da cui infine:

$$\int_S \frac{\operatorname{Sen} k\varrho}{\varrho}\,\mu\,dS = 0.$$

Infine si conclude: Se:

$$H = K = 0$$

allora μ soddisfa alla relazione:

$$\int_S \frac{\operatorname{Sen} k\varrho}{\varrho}\,\mu\,dS = 0$$

valida per tutti i punti dello spazio.

La discussione relativa all'esistenza di funzioni μ soddisfacenti a questa equazione integrale non ci interessa diret-

Digitized by Google

tamente ed è perciò qui tralasciata. Se k è puramenle imaginaria:

$$k = i\,k_2$$

questa equazione diviene:

$$\int_S \frac{\operatorname{sen} k_2 \varrho}{\varrho}\,\mu\,dS = 0\,.$$

Inoltre si spezza nelle due equazioni:

$$\int_S \frac{\operatorname{sen} k_2 \varrho}{\varrho}\,\mu_1\,dS' = \int_S \frac{\operatorname{sen} k_2 \varrho}{\varrho}\,\mu_2\,dS' = 0$$

che dovranno essere verificate in tutti i punti dello spazio Sono queste le relazioni che nel seguito ci saranno utili.

4.

Riassumendo abbiamo: ponendo:

$$A = \frac{i}{k_2}\int_\Sigma \left(\Phi\,\frac{\partial \Phi'}{\partial \nu} - \Phi'\,\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}\right) d\Sigma$$

possiamo in ogni caso asserire che:

$$\lim_{R=\infty} A \leq 0\,.$$

Inoltre se la funzione di punto μ non soddisfa all'equazione:

$$\int_S \frac{\operatorname{Sen} k\,\varrho}{\varrho}\,\mu\,dS = 0$$

allora si ha:

$$\lim_{R=\infty} A = -\infty \qquad \text{se } k_1 > 0$$
$$= 0 \qquad \text{se } k_1 < 0$$
$$< 0 \qquad \text{se } k_1 = 0\,.$$

5.

Una formola, che si ricava come la precedente e che la contiene come caso particolare, è poi la seguente (le notazioni essendo ancora le precedenti):

$$(9)\qquad \lim_{R=\infty}\int_\Sigma \left(k^n\,\Phi\,\frac{\partial \Phi'}{\partial \nu} - k'^n\,\Phi'\,\frac{\partial \Phi}{\partial \nu}\right) d\Sigma =$$

$$= (k_1^2 + k_2^2)\,(k'^{n-1} - k^{n-1}) \lim_{R=\infty} e^{2k_1 R}\int_\omega (H^2 + K^2)\,d\omega\,,$$

Digitized by Google

formola la quale è valida per qualunque valore intiero di n, escluso il valore $n = 1$.

Per quest'ultimo caso si giunge invece alla formola:

$$\lim_{R=\infty} \int_{\Sigma} \left(k\,\Phi\,\frac{\partial \Phi'}{\partial \nu} - k'\,\Phi'\,\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} \right) d\Sigma =$$

$$= -4\,i\,k_2 \lim_{R=\infty} \frac{e^{2k_1 R}}{R} \int_{\omega} (H^2 + K^2)\,d\omega\,.$$

Sicchè si ha:

$$(10)\quad \lim_{R=\infty} i \int_{\Sigma} \left(k\,\Phi\,\frac{\partial \Phi'}{\partial \nu} - k'\,\Phi'\,\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} \right) d\Sigma = +\infty \quad \text{se } k_1 > 0$$

$$= 0 \quad \text{se } k_1 \leq 0.$$

Digitized by Google

CARLO FORLANINI

Commemorazione tenuta al R. Istit. Lomb. di Scienze e Lettere

dal M. E. CAMILLO GOLGI

(Adunanza del 6 giugno 1918)

Ho ascoltato con emozione le nobili, calde ed affettuose parole, colle quali l'Illustre nostro Presidente ha commemorato il Collega, Membro Effettivo dell'Istituto Lombardo, Professore Senatore *Carlo Forlanini*.

A quanto il Presidente ha detto, io non potrei che associarmi giacchè egli ha saputo trovare espressioni inspirate da un profondo e giusto apprezzamento dell'opera scientifica e delle qualità di mente e di cuore dello Studioso e dell'Uomo che abbiamo perduto.

Se alcune parole io ho desiderato di aggiungere, è solo perchè in questa nostra sede non manchi la manifestazione di pensiero e di sentimento di chi, del Professore Carlo Forlanini fu ammiratore e amico devoto ed ebbe la ventura di essergli compagno di studi. Negli anni di intenso e appassionato lavoro di preparazione nel quale fummo uniti, io ho potuto più direttamente apprezzare l'alto Suo valore. È per questa semplice testimonianza di ammirazione, di affetto e di dolore che, come ho detto, alle parole del Presidente io ho desiderato farne seguire alcune mie.

***

Colla morte di *Carlo Forlanini*, altra figura del rinnovamento scientifico del nostro paese, che ha contribuito a caratterizzare un periodo glorioso dell'Ateneo Lombardo, è scomparsa; e noi suoi colleghi della Facoltà medica, per tale scomparsa ci sentiamo sgomenti, consci che un maestro che ha esercitato sulla scuola e sul progresso degli studi medici una così grande influenza, non facilmente potrà essere sostituito.

Come ho già ricordato, quasi compagno di studi universitari

Digitized by Google

di Carlo Forlanini, (io l'ho preceduto di qualche anno), più strettamente unito a Lui nel Laboratorio di Patologia Generale, allora diretto da Paolo Mantegazza, io ho potuto seguirlo nelle vicende della Sua carriera e nello svolgimento ascendente della sua attività scientifica, fino al definitivo orientamento alla Clinica.

E alla Clinica Egli arrivò preparato così da studi di Laboratorio come da studi delle Specialità Cliniche, di cui la Clinica Generale è somma e sintesi. Mentre già da studente aveva compiuto interessanti ricerche di ordine istologico e sperimentale, nella clinica oculistica, diretta dal prof. Quaglino, nell'Istituto di Anatomia Patologica, nelle Sale Dermatologiche dell'Ospedale Maggiore di Milano, si occupò di ricerche che della Clinica Generale sono corredo e fondamento, facendo pubblicazioni tutte dimostranti, insieme alla preparazione per le ricerche, l'attitudine all'indagine minuziosa ed all'interpretazione obbiettiva dei fatti osservati.

Dopo 13 anni di ininterrotti studi preparatorii, nel 1884 venne chiamato a Torino quale professore di Propedeutica medica, e in quell'Università insegnò fino al 1890, epoca nella quale gli venne offerta la cattedra di Clinica Medica a Pavia, in sostituzione del compianto prof. Orsi.

Egli fu orgoglioso e lieto di questa chiamata, che gli dava modo di esplicare più direttamente le sue attitudini e le sue aspirazioni nella Università Lombarda, alla quale egli, di Milano, si sentiva legato da ragioni di sentimento e di studi. E noi fummo lieti di quella sua determinazione, sicuri che egli sarebbe stato un degno continuatore delle tradizioni gloriose di una scuola medica che conta tanti nomi illustri.

***

Carlo Forlanini fu tra i primi a comprendere l'importanza del metodo sperimentale nella medicina e la necessità di applicarlo nel campo degli studi clinici.

Non mi è possibile dire qui brevemente della produzione scientifica del Forlanini, nè ora io saprei farlo nella giusta forma, per quanto io l'abbia scolpita nella mente: l'opera scientifica di lui deve essere analiticamente considerata, perchè ad essa si faccia la giusta parte nella storia della medicina. Chi dà uno sguardo, anche ai soli titoli delle numerose sue pubblicazioni, resta colpito dalla molteplicità e varietà degli argomenti ai quali egli seppe dedicare la meravigliosa e feconda attività del suo ingegno.

Digitized by Google

Sono studi e ricerche di anatomia, di istologia, di patologia sperimentale, con osservazioni di casi clinici, di oftalmoiatria, di dermatologia, di medicina interna, note di terapia e specialmente di aeroterapia e meccanoterapia: una lunga serie di contributi preziosi che, anche a parecchi lustri dalla pubblicazione, non hanno perduto nulla del loro valore. Ma gli studi ai quali Carlo Forlanini ha legato indissolubilmente il suo nome, sono quelli sulla cura della tubercolosi polmonare, col Pneumotorace artificiale che rappresenta una delle migliori e più preziose conquiste della terapia di quel terribile processo morboso.

Questa grande conquista terapeutica può ora apparire di una straordinaria semplicità; ma quale somma di lavoro complesso e paziente per arrivare alla attuale sua sorprendente facilità! Dal 1882, l'anno della proposta puramente teorica del nuovo metodo di cura e del primo caso di tubercolosi polmonare curato col pneumotorace, reso noto nel 1906, ai casi numerosi curati attualmente nel mondo, tutta una serie ininterrotta di tentativi e di ricerche metodiche e pazienti: sperimenti sugli animale con iniezioni endopleuriche di diverse sostanze liquide e gassose; numerose e continue modificazioni, destinate a rendere gli apparecchi perfetti e semplici nello stesso tempo; indagini anatomiche ed anatomo-patologiche e microscopiche; esperienze sulla riproduzione sperimentale dell'embolismo gassoso cerebrale negli animali; ricerche sulle ferite della pleura e sul modo di evitare gli attacchi di eclampsia pleurica: una somma enorme di lavoro paziente e fecondo! Può fare impressione il fatto che tanto tempo sia trascorso dalla ideazione del metodo, (1882), alla diffusione più larga che ebbe luogo oltre un decenio più tardi: la causa è da ricercarsi nel personale sentimento di Forlanini e precisamente nel timore di arrecare danno agli ammalati... ma è appunto da tale sentimento che è derivata l'incessante sua preoccupazione di migliorare e perfezionare gli apparecchi del Pneumotorace. Ed è così che il metodo si diffuse quando Forlanini potè con sicurezza asserire che l'istrumento era ormai perfetto al punto da poter dare, in mani esperte, la sicurezza dell'atto operativo.

Se la cura della tubercolosi col Pneumotorace fu in certo modo la principale concezione della mente geniale di Forlanini (concezione maturata attraverso lunghi e pazienti studi e intime vicende psicologiche), questo non può fare dimenticare altri suoi studi non meno profondi.

Alcuni di questi, anzi, sto per dire sorpassano in genialità

Digitized by Google

lo stesso lavoro sul Pneumotorace. Così a caso ricordo, fra i molti, il ciclo di studi che si iniziò con le note di « Opoterapia succentoriata », studio poco ricordato, ma che segna invece una pietra miliare in un argomento diventato poi di tutta attualità. Nè io posso dimenticare gli studi sulla patogenesi della *ipertenzione arteriosa*. È da studi siffatti che sono derivate idee passate nel dominio della medicina scientifica e che anzi includono concetti preziosi che sono ormai patrimonio anche della medicina pratica. Allo stesso ordine di concezioni scientifiche, che pure hanno potuto diventare patrimonio della medicina pratica, rientra « lo studio dell'accesso urenico » che nessun clinico può ora trascurare nei riguardi dell'interpretazione patogenica della proteiforme manifestazione morbosa che si comprende nella parola *uremia*.

Passando oltre su una serie di publicazioni puramente cliniche di Forlanini, come quelle sulla *respirazione intercisa*, sul polso venoso — che si intitola dal suo nome — nella eziologia e patogenesi dell'enfisema polmonare ecc., mi fermo a ricordare lo studio sulla ventosa di Junod e quelli sulla cura dei versamenti pleurici con introduzione di aria nella cavità pleurica, la cura dell'empiema, ecc. ecc.

Tenuto conto dello speciale indirizzo di lavoro rivelato da queste ed altre publicazioni, qualche studioso ha definito il Prof. Forlanini il Principe degli *Jatromeccanici*. Di questa definizione egli qualche volta si compiaceva. Essa ha certamente un lato giusto, ma è unilaterale, in quanto non considera Carlo Forlanini che da un lato della sua mente e della sua personalità clinica, mentre le concezioni sue, mentre rispecchiavano le precise conoscenze da lui possedute nel campo delle scienze fisiche e chimiche, avevano riflessi di pertinenza di tutta la biologia.

Da questa stessa rapida nota sull'opera di Carlo Forlanini risulta come egli sia stato sempre per indole dell'animo e dell'ingegno avverso a rivolgere la sua attività verso quei campi di studio e di lavoro che più facilmente e più presto conferiscono notorietà, la stessa attività sua volle concentrarla sempre ed esclusivamente nello studio delle questioni di scienza medica ed è in virtù di questo suo puro ed elevato esclusivismo, che egli raggiunse quell'altezza morale che lo rese tanto ammirato.

L'opera medico-scientifica di Carlo Forlanini era presa in seria considerazione per il più ambito premio a cui gli studiosi della medicina possono aspirare.

Digitized by Google

Fu insegnante di efficacia meravigliosa, oratore che avvinceva gli uditori. La sua opera di insegnante, che era tanto ammirata, pur troppo in questi ultimi anni fu molto limitata dalle condizioni di salute... fino all'ultimo, ad ogni modo, la sua mente fu vivace e laboriosa e lucida. Egli presentì la morte che accolse impavido, stoicamente, serenamente. Un solo grande dolore ebbe nell'attesa, quella di non vedere prima l'Italia vittoriosa e grande, come l'aveva sognata quando per essa offerse la vita, quale soldato di Garibaldi.

Ho detto dianzi che la scomparsa dell'Illustre Maestro fu sentita dalla Facoltà Medica di Pavia con sgomento, anche per il pensiero che, nel momento storico attuale, sia cosa non facile provvedere ad una degna successione.

Ma dalla più diretta considerazione storica dello Studio ticinese ritraggo la ferma fiducia che dallo stesso nostro Ateneo possa venire chi saprà degnamente farsi continuatore delle gloriose tradizioni della scuola Medica Lombarda, pur nei riguardi della medicina scientifica sperimentale, sulla base tetragona dell'indirizzo anatomico.

Digitized by Google

R. ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE E LETTERE

MILANO — PALAZZO BRERA

CONCORSI A PREMIO

su argomenti in relazione alla guerra ed alle sue conseguenze immediate

Il Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere bandisce concorsi a premio sui temi che seguono, relativi a questioni che sono in rapporto colla guerra e colle sue conseguenze immediate. Le condizioni generali sono: i lavori dei concorrenti ai premi dovranno essere costituiti da memorie inedite scritte o dattilografate, in lingua italiana, dovranno essere spediti franchi di porto, raccomandati, alla Segreteria del Reale Istituto Lombardo nel Palazzo di Brera in Milano, entro il 31 marzo 1919.

Le memorie saranno anonime e contraddistinte con un motto, ripetuto su una scheda suggellata che contenga, nome, cognome, indirizzo dell'autore e il certificato di cittadinanza italiana.

Il giudizio sui lavori sarà dato da Commissioni che saranno nominate dall'Istituto Lombardo.

Tema 1.°

Contributo scientifico-pratico al problema della migliore utilizzazione delle acque a scopo di irrigazione e di forza motrice, con speciale riguardo alle questioni idrografiche, geologiche e costruttive attinenti alla soluzione razionale dell'impianto di serbatoi montani.

Scadenza 31 marzo 1919.

Premio L. 5000.

Disegni dimostrativi, oltre a diagrammi, dovranno essere contenuti nel limite strettamente necessario.

Digitized by Google

Tema 2.°

Esaminare l'organismo delle scuole industriali esistenti in paese, il concetto che ha presieduto alla loro istituzione ed i programmi che sono stati recentemente dettati per esse, affine di rendersi conto se rispondono bene ai bisogni della classe operaia ed alla educazione di maestranze tecnicamente preparate per l'incremento e lo sviluppo di tutte le industrie del paese.

Esaminare cioè la scuola di primo grado (dai 12 anni in avanti) che rappresenta il vivaio per le future schiere dei lavoratori; quelle di secondo grado, che istruiscono i giovanetti dai 15 ai 18 anni, con indirizzo di insegnamento teorico orale combinato con un ben inteso tirocinio pratico in appositi laboratori meccanici specializzati; ed infine assurgendo alle scuole di terzo grado (dai 18 ai 21), veri istituti destinati a dare i sottufficiali del lavoro ed a preparare insieme i futuri dirigenti delle industrie nazionali.

Scadenza 31 marzo 1919.

Premio L. 4000.

Tema 3.°

Contribuire con accurate indagini allo studio della migliore valorizzazione del terreno, portando particolare attenzione sulle più appropriate colture, sull'ausilio dell'adozione dei modi razionali di lavoro, sul sussidio sempre più importante della lavorazione meccanica e sul concorso di adatte concimazioni.

Scadenza 31 marzo 1919.

Premio L. 5000.

Tema 4.°

I rapporti fra capitale e lavoro nel dopo-guerra.

Scadenza 31 marzo 1919.

Premio L. 4000.

Tema 5.°

La difesa della società contro la tubercolosi.

Scadenza 31 marzo 1919.

Premio L. 4000.

Digitized by Google

Tema 6.°

L'avvenire della industria elettrotecnica italiana nel periodo del dopo-guerra, in relazione anche al probabile rincaro del carbone rispetto ai prezzi anti-guerra: e poichè le forze idroelettriche utilizzabili in Italia, quantunque ingenti, non sono illimitate e neanche così abbondanti da potere essere rivolte indifferentemente a qualsiasi uso, nei riguardi dell'economia nazionale, studiare quale migliore impiego potranno avere dette forze idroelettriche, illuminazione, forze motrice industriale, trazione elettrica, elettro-chimica, elettrosiderurgica, elettrometalurgica, ecc. nelle varie grandi regioni dell'Italia continentale ed insulare.

Scadenza 31 marzo 1919.

Premio L. 4000.

Tema 7.°

Il regime delle acque nel diritto pubblico e privato italiano.

Scadenza 31 marzo 1919.

Premio L. 4000.

Digitized by Google

MAGGIO 1918

Giorni	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12^h	Ponte Tresa M. 272.10* 12^h	Como, Porto M. 197.521* 12^h	Lecco Malpensata M. 197.463* 12^h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12^h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12^h	Salò M. 64.55* 12^h
1	+ 0.71	+ 0.90	+ 0.42	+ 0.47	+ 0.26	+ 0.42	+ 1.54
2	+ 0.72	+ 0.90	+ 0.42	+ 0.49	+ 0.27	+ 0.42	+ 1.54
3	+ 0.75	+ 0.88	+ 0.43	+ 0.50	+ 0.28	+ 0.44	+ 1.53
4	+ 0.75	+ 0.87	+ 0.43	+ 0.50	+ 0.28	+ 0.44	+ 1.53
5	+ 0.78	+ 0.87	+ 0.45	+ 0.52	+ 0.30	+ 0.42	+ 1.52
6	+ 0.81	+ 0.87	+ 0.47	+ 0.54	+ 0.32	+ 0.41	+ 1.52
7	+ 0.90	+ 0.89	+ 0.54	+ 0.61	+ 0.38	+ 0.43	+ 1.55
8	+ 1.08	+ 0.95	+ 0.60	+ 0.69	+ 0.45	+ 0.45	+ 1.56
9	+ 1.09	+ 0.97	+ 0.64	+ 0.70	+ 0.47	+ 0.46	+ 1.56
10	+ 1.09	+ 0.97	+ 0.67	+ 0.74	+ 0.51	+ 0.50	+ 1.56
11	+ 1.09	+ 0.97	+ 0.69	+ 0.75	+ 0.52	+ 0.51	+ 1.56
12	+ 1.14	+ 0.95	+ 0.72	+ 0.77	+ 0.54	+ 0.52	+ 1.56
13	+ 1.17	+ 0.94	+ 0.75	+ 0.79	+ 0.56	+ 0.53	+ 1.55
14	+ 1.19	+ 0.92	+ 0.77	+ 0.82	+ 0.59	+ 0.54	+ 1.55
15	+ 1.23	+ 0.95	+ 0.80	+ 0.88	+ 0.64	+ 0.56	+ 1.55
16	+ 1.25	+ 0.94	+ 0.81	+ 0.90	+ 0.66	+ 0.55	+ 1.54
17	+ 1.30	+ 0.92	+ 0.82	+ 0.91	+ 0.67	+ 0.57	+ 1.54
18	+ 1.30	+ 0.91	+ 0.88	+ 0.94	+ 0.70	+ 0.58	+ 1.54
19	+ 1.32	+ 0.91	+ 0.94	+ 0.98	+ 0.74	+ 0.58	+ 1.55
20	+ 1.36	+ 0.89	+ 0.98	+ 1.03	+ 0.79	+ 0.60	+ 1.54
21	+ 1.39	+ 0.87	+ 1.04	+ 1.09	+ 0.84	+ 0.61	+ 1.54
22	+ 1.38	+ 0.84	+ 1.08	+ 1.13	+ 0.88	+ 0.67	+ 1.55
23	+ 1.37	+ 0.80	+ 1.10	+ 1.16	+ 0.91	+ 0.71	+ 1.55
24	+ 1.36	+ 0.78	+ 1.13	+ 1.19	+ 0.94	+ 0.72	+ 1.55
25	+ 1.35	+ 0.75	+ 1.17	+ 1.22	+ 0.96	+ 0.73	+ 1.55
26	+ 1.33	+ 0.73	+ 1.18	+ 1.23	+ 0.97	+ 0.73	+ 1.55
27	+ 1.29	+ 0.71	+ 1.18	+ 1.24	+ 0.98	+ 0.74	+ 1.55
28	+ 1.24	+ 0.69	+ 1.16	+ 1.22	+ 0.96	+ 0.79	+ 1.56
29	+ 1.18	+ 0.68	+ 1.13	+ 1.20	+ 0.93	+ 0.86	+ 1.56
30	+ 1.08	+ 0.66	+ 1.09	+ 1.15	+ 0.89	+ 0.90	+ 1.56
31	+ 1.01	+ 0.64	+ 1.05	+ 1.10	+ 0.85	+ 0.92	+ 1.56

* Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Digitized by Google

GIUGNO 1918

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.59* 12^h	Ponte Tresa M. 272.10* 12^h	Como, Porto M. 197.521* 12^h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12^h	Lecco Ponte Visconteo M. 135.447* 12^h	Ponte a Sarnico M. 135.447* 12^h	Salò M. 64.55* 12^h
1	+ 0.96	+ 0.62	+ 1.00	+ 1.07	+ 0.81	+ 0.93	+ 1.55
2	+ 0.89	+ 0.60	+ 0.97	+ 1.03	+ 0.77	+ 0.93	+ 1.55
3	+ 0.87	+ 0.57	+ 0.94	+ 0.99	+ 0.74	+ 0.90	+ 1.53
4	+ 0.84	+ 0.54	+ 0.90	+ 0.96	+ 0.72	+ 0.89	+ 1.52
5	+ 0.82	+ 0.51	+ 0.88	+ 0.96	+ 0.72	+ 0.85	+ 1.51
6	+ 0.78	+ 0.49	+ 0.87	+ 0.93	+ 0.70	+ 0.86	+ 1.51
7	+ 0.73	+ 0.48	+ 0.85	+ 0.90	+ 0.67	+ 0.86	+ 1.50
8	+ 0.67	+ 0.46	+ 0.82	+ 0.86	+ 0.64	+ 0.83	+ 1.49
9	+ 0.62	+ 0.44	+ 0.78	+ 0.82	+ 0.60	+ 0.80	+ 1.48
10	+ 0.60	+ 0.42	+ 0.75	+ 0.80	+ 0.58	+ 0.79	+ 1.47
11	+ 0.68	+ 0.40	+ 0.72	+ 0.78	+ 0.56	+ 0.75	+ 1.48
12	+ 0.69	+ 0.40	+ 0.72	+ 0.80	+ 0.58	+ 0.72	+ 1.52
13	+ 0.71	+ 0.40	+ 0.75	+ 0.80	+ 0.58	+ 0.77	+ 1.56
14	+ 0.72	+ 0.40	+ 0.77	+ 0.80	+ 0.58	+ 0.75	+ 1.57
15	+ 0.75	+ 0.40	+ 0.78	+ 0.83	+ 0.59	+ 0.71	+ 1.58
16	+ 0.85	+ 0.40	+ 0.85	+ 0.89	+ 0.66	+ 0.68	+ 1.58
17	+ 2.25	+ 0.43	+ 1.10	+ 1.04	+ 0.80	+ 0.70	+ 1.59
18	+ 3.16	+ 0.48	+ 1.30	+ 1.29	+ 1.03	+ 0.72	+ 1.60
19	+ 3.60	+ 0.53	+ 1.45	+ 1.53	+ 1.24	+ 0.79	+ 1.64
20	+ 3.23	+ 0.52	+ 1.48	+ 1.53	+ 1.24	+ 0.90	+ 1.67
21	+ 2.82	+ 0.51	+ 1.46	+ 1.50	+ 1.22	+ 0.92	+ 1.67
22	+ 2.79	+ 0.50	+ 1.40	+ 1.44	+ 1.17	+ 0.93	+ 1.67
23	+ 2.30	+ 0.49	+ 1.30	+ 1.40	+ 1.13	+ 0.90	+ 1.67
24	+ 2.07	+ 0.47	+ 1.25	+ 1.35	+ 1.08	+ 0.91	+ 1.66
25	+ 1.87	+ 0.45	+ 1.20	+ 1.28	+ 1.02	+ 0.91	+ 1.65
26	+ 1.69	+ 0.44	+ 1.15	+ 1.23	+ 0.97	+ 0.89	+ 1.64
27	+ 1.57	+ 0.42	+ 1.14	+ 1.22	+ 0.96	+ 0.85	agitato
28	+ 1.40	+ 0.46	+ 1.10	+ 1.22	+ 0.96	+ 0.88	+ 1.65
29	+ 1.32	+ 0.45	+ 1.05	+ 1.15	+ 0.90	+ 0.90	+ 1.69
30	+ 1.29	+ 0.43	+ 1.00	+ 1.11	+ 0.87	+ 0.90	+ 1.68

(1) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Digitized by Google

LUGLIO 1918

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12^h	Ponte Tresa M. 272.10* 12^h	Como, Porto M. 197.521* 12^h	Lecco Malpensata M. 197403* 12^h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12^h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12^h	Salò M. 64.55* 12^h
1	+ 1.10	+ 0.42	+ 0.98	+ 1.06	+ 0.82	+ 0.91	+ 1.68
2	+ 1.02	+ 0.41	+ 0.97	+ 1.03	+ 0.79	+ 0.90	+ 1.67
3	+ 0.96	+ 0.40	+ 0.95	+ 1.01	+ 0.77	+ 0.89	+ 1.67
4	+ 0.87	+ 0.38	+ 0.90	+ 0.95	+ 0.72	+ 0.88	+ 1.67
5	+ 0.80	+ 0.36	+ 0.87	+ 0.91	+ 0.68	+ 0.90	+ 1.67
6	+ 0.80	+ 0.35	+ 0.83	+ 0.88	+ 0.65	+ 0.87	+ 1.67
7	+ 0.77	+ 0.34	+ 0.80	+ 0.86	+ 0.63	+ 0.84	+ 1.68
8	+ 0.73	+ 0.33	+ 0.79	+ 0.84	+ 0.62	+ 0.80	+ 1.68
9	+ 0.69	+ 0.31	+ 0.78	+ 0.82	+ 0.60	+ 0.77	+ 1.69
10	+ 1.21	+ 0.33	+ 0.85	+ 0.87	+ 0.64	+ 0.72	+ 1.69
11	+ 1.77	+ 0.45	+ 0.97	+ 0.98	+ 0.73	+ 0.70	+ 1.71
12	+ 1.79	+ 0.48	+ 1.08	+ 1.12	+ 0.86	+ 0.68	+ 1.75
13	+ 1.78	+ 0.48	+ 1.15	+ 1.19	+ 0.92	+ 0.62	+ 1.75
14	+ 1.61	+ 0.48	+ 1.15	+ 1.20	+ 0.93	+ 0.65	+ 1.75
15	+ 1.47	+ 0.48	+ 1.14	+ 1.16	+ 0.90	+ 0.60	+ 1.74
16	+ 1.39	+ 0.47	+ 1.12	+ 1.14	+ 0.88	+ 0.58	+ 1.74
17	+ 1.30	+ 0.45	+ 1.11	+ 1.14	+ 0.88	+ 0.53	+ 1.74
18	+ 1.21	+ 0.44	+ 1.10	+ 1.14	+ 0.88	+ 0.50	+ 1.73
19	+ 1.18	+ 0.42	+ 1.09	+ 1.14	+ 0.88	+ 0.47	+ 1.73
20	+ 1.08	+ 0.41	+ 1.08	+ 1.13	+ 0.87	+ 0.47	+ 1.73
21	+ 1.02	+ 0.40	+ 1.07	+ 1.14	+ 0.88	+ 0.45	+ 1.73
22	+ 0.99	+ 0.39	+ 1.07	+ 1.15	+ 0.89	+ 0.42	+ 1.74
23	+ 0.90	+ 0.40	+ 1.09	+ 1.19	+ 0.93	+ 0.40	+ 1.75
24	+ 0.87	+ 0.39	+ 1.08	+ 1.16	+ 0.90	+ 0.38	+ 1.73
25	+ 0.79	+ 0.37	+ 1.07	+ 1.14	+ 0.88	+ 0.36	+ 1.73
26	+ 0.75	+ 0.36	+ 1.05	+ 1.10	+ 0.85	+ 0.34	agitato
27	+ 0.70	+ 0.35	+ 1.07	+ 1.09	+ 0.84	+ 0.31	+ 1.74
28	+ 0.64	+ 0.34	+ 1.03	+ 1.08	+ 0.83	+ 0.30	+ 1.74
29	+ 0.57	+ 0.32	+ 0.99	+ 1.06	+ 0.81	+ 0.35	+ 1.72
30	+ 0.50	+ 0.30	+ 0.95	+ 1.00	+ 0.76	+ 0.37	+ 1.70
31	+ 0.45	+ 0.29	+ 0.89	+ 0.94	+ 0.70	+ 0.38	+ 1.68

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Digitized by Google

APRILE 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	743.0	742.0	743.2	742.7	+ 8.2	+ 9.2	+ 8.6	+ 9.5	+ 1.2	+ 6.9	39.2
2	47.8	48.2	49.8	48.6	9.2	13.0	9.8	14.0	0.8	8.4	4.3
3	51.3	50.1	50.2	50.5	9.8	16.4	12.2	17.0	4.3	10.8	—
4	50.1	49.3	49.7	49.7	11.6	15.0	11.0	15.8	8.6	11.8	gocce
5	50.3	50.0	50.9	50.4	11.9	13.7	11.8	15.0	6.6	11.3	0.5
6	751.2	749.2	749.4	749.9	+11.5	+16.8	+13.4	+18.0	+ 6.7	+12.4	—
7	46.7	43.8	43.9	44.8	10.5	15.3	11.2	16.0	8.8	11.6	1.0
8	43.8	42.7	43.4	43.3	10.6	15.8	11.2	17.0	7.0	11.5	3.0
9	41.3	40.2	39.2	40.2	10.5	11.1	11.0	11.8	9.0	10.6	16.7
10	36.6	40.5	43.6	40.3	11.4	12.1	10.4	14.6	7.8	11.0	2.0
11	749.7	750.4	750.7	750.3	+ 9.8	+12.6	+10.8	+12.7	+ 6.8	+10.0	1.9
12	50.7	49.1	48.4	49.4	11.8	15.0	12.8	15.3	7.8	11.9	1.9
13	45.0	43.4	41.3	43.2	12.0	13.0	11.2	13.0	9.2	11.4	20.1
14	38.4	37.4	38.9	38.2	11.5	13.5	10.0	14.6	8.1	11.0	18.3
15	39.1	39.2	40.8	39.7	11.8	16.0	12.8	17.4	7.1	12.3	3.5
16	744.2	743.7	745.0	744.3	+13.3	+17.3	+13.4	+18.1	+ 8.7	+13.4	—
17	46.5	45.3	45.5	45.8	14.2	19.1	12.2	20.0	8.8	13.8	0.8
18	43.8	41.5	39.4	41.6	12.5	13.8	11.2	14.8	8.9	11.8	5.4
19	35.9	34.9	35.0	35.3	11.8	16.2	13.0	17.0	8.5	12.6	5.5
20	37.9	38.8	40.7	39.1	13.1	16.8	12.2	17.5	7.0	12.5	1.5
21	738.5	739.8	742.2	740.2	+ 9.4	+ 6.8	+ 6.8	+12.5	+ 4.7	+ 8.3	14.6
22	42.6	42.0	44.2	42.9	8.5	13.3	7.6	15.0	3.8	8.7	—
23	44.4	44.1	43.9	44.1	9.2	16.5	10.8	17.0	3.8	10.2	—
24	46.0	46.8	49.3	47.4	11.4	9.8	8.4	15.4	5.3	10.1	12.8
25	53.6	53.9	55.1	54.2	10.8	14.0	10.0	15.6	5.4	10.5	5.6
26	754.6	753.3	752.5	753.5	+ 9.4	+11.5	+10.4	+11.8	+ 6.7	+ 9.6	10.8
27	49.5	48.9	47.4	48.6	11.5	13.6	11.4	14.9	7.9	11.4	8.0
28	46.1	45.5	46.3	46.0	11.8	15.3	12.4	16.4	8.8	12.4	7.3
29	45.4	45.0	45.9	45.4	12.5	12.8	11.8	14.6	9.2	12.0	16.8
30	46.6	46.5	48.3	47.1	+13.2	+17.8	+13.8	+18.9	+ 8.9	+13.7	11.4
M	745.35	744.85	745.47	745.22	+ 11.15	+14.10	+11.12	+15.37	+ 6.88	+11.13	212.9

Altezza barom. mass.	mm 755.1	g. 25	Temperatura mass.	+ 20.0	g. 17
» » min.	734.9	» 19	» min.	+ 0.8	» 2
» » media	745.22		» media	+ 11.13	

Temporale i giorni 7, 8, 9, 10, 17, 18, 24, 28, 29, 30
Grandine » 24
Nebbia » 1, 12, 16, 18, 19, 20, 26, 30.

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

Digitized by Google

APRILE 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in km. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	7.4	8.2	7.9	7.7	92	95	94	96.6	10	10	10	SE	N	SW	6
2	8.0	7.2	7.6	7.5	93	65	84	83.6	10	4	5	SE	NE	N	5
3	7.3	6.9	6.9	6.9	80	50	65	67.9	4	5	7	W	SE	W	5
4	7.7	7.4	8.3	7.7	76	58	85	76.9	10	10	10	CALMA	CALMA	N	6
5	7.2	6.1	7.1	6.6	69	52	69	66.2	9	9	10	CALMA	N	E	9
6	8.0	6.9	7.6	7.4	79	48	66	67.2	7	3	8	SE	SW	SE	4
7	8.0	8.5	7.7	8.0	84	65	77	78.2	10	6	7	N	N	NE	8
8	8.2	7.9	8.2	8.0	86	59	83	78.9	10	9	10	E	E	S	9
9	8.2	8.7	8.3	8.2	86	89	85	89.6	10	10	10	SE	E	E	16
10	7.1	8.1	7.5	7.5	71	77	80	78.9	8	9	10	SE	SE	E	14
11	8.3	8.2	8.4	8.2	92	76	87	88.2	10	10	10	CALMA	SE	W	3
12	8.7	9.4	9.2	9.0	84	74	84	83.9	10	10	10	W	CALMA	W	3
13	9.4	9.6	8.9	9.1	90	86	90	91.9	10	10	10	E	NE	NE	7
14	9.0	8.4	8.5	8 5	89	73	92	87.9	10	10	10	NE	E	W	10
15	8.6	7.8	8.2	8.0	83	58	75	75.2	7	6	7	SW	SW	SW	6
16	9.2	9.4	8.6	8.9	80	64	75	76.2	9	6	6	SE	NE	E	5
17	9.2	8.9	8.3	8.7	77	54	79	73.2	7	4	8	SE	S	NE	8
18	9.5	8.6	8.7	8.8	88	75	87	86.5	10	10	10	NE	E	N	7
19	8.9	9.2	8.8	8.8	86	67	79	80.5	10	9	10	E	SE	SE	6
20	7.7	9.1	6.2	7.6	68	64	58	66.5	8	9	5	N	SE	N	5
21	7.4	5.0	5.7	5.9	84	68	77	79.7	10	10	4	E	NE	NE	14
22	5.0	6.0	6.0	5.5	60	52	77	66.4	6	4	4	NW	SE	SE	7
23	6.0	5.5	6.1	5.8	69	39	63	60.4	2	2	3	SW	SW	NE	6
24	7.1	6.7	7.1	6.9	71	74	86	80 4	9	10	10	E	N	E	6
25	7.3	7.2	8.0	7.4	75	61	87	77.7	9	10	10	SE	E	NE	9
26	8.1	8.3	8.7	8.2	92	82	92	92.1	10	10	10	E	NE	NW	6
27	9.1	9.2	9.1	9.0	90	80	90	90.1	10	10	10	N	SW	W	6
28	9.2	9.6	9.2	9.2	89	75	86	86.7	10	10	10	N	NE	NE	6
29	9.1	10.0	9.6	9.5	85	91	93	93.1	10	10	10	E	SE	E	8
30	9.2	8.5	9.1	8.7	82	56	78	75.4	8	8	8	SW	SW	N	5
31															
M	8.10	8.02	7.98	7.91	81.7	67.6	80.7	79.83	8.8	8.1	8.4				7.2

Ten. del vap. mass. 10.0 g. 29
" " " min. 5.0 " 21-22
" " " media 7.91
Umid. mass. 95 % g. 1
" min. 39 % " 23
" media 79.83 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
13	15	18	18	2	10	7	2	5

Media nebulosità relativa del mese 8.4

Digitized by Google

MAGGIO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	751.2	750.4	751.5	751 0	+14.5	+19.8	+16.0	+21.0	+ 9.1	+15.2	0.4
2	52.9	51.5	52.2	52.2	16.3	23.5	17.6	24.5	9.0	16.8	—
3	52.3	49.8	49.9	50.7	17.5	23.8	19.2	24.6	10.5	18.0	—
4	49.6	48.2	49.0	48.9	18.0	24.8	20.0	25.6	11.8	18.8	—
5	49.2	49.2	49.1	49.2	16.8	17.6	14.4	21.5	12.7	16.4	1.0
6	748.1	746.9	744.4	746.5	+15.5	+17.8	+14.8	+18.4	+11 3	+15.0	4.1
7	41.3	41.8	42.8	42.0	13.3	14.1	13.2	15.6	11.1	13.2	20.9
8	43.7	43.9	44.4	44.0	14.9	17.1	14.6	17.5	9.8	14.2	0.6
9	42.9	40.3	39.7	41.0	15.6	22.3	15.4	23.0	9.0	15.7	5.2
10	40.2	40.4	42.5	41.0	17.1	24.4	16.8	25.4	10.3	17.4	—
11	746.4	746.6	747.1	746.7	+17.6	+20.8	+16.6	+21.8	+10.2	+16.6	—
12	46.8	45.2	46.6	46.2	17.6	21.8	15.2	22.5	11.8	16.8	0.8
13	47.2	45.6	45.7	46.2	17.0	23.5	18.8	24.4	9.8	17.5	—
14	45.0	44.5	45.1	44.9	17.9	16.4	13.0	21.7	11.5	16.0	11.2
15	45.1	45.3	47.2	45.9	14.9	22.3	17.4	24.0	8.7	16.3	—
16	748.7	748.0	748.6	748.4	+19.0	+25.0	+21.4	+26.4	+13.3	+20.0	—
17	50.0	48.9	49.4	49.4	19.6	25.0	20.4	26.5	15.1	20.4	—
18	49.8	49.0	50.3	49.9	20.8	26.7	20.0	27.2	15.3	20.8	—
19	52.1	51.5	52.5	52.0	21.3	27.6	22.6	28.3	14.7	21.7	—
20	53.3	52.7	53.2	53.1	22.2	25.5	19.8	28.0	16.3	21.6	0.9
21	754.1	752.7	753.6	753.5	+21.2	+28.8	+23.5	+29.0	+16.1	+22.5	—
22	54.0	52.8	52.7	53.2	22.4	28.0	23.8	29.4	16.0	22.9	—
23	53.1	51.4	51.5	52.0	22.0	29.1	23.8	30.3	15.0	22.8	—
24	49.1	45.8	45.2	46.7	22.4	29.6	20.6	29.7	15.3	22.0	—
25	44.4	45.5	44.7	44.2	24.5	27.9	21.8	28.0	14.7	22.2	—
26	746.3	744.4	746.2	745.6	+22.3	+28.9	+23.2	+29.0	+14.3	+22.2	—
27	49.6	48.7	50.2	49.5	15.3	18.4	15.0	19.5	12.3	15.5	32.8
28	51.9	49.6	50.8	50.8	12.3	18.8	14.2	19.4	9.3	13.8	0.3
29	50.7	50.6	52.1	51.1	15.8	18.6	14.2	21.0	10.1	15.3	—
30	52.1	51.7	52.7	52.1	18.6	22.6	18.8	24.2	11.7	18.2	—
31	53.7	53.9	54.2	53.9	+19.7	+17.0	+17.2	+23.8	+12.6	+18.3	4.1
M	748.86	747.90	748.57	748.45	+18.16	+22.82	+18.17	+24.23	+12.22	+18.20	82.3

Altezza barom.	mass.	mm 754.2	g. 31	Temperatura	mass.	+ 30°.3	g. 23
»	»	min.	739.7	» 9	»	min.	+ 8°.7	» 15
»	»	media	748.45		»	media	+ 18°.20	

Nebbia i giorni 13,29,

Temporale » 9,12,14,20

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

Digitized by Google

MAGGIO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	8.7	8.6	9.2	8.7	71	50	68	66.6	8	5	4	SW	NW	SW	5
2	9.2	8.9	10.3	9.4	66	42	69	62.6	2	5	3	N	SE	SE	4
3	9.8	9.7	9.6	9.5	66	44	58	59.6	1	3	3	E	SW	SW	5
4	10.0	9.3	10.8	9.9	65	40	62	59.3	5	3	4	E	SW	SW	5
5	9.9	10.5	10.3	10.0	70	70	84	78.3	10	10	10	N	SW	N	6
6	9.9	10.6	10.3	10.2	76	70	82	79.6	10	8	10	CALMA	NE	NE	7
7	10.0	10.5	9.7	10.0	90	88	86	91.6	10	10	8	SE	SE	E	10
8	8.7	8.9	8.1	8.4	69	62	66	69.3	8	10	4	SW	W	SW	6
9	8.9	10.1	10.0	9.6	68	51	77	68.9	3	6	10	CALMA	E	NE	6
10	10.4	9.0	8.6	9.1	72	40	60	60.9	3	2	3	W	SW	W	8
11	9.7	9.7	9.2	9.4	65	54	66	65.3	8	8	8	W	SW	W	10
12	9.2	10.3	9.8	9.6	61	53	76	66.9	9	8	6	NE	SE	SW	6
13	9.9	9.4	10.5	9.8	69	44	65	62.9	8	3	8	W	S	SE	5
14	9.7	8.0	9.3	8.8	64	58	84	72.3	10	10	10	E	NW	SE	11
15	8.6	8.8	10.7	9.3	68	44	72	64.9	7	8	6	W	SW	E	7
16	10.0	10.9	11.1	10.5	61	46	59	58.9	2	2	3	SW	SW	SE	6
17	11.9	12.0	12.3	12.0	70	51	69	66.9	9	6	7	E	SE	E	8
18	9.7	11.9	11.1	10.7	53	46	64	57.9	3	4	8	SE	SE	NE	7
19	11.5	12.0	11.0	11.4	61	43	54	56.3	5	4	8	S	SE	SE	5
20	10.9	9.8	11.2	10.4	55	41	65	57.3	1	8	4	W	NE	N	6
21	10.7	8.9	10.2	9.7	57	30	47	48.4	8	3	3	NW	SW	W	6
22	11.6	8.8	10.0	10.0	57	31	46	48.4	2	3	0	SW	NW	SW	5
23	11.2	7.3	6.5	8.1	57	24	30	40.7	1	2	3	SW	W	SW	8
24	10.5	12.0	11.3	11.1	52	39	63	55.0	2	3	3	SW	SW	SW	11
25	5.1	4.8	5.0	4.9	24	17	26	26.1	0	2	0	N	N	N	16
26	9.8	8.7	10.3	9.4	49	29	49	46.0	3	4	5	E	S	E	9
27	10.9	10.5	8.4	9.7	84	67	66	76.0	10	10	10	S	S	SE	12
28	6.9	6.2	8.1	7.0	65	38	67	60.4	10	8	8	NE	S	SE	8
29	8.3	7.8	9.1	8.2	62	49	76	66.0	7	10	10	NW	SE	N	6
30	8.1	6.7	8.2	7.6	53	33	51	49.4	9	9	5	N	SE	S	7
31	7.1	10.1	9.7	8.8	41	70	66	62.7	4	7	2	E	NE	N	7
M	9.57	9.38	9.67	9.39	62.2	47.2	63.7	61.46	5.7	5.9	5.7				7.4

Tens. del vap. mass. 12.3 g. 17
" " " min. 4.8 " 25
" " " media 9.39
Umid. relativa mass. 90 % " 7
" " min. 17 % " 25
" " media 61.46

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
10	8	11	17	7	23	10	5	2

Media nebulosità relativa del mese 5,8

Digitized by Google

GIUGNO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	754.0	751.9	750.9	752.3	+17.8	+25.6	+21.6	+25.7	+10.3	+18.8	—
2	50.5	49.8	50.1	50.1	21.2	27.5	21.4	27.7	13.0	20.8	—
3	49.3	47.0	46.8	47.7	20.0	26.3	19.2	26.7	14.3	20.1	—
4	47.3	45.1	47.0	46.5	20.8	26.7	20.6	27.4	16.3	21.3	—
5	49.0	50.6	51.6	50.4	14.0	10.5	11.3	19.4	8.8	13.4	9.5
6	752.9	751.3	752.0	752.0	+12.5	+19.8	+16.4	+21.4	+ 6.3	+14.2	—
7	53.1	52.9	54.1	53.4	16.9	24.3	19.6	25.4	10.6	18.1	—
8	56.1	54.6	55.5	55.4	20.0	26.7	22.2	27.8	11.5	20.4	—
9	55.0	52.2	50.8	52.7	20.9	27.8	23.6	29.3	17.6	22.8	—
10	47.5	44.4	45.3	45.7	21.5	24.8	15.8	27.0	14.6	19.7	21.0
11	744.4	744.4	745.7	744.8	+17.6	+17.1	+16.4	+18.2	+13.8	+16.5	23.1
12	46.7	47.6	47.6	47.3	16.2	16.4	15.6	17.0	12.8	15.4	28.1
13	49.7	49.8	51.4	50.3	17.6	23.8	19.8	25.2	11.8	18.6	—
14	53.3	51.0	49.9	51.4	21.6	25.3	21.8	26.8	14.1	21.1	—
15	46.9	45.3	44.4	45.5	20.8	22.7	19.0	24.2	15.8	20.0	—
16	743.1	742.5	742.8	742.8	+21.1	+24.9	+19.8	+25.8	+15.8	+20.6	gocce
17	42.5	42.3	43.3	42.7	18.9	20.2	18.8	21.5	15.3	18.6	6.7
18	44.4	45.1	45.7	45.1	21.0	24.5	18.2	25.4	14.6	19.8	—
19	47.2	46.4	47.3	47.0	18.1	25.1	18.8	25.6	11.8	18.6	gocce
20	45.4	44.3	46.8	45.5	19.0	25.4	18.2	25.6	13.3	19.0	0.6
21	748.2	746.3	746.6	747.0	+19.4	+25.7	+21.2	+26.6	+12.3	+19.9	—
22	47.0	45.4	45.4	45.9	20.6	27.9	23.2	29.3	13.1	21.6	—
23	44.2	42.5	48.0	44.9	22.1	27.1	17.5	28.5	15.7	20.9	—
24	51.5	50.0	48.6	50.0	17.6	23.0	20.4	24.5	10.3	18.2	—
25	48.1	47.7	48.8	48.2	18.8	25.8	21.6	27.0	12.2	19.9	—
26	749.4	747.8	747.4	748.2	+21.0	+27.5	+21.8	+27.7	+15.1	+21.4	—
27	46.2	45.4	45.7	45.8	16.0	22.4	20.6	24.4	14.8	18.9	12.7
28	49.1	48.7	49.3	49.0	20.2	26.3	22.2	27.2	12.3	20.5	—
29	50.5	49.0	48.8	49.5	18.9	27.4	20.6	28.0	15.3	20.7	1.6
30	47.2	45.5	45.6	46.1	+21.2	+26.9	+21.2	+28.9	+13.8	+21.3	—
					°	°	°	°	°	°	
M	748.66	747.56	748.11	748.11	+19.11	+24.18	+19.61	+25.51	+13.24	+19.37	103.3

Altezza barom.	mass.	756.1 mm	g. 8	Temperatura	mass.	+ 29.3 g. 9, 22
» »	min.	742.3	» 17	»	min.	+ 6.3 » 6
» »	media	748.11	»	»	media	+ 19.37

Temporale il giorno 4, 10, 17, 29
Grandine
Nebbia » 13, 27.
Neve

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

Digitized by Google

GIUGNO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nubulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all' ora
	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	9.9	7.7	8.7	8.6	65	32	45	51.1	1	1	3	SW	W	SW	7
2	9.4	10.7	11.1	10.2	50	39	59	53.1	2	2	2	SE	E	SE	8
3	10.1	11.4	11.0	10.7	58	45	67	60.5	2	2	4	SW	SW	SW	10
4	10.6	9.0	11.9	10.3	63	34	66	58.1	8	2	6	SW	SW	SE	11
5	7.5	8.0	7.4	7.5	63	84	74	77.5	10	10	5	E	NE	W	15
6	7.3	7.6	7.5	7.3	67	44	54	58.8	4	5	3	NW	SW	SW	6
7	8.8	7.5	8.2	8.0	61	33	49	51.5	1	2	3	SW	SW	SW	6
8	7.7	8.2	9.0	8.1	44	31	46	44.1	3	1	2	NW	W	SE	4
9	10.4	7.8	9.8	9.2	56	28	45	46.8	1	2	3	SE	SW	SE	5
10	9.7	11.2	10.8	10.4	51	48	81	63.6	6	10	10	SE	SE	N	12
11	12.3	11.7	12.1	11.8	82	81	87	87.2	10	10	10	NE	W	NE	6
12	10.0	10.3	10.9	10.2	77	74	83	81.9	10	9	7	N	N	W	7
13	11.1	11.8	12.4	11.7	74	54	72	70.6	7	6	5	S	SW	SE	4
14	12.2	12.5	13.3	12.5	64	52	69	65.6	7	4	4	SE	SW	SE	5
15	13.6	12.6	12.0	12.5	75	62	73	73.9	10	9	10	W	SW	SW	7
16	12.7	11.5	13.0	12.3	68	49	76	68.2	3	8	7	SE	SE	E	10
17	14.0	14.7	12.7	13.6	86	83	79	86.6	10	10	8	SE	SE	SE	20
18	13.2	9.8	9.6	10.7	72	43	62	62.9	8	7	9	S	W	W	11
19	9.0	8.6	9.8	9.0	58	36	61	55.6	5	4	10	W	SW	SW	10
20	10.3	10.4	9.3	9.8	63	43	60	59.2	8	6	3	NW	SW	S	8
21	10.3	11.9	7.8	9.8	61	49	42	54.6	9	6	4	E	W	W	7
22	9.6	11.8	12.5	11.1	53	42	59	55.2	2	1	3	E	W	W	8
23	11.9	2.6	3.4	5.8	60	10	23	34.9	3	5	1	S	N	NW	17
24	8.4	6.2	6.4	6.8	56	29	36	44.2	2	2	7	E	NW	SW	8
25	7.6	9.7	11.3	9.4	47	39	59	52.2	0	2	5	W	SW	W	7
26	9.9	10.5	11.2	10.3	54	38	57	53.6	3	3	4	E	SW	W	7
27	12.5	12.4	12.5	12.3	93	61	69	78.2	10	8	0	NE	SW	NW	7
28	10.7	9.0	10.4	9.8	61	35	52	53.3	1	3	4	E	SE	E	7
29	9.9	10.8	10.2	10.1	61	40	56	56.2	7	6	3	NE	SE	E	8
30	11.0	11.8	11.6	11.4	59	45	62	59.2	1	4	3	SE	E	SE	7
M	10.39	9.99	10.26	10.04	63.4	46.1	60.8	60.62	5.1	5.0	4.9				8.5

Ten. del vap. mass. 14.7 g. 17
" " " min. 2.6 " 23
" " " media 10.04
Umid. mass. 93 % g. 27
" min. 10 % " 23
" media 60.62 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
4	5	11	20	4	24	16	6	0

Media nebulosità relativa del mese 5.0

Digitized by Google

LUGLIO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	o	o	o	o	o	o	mm
1	748.1	746.6	747.3	747.3	+18.0	+24.3	+20.8	+25.5	+13.0	+19.3	0.4
2	47.1	46.2	47.8	47.0	20.5	27.5	21.8	28.4	13.7	21.1	—
3	47.0	46.8	47.8	47.2	24.2	27.6	23.8	28.9	15.3	23.1	—
4	49.6	47.4	46.8	47.9	21.9	28.6	24.2	29.6	16.0	22.9	—
5	47.7	47.3	49.5	48.2	22.8	28.1	21.2	29.4	16.8	22.5	12.0
6	750.2	748.4	748.6	749.1	+21.6	+25.6	+22.2	+26.8	+15.7	+21.6	20.7
7	50.1	49.3	49.9	49.8	22.3	28.2	25.0	29.6	15.3	23.1	—
8	51.0	49.0	48.8	49.6	23.0	29.5	24.0	30.4	16.9	23.6	—
9	48.5	46.7	47.3	47.5	23.6	28.7	20.3	29.4	18.6	23.0	4.4
10	48.0	47.5	47.4	47.6	23.8	26.6	22.8	27.5	16.8	22.7	gocce
11	749.3	748.2	748.7	748.7	+22.0	+24.8	+19.0	+28.4	+16.8	+21.5	0.8
12	48.9	47.7	47.4	48.0	23.5	27.9	24.4	30.4	16.3	23.7	—
13	48.6	47.8	47.6	48.0	24.4	29.4	26.1	31.7	17.7	25.0	—
14	49.2	48.8	49.6	49.2	25.8	29.3	24.2	31.7	18.7	25.1	—
15	51.7	50.3	50.5	50.8	24.1	31.2	27.7	32.3	16.5	25.2	—
16	750.8	749.5	749.5	749.9	+25.8	+31.3	+28.3	+32.7	+19.7	+26.6	—
17	50.6	49.5	49.5	49.9	27.3	34.4	29.9	35.3	20.8	28.3	—
18	49.6	48.5	48.7	48.9	29.1	35.3	27.9	36.3	22.7	29.0	—
19	50.2	49.7	50.3	50.1	27.2	34.5	29.7	35.3	20.8	28.3	—
20	50.9	48.7	47.5	49.1	27.0	33.2	29.3	34.4	21.5	28.0	—
21	747.0	745.7	745.7	746.1	+26.6	+33.4	+27.3	+34.0	+22.3	+27.5	—
22	47.6	45.4	45.5	46.2	26.0	30.5	27.3	31.3	20.5	26.3	—
23	45.1	43.9	44.2	44.4	23.5	30.2	25.6	31.0	18.3	24.6	30.8
24	44.6	44.4	45.3	44.8	25.4	32.1	28.3	33.4	19.8	26.7	—
25	47.2	45.9	45.7	46.3	26.4	31.8	26.4	32.2	20.9	26.5	3.7
26	745.9	745.1	745.2	745.4	+22.5	+21.8	+22.2	+26.0	+18.3	+22.3	22.6
27	43.7	43.2	41.6	42.8	21.8	25.8	23.2	27.8	15.5	22.1	—
28	45.9	46.3	47.7	46.6	20.8	26.6	22.0	27.7	15.6	21.5	—
29	49.4	48.5	48.7	48.9	22.3	28.1	23.8	29.1	14.3	22.4	—
30	49.1	47.1	47.0	47.7	22.2	28.7	24.8	29.6	15.0	22.9	—
31	48.0	47.0	46.9	47.3	+22.6	+29.1	+25.0	+30.0	+15.8	+23.3	—
M	748.41	747.30	747.55	747.75	+23.81	+29.16	+24.79	+30.52	+17.61	+24.18	95.4

Altezza barom. mass. 751.7 g. 15 — Temperatura mass. + 36.°3 g. 18
» » min. 741.6 » 27 — » min. + 13. 0 » 1
» » media 747.75 — » media + 24. 18
Temporale il giorno 5, 9, 20, 22, 25, 26

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

Digitized by Google

LUGLIO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	9.7	9.5	9.2	9.3	64	43	50	56.2	8	3	3	SE	SE	SW	11
2	10.3	12.1	12.7	11.5	58	44	65	59.6	2	7	4	W	SW	N	5
3	8.1	5.9	7.9	7.1	36	21	36	34.9	4	8	9	NW	N	NW	11
4	13.0	11.8	11.6	12.0	66	40	51	56.2	7	4	8	SE	S	SW	8
5	13.2	12.4	11.6	12.2	64	44	62	60.6	4	5	10	E	SE	NE	10
6	13.6	13.6	13.7	13.4	71	56	69	69.2	7	8	5	E	SW	SW	5
7	14.8	10.7	13.0	12.6	74	38	55	59.6	4	2	2	CALMA	W	SE	5
8	13.6	13.5	13.6	13.4	65	44	61	60.6	3	3	2	E	S	SW	8
9	14.5	13.9	13.3	13.7	67	48	75	67.2	10	6	10	SE	SE	W	7
10	15.2	14.4	14.0	14.4	69	55	68	67.9	8	7	6	SE	E	E	11
11	14.5	14.4	12.0	13.4	74	62	73	73.6	9	9	8	E	NE	N	8
12	14.9	13.9	14.4	14.2	69	50	63	64.6	8	2	5	NE	CALMA	N	4
13	14.4	13.3	13.3	13.5	63	44	52	56.9	3	5	4	SE	NW	SW	5
14	14.9	13.7	13.2	13.7	60	45	59	58.6	4	8	4	SE	NE	SW	6
15	13.2	14.0	15.4	14.1	59	41	56	55.9	2	1	3	W	SW	SW	6
16	15.1	15.0	16.9	15.5	65	44	59	59.9	4	3	2	W	NW	NE	6
17	17.5	16.3	17.4	17.0	65	40	55	57.2	2	1	2	W	SW	CALMA	4
18	17.3	13.6	9.9	13.4	58	31	35	45.2	4	4	2	S	SE	SE	6
19	15.9	15.7	17.1	16.1	59	39	55	54.9	1	1	2	W	SE	E	6
20	14.8	17.9	17.8	16.6	56	47	59	57.9	6	4	9	E	SE	E	9
21	16.5	12.3	14.6	14.3	64	32	54	53.8	6	1	4	SW	SW	SW	10
22	14.2	15.0	15.3	14.6	57	46	57	57.1	7	6	6	SE	SE	SE	6
23	14.9	16.5	17.4	16.1	69	52	71	67.8	8	4	7	NW	S	SW	5
24	15.8	15.5	14.7	15.1	66	43	51	57.1	2	2	3	NW	SW	SE	5
25	17.5	17.8	19.7	18.2	68	51	77	69.1	1	6	10	E	SE	S	7
26	14.9	15.5	13.1	14.3	73	80	66	76.8	10	10	10	E	E	SE	10
27	12.6	12.8	13.1	12.6	65	52	62	63.5	4	3	5	CALMA	W	W	6
28	10.3	7.7	5.4	7.6	56	29	28	41.5	1	1	3	W	NW	NW	11
29	7.8	8.1	8.5	8.0	39	29	39	39.5	0	2	2	E	SE	S	6
30	11.2	10.2	10.9	10.6	57	35	47	50.1	0	1	3	E	SW	SW	6
31	9.5	12.1	12.7	11.2	47	40	54	50.8	3	1	3	SW	S	S	5
M	13.67	13.20	13.33	13.22	62.0	44.0	56.9	58.19	4.8	4.1	5.0				7.0

Tens. del vap. mass. 19.7 g. 25
" " " min. 5.4 " 28
" " " media 13.22
Umid. relativa mass. 77 % g. 25
" " min. 21 % " 3
" " media 58.19 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
4	4	15	21	7	19	10	9	4

Media nebulosità relativa del mese: 4,6

Digitized by Google

Adunanza del 7 Novembre 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. P. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Buzzati, Colombo, Del Giudice, Fantoli, Franchi, Gorini, Guarnerio, Jung, Mangiagalli, Murani, Oberziner, Pascal C., Sabbadini, Salvioni C., Scherillo, Tansini, Taramelli T., Villa.

E i SS. CC.: Barassi, Belfanti, Bellezza, Bordoni-Uffreduzi, Brizi, Calderini, Carrara, Cisotti, De Marchi M., Devoto, Gabba L., Grassi, Laura, Mantegazza, Pugliese, Sanesi, Solazzi, Solmi, Verga, Volta.

Giustificano la loro assenza, per ragione di salute, i MM. EE.: Lattes E. e Paladini; e per lontananza da Milano i MM. EE. Celoria e Zuccante.

L'adunanza è aperta alle ore 13,45.

Dietro invito del presidente, il M. E, prof. Murani, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Per la Classe di lettere, scienze morali e storiche:

Benini B. Il grido di Nembrod. La grande bellezza logica del verso dantesco Rafel mai amech zabi et almi. Roma, 1913.

Per onorare Paolo Boselli. Torino, 1918.

Bulletin de la Societé des sciences historiques et naturelles de la Corse. Année 35, N. 373.... Grenoble, 1918....

Lattes A. Trieste nella storia politica e giuridica d'Italia. Sestri Ponente, 1918.

Verdirame G. Pro valorosi; in onore dei membri effettivi dell'Istituto di storia del diritto romano dell'Università di Catania caduti per la patria. Catania, 1918.

Verrua P. L'eloquenza di Lucio Marineo Siculo. Pisa, 1915.

Virgilio P. Marone. L'Eneide, Canti I-VI; traduzione del prof. Ausonio Dobelli. Como, 1918.

Digitized by Google

VISCONTI A. Disegno di una storia di diritto milanese. Milano, 1918.

E per la Classe di scienze matematiche e naturali:

AGAMENNONE G. Contributo alla teoria del pendolo orizzontale. Roma, 1918.

BOCCARDI G. Le rivelazioni del sig. V. Cerulli alla R. Accademia dei Lincei. Torino, 1918.

BOLLETTINO radiotelegrafico della R. Accademia Navale di Livorno, N. 1, 1918...

DE ASTIS G. Studio sugli acidi organici fissi del vino, con particolare riguardo all'acido lattico. Roma, 1918.

FANTOLI G. Relazione al Consiglio superiore delle acque intorno all'argomento delle dighe di scogliera ed al problema dei serbatoi in Italia. Roma, 1918.

GERBALDI F. Sulle funzioni continue di Halphen. Torino, 1918.

USAI G. Le funzioni di Lamè dei primi 12 gradi. Napoli, 1917.

Il presidente, alla ripresa dei lavori dell'Istituto, dopo le vacanze, rivolge agli Accademici il seguente discorso:

Onorandi colleghi,

« La consuetudine accademica non vieta che alla ripresa dei nostri lavori il saluto a voi sia associato al saluto all'esercito, il quale con invitta costanza e tenace valore tenne fronte per 41 mesi al formidabile nemico; tanto più che questo saluto è un grido di giubilo prorompente da tutti i petti italiani per la grande vittoria che rende finalmente alla Patria le sacre terre che l'ingiuria dei secoli le divelse.

L'anno scorso, nella seduta dell'8 Novembre, in quell'ora grigia del disastro di Caporetto, io, interprete dei vostri sentimenti, manifestai la fede incrollabile nella riscossa.

E la riscossa dopo un anno venne intera e solenne. Giammai anniversario ebbe la virtù di cancellare le vestigia tutte di un triste evento come questo. Caporetto è ormai vendicato e riparato; ma noi non vogliamo dimenticarlo; perchè fra tanti danni e dolori esso ci ha pur recato questo beneficio, di mettere alla più dura prova, tanto mirabilmente superata, la consistenza morale della nostra gente, e di rivelarci qualità e virtù che forse ignoravamo o non apprezzavamo nella giusta misura. Come l'uomo che si rialza da sè dopo una caduta, si sente più forte di prima, così noi ora ci sentiamo sorretti da una coscienza più alta dell'esser nostro, e c'incamminiamo con passo più fermo sulle vie dell'avvenire. Ci siamo rialzati più sicuri di noi medesimi e della nostra possanza

Digitized by Google

dopo le vittorie del giugno e di questi ultimi giorni. Agli artefici di esse, ai valorosi combattenti di terra e di mare, al Re, ai capi sapienti che li prepararono alla lotta e li guidarono alla vittoria, agli alleati che gareggiarono di valore coi nostri sul Piave e sulle Alpi mandiamo il nostro fervente saluto di riconoscenza di ammirazione di affetto.

A questa più alta coscienza di nostra stirpe dá non piccolo alimento la scienza in tutte le molteplici sue forme; e gl'istituti scientifici, le accademie, i sodalizi di cultura sono organo e strumento appropriato del lavoro intellettuale più intenso, più libero, più sciolto da vecchi vincoli tradizionali che sarà richiesto nel nuovo assetto sociale e politico di tanta parte di Europa dopo la pace.

Il nostro Istituto, fedele alla sua origine, in intimo contatto con la vita nazionale, non mancherà a tale còmpito ».

Gli accademici accolgono con vivo plauso le elevate parole dal Presidente. Il M. E. prof. Oberziner associandosi ai sentimenti espressi dal Presidente, così dice:

« Potrebbe sembrare arroganza da parte mia che dopo le nobili espressioni del nostro illustre Presidente, faccia sentire anch'io la mia modesta parola. Se non che crederei, come trentino, di mancare a un mio sacro dovere, se anche qui dentro, dove risuonò già la dotta e patriottica voce di un Graziadio Ascoli e di un Vigilio Inama, non volgessi un pensiero di speciale gratitudine al nostro buon Re, che condusse gloriosamente a termine l'opera iniziata dal magnanimo Suo Avo e da Vittorio Emanuele II si felicemente proseguita, al valoroso e generoso Esercito e a tutto il nostro Popolo veramente grande, che come tenne alto il cuore nel momento, pur passeggero, della sciagura, così colla sua italica tenacia ci condusse alla più fulgida vittoria del nostro Risorgimento. Onde, col caldo augurio che il sacro nostro vessillo sventoli stabilmente sulle più eccelse cime delle nostre Alpi al Brennero e agli estremi confini orientali del nostro mare, abbracciando in un unico amplesso di vivissimo affetto le nostre belle città or ora redente dal secolare servaggio e la grande madre, mi sia concesso gridare: Viva Trento! Viva Trieste! Viva l'Italia! »

Anche il M. E. prof. Sabbadini prende la parola per mandare un saluto latino a Trieste e Trento con questo distico:

Salvete o sacri fines, Tergeste Tridentum:
Istic haerebat terminus Italiae.

Digitized by Google

Dopo di che il Presidente commemora con riverenti affettuose parole i Membri e Soci defunti durante le ferie, Professori: Gorra, Fraccaroli, Formenti, Todaro, Dini. Segue il M. E. prof. Salvioni, che mettendo in rilievo l'opera scientifica e letteraria del Gorra, così si esprime:

« Consentano i colleghi ch'io aggiunga qualche parola a quelle che il nostro Presidente ha rivolte alla memoria del prof. Egidio Gorra.

Legato a lui da lunga, sempre serena amicizia, mi costa uno sforzo il non dire delle sue alte qualità morali, le quali, data la riservatezza anche esteriore dell'uomo, non potevano essere pienamente apprezzate che da chi lo conoscesse un po' addentro. Molto e nobile calore era in lui sotto quella scorza apparentemente fredda e un po' scabrosa; e la parola spesso ironica e caustica mal celava la profondità del sentimento e dell'affetto.

Ma qui, in questo consesso di studiosi, ben potrò dire quanto il Gorra valesse negli studi ai quali io ho consacrato la vita. Il Gorra non era linguista per vocazione. Ma, ricercatore probo e desideroso sempre di rendersi direttamente conto del valore intrinseco degli argomenti, si vide tratto nel campo linguistico dagli studi storico-letterari stessi, i quali, in quanto si rivolgano alle origini, debbono affrontare problemi, nella soluzione dei quali spetta alla linguistica di dire una parola spesso decisiva. Il Gorra fu presto in grado di validamente giovarsi di questo strumento; non solo; ma, impadronitosi del metodo, lo volse a lavori originali, così ben condotti da assicurare all'autore un posto onorevole nella storia della linguistica romanza. Cominciò, nel 1890, col descrivere il proprio dialetto nativo, il piacentino, in un lavoro che agli altri pregi aggiunge quello di darci, esattamente riprodotti, dei materiali di primissima mano. Due anni dopo ci regalava egli la descrizione dell'affine dialetto di Parma, compiuta nell'intento di mostrare dove i due dialetti differissero. Se in questi lavori, condotti con buon metodo, con informata sagacia, il Gorra è trattenuto dentro ai limiti di ristretti territori, egli tenta un riuscito volo su tutti i domini neolatini nel lavoro sull'*Epentesi di iato nelle lingue romanze*, apparso nel 1893. È un problema irto di spine che qui è affrontato, e se non si può dire che il Gorra riesca a strapparle tutte, pure nella impostatura generale del lavoro, nell'ampia dottrina bibliografica, nella discussione acuta e sagace dei molti problemi subordinati che s'intrecciano col principale, — problemi sempre coraggiosamente

Digitized by Google

affrontati, — mette in opera una maestria non comune, e fanno sì che il lavoro rimanga la piattaforma da cui deve muovere ogni indagine che miri a quella stessa materia.

E alla scienza linguistica rese il Gorra segnalati servigi pur coi suoi libri di divulgazione, quali sono quello sulla *Morfologia Italiana* (1895), quello sulle *Lingue Neolatine* (1894), e, l'ultimo, su la *Lingua e la Letteratura spagnola delle origini* (1898). In essi brilla di singolar luce la probità scientifica, — e non solo scientifica, — dell'autore. Poichè all'opera di volgarizzazione il Gorra attese conscio di tutta risponsevolezza che su di lui pesava. Vide senz'altro, — e a questa visione informò l'opera, — quello che troppo raramente tra noi soglion vedere i compilatori di analoghi libri; vide che occorreva saper molto per dare apparentemente poco; che ogni problema toccato doveva prima esser giunto alla maggior possibile maturità nell'intelletto dell'autore; che, per amor di chiarezza, non si dovevan dar come chiare cose che non lo sono; che la precisione e la ragionata sobrietà sono doti capitali di tai libri. E per questo i manuali del Gorra, — resi ormai meno utili dalla relativa vecchiaja loro, — son di quelli a cui si può ricorrere con fiducia assoluta. Elogio non piccolo, come ognuno sente. »

Indi il M. E. prof. Pascal commemora il Fraccaroli con queste parole:

« Sia consentito a me di dire poche parole per commemorare in questo Istituto i meriti e le virtù di *Giuseppe Fraccaroli*, a cui mi legò la devozione di una amicizia, che si fece di anno in anno sempre più intima e salda. Il Fraccaroli si riconnette per più rispetti negli studi delle antiche letterature alla nostra gloriosa tradizione umanistica, e degli umanisti ebbe lo spirito polemico, la veemenza degli affetti, il senso squisito dell'arte. Acuto e sottile ragionatore investiva tutti i ragionamenti suoi con una gran fiamma di passione, e quella fiamma travolgeva gli animi dei lettori e quasi li costringeva all'assentimento, pur quando l'una o l'altra idea o proposta sua sembrasse fallace o caduca. Le grandi idee vengono dal cuore, disse il Vauvenaurgue; e il Fraccaroli fu insigne nella sua attività intellettuale, perchè ebbe un gran cuore; un cuore colmo di affetto per ogni cosa bella, per ogni cosa alta e gentile; un cuore colmo di sdegno per ogni ingiustizia, per ogni asservimento della nostra coscienza nazionale, per ogni attentato a quegli studi delle antiche letterature classiche, nei quali egli ravvisava la maggiore grandezza e dignità d'Italia, il titolo più cospicuo dei suoi diritti nel mondo. Da questi con-

Digitized by Google

cetti, da questa passione è ispirato l'ultimo suo volume « *L'educazione nazionale* », un libro, per così dire, pieno di Marte: un libro nel quale lo spirito, agile e quasi ribelle, rompe gli schemi e le formole rigide della trattazione consueta, e con uno stile or nervoso e caustico, or piano e carezzevole, ma sempre avvincente, flagella, esalta, conquide. Mirabile libro, che è tutto un atto di devozione e di amore all'Italia, sognata per la rinnovata educazione dei suoi figli, assurta a maggiore grandezza, libera da ogni soggezione intellettuale e politica allo straniero, irraggiata dalla luce imperitura della sua gloria.

Troppo lungo discorso si richiederebbe ad accennare pur solo fugacemente, alle altre opere del Fraccaroli. La letteratura greca ebbe in lui un interprete geniale e fecondo. Tradusse ed illustrò le reliquie dei « Lirici greci », in due volumi, ma gli autori a lui prediletti furono Pindaro e Platone: la più vasta ala, che si sia levata nei cieli della poesia, e la più robusta costruzione ideale che sia sorta sui campi della filosofia: due forme sovrane di intelligenza, delle quali ciascuna basterebbe a riempire di lavoro e di letizia intellettuale tutta una vita.

Anche nel metodo della critica letteraria egli fu un potente novatore: e basterà ricordare quel suo volume famoso su « *L'irrazionale nella Letteratura* »: un volume che quasi portò a luce l'oscuro pensiero che si agitava nelle anime nostre, e cioè che nelle opere letterarie, come in ogni atto dello spirito, come nella vita, come nella storia, starei per dire come nella natura stessa, l'incongruenza, la contraddizione, l'irrazionale insomma, abbia la parte sua.

Giuseppe Fraccaroli non fu solo un insigne scrittore, fu altresì un animo nobilissimo. Molti che sono in quest'aula hanno potuto apprezzare le sue doti morali e lo hanno amato profondamente. Era fido e devoto all'amicizia fino all'abnegazione. Io ho perduto in lui l'amico, il collega, il consigliere venerando e caro; con un senso di desolazione si pensa talvolta che a mano a mano che si procede innanzi nella vita, ci abbandona tutto quello che abbiamo più amato sul mondo. Ed il maggior rammarico mio è che a lui è stato tolto di vivere almeno questi giorni, che sarebbero stati i più felici della sua vita; questi giorni di esultanza e di trionfo, da lui lungamente aspettati con fede che non vacillò mai, e verso i quali egli pareva protendersi con tutti gl'impeti dell'anima sua generosa. »

Si passa alle letture.

Digitized by Google

Il M. E. prof. Taramelli svolge la sua nota: « *Una proposta riguardo al M. Grappa* ». Egli descrive la formazione geologica di questo glorioso monte che ha servito ad arginare, a contenere la invasione austriaca, ed esprime il voto che sia presto pubblicato un libro illustrativo, dal punto di vista geografico, geologico, storico del Grappa, e ch'esso sia largamente diffuso nelle scuole e tra il popolo d'Italia.

Il S. C. prof. Bellezza legge la sua III^a^ nota di « *Enantiosemia* ».

Il S. C. prof. Laura riassume brevemente la II^a^ nota « *Sopra i potenziali generalizzati di Helmholtz* ».

In fine si decide che la nota del prof. Veneroni assente « *Principali tipi di corrispondenze piane simmetriche* [22] *della classe uno* » venga inserita nei Rendiconti. La nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata per la trattazione degli affari. Il M. E. prof. Pascal ricorda la quistione da lui, altra volta, sollevata dinanzi all'Istituto, degli arazzi di Raffaello, che l'Austria asportò da Mantova e che ora sono a Vienna; e fa voti affinchè la presidenza dell'Istituto voglia nuovamente far presente la cosa al Governo, perchè nelle trattative della prossima pace sia pur compresa la restituzione di quel tesoro d'arte. Il presidente dice non esser necessario riaprire la discussione sull'argomento: la Presidenza dell'Istituto rinnoverà al Ministero la sua istanza al riguardo.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
O. MURANI

Digitized by Google

UNA PROPOSTA RIGUARDO AL M. GRAPPA

Nota del M. E. prof. TORQUATO TARAMELLI

(*Adunanza del 7 novembre 1918*)

Il poeta della Terza Italia nella bella ode che ricorda Mentana scrisse: « *I morti non obliano — ciò che più invita amàr* » — ed avrebbe forse pensato non essere casuale la coincidenza nell'anniversario di quel fatto d'armi colla data della grande vittoria italiana, per la quale noi tutti esultiamo. Ma è pur debito nostro il ricordare ai nostri posteri i caduti, che hanno difeso sul M. Grappa la veneta pianura dall'invasione barbarica, dopo la sfortuna di Caporetto, e che quivi hanno recentemente scosso il perno della difesa nemica e determinata la sconfitta di un esercito assai più numeroso del nostro, compresi gli aiuti dei valorosi alleati.

Il M. Grappa passerà famoso nella storia e lo visiteranno italiani e stranieri con riverenza, mentre dalla cima principale e dalle eminenze di quel peneplano godranno nel contemplare lo splendido panorama, che si estende dalle cime Cadorine, al M. Baldo, agli Euganei, all'Adriatico, al Carso ed alle più alte vette delle Giulie e delle Carniche.

L'amenità di questa regione è pari all'importanza che essa presenta così per gli studi naturali come per la silvicoltura, la pastorizia, l'idraulica e l'agricoltura. La illustrarono altresì parecchi studiosi, che quivi ebbero i natali, tra i quali, per limitarmi ai naturalisti, ricorderò il botanico Pasolini, Gian Battista Brocchi, geologo e paleontologo tra i più insigni del suo tempo, Andrea Secco ed Arturo Rossi, coi quali molti anni or sono ebbi la fortuna di percorrere e studiare quella montagna. I dintorni di Bassano furono poi illustrati da celebri naturalisti stranieri sino dal principio dello scorso secolo, quali il Lyel, il Murchison e più tardi da Bittner, Vaceck e Brüchner;

Digitized by Google

essi però poco aggiunsero alle notizie dei geologi italiani. Di questi quegli che meglio ha dipannato la complicata stratigrafia di quel massiccio montuoso, modificando le idee che prima erano state proposte quanto alle principali fratture e contorsioni dei terreni, fu il mio egregio collega ed amico prof. Giorgio Dal Piaz. Recentemente il marchese Gaetano Rovereto ha creduto di poter applicare a questo gruppo montuoso la teoria dei carreggiamenti, e l'altra sua idea delle *ripieghe*. Converrà quindi eseguire un rilievo dettagliatissimo per giudicare sino a qual punto queste ipotesi sono da accettarsi quanto alla struttura geologica. Siccome poi questo massiccio del Grappa, pure avendo delle forti analogie morfologiche cogli attigui dei Sette Comuni e del M. Cavallo, presenta delle notevoli differenze, converrà precisare i rapporti stratigrafici tra questi elementi così importanti delle Venete Prealpi, delle quali possediamo, ancora a merito del prof. Dal Piaz, un ottimo saggio di illustrazione nella monografia delle Alpi Feltrine.

L'altitudine principale del massiccio è raggiunta dal M. Grappa (1779), che si trova nell'angolo sud-est di un peneplano dal quale si elevano ad altitudini poco minori quei monti, di cui gli italiani ricordano i nomi per le aspre battaglie quivi combattute. Il peneplano declina lentamente verso la conca feltrina, alla quale invia il massimo confluente colla valle di Serèn. Ai lati scorrono il Cismon e poi il Brenta, ed il Piave in valli profonde e colle pareti abrupte, le quali permettono di esaminare in più direzioni la serie dei terreni mesozoici, che costituiscono la porzione più elevata del gruppo; mentre le falde da Bassano ad Asolo offrono una bella serie di terreni terziari, assai ricchi di fossili.

La serie mesozoica va dalla dolomia principale alla scaglia cretacea, presentando i più ricchi orizzonti fossiliferi in corrispondenza ai piani liasici e giuresi. Non mancano formazioni quaternarie di grande interesse, quali i conglomerati di Solagna e di Bassano, che fanno riscontro al Colle del Montello; le morene assai distinte nel bacino di Quero e gli altri depositi di vedrette locali nelle valli irradianti dalla cima principale.

La conformazione orografica e la natura dei terreni sono tali che le vette ed i crinali degli spartiacque sono di solito mollemente modellati, con floridi pascoli e con avanzi di boschi, una volta assai densi; invece i versanti delle valli sono dirupati e quasi privi di vegetazione, qua e là resi ancora più selvaggi dal caratteristico paesaggio dolomitico. Dove si stende il pascolo sono frequenti le baite e i casolari, e quivi si può

Digitized by Google

trovare anche cibo ed alloggio; inoltre presso la vetta evvi un comodo rifugio alpino.

La produzione del caseificio è molto abbondante, quando la siccità non danneggi la cotica erbosa. Con opportune opere idrauliche là, come sull'altipiano dei Sette Comuni, si potrebbe riparare a questa eventualità molto frequente.

La viabilità venne ampiamente sviluppata per le opere occorse nella lunga difesa; ma converrà mantenere quelle strade che sono necessarie per i commerci locali. Nelle valli poi è molto intensa la coltivazione del tabacco, la quale merita di essere intensificata e regolata da norme meno imbarazzanti.

Insomma è quella una regione della quale lo studio può riuscire di eccezionale importanza e perciò io credo che potrebbe essere monumento più perenne del bronzo e del marmo e certamente più utile, il compiere una illustrazione delle condizioni naturali del M. Grappa e sue adiacenze mediante una Commissione competente, che potrebbe essere nominata dal Governo tra i membri del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Questo Istituto potrebbe provvedere per la pubblicazione dell'opera ed anche per la diffusione di molti esemplari di un plastico orografico e geologico decomponibile nelle scuole secondarie e universitarie. In tal modo si potrebbe ottenere che nell'Italia fatta e compiuta nessuna persona istruita ignori dove sia e che cosa sia la montagna gloriosa del Grappa.

Digitized by Google

IL DIALETTO DELLA VALSESIA

II. CONSONANTISMO

Nota del dott. Teofilo Spoerri

(*Adunanza dell' 11 Aprile 1918*)

II. Consonanti.

J. — **70. Iniziale** = *ǵ*: *ǵanę́*, *ǵǫ́vu* giovane, *u ǵaniṅ* Johannes baco, tarlo ecc. — ma *ǧāć* *jacium campo intorno alla casa, *żanę́rru* REW 4624. **71. Interno**: *gáǵa gaja* berta, — *pęć*, *măć*. **72. Cons.** + **j**: lj = *l̄*: *la dúl̄a* brocca, *fil̄ǫ́la*, *arbál̄i* piselli REW 2909, *al̄* aglio, *mal̄* martello, *ćęl̄* cilium ecc. -li -lli: *karęl̄*, *pęl̄* ecc., ma *pajǫla* prossima al parto REW 6161. Altrove lj diventa sempre *j*: *fijǫ́la* ecc. — Ved. num. 126ª e cap. fin. **73.** -**sj**- = *ž*: *la kǫ́ža* *kosya (?) REW 4744 scoiattolo, *la daža* *dasia rami dell'abete, *fažṓj* phaseolu fagiuoli, *la paržúṅ* prigione, *la ǧęža* chiesa, *kažęra* casearia, — *áž̌ja* arnese (monf. *asia* vaso vinario) ecc. Ro: *kǫ́śa*, *dáśa*, ecc. Ved. *s*. — **74. nj** = *ñ*: *al kavañ* *cavaneu, *barñúṅ* prunea, *al küñ* cuneo, *bśṓñ* ecc. — *ni*: *męñ* mani, *i mutǫñ* ecc. — **75. rj**: *la fę́ra* *fejra, *la ǧára* *glajra ghiaia; Ro: *sfúra* *sfujra diarrea, *la pastúra* pastoia. Vedi la caduta dell'*j* nel nesso *jr* anche nel num. 68. rj in voci dotte: *urinárju*, *kumfasjunárju*, *ruśárju*, *küštörju*, *ćümüntṓrju* cimitero. — **76. vj** = *bj*: *ǵŏbja*, *arbjǫñ* piselli, *la kulúbja* colluvies lavatura, *la pjobbja* *plovia. Eccezioni: *la kapja* cavea gabbia, *la sāvja* salvia, *sávju* tranquillo (voce dotta) **77. tj** = *z* (*ts*): *la kavázza* capitium, *agū́zza*, *la lúzza* REW 5129 sterco bovino, *la barózza* *birotea orsa maggiore, *u skörz* l'arnia, *lanzṓ* ecc., ma *balsána* lista di panno all'estremità della veste da donna balteus, *barnas*, *barbiš* barbitium — *ražúṅ* ragione, *štažuṅ* stagione. **Altrove si usa quasi esclusivamente** *s* **invece di** *z*. Ved. cap. fin. -*ti*: *kwent*, *tüjt* ecc. Va: *tüč*. (Bo: *kū́nči* racconti REW 2030) — *stj*:

Digitized by Google

bęšči, *kaščáṅ* christianus [Cast. n. 67] **78. dj iniziale** = *ǵ*: *ǵü*, *ǵǫrn* ecc., all'interno = *ż*: *meżanǫ́č*, *al mażṓ* mediolus mezzule, *al rážu* raggio, *garżṓ* cardiolu gemma d'un anno (ma *gárċ* piccolo rampollo di castagna), *frúnża* fronda, *n urżṓ* orciuolo, ampolla del prete, *vę́rża* viridia cavolo ecc. Eccezioni: *ṓrǧu* orzo, *štüǵę́* studiare levare il grasso con un po' di pane, *n apöċ* 'apoggio' costruzione annessa; — *aṅkṓj* oggi. **In altro luogo** *ż* = *ś* (come z = s). Anche a Bo: *struns* strundius pezzo di sterco, *al manśṓ* * mandiolus. cj, gj ved. ai n. 106, 108.

L. — 79. l fra vocali é caduto a Rossa: *l ambuik*, *gúa* gola, *al muiṅ* molino, *mávju* Bo: *malávju* ammalato, *kaiǵǵu* fuliggine, *vjęj* volere ecc. — **con caduta dell'a finale**: *a ská* scala, *ün á* ala, *a barká Bo*: *barkála* salamandra, *a skǫ* scuola, *a tę́* tela; -ola: *a varǫ* Bo: *varǫla* pala del fuoco, *a gürjǫ* zangola ecc. (In alcune voci l'-*a* si ritrova: *a baggarǫ́a* sbadiglio, *a fijǫa* figliuola). La caduta dell'*l* tra vocali determina: a) **la forma dell'articolo determinato femminile**: *a skǫ* la scuola, *a vakka* la vacca, *a bęnnua* la donnola, *a ñura* spreg. la giovane, ecc. Dobbiamo ammettere che prima l'*l* è caduto soltanto dopo una vocale, come per es. nel costrutto: *I j ṓ taká* (*l*) *a krava* ho attaccato la capra. Questa forma si è in seguito estesa analogicamente. b) **la forma dell'articolo determinato maschile dav. a parole con vocale iniziale**: *a ǫr* l'oro, *a ölju*, *fę a ṓr* fare l'orlo, *a ost* l'oste, *a ṓrt* l'orto, *a ǫ́rnu* l'organo, *a ę́gu* laburnum vulgare, *a uriatę́l* lo scricciolo ecc. (*al ǫr* = *a ǫr*). **Altrove l'** *l* **fra vocali è intatto**: *l ambulīk*, *spigulę́* racimolare, *štrǫ́la* 3ª p. sing. parlando dell'acqua che viene a goccie, *falapiṅ* stamigna REW 3173, ecc. Ma Va: *vurę́va* voleva. False regressioni (1) in reazione al lombardo -*l*- = -*r*- ved. num. 88. — **80. l all'uscita**: **-ŏlu**:

(1) Sono 'false regressioni' i casi in cui la lingua, ribelle a certe tendenze fonetiche, riforma illecitamente parole che paiono soggiacere alle stesse condizioni. Per es. quando le generazioni recenti hanno la tendenza di volgere z (ts) in s, la generazione conservativa non solamente resiste a questa evoluzione, ma sostituisce un z a un s primario, la qual sostituzione diventa generale in certe parole (**l amprandíz** apprendista, **ęsbjēz** di sghembo ecc.). Altre volte il dialetto in contatto con altri dialetti resiste alle loro risoluzioni. Il Valsesiano p. es. non cambia -l- tra vocali in -r- e sostituisce anche un **l a r primario** in **sbalazę́** spalancare, ecc.

Digitized by Google

al raṡiñṓ l'usignolo, *al falarṓ* lo scricciolo, ecc.; — *i g ö má* ho male, *al susmá* epilessia, *al sǫ* il sole, *suti* sottile, *brandá* alare, *l kü* culo, *al karamá* calamaio, *la sá* sale, *al fawdá* grembiale, *l anvá* 'nevale' valanga, *u diá* ditale, *Dinà* Natale. Antico versetto che si cantava a Natale: *Dinà — ki bę̃ñ, ki má — s ę tüjt iṅgwá*, Natale, chi ben› chi male, siamo (si è) tutti uguali. Vo¹: *avri, má, fí, fussá* zanella, *ċę̃* cielo. — Ma Bo: *al fil, ċę̃l, mül, bę̃l* badile, *sǫ̃l* suolo, *kanīl, dursál, la zal* axalis, *puzzál, kanučal* ecc. GM: *Varáa, maa.* **A Rossa l'l è quasi esclusivamente caduto.** Ved. cap. fin. **81. ll conservato:** *míla, la mjúlla* midollo, *la pęl, ċervę̃l* ecc. A Rossa anche l'*ll* di *-ellem* è caduto: *a pę̃* ecc. — **82. l è conservato davanti a cons. velari e labiali:** *l ālba, kālf, al falkę̃t* lo sparviere, *a bálka* REW 6555 cessa di piovere, *la bę̃lma* melma REW 5485 ecc. — Ma *armanák* almanacco, *farbulá* frc. falbalas, *kwarkǫ̃s, kwarkũ̃ñ*, — *kwakvǫ̃ta* Vo¹: *kwajkǫsa, kwajkadũ̃ñ*. — Caduto: *savja* salvia, *skávja* scriminatura. [it. Gr. § 233, AG II 122, XIV 444, XVI 534, Gel. 134]. — **83. l = *w* nelle formole alt, ald, alc, als, alz — ilz.** *l āwt, fawdá* grembiale, *al kawċ, fawṡ, am báwżu* un macigno sporgente, *bawgu* (Ton. *bautigu* Salv. P. Arb. *baltigh*) altalena, — *mewza* milza. Ved. cap. fin. **Labializzazione dell'articolo determinato:** a) dav. a *s* e *s* impura: *u sulę̃* REW 8063 granaio, *u sǫ̃, u sjas* REW 7499, — *u spuáċ, u ṡtõ̃ñgu* petto, *u skós* grembo, *u skáũ̃, u skárlu* battiburro, *u ṡtüvíñ* pentola, *u srúñ* REW 7870 ricotta ecc. b) dav. a *t, d*: *u tę̃rz, u torn* 'tronco d'albero con braccio formato da un ramo del tronco stesso sulle cui intagliature i casari appendono la caldaja' (Salv.), *u dī, u trāf* ecc. c) dav. a *ċ*: *u ċük* ciocco, *u ċõ̃t* la fossetta del bellico, *u ċüpúñ* tappo ecc. d) dav. a *l*: *u lümę̃t* pupilla (Ro *u lümíñ*), *u lęf* labbro, *u lęč* letto, *u ljám* letame, *u ligõ̃* ramarro, *u limbju* (Ro *lümmju*) REW 5048 spazio erboso fra due campi, *u ližúñ* poltrone ecc. e) dav. a *r*: *u rīs, u raštę̃l, u ranżíñ* il mietitore, *u rǫ̃st* le croste della polenta, *u rũ̃s* REW 7422 spazzatura ecc. f) dav. a *n*: *u nas, u ñõ̃k* rampollo d'un albero REW 5947, *u nõ̃št* il nostro ecc. g) dav. a *č, ǧ*: *u čip* membro dell'uomo, *u ǧís* ecc. Di spesso troviamo anche in questi casi l'articolo *al*, però mai davanti ad s impura. Davanti a consonanti velari o labiali non c'è mai un *u*. (*al gat, al körf, al müǧǧu, al pöru, al bǫ̃ru* fossa piena d'acqua dove si pone la canapa a macerare REW 1224 ecc.). **Labializzazione dietro a preposizioni:** a) **de + illu:** *la riga du drak* l'arcobaleno, *l ę*

Digitized by Google

sauta ǧů du tęč è cascato dal tetto, *al kaśęt du lač* dispensa dove si mette il latte al fresco, *la pęl du lüf, not du tüt* niente del tutto ecc. Iac. *la ca du sto nodèe* la casa di questo notaio. b) **ad + illu**: *ẓlargę u sǫ* stendere al sole, *la nęf la ślájgwa aw sǫ, due vǫti u di, sauną u nás* perder sangue dal naso, *ulők* invece ecc. c) **intus + ad + illu**: *ent u láč, ent u spęč* ecc. Vedi num. 126ª. (Cast. num. 123, Alione AG xv 417: condizioni simili). **84. Caduta dell'l nelle formole olt, old, olč, olg, olf** ecc.: *la vǫta, vǫt* volto, *la pǫt* polenta molle REW 6836, *ün sǫt* soldo, *skutę* ascoltare, *sǫputůra, dǫč, la bǫ́ga* 'bolgia' tasca, *daskǫz* scalzo, *füći* 'fulcito' serrato, — *la zǫ́fri* zolfo, *la puẓinę́ra* orsa maggiore (Salv. P. Arb. 142 *pulisnèra* orsa maggiore, mil. *polsinera*, frc. *poussinière* = Pleiadi, uss. *pūsineri*), *la pǫvri* ecc. — *muẓina* REW 5649 morbida (Cm. *murśina*). Cast. num. 73, Ormea 5ō, AG xv 6, viii 312. — **85. Cons. + l**: *pjobbja* pioggia, *pjajga* piaga — *trábbju* tribulum bruschetto, *al bjám* seme del fieno REW 1178 — *fjǫ* fiore, *fjá* fiato. — -Ro. *a ör* **örl* l'orlo. — Sopra *piň, pidria, pīga* ved. num. 10. — *cl, gl* vedi num. 109. — Di *-li* num. 66ᶜ.

R. 86. All'uscita per lo più caduto: *vęj* vero, *na fjǫ* fiore, *la srǫ* ecc. Vo. (ant.) *dulú* (mod.) *dulůr*. Infinitivo: *laurę, vulęj, durmi, ċęrni* ecc. — **ariu**: *al kiǧę* cucchiaio — **-atore**: *bañǫ* annaffiatoio ecc. Conservato: *ęr* ieri, *lur* loro, *můr* muro. In voci piuttosto dotte: *kǫr, ǫr, tǫr, amār, alǧę́r* leggiero ecc. **87. r s'è dileguato** in *l aut, l auta* altro, *l autę́r* l'altr'ieri, *nöšt, nǫśta* — *čášta* cresta d'un gallo (*krásta* cresta fra due valloni, Ro. *krösta*), Ro. *ċášta* Cm. *ċöstra* Vo¹ *kràspa* Vo² *kràspa* Cc. *ċöšta* Fe. *krösta, máščа* maschera, *pęśgu* pesco, *kaštę* castrare, *kasčáñ* cristiano, *al sǫ́ẓu* suocero, Vo¹ *fębüšól* forbici. Cast. num. 83. — **88. Talvolta si muta in *l***: *al fulǫ dla Vál* il furore della Valle (sopranome d'un tiranno leggendario), *la ǧíl* il ghiro (anche altrove), *la ċigála* il sigaro, *sbalazę* (Va. *sbarasę*) spalancare la porta, 'sbarrazzare'; Ro. *la mártula* (Bo. *mártura*) martora, Vo¹ *la ċęla* cera (mil. *zila*) — *la půlga* purga, *al bǫlk* bifurcu nodo donde partono due rami (Vo² *bǫrk*), Vo¹ *al pálk* ovile, *mpalkę*, Cm. *valkamonęka* (forma comune: *vargà muñga*) altura sopra Campertogno. — *la liñgę́ra* ringhiera. (ved. al num. 126ª. Cast. num. 79). — Si tratta in alcuni casi di dissimilazione, p. es. *la liñgę́ra* (Salv. mil. mod. 190), in altri casi dobbiamo ammettere una falsa regressione che reagisce 1. contro *-l-* in *-r-*: *fulǫ, ċigála, mártula, sbalazę, la ċęla* 2. contro *l* in *r* dav. a labiali e velari (num. 82): *bǫlk, pülga, valkamonęka*. Caso singolare: Ro. *la kámna* camera.

Digitized by Google

V. 89. Conservato: *la vašĭga* vescica, *al vulâru* REW 9217 genziana gialla, *al vẹ́šu* bastone del pollaio, *la vulajga* REW 9432 cosa leggera che vola (cenere, neve), *važivẹ́* REW 9113 vuotare, *la valana* *avellana nocciola innestata, *la varga* anguinaia, *vašiĵẹ́* ronzare delle mosche, *na vẹza* maiale, poltrone REW 9396, Vo¹ *vinẹ́* muoversi, *viskẹ́* accendere REW 9417 — *kanva*, *krava* ecc. ved. num. 115. — A Rossa li *v* iniziale è bilabiale: *a ẇákka*, *al ẇẹf* vedovo ecc. — **Il *v* si dilegua facilmente al contatto con vocale labiale**, anzitutto in sillabe atone: vedere Ind. Pres. 1ª pl. *ugúma*, 2ª pl. *ugẹ́j*, cong. imperf. sing. *ugẹ́s*, part. *ugû* (ma *mi i vuk* vedo); volere: *ulúma*, *ulẹj*, *ulẹva*, *urõ* (fut.), ma *mi i võl*, *čẹl al vẹ. druẹ́* adoperare (ma *mi i drẹf*, *drẹva*), *druí* aprire, *al ratulẹ́* pipistrello 'ratto volatore', *pjužinẹ́* pioviggginare, *saurí* saporito, *guẹ́l* catino (ma *gurlẹt*), Vo¹ *al štüẹ́t* (ma *la štüva*), *oájk* bacio, *núlu* nuvole, *ulea* voleva. Anche in altri casi il *v* si dilegua facilmente e sottosta a **varî influssi fono-sintattici**: Ro. *a ọmga* *vomica nausea, Bo. *l ọlba* volva la loppa num. 118, Vo¹ *ala süa oš* alla sua voce, — *l ẇa*, *la bọẇa* bova serpe (Ro. *buarọ́tti* nome comune per diversi insetti), Vo¹ *lẹ́a matû* aveva messo. — Bo. *paẇorún* peperone (ma *pẹ́vru*) *prẹja lauĵẹ́ra* pietra per fare il laveggio (ma *lavẹč*), *kanlún* canapule, Ro. *daśĭẹ́si* svegliarsi. — *v* all'uscita. Ved. 115.

W. 90. = *v*: *la vája* REW 9474 scommessa, *švarẹ́si* *waron farsi passare un dolore, *varí* guarire, *vačẹ́* stare in agguato, *vẹ́rẹ* guercio, *vardẹ́* guardare, *vadañẹ́* guadagnare, ma *ẇári* guari, — *la ĝíša* guisa. Ved. cap. fin. — Ton. *varnẹ́* mettere in serbo (= Bo. *gẇarnẹ́* gubernare). Sarà una falsa regressione? **91. qu, gu**: *kẇẹl* — *kulla*, *kẇẹšt* (*kušt*) — *kušta*, *kunt* quando — *kilọ́* qui, *kẇẹ́* che cosa (Salv. Arb. 143), *kura* quando qua hora ved. cap. fin. — *saukw*, *čiukw*, ma soltanto nel parlare lento. (Salv. mil. mod. 246). — Vo² *savnẹ́* *savnáva* sanguinare. — **S. 92. Intatto**: *sába* sabbato, *la sẹj* sera, *suki* scuotere, *la sala* REW 7540 cavalletta, *sarkọ́l* singulti, *na sẹ́m* una volta, — *krõs* — *krośa* incavato, *morọs* — *morọ́śa* ecc. **93. Palatalizzato dav. a i, j, ü**: a) a formola iniziale: *šjor* signor, *al šindik*, *ši ši*! si si!, *širẹ́n*, *šübjẹ́* zufolare, *al šübjọ́t* zufolo, *al šük* sugo, *la šučína* siccità, *na krava šůčča* una capra sterile (ma *siĵíl* sugello, *sigür* sicuro = voci semidotte), b) all'interno: *l aržína* resina, *saražín*, *mužína* morbida, *bažín* bacio, *ažja* arnese — con *i* espunto: *la lẹžna* lesina, *dižnẹ́* desinare, c) all'uscita nel plurale di sostantivi ed oggettivi (num. 66ᵉ): *i mẹš* mesi, *ruš*, *speš*, *groš*, *i tarčõš* compartimenti nelle man-

Digitized by Google

giatoie, *i füš* ecc. Con *s* palatale al singolare: *al fręš* frēsum lo spicchio. d) dav. a *j* (num. 73): *i fažöj, la paržúṅ* ecc. — Ro.: *saraśiṅ, la lęśna, faśöj, kamíśa, parśúṅ* ecc. ved. qui sotto. **94. -ss-, -cs- (x), -ps-, -sc- = *š*:** *ün aš* (assis), *aṅgrašę* ingrassare, *bašę*, ma *ös-ossi, adös, grǫs-grossi* — *ęš, iša* codesto ipse, *la kaša, la mašálla* maxilla, *l ašálla* REW 842, *la kǫša, šorę* exaurare lasciar raffreddarsi; — *kuñöši* REW 2031, *kräši* crescere. Ro.: *masálla, kasina* ecc. **95. s + cons.**: a) *s* dav. a *t, d, l, č, ǧ = š, ž*: *avǫšt, la štá* estate, *süšt* angoscia REW 6111, *u štöṅgu* petto, *rüštik* REW 7468 rigido ecc., *daždǫč* doctus sgarbato, *žlargę, žlajgwę* liquefare, *žlamę* rilassare REW 4861, ecc., *mášču, bešča* bestia, *ščapí* intiepidire (da *čęp*), *mášča* maschera, *kaščáṅ* cristiano, *žǧandá* schiantato ecc. b) davanti alle altre cons. l'*s* è una mera sibilante, sorda dav. a *k, p, f, r*, sonora dav. a *b, g, m, v*: *u skǫ́s* grembo, *u skaṅ* scanno, *spuę* sputare, *na spérla* raggio di sole, *ĝęspa* vaso ampio ma poco profondo in cui si lascia il latte perchè faccia la panna. *sfunigę* rimescolare, *la sfúra* diarrea, *da sfrǫ́š* di contrabbanda, *u sráč* la ricotta, la *srǫ́* sorella ecc. — *la śbráṅgula* bandella, *śbręnča* vestiti in brani, *śburí* sdrucciolare, *śĝiṅga* sterco, *śgarzigę* stuzzicare, *śgaratę* raschiare, — *na śmáǧǧa* macchia, *śmajží* sparito, *śmattí* imbambolito, *śmurzę* spegnere (ma *smana* settimana, *smęnt* semenza), *śvaní* sbiadito, *śvarę́si* farsi passare un dolore ecc. A Ro. l'*s* palatale di a) è in via di sparizione. Questa tendenza è generale nelle generazioni più recenti, l'*s* palatale troppo sapendo di contadinesco. Ved. cap. fin. **96. s = *z*:** *la zál* la sala axalis, *ęsbjęz* di sghembo, *na vęǧǧa rǫ́za* un cattivo cavallo, *l mataráz, l amprandiz* l'apprendista. False regressioni. Vedi al num. 77 e 79 n. (Salv. P. Arb. 77. *zef* sego).

M. 97. Raddoppiato tra vocali: *la gręmma* panna, *la lámma, la lĭmma, la skümma* skūma, *al pummi* pomi, *la tàmma* la tema, *ansęmma* insieme, *la brümma* Iac. *noi in pumma più* ved. al num. 126ª e cap. fin. — *m = n* nella forma *kuṅfę*! come fare, dirimpetto a *kum* come (Cast. 88, Salv. mil. mod. 199), *rüṅgę* ruminare, Vo¹ *la öṅga* nausea. — **mn = *ñ*:** *söñ, u skáñ, al kulóñi, kalüñę* ecc. (AG XIV, 231 XV 419) — *m = b*: *la bę́lma* melma (num. 118). Ro. *al batavúṅ* (Bo. *matavúṅ*) il calabrone. **N. 98. Tra vocali**: *la lána, la kę́na* catena, *la ǧavína* dirupamento ecc. L'*n* è **faucale** dopo l'accento a Vo. Riva Valdobbia, Pila e Va: Vo¹ *la smóṅa* settimana, *kampóṅa, čę́ṅa, kéṅa, la loṅa* lana, *fontoṅa, na veṅa* ecc. *méṅa* egli mena (*maná* menato)

Digitized by Google

spęčęńa egli pettina (*pęčęnę* pettinare). — **Dopo *i* tonica l'*n* è palatalizzato**: *ńj* (= *ñ*): *farińja*, *pruińja* brina, *murźińja* morbida, *la larśińja* la resina, *pińja* piena, *la galińja* ecc. L'*n* faucale palatalizzato che è prodotto dalla propagginazione mediata dell'*i* (Ascoli AG I 256) fa capolino anche nel Canavese (Brosso) e nella Sottoselva. Sopra l'*n* faucale ved. nel cap. fin. — **99. All'uscita** a) di solito = *n̂*: *paṅ*, *buṅ*, *piṅ* pieno, *mataviṅ* calabrone. Ro.: *aṅ leſ*, *aṅ fjaṅk*, *ūṅ ṁanšō* ecc. b) *ñ*: *beñ*, *feñ*, *dręñ* prima. ved. cap. fin. c) nei proparossitoni = dileguato (num. 69ª): *ǧǫvu* giovane, *manǧávu* mangiavano ecc. ved. cap. fin. d) Tace nell'uso pleonastico di bene: *a t vúggi bę*! tu vedi! AG xv 420, Salv. lag. magg. 215) e) *n* = *m*: *kum la kǫ̃* con la cote, *kum la ķǫrda*. **100. -gn-, -nj-, -ni** = *ñ*: *asñęsi* segnarsi, *ūn ċęñu* striscia di terra in una parete (REW 1928), *al kūñ* cuneo, — *kęñ* cani, *mutǫñ* montoni ecc. A Cc.: *mutǫj* (sing. *mutǫń*), *karboj* ecc. Ved. num. 66, 47. **101.** *n* di sovente = *r*: *al lęndri* lendini, *arma* anima acino, *armju!* animo, coraggio! *marmeliń* mignolo, *vrimǫs* venimen velenoso, *l e tūt vrim!* è tanto nervoso!, *sambrę* seminare (Ro. *smanę*) — *arūmaj* animali, *nuránta*. Si tratta di dissimilazione. Cast. 110.

C, G e le loro complicazioni.

102. c, g velari iniziali (principio di parola e di sillaba latina): *kaśęt* cantina, *kalǫrja* REW 1528 (Vo¹ *kalůra*), *al kamvęl* (Cc.) la cantina (Salv. P. Arb. 104 *canvèt*), *karkanę* balbettare, *al kaulęt* arnese che serve a portar legna e pietre v. Tonetti *caula*, *l kǫ* il bandolo REW 1668, *kǫża* REW 4744 scoiattolo (Vo¹ *kóśre*), *la krǫǧja* nido, casa nativa, *kwázza* treccia REW 1774, *la kulóra* il nocciolo REW 2271, — *balkę* cessare di piovere, *męrku* mercoledì — *fjaṅk*, *lark* ecc.; — *al gǎbju* letto di fiume secco, *ganivęl* (Ro.) sparviere, *garfjúń* ciliegia innestata grossa, *garůf* spreg. cane, *gǎddu* garbo, *gǎnna* fame smisurata, *ĝęża* mastello, *ĝirĝę* REW 3858, *la gōra* REW 3821, *gręva* REW 3855 nostalgia, *gwarnę* REW 3903 serbare — *žlargę*, *śĝińga* sterco; — **c latino = g romanzo** (Gröbers Grundriss I² 675): *gabůń* kabā, *gambiś* kamb-, *gambru* cammarus, *gamba* camba, *gámula* caria + tarmulus (Salv. pal. lomb. 4ⁿ), *garbilęsi* carabus rissare, *garufiń* caryo-, *garůlli* *carulium sassi, *garžǒ* cardiolum gemma d'un anno, *gáseri* catharus i seguaci di Fra Dolcino, *gra* cratis

Digitized by Google

gratella, *grampálla* krampa ferri per camminare sulla neve e sul ghiaccio, *gráppja* kripja, (Ro.) *gratarǫ* kratten grattugia, *grǫ́p* cruppa nodo, *guęl* REW 2401 catino, *gúmbbju* cubitus, *gurę́ñ* cutis tiglioso, *gũojǫla* cupa zangola, *argauzę́* rincalzare (le patate) [monf. *arcausée* rincalzare il granturco], *argǫ́li* recolligere, *argórda* chord-, *bargulǫ́tti* castagne secche cotte (Ton. *barcolè* ecc.). *sk* (Salv. K. J. 124): Cm. *śgijǫ́* scivolare, Ro. *n aśǧáf* schiaffo. — Cas. speciali: *skumfju* gonfio (Cast. 538[2]), *la krúnda* gruda, Ro. *gamišęl* — Bo. *kamišę́l* matassa, Ro. *skavićę́* sbucciare le castagne (Salv. Arb. II 25, 37 *gaj*), *l kǒ* goto patrigno, f. *la kówa*. — *la żǫ́ja* gioia, nel linguaggio delle canzonette. **103. c, g tra vocali**: a) = *g* **tra vocali, *k* all'uscita romanza**: *la braga*, *bũgá* bucato, *u štǒ́ngu* petto, *šũgǫ́* asciugare, *ligam* legacciolo, *la trǫga* gronda, *legũjm* legumi, *frãga* fragola, -ica: *pę́rga*, *rę́šga* sega, *dumę́ñga* domenica, *vašiga*, *spĩga*, *rĩga* ecc. cfr. *iniga* malcontenta REW 4439 — īcare: *karĝę́*, *šgarziĝę́* stuzzicare (i denti), *farĝę́* fregare, *rampiĝę́*, *skurĝę́* scorticare, *vašiĝę́* ronzare, *sfuniĝę́* rimescolare, *ćũñĝę́* mangiare con disgusto, *maśĝę́* masticare, *ansiĝę́* aizzare -- *fĩggu* fegato REW 8494, Vo. *fĩgu*, Fe. *fĩk*, Ro. *fidgu*, Cc. Cm. Rima S. G. *fĩgru*, Ton. *fidigu*; — *al trǒk* truogolo, *antrę́k* intiero, *ćerošik* chirurgo, *inĩk* malcontento, ecc. Voci importate: *butę́ja*, *štría*, *strijũñ* strega, stregone, *fjarę́* Ro. *fjęrę́* REW 3476 piem. *fjaré*, *fjairé*. Falsa regressione: *la kumfrarigi* voce antica per Pentecoste 'confraterie'. b) **Dav. al *g* tra vocali (da c, g, qu) si sviluppa talvolta un *j***: *lũmájga* lumaca, *burájĝi* borraggine, *pjajga* piaga, *pjajgę́l* piagnolone, *la tejga* theca guscio, *daštajĝę́* sgusciare, *aštajgwę́* liquare, *lajgwęt* foruncolo, *la nojga* grossa noce, *uvájk* opacus baclo, — *majgru*, *ajgru* — Cm. *nęjgru* nero (Bo. Ro. *nę́ñgru*), Vo[1] *lajk* lago, Ton. *fraiga* fragola. Cfr. le risoluzioni analoghe (Ticino, Bassa Engadina. AG I 207, 260) che sono fasi anteriori al dileguo di *-g-*. (Nel franc. *maigre*, *aigre* accanto a *lairme*). Nel Biellese (Garlanda) il *g* interno si dilegua in certe zone, in altre è conservato (*furmiga - furmia*, *spiga - spia* ecc.) Notevolissime ci sono le forme *veg - vei* vago, aperto al sole, *megru* (*salveĵ - salvej*). L'*e* non è altro che un anteriore *ai* che corrisponde al valsesiano *vaigo* (Ton.), *uvajk*. Anche qui la forma *jg* accompagna e precede il dileguo di *g*. Possiamo dunque dedurne, come già accennava il Salv. (Dial. alp.) che il valsesiano *-jg-* è una fase anteriore al *-j-* piemontese-lombardo. ved. cap. fin. c) **il *g* tra vocale si dilegua se l'una delle due vocali è un *u***: *al fǫ* fagu, *avǫ́št* augu-

Digitized by Google

stus, *la pẹ́wra* pecora, *al saûs* segugio, *mandráwla* 'mandragola' mala femmina, *núta* ne-gutta, *ûla* se provviene da ugola (ma ūvula!). ved. 126ª AG I 211. e) **-aticu**: I. *-ajk, -ajga: salvajk, salvajga, vulajga* cosa leggera che vola, *kumpanajgu* companatico, Ton. *bjajgét* REW 825, II. *-aǧǧu: viáǧǧu, kuráǧǧu, furmáǧǧu, darmáǧǧu* danno, *amprandisáǧǧu* frc. apprentissage. Casi speciali: *armádgu* aromaticu tempo umido, Agnona (Rusc.) *pratgo* = Voci semidotte. — Cfr. ant. genovese (AG x 163): I. *companaigo, salvaigo, grammaigo, naiga* ecc., II. *avantaio, coraio, darmaio, formaio, viaio*. It.: I. *selvatico, companatico, natica* ecc., II. *viaggio, formaggio, coraggio* ecc. Le forme sotto II. sono voci importate dal franc. — prov.; le altre sono regolari. — e) **pulex, pollex, nux, varix,** *pülgu, pọlgu, nojga, varga*, AG x 92, Einf.² § 162.

104. ce, ci nella formola iniziale — *ċ*: *ċandrẹ́* focolare, *ċẹ́ra, ċẹ́na, arċanẹ́* 'ricenare' mangiare un boccone prima di andare a letto, *ċiñẹ́* far segno cogli occhi, *ċikẹ́t* ciocco, *ċuọ́tta* civetta, *ċûmma* cima, *ċûmaš* cimice, ecc. — **interno dopo consonante**: *dọ̄ċ* dolce. **105. ce, ci tra vocali** = *ž* (*ś*), all'uscita = *š*: *al sṓžu* suocero, *pažju* *pacidu tranquillo, *la lọ́žna* REW 5142 il baleno, *aržantẹ́* sciacquare, *mažnẹ́* macinare, *mažarẹ́* macerare, *ažẹj* aceto, *taží* tacere, *pjaží* piacere (3. sing. *taš, pjaš*), *kọ́ži* cuocere, *küží* cucire ecc. — *naríš, amíš* amice o ámici? AG xv 276, *parníš* pernice *láręš* larice, *ċûmęš, mantęš*, — *la krọ̄š, nọ̄š, la prṓš* prŏce aiuola, *la rẹš* radice, *l ampẹš* pece, — *dęš, ûndęš, dažḍọ́t, dẹžmu, dižẹ́mbri* — ma *daśnof, duśẹnt, duśẹna*. — *mpajśá* impeciato, *brüśámmi* bruciatomi. Negli altri dialetti della Valle prevale l'*ś*: Ro. *a laśẹrta, kọ́śi, avśíṅ* vicino, *arśantẹ̄, aśẹ́j* — *la prōs, láras, ċûmas, nụ́s* ecc. ved. num. 95. **La conservazione del** *ċ* è una delle più importanti caratteristiche valsesiane. (ved. cap. fin.) Possiamo distinguere una regione lombarda occidentale alla quale appartengono anche l'Ossola, la Valsesia ed il Biellese (AG xvi 201) e dove al *ce ci* rispondono le fricative o schiacciate č, š, ž, — da una regione lombarda orientale-veneta e piemontese-genovese, dove si trova la mera sibilante (s, z). Il contatto della regione del ċ colla regione del s è causa di diverse reazioni. A Orlongo (Borgosesia) per es.: *ċükru* zucchero, *ċüka* zucca, *ǵíu* zio, *ǵía* zia, *meċ* mezzo, *ǵanón* Zenone, *ǵeru* zero ecc. (estratto da una lettera di Don Ravelli). E saranno regressioni analoghe il varallese *nċûṅ* nessuno (da **nsûṅ*) Bo. *ċampa* zampa. — **106. c + j** = *ċ*

Digitized by Google

(tra vocali tendenza alla geminazione it. gr. § 247): *arċùn* — *pàċċa* abete picea, *vàċċa* buccia del grano, la *karóċċa* — -aciu: *tampàċ* tempaccio, *aŋkajnàċ* catenaccio, *spuàċ* sputo, *spinaċ* ecc. — -acia: *fiyàċċa* focaccia, *urtigàċċa* bruciore, *mutàċċa* capra senza corna — *valùċ* vagliatura, *palùjċ* pl. avanzi di paglia, *pačanùċ* pettinatura, *tarùċ* terriccio, *raśgùċ* segatura ecc. Desinenza superlativa: *nöf nuvìċ* nuovissimo, *sẹk sačìċ*, *frẹċ fraǰìċ*, *vert vardìċ*. — *kawza, argawzẹ* rincalzare, *daskọz* scalzo. Anche nell'italiano *calza* sorprende, it. gr. § 248. Lombardismi: *l azál* *aciale l'acciaio, *l azarín* acciarino, *la zána* cyathina REW 2433 bicchiere, — *sfazá* sfacciato (Falsa regressione). **107. ge, gi iniziale** = *ǰ*, **tra vocali** = *ǰǰ*: *ǰẹndri* genero, *ǰanǰiva* gengiva, *ǰẹ́rbju* maggese, *ǰarmuljẹ* germogliare (v. dotta), *ǰümi* gemere — *miǹǰi* mungere, *arǰẹ́nt*, *iǹǰi* ungere, *téǹǰi* tingere, *vóǰi* volgere — *lẹǰǰi* leggere, *friǰǰi* friggere, *rūǰǰu* ruggine (Ro. *rūǰǰu* falsa regressione), *murdiǰǰu* prurito alla pelle che eccita a grattarsi, *kaliǰǰu* fuliggine. — ma *nżarmá* bramoso, uno che va pazzo d'una cosa (monf. *ingermare* fatare). Dileguo: *rẹt* rigido. **108. g + j** = *ǰ*: *ruǰǰa* arrugia REW 678 canale, *fáǰǰa* fagea faggiola. **109. cl iniziale** = *č*, **tra vocali** = *ǰ*: *čuvẹnda* claudenda siepe, *čọ* clavus, *sčop* *stloppus schioppo, *čergu* chierico, *čirigá* clericata uovo al piatto; qui spetterà *čep* benchè la spiegazione proposta dal Nigra (*tepulu* = **tleplu* = **tleppu* = *kleppu*, AG xv 108) non soddisfaccia — *ċerču*, *můšču*, *tarčós* compartimento nelle mangiatoie, *ašćari* 'schiarire' vedere, *inčuẹ* inchiodare, *kwẹ́rču* coperchio, — *la vúǰǰa* ago, *la kaviǰǰa* caviglia, *ün öǰǰu*, *l uráǰǰa*, *náǰǰu* anniculus capra che non ha ancora fatto latte a due anni — *la ǰẹ̀za* ecclesia. — Eccezione: *la páča* (spreg.) cibo REW 6131 *pacula. — **gl a formola iniziale ed interna** = *ǰ*: *ǰil* gliris ghiro, *ǰára* glarea, *ǰaċa* ghiaccia, *l iǹǰa*, *saǹǰut* singhiozzo, *daśviǰẹ* svegliare, *al kwáǰǰu* quaglio ecc. — Sopra l'evoluzione del *cl* vedi qui sotto. **110. -ct** = *č*: *lač*, *pẹč* poppa delle bestie, *rūčẹ*, *na lūča* lūctus un piagnucolone REW 5149, *drìča*, *al ſačurẹ́t* arnese per dar la forma al formaggio, *pẹ́ču* pettine, *lačůga*, *šūčina* siccità, *štrenč*, *ǰúnč*, *punčẹ́* serrare a chiave ecc. — *frẹč* — *fráǰǰa* freddo. Eccezioni: *fajtọ* conciatore di pelli, *döjt* garbo (ma *daśdọč*), voci importate. — *ọt* otto (influsso di *sẹt* Salv. Rom. 28, 111).

La storia del -cl- e del -ct: (it. gr. § 243, Salv. lomb.-alp. 278², AG 1 82¹, Salv. sanfr. 444, Salv. K. J. 125-126, Meyer-Lübke, Hist. franz. gramm. § 166, Suchier, Gröbers Grundriss, ² p. 735).

Digitized by Google

'La storia del lomb. *ġ* = *-cl-*, dice il Salvioni, non mi pare bene intesa dal M. L. it. gr. § 243. Io ritengo che la Lomb. abbia dapprima fatto la stessa strada che il Piemonte, la Liguria, la Rezia, la Gallia e la Spagna, che contrappongono il loro *-gl-* al *-cl-* della rimanente Romania, solo che giuntisi alla comune fase *glj*, la Lomb. fece da sè, non s'accompagnò agli altri paesi nel ridurre questa formola a *lj* ma la ridusse *a ĝj*, ebbe cioè rispetto ad essa lo stesso contegno che ebbe rispetto a *'klj-* l'intera Italia, la quale ne fece *kj-* mentre la Spagna ne fece *lj-*. Da *ĝj* si venne poi a *ġ* come vi si venne a formola iniziale (*ġanda*) e come anche da *kj-* si giunse a *ċ* (*ċamà*).' Il valsesiano *ĝ* è la fase intermedia tra *gj* e *ġ*. — La storia del -ct è più complicata. L'Ascoli propone la serie seguente: 1. *ct*, 2. *jt*, 3. *jtj* (con propagginazione dell'*j*), 4. *ċ*. Il Salvioni va d'accordo coll'Ascoli considerando l'*jt* come fase anteriore del *ċ*. Altrimenti si presenta la serie del M.-L. (hist. franz. gramm.): 1. *ct*, 2. *ĥt*, 3. *t'* (*t* palatizzato), 4. *it'*, 5. *jt*. Il *ċ* è una modificazione di 3, così sarebbe più antico che il *jt*. Il Suchier non nega la possibilità di *ĥt*; ma gli pare più probabile l'ipotesi del Thomson, che passa direttamente da *ct* a *t'*. *ċ* et *jt* sarebbero secondo lui fasi posteriori di *t'*. L'ipotesi Ascoli-Salvioni secondo la quale la formola *-jt* nel piemontese-francese sarebbe la base del *ċ* nel lombardo-provenzale non ci par convincente per ragioni storiche (ved. cap. fin.). Come sostegno della teoria SuchierThomson diamo il quadro seguente:

1. ce- — *č* ⟨ *ċ* vals. *ċęna* ; *t'* — *z* — *s* franc. *sęn* (cène)

2. -ce- — *č* — *ĝ* ⟨ *ż* vals. *vżiṅ* ; *d'* — *iś* franc. *voisin*.

3. -sj- — *s'* (pal. sorda) — *ś'* (pal. son.) ⟨ *ż* vals. *bażę* ; *iś* franc. *baiser*.

4. -ssj- — *s'* (pal. sorda) ⟨ *ś* vals. *baśę* ; *is* franc. *baisser*

5. -ct- — *t'* ⟨ *č* — *ċ* vals. *fač* lomb. *fać* ; *jt'* ⟨ canav. *fęċ* spagn. *hecho* ; *jt* franc. piem. *fait*

6. -cs (x) — *s'* (pal. sorda) ⟨ *ś* vals. *la laśa* ; *is* franc. *la laisse*

7. -cl- — *gl* — *glj* ⟨ *ĝ* — *ġ* vals. *ôĝĝu* lomb. *öć* ; *lj* franc. *oeil*. (piem. *öj*).

Digitized by Google

Abbiamo in tutti questi casi come punto di partenza un suono palatale labile che può svilupparsi in due modi: 1. la sua articolazione palatale-consonantica si conserva, 2. il suono labile si disgrega in un elemento consonantico dentale e un elemento vocalico palatale. Sono evoluzioni assolutamente diverse, che hanno profonde radici nell'articulazione specifica d'un singolo parlare. (ved. cap. fin.). Dell'estensione di questi fenomeni vedi cap. fin. — **111. c, g, e le loro complicazioni nelle voci importate**: a) *la kuća* letto del cane, *la męća* frc. mèche, succhiello, *la šbauća* frc. débauche, libertinaggio, *la ǧęna* b) *la fláša* frc. flèche, *la krǫša* la brocca, *šigriná* frc. chagriné c) *buǧę* frc. bouger, *daśranǧęsi* se déranger, *manǧę, al ǧis, la ǧansána, ǧaun* giallo, *ǧuęl* gioiello, *ǧirumętta* (*ǧörimętta*) uno stupido. d) *formáǧǧu, dalmáǧǧu, kuráǧǧu, viáǧǧu, tapáǧǧu — mbrünčá* imbronciato, *arlǫč* orologio, *arluǧę* orologiaio, *ánǧlu* angiolo, *lǧęr* leggiero, *la ǧáka, ǧáromusáota* grido dei fanciulli nel fare a rimpiatterello (Hieronimus) — *minčún, bičęr.* e) *al siǧil* sugello, *la viǧilia* (semidotte), *čęl čálla* piem. chiel, chiella f) *žǧandá* schiantato, *la ǧiffa* malattia per cui gonfiasi la gola e la faccia, *žlavaǧá* sbiadito — *la čispa* cispa g) *al marzęj* merciaiuolo, *lu spazję* (o *spizję*) farmacista. — Sotto f) forme non schiarite.

112. t intervocale = *d*, che segue le sorti di *d* ved. n. 113.

113. d primario e secondario dileguato tra vocali e all'uscita: *frę́l* fratello, *al trę́nt* tridente, *mjulla* midollo, *gúmbju* gomito ecc. — *la sęja* seta, *munęja* moneta, *pręja* pietra ecc. *spuę — spǫva* sputare, *la kúa* coda, *la čuvę́nda* la siepe, *la pjǫ́wa* lastra REW 6589 ecc. — *al fjá* fiato, *al pę* piede, *la grá* cratis — *la rę́j* rete, *l ažę́j* l'aceto ecc. Cade talvolta anche dopo cons.: *skurgę́* scorticare, *mažgę́* masticare (*ž* pal. accenna ancora al *t* ved. num. 95a). Ved. num. 126a. Voci semidotte o lombardismi con d primario o secondario conservato: *al kadín, ladín* liscio (accanto a *lę́n* semplice), *al mędru* modello, *al nudę́* notaio, *arędi* erede, *fidęsi* fidarsi. — **114. tr, dr**: *al párę, la márę, ün ǫ́ru* otre, *al vę́ru* vetro, *al vulárų* genziana gialla REW 9217 ecc. Questo fenomeno è importante per la demarcazione del piemontese e del lombardo v. cap. fin. Voce importata: *kwadru* arnese per portar tronchi ecc. **115. p, b tra vocali** = *v*: *la kráva, la kánva* ecc., *druwí* 'dropire' aprire. **-pr-, -br-**: *la lę́vri, favrę́* febbraio, *la fę́vra* febbre, *al pę́vru* pepe — Vo.[1] *sábbru*, Is. *zebru*, Ton. *sebru* catino per lavare, mastello REW 9631 — *sǫra* sopra. **pr a formola iniziale talvolta in** *br*: *barlún* pezzo di sterco, *brálla* cache-

Digitized by Google

relli di capra *pirula, *barnás* prunatiu pala del fuoco, *barñún* prunea (p + r = b + r: AG xv 101) — **Casi speciali:** *al murfél* da morbu + ellu? moccio dei bambini *al kanlún* canapule ved. num. 126a — *al purín* capezzolo (monf. *burín*) — **p, b, v all' uscita romanza:** *u lüf* lupo, *al véf* vedovo, *la séf* sebu, *béf* beve, *parséf* mangiatoia REW 6724, *táf* terreno sgombro di neve REW 8511. Vo.[1] *aprőf* dopo REW 197 Bo. *aprő*, Ton. *preu, apreu*, ant. ast. *pröf* St. Albino *apreu.* — *w* di iato: *mi i krof* io casco (*kruvé*), *mi i sóf* sudo (*suvé*).

Accidenti Generali.

116. Accento: *péla, réš, póra* ecc. ved. num. 126. — *la báwla* betulla (Cm. *bóla*', *valka monéka* (Cm.) nome geografico (= Varga Monga '-Monaca') — **Rafforzamento di consonante dopo l'accento:** *vánni vánni* vieni (grido per chiamare le bestie), *jütémmi* aiutarmi, *l a pjažümmi* mi ha piaciuto, *raspundüggi* rispostogli, *vardévvi* guardatevi, *i an pjantálla* l'hanno piantata, *l a baratállu* l'ha cambiato, *i g n úmma sénnu* ne abbiamo abbastanza, *námmi námmi!* no, no! ecc.

117. Assimilazione: a) **vocalica:** *sutürnu* Saturnius malinconico AG xvii 108, Ro. *s'asǵönöǧeria* s'inginochierebbe, Cc. *döšröstíš* 'disvestisce', *stürlünę* starnutare, *pjažurús* piacerebbe, *prumuttü* promesso, *čęl a s undurmis* si addormenta, *s inǵinöǧǧa ǵú, t aj lüǵüllu?* l'hai letto? — Questo fenomeno è molto esteso nella Val Vogna: *rośón* ragione, *la tus išnína* (Ro. *ašnína*) tosse canina, *ǧulün* geloni, *skuolót* 'scodelletta', *sokórje* cicorie, *vošöǧǧa* 'vescicola', *duvüta* divota (masc. *divót*), *montón* mento, *l unkúvju* incubo, *düšlügá* dislocato, *sugúr* sicuro, *monója* moneta (regolarmente *munója*), *mutü* messo, *buvü* bevuto, ecc. Vo.[2] *sügúr, ǵönöǧǧu, propálla* farfalla. b) **consonantica:** *abšę* pesare, *löggu* (Cc. *lędgu* Vo.[2] *löttigu*) solletico Ro.: *a fšiga* vessica, *a psaka* (Bo. *basáka*) saccone di paglia — *a kámna.* Assim. fonosintatt. num. 126a. **118. Dissimilazione:** *la lira* liglio, *la bélma* melma, *bénnula* donnola, *l ǫlba* (Ro. *a vulba*) volva la loppa — *fumbra, vrim* ved. n. 101 venimen, *vrimós* velenoso, *lęndri, arma, armju* coraggio, *marmelún, arümaj, nuranta* n. 101. — Vo.[1] *la linǧéra* ringhiera. — **119. Prostesi** (Non essendo sufficienti i miei materiali rinunzio ad una trattazione sistematica): a) **vocalica:** I. quando coll' elisione della protonica si è formato un nesso iniziale composto da continua + cons. (num. 40b): *arżantę, armędju,*

Digitized by Google

aržína, *alkę* leccare', ecc. — Esempio sui generis: *abkùn* boccone. II. dav. a *s* impura: *n-a-šlęnč* uno slancio, *n-a-skalìn*, *n-a-spás* una tesa (misura per il legname) REW 8129, *n-a-skû* uno scudo, *l-a-spos* lo sposo ecc. — plurale: *j-a-sprûñ* gli sproni, *j-a-šĝajf* gli schiaffi, *j-a-spiĝi* ecc. A Rossa la prostesi in questi casi è regolare, a Bo. s'ha anche *li spiĝi* ecc. III. nella terza pers. sing. dei verbi che hanno come nesso iniziale *s* impura o continua + cons.: Ro.: *čęl l-a-skrif*, *l-a-rgǫja* ecc. Bo. ha in questi casi: *čęl lu štarlûna*, *čęl lu rgǫla* ecc. IV. dav. a de + cons. *dreñ a-d l uštaria* davanti all'osteria, *a-d la sua vita* della sua vita ecc. Ro. *n apsigùn a-t sá* un pizzico di sale, Jac. *poc ad bun*, *pei ad camossa* ecc. V. Dav. ai pron. congiunti in frasi interrogative o condizionali: *a-t saj*? sai?, *a-t pöj dęmi*? puoi darmi? *a-t vugga nutta*? Non vedi niente? *s a-t mǫrt a rúña* (Ro.) se ti morde la rogna, *s a-s vǫ passę* se si vuole passare, *s agtúka* se a voi tocca... ecc. VI. Per evitare nessi mal tollerabili nella frase: *i sun a-stàmmi* sono stato, *sun a-štôf* sono stanco, *męñ -a-ĝúnči* mani giunte Jac.: *Chi doveisu tuc agni* che dovessero tutti venire ecc. (v. cap. fin. b) **consonantica**: *mi i vunč*, *ti t vunĝi* ecc. part. *vúnč*, ma *unĝi* ungere. A Cm., Fe., Vo.², Rassa: *vûn*, *vǫt*, *vůndes* ecc. (Salv. mil. mod. 214). — **120. Epentesi:** *la platęja* platea, *la lęja* l'allea, *męja* mia, *ebręju* Ebreo ecc. — *kruvę* 'crodare' cascare, *avǫšt* agosto, *pula faravǫna* Pharaone, Cc. *la fjǫva* fiore v. num. 113, 126. — *nęngru* nero (anche a Ro.), Ro. *pransàmmu* prezzemolo, Vo.² *šlęngwę* liquare, Cc. *linĝęr* leggero, Fe. *la prampúla* farfalla (Bo. *parpálla*) — *l ambja* la zia (Ro. *ammja*), *la fumbra* (Ro. *fumna*), *sambrę* seminare (Ro. *smanę*), *al limbju* striscia d'erba fra due campi (Ro. *límmju*), *la šimbja* (Ro. *a šümmja*), *al nümbru*, *la kambra* (Ro. *kamna*). — **121. Aferesi:** *u ltar* altare, *vansülǫñ* avanzi del pasto, *drópik* idropico ecc. ved. num. 35, 39, 51. — *kupjû* **aṅkupjû* più, *kupój* purtroppo. ved. num. 124. — **122. Sincope**: *skurĝę* scorticare, *la pęrga* pertica, *maśĝę* masticare, *śmaṅĝę* dimenticare — *ávoki* altrochè, *prikę* praedicare parlare, *mištę* mestiere, *męśdabusk* 'maestro da bosco' falegname, *vantę* volontieri, Ro.: *čintórju* (Bo. *čümüntórju*) ved. num. 61, 126. — **123. Metatesi:** cons. + r + e = cons. + a + r: num. 41. -- *la kráva*, *prǫja* pietra, *antręk* intiero, *marú-marúa* maturo, — *áśna* occhiello REW 490?, Vo.¹ *al fulĝę* focolare (Ton. *fogolèe*. Salv. pal. lomb. 11 Peccia *forĝa*), Fe. *drumí* dormire, *drǫm* dormo; *frům* fermo.

124. Concrezione: Ro.: *la larżìna* la resina, *da dalúnč*

Digitized by Google

da lungi, Cm. *dabjǫ* azzurro. — **Secrezione:** *la tania-al taniji* la litania, *la ligria* ecc. — *šẹ* lasciare, *šač* lasciato (sopraselv. *schar* allato a *laschar* AG I 108), Cc. *mẹ̈ṅga* domenica (di menica), Vo.[1] *u sik* pizzico, da *pit-sico*, *pit* nel senso di *pittu* piccolo (?). **125. Contaminazione:** *l amfǫddra* (fodera + infoderare), *l ampẹ́š* (pece + impeciare), *ċöğğu* (cieco + occhio), *(öğğu)*, *fustüğği* fastidî (fastídium + studium), *sẹlvru* sedano (sĕlĭnum + juniperu), *ċüṅĝẹ́* mangiare con disgusto (Ton. cimigh + *rüṅĝẹ́* rumicare), *sunẹ́ bawĝátta* suonare a festa (Ton. *baudëtta* + *bawgu* altalena) — **Contatto tra elementi vocalici (semivocalici). 126.** I. **Atona** + **Tonica:** a) *a* + *i*: *la rẹ́š*, *al bẹ́l*, *lẹ́n* latinu (*na bajlá*, *žlajnẹ́*) b) *a* + *é*: *al mẹ́štru*, *la mẹ́štra* siero fermentato REW 5229, *la kẹ́na* (*pajlẹ́t*, *aṅkajnáċ.)*, *arẹ́nt* vicino, appresso = a + radente (Salv. AG XVI 287), *al frẹ́l*, *la pẹ́la*, — *fẹ́s* facessi, *dẹs*, *stẹs*, *ẹs* avessi (in tutte le persone). Vedi il rapporto tra l'evoluzione dell'e lungo latino ed il dittongo prodotto dal contatto di a + i, a + e, num. 9. [Il rapporto esiste soltanto nei dialetti dove l'e lungo è od era dittongato. Non a Mal. *munẹ́e* moneta — *chẹjna*, nella Valle Antigorio (Salv. pal. lomb. 7) *čejna* actena] c) *a* + *ó*: *pǫ́ra* paura (*pawrǫ́s*), *kúra* qua hora quando, *muṅ* mattone, *mürǫ́* muratore, *rügǫ́* 'rugatore' bastone della polenta, *ratulǫ́* 'rattovolatore' pipistrello (Ton. *ratvolôo*, piem. Zalli *rat-volòr rata-volöira*, Cast. *rataurǫ́jra*), Ro. *šügü* asciugamano, *taujú* asse da polenta, *al bañú*, *la martlöra* taglio della falce. — *avǫ́st. a* dell'articolo + *u* iniziale: Ro. *a wårtiga* l'urtica. d) *i* + *é*: Vo.' *vẹ́l*, Ro. *al trẹ́nt* tridente; e) *e* + *ú* (*o*) *mjúlla* midollo, *e* + *á*: *ljám* letame, *sjás* 'setaccio' f) *u* + *é*: *čuvẹ́nda* siepe, *kruvẹ́ ǵü* 'crodare giù' cadere, *kruvẹ́lli* castagne che cadono, — *suvẹ́* sudare (all'uscita: *al sǫ́f* egli suda, *al krǫf* egli 'cròda') II. **Tonica** + **Atona:** a) *á* + *i* attratta (num. 4): *sulẹ́*, *ċivẹ́ra* ecc.; *gwẹ́nt*, *bẹ́ṅk*, *bakẹ́ñ*, *ẹbbja* ecc. — *majgru*, *ajgru* ecc. ved. cap. fin. num. 40b. — *ǧára* = **glajra* ghiaia. b) *á* + *u*: *al fǫ* faggio, *kǫ* bandolo, *čǫ́* chiodo c) *é* + *a*: *mẹja* mia, *buttẹja* bottega, *platẹja*, *lẹja* allea — *sẹja* seta, *prẹja* ecc. Vo.' *sǫja*. L *j* che toglie l'iato è cagione dell'aprirsi dell'*e* (Dissimilazione). d) *i* + *a*: *la pavija* pipita ecc. e) *ó* + *a*: *la rǫ́wa*, *pjǫwa* lastra, *kǫ́wa* matrigna, *skǫwa* scopa ecc. La semi-cons. *w* può dileguarsi (*la kóa*), ma di solito ha il suono *-uw-*. — Ro. *a varǫ* (**varǫa*) num. 79. — *anvǫ́-anvúwa*. f) *ó* + *i*: *sfura* diarrea (*sfujra), *pastúra* pastoia, Ro. *trüna* cantina, (Rueglio canavese *trų̣ina* cantina, ant. gen. *truina* abside della

Digitized by Google

chiesa AG XIV 16) g) *u* + *a*: *úa* uva, *krúa* (*krü*) cruda, *marúa* (*marü*) ecc. Ved. num. 33. — **126** *a*. **Evoluzioni fonosintattiche**: I. **Digradazioni e assimilazioni**: 1. vocaliche: Secondo la rapidità del parlare il nesso 'io ho' + participio passa attraverso i differenti gradi *mi i ṓ* — *jṓ* — *jṹ* — *ṹ* — *í*. (*jü kantá*, *i truvá* ecc.). *i sö* 'io so' diventa *i sü mia mí* non so. 'Bene' nell'uso pleonastico: Bo. *bę*, Cc., Cm., Vo. *ba*: *i dikbá* (ma *l a ben priká* ha bene parlato). La particella negativa 'no': *na*. 2. Consonantiche: Cc. *mẹ gar ǫm* mio caro uomo. Va. *l a gmansá a durmí* ha cominciato a dormire, *mia tan tem da brṓ* mica tanto tempo dopo (*da prṓ*) — Bo. *i dẹn groš* i denti grossi, *raspún mi* mi risponde, *skun si* nascondersi, Ro. *kus brütt tampáċ* (questo ...), *al vös vašti* il vostro vestito, *i nös barñúñ* le nostre prugne, *ċẹngambi* centogambe, *ven marín* vento marino, *tem da smént* tempo di semenza, *am kam da stubbja* campo di stoppie. Va. *muš ni drẹ́ṅ al tö pę* mostraci prima il tuo piede, *tan tem da brṓ* tanto tempo dopo. Salv. Arb. II. 33. Il *č* dei participî *dič*, *fač* ecc. si assimila facilmente nel parlare presto alla cons. seguente: Bo. *i j ö didĝi* gli ho detto, *diĝĝi*, Ro. *dit ċo* detto ciò, Vo. *i ö diĝ ċó*, Va. *didĝi* ecc., Bo. *madĝi* mettici, *bṹrĝi n ċümma* 'buffa' ci sopra, *j am bjüĝĝi pọra* hanno (*áṅ*) avuto paura, *s im bę vardaj* si sono (*iṅ*) già guardati, *ẹt fó* di fuori, Va. *af mánĝa* vi mangia, Cc. *k a-f jütta* che vi aiuti. II. **Estensione di leggi fonetiche al corpo della frase**: 1. Ro. *čẹl al mana sṹ* (reg. *mẹ́na sṹ*; num. 41). 2. Vo. *l ẹ jam* è letame, (reg. *l ę ljám*; num. 72). 3. Ro. *I g prikría s-j-a truęs*. Le parlerei se la trovassi (reg. *s-i-la*; num. 79) — Vo. *sü njaṅka a ru dí* non potrei dirlo (reg. *a lu di*; num. 79?). 4. Ro. *kür ti ka pas aw tẹ́mp* spicciati, chè passa il tempo (reg. *al tẹ́mp*; num. 83), Vo.[1] *aw sọ́ varọ́nda* il sole va giù (reg. *al sọ́*; num. 83). 5. Bo. *ta kapirọ́ši šta sessi tüt* capiresti se sapessi tutto (reg. *s t a sęssi*; num. 95). 6. *k i mmandẹ́s sü m mürọ́* che io mandassi sù un muratore (reg. *k i mandęs*; num. 97). 7. Bo. *a-su-v-úma* a sua madre (num. 120; *v* epentetico), Cc. *l ẹ n drṹsátt* è un rissatore. (reg. *ẹ n rüsátt*; num. 120. *d* epentetico).

Digitized by Google

PER LA CONSERVAZIONE DEI FORAGGI CON FERMENTI SELEZIONATI (1)

Nota del M. E. COSTANTINO GORINI

(Adunanza del 20 giugno 1918)

Non tanto la soddisfazione di registrare nuove conferme dei miei lavori, quanto il desiderio di incitare studiosi e pratici a trarne profitto, mi spinge a segnalare una serie di ricerche ed osservazioni, che vengono dall'estero in appoggio alla mia proposta della preparazione dei silò con fermenti selezionati (1907).

Questa proprosta mi è scaturita dalle indagini sulla microflora dei foraggi infossati, colle quali ho condotto a considerare sotto un nuovo punto di vista la questione tanto discussa circa i fattori delle trasformazioni dei detti foraggi, se cioè esse siano da attribuirsi ad attività microbiche, oppure ad attivà respiratorie ed enzimatiche dei vegetali insilati.

Quando iniziai le mie investigazioni, il problema era vivacemente dibattuto massime negli Stati Uniti d'America, terra classica dell'insilamento, dove la dottrina microbica di Griffiths, Wollny ecc., sostenuta ancora da Burrill e Manns della Stazione Agraria dell'Illinois, stava cedendo il campo alla dottrina detta fisiologica od autolica, avanzata dal Fry, e corroborata dagli studi laboriosi di Babcook, Russell H. L. e Harding della Stazione Agraria del Wisconsin (1900-1901); talchè in quel torno di tempo ed anche in appresso sono usciti trattati americani di batteriologia generale ed agraria, i quali, pur occupandosi di fermentazioni vegetali affini, non fanno

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Batteriologia della Scuola Superiore di Agricoltura di Milano.

Tanto per i miei lavori precedenti quanto per i lavori degli Autori citati in questa memoria vedasi la bibliografia che è elencata alla fine in ordine cronologico.

Digitized by Google

cenno veruno dei silò (Marshall 1911, Jordan 1914), oppure li citano semplicemente per ammonire che in essi l'intervento microbico può essere trascurato anzi *deve* essere impedito (Conn 1901, Lipman 1911, Russell e Hastings 1915).

Nell'affrontare l'intricato argomento, io ho prescisso dal lato teorico e mi sono preoccupato essenzialmente del lato pratico. Mi sono chiesto: lasciando impregiudicato il quesito se il silò possa fermentare normalmente pur senza la partecipazione microbica, è possibile, nelle condizioni della pratica, evitare tale partecipazione? I miei risultati hanno risposto negativamente. Tutti i numerosi silò da me esaminati, di qualunque materiale fossero costituiti, in qualunque modo fossero costrutti e caricati, qualunque temperatura avessero toccato, qualunque esito avessero sortito, di silò dolce o acido, bene o malconservato, ecc., mi rivelarono sempre una microflora lussureggiante e rigogliosa, cioè, punto attenuata nè silente, e, per di più, qualitativamente variata a seconda dei processi fermentativi a cui i foraggi apparivano in preda; onde potei stabilire una distinzione dei silò a norma della reazione culturale da me appositamente escogitata.

A ciò io arrivava già nei miei lavori del 1906-1907. Dopo d'allora la teoria microbica tornò a galla non più però nel senso esclusivista originario, sebbene nel senso di una cooperazione dei microrganismi coi vegetali. Siffatta dottrina eclettica vale a dire microbico-autolica, instaurata da Russell E. J. della Stazione Agraria di Rothamsted (1908) il quale, considerando che il silò contiene invariabilmente batteri e non è mai sterile, sostenne che *nessuna ipotesi è soddisfacente se non tiene conto anche del fattore microbico*, è andata via via rinsaldandosi attraverso parecchi lavori americani (che più avanti citerò), fino a due freschissimi di Lamb (marzo 1917) della Stazione Agraria di Jovva, e di Hunter (luglio 1917) della Stazione Agraria del Kansas, i quali si spinsero anche più in là di Russell; mentre questi assegna ai microbi un'influenza secondaria complementare, Lamb e Hunter gliene ascrivono una primaria essenziale (non escluso lo svolgimento di calore durante il processo fermentativo) accanto a quella dei vegetali infossati. Pur troppo si naviga sempre un po' nel mare delle ipotesi, data l'estrema difficoltà di scindere negli esperimenti le azioni dei tre fattori concomitanti: protoplasma vivente, enzimi o microbi.

Dal canto mio preferisco rimanermi nel positivo e mi appago di costatare che ormai l'intervento microbico è ammesso

Digitized by Google

perlomeno come praticamente inevitabile puranco negli Stati Uniti, cioè, nella culla stessa della dottrina fisiologica ed autolitica e dove i silò vengono preparati col materiale più confaciente (mais-foraggio) e con tutto il rigore possibile per la esclusione della attiva batterica.

***

Resta così assodata la direttiva tracciata dalle mie ricerche, che nei silò il lavorio batterico non dipende da una possibilità di scelta, bensì da una necessità ineluttabile. Ma non basta. Io opino che il lavorio batterico, anziche da trascurarsi o tacitarsi, come vorrebbero i sostenitori della teoria fisiologica, sia da tenere in calcolo, da curarsi e disciplinarsi, sull'esempio di quanto si fa in altri processi fermentativi. E, per vero, io ho dimostrato che se in certi casi la microflora dei silò è effettivamente malefica, meritando di essere condannata e, fin dove è possibile, soffocata, in altri casi riesce benefica meritando invece di essere utilizzata e favorita.

Debbo questa dimostrazione all'essere partito da un equiparamento del silò al formaggio,; e ciò perchè da mie precedenti indagini sulla microflora foraggera avevo acquistata la convinzione che i vegetali sono, al pari del latte, fra le sedi naturali dei fermenti lattici, i quali sono gli agenti di fermentazioni essenziali comuni tanto ai caci quanto ai silò. In corrispondenza a siffatto concetto ho elaborato pure un metodo di analisi batteriologica dei silò, fondato sulle culture simbiotiche selettive in latte, abbandonando i soliti sistemi delle culture isolanti nei brodi e nelle gelatine. Se mi fossi attenuto a queste, certamente non avrei messo in luce quei fermenti che nel latte appunto trovano l'ambiente preferito di sviluppo, sia per la qualità del nutrimento, sia per le condizioni di semianaerobiosi che rispecchiano quelle dei silò; sopratutto poi non sarei giunto ad avere una idea sulla loro quantità assoluta e relativa, rispetto ad altri fermenti antagonisti, la cui presenza e il cui eventuale predominio, pregiudizievole alla buona riuscita dei silò, sono pure agevolmente svelati mercè le suddette lattoculture: imperocchè verosimilmente si danno nei silò dei microbi che lavorano in simbiosi e che non possono essere isolati nei substrati artificali di cultura. Questo è un punto dove probabilmente gli investigatori hanno fallito nel ritrovamento dei microrganismi che pur erano presenti.

Digitized by Google

Ed ecco infatti che parecchi sperimentatori americani, adottando lo stesso mio metodo, sono entrati nello stesso mio ordine di idee; fatto tanto più significativo in quanto trattasi di ricerche eseguite su quei medesimi silò di mais-foraggio (*cornsilage*) che dettero fondamento alla teoria autolitica, i quali e per il materiale insilato, e per il tecnicismo di costruzione caricamento e compressione, sono forse i soli che possano dare l'*illusione* di arrivare ad eliminare la vita microbica.

Già nel 1909 Heinemann e Hefferan del Laboratorio di Igiene e Batteriologia dell' Università di Chicago avevano isolato fermenti lattici dal silò; più tardi (1912) Esten e Mason della Stazione Agraria di Storrs nel Connecticut, ravvisando essi pure l'analogia fra silò e formaggio, assegnarono peculiare importanza ai fermenti lattici e consigliarono accorgimenti per promuoverne lo sviluppo; ultimamente poi (1916) Hunter e Bushnell della Stazione Agraria del Kansas e Sherman della Stazione Agraria di Pennsylvania dedicano due apposite monografie al reperto costante mediante le lattoculture, di fermenti lattici in numero così straboccante e di potenzialità così elevata e fino oltre il nono mese nei silò di mais-foraggio, da doverne riconoscere una partecipazione significante alle fermentazioni normali dei foraggi infossati, come venne poscia ribadito dagli stessi Hunter c Bushnell in un successivo lavoro (1916, 2°) e dal medesimo Hunter in un terzo scritto più recente (1917).

Se poi dai silò americani di mais passiamo ai silò europei di erbe e di altri foraggi (fra cui le polpe di barbabietole, le polpe di patate ed altri residui industriali), l'assistenza batterica è largamente ammessa da francesi e tedeschi, siccome emerge dai trattati di batteriologia agraria del Kayser, del Lafar, del Löhnis, del nostro De-Rossi e da un recente scritto del Burri della Stazione Federale Agraria di Liebefeld-Berna. E fra gli aderenti al principio sono anche da annoverare quanti consigliano di aggiungere ai foraggi poveri di zucchero piccole quantità di materiali ricchi di carboidrati (melasse, farina di mais, sorgo, segale verde, ecc.), imperocchè ciò serve appunto di nutrimento ai microbi (Reed).

***

Fin qui le conferme alle mie risultanze ed alle mie vedute circa la presenza e l'influenza della microflora benefica, che la teoria fisiologica potrebbe accogliere non foss'altro quale coadiuvante della attività cellulare enzimatica.

Digitized by Google

Ma quello che preoccupa tale teoria è evidentemente la microflora malefica; gran mercè sarebbe infatti lo sbarazzarsene. Senonchè, di microflore dannose, io ne ho additato parecchie sorta; alcune le ho riscontrate esclusivamente nei silò malriusciti che classificai fra gli anormali a prevalente microflora putridogena; altre però le rintracciai nei silò normalmente riusciti, dove esse costituiscono la microflora butirrica gasificante che accompagna spesso la microflora lattica e che talfiata anzi, al controllo nelle lattoculture, la soverchia; di guisa che trovai necessario distinguere i silò normali in due tipi a norma della reazione culturale: *silò lattici e silò butirrici* che corrispondono alle viete e improprie denominazioni di silò dolci e silò acidi, differenziandosi essi non tanto per il contenuto acido quanto per il contenuto in acidi volatili.

Ho dimostrato che la microflora butirrica deve ritenersi perniciosa non solamente per l'azione distruggitrice sui materiali insilati (perdita di principî nutritivi), ma eziandio per la salute del bestiame e per le qualità del latte, sia nei riguardi industriali caseari sia nei rispetti igienici massime per l'alimentazione infantile.

Ho indagato per quale meccanismo si arrivasse all'uno o all'altro dei due tipi di silò, quali fattori guidassero al predominio della flora lattica e della butirrica. Dopo aver attribuito un certo peso e alla natura dei materiali infossati, e al loro stato di maturanza e al grado di umidità e al modo di caricamento e compressione per l'espulsione dell'aria (sebbene l'anaerobiosi favorisca entrambe le flore, mi sono soffermato principalmente sulla temperatura, come il fattore che governa tutti i processi fermentativi. A questo proposito ho messo in guardia sia contro le temperature troppo basse sia sopratutto contro le temperature troppo elevate che, mentre sono disgenesiche per i fermenti lattici, lasciano in vita i fermenti butirrici più termoresistenti. In tal guisa ho offerto la spiegazione della frequenza dei silò butirrici, data l'abitudine di lasciar riscaldare i silò fino oltre i 60° C. anche per suggerimento di tecnici e di trattatisti.

Le mie prescrizioni furono ribadite dagli studi di Esten e Mason, i quali pure raccomandano il disciplinamento della temperatura per ottenere silò conservativi. Ma io sono andato più in là; ho pensato che per imprimere un dato indirizzo fermentativo, la prima condizione sia la presenza di quei dati fermenti desiderati; ora, le mie indagini sulla carica

Digitized by Google

batterica dei foraggi più svariati, del piano e del monte, mi avevano bensì assicurato della presenza costante di fermenti lattici nei materiali infossati, ma mi lasciavano altresì dubitare che essi non vi si trovassero sempre in proporzione e in virulenza tali rispetto ai germi antagonisti, da garantirne il facile sopravvento, malgrado tutte le condizioni più propizie di insilamento. Mi sono rafforzato nel sospetto, quando ebbi rinvenuto la esistenza di *silò a microflora disuniforme*, cioè con zone butirriche frammischiate a zone lattiche, indipendentemente dagli strati periferici che sono in contatto coll'aria.

Da tutto l'insieme sono stato indotto a ricorrere al metodo dei fermenti selezionati che già mi aveva dato felici risultati nel caseificio. Questo metodo, giova ripeterlo, non deve consistere meramente nell'aggiunta di culture pure virulenti di fermenti lattici, ma anche nella realizzazione *praticamente possibile* delle condizioni *optimum* per il loro sviluppo rapido, così da ottenere al più presto il loro predominio sulle flore concorrenti. Vogliasi peraltro considerare che le condizioni di insilamento sono subordinate ad una serqua di varianti che sono in dipendenza delle vicende meteorologiche, delle stagioni, delle località, delle circostanze economiche, dei materiali. Se si vogliono o si devono insilare erbe raccolte durante le piogge, foraggi scadenti, invecchiati, materiali privi di vitalità, bisogna pur rinunciare a taluno o a parecchi dei fattori di un buon silò, di un silò ideale. E allora ecco che l'addizione dei fermenti selezionati può diventare non solo utile ma addirittura necessaria per dirizzare e sostenere la fermentazione normale contro le cause indeprecabili di deviamento.

***

Ancora. L'impiego di fermenti selezionati è destinato a districare, almeno praticamente, la questione sempre vessata circa il grado più opportuno di *riscaldamento dei silò*.

Nei riguardi microbici, già lo dimostrai, si presenta pericoloso tanto un insufficiente quanto un eccessivo riscaldamento, che non siano favorevoli al pronto attecchimento della fermentazione lattica. Circa le temperature intermedie da me prescelte, fra 30° e 50° C., stimo che la convenienza di fermarsi attorno ai 30° C., piuttosto che spingersi attorno ai 50° C., dipenda *in primis et coeteris paribus* dalla presenza di una microflora adatta piuttosto all'una che all'altra tem-

Digitized by Google

peratura. Dappoichè dobbiamo mirare ai silò lattici e dappoichè di fermenti lattici ne abbiamo di alti e di bassi, la temperatura sarebbe indifferente quando nel materiale infossato ci fosse una flora lattica indigena, capace di prevalere a qualunque grado. Tale può essere forse il caso dei silò di mais-foraggio, che possiedono un flora lattica assai ricca e svariata alla quale offrono inoltre un nutrimento zuccherino particolarmente adeguato; così si spiega come le osservazioni istituite sopra questi silò non si preoccupino gran fatto della temperatura e non lascino sentire il bisogno di inoculazioni.

Ma con altri foraggi non è lecito riposare su questa indifferenza; prova ne sia che alcuni condannano le temperature alte, altri invece le temperature basse; prova ne sia eziandio la forte disparità dei calcoli delle perdite in sostanza nutritiva, che da un minimum del 5 % salgono ad un maximun del 70 % sul secco, e ciò senza distinzione fra i silò cosidetti dolci o acidi; mentre Kellner raccomanda un moderato riscaldamento affine di ottenere silò acidi e non dolci, Kühn assevera che anche sopra i 50° C. si possono avere silò acidi; mentre la corrente sembrava propendere verso le temperature modiche, di questi giorni in Isvizzera si va rievocando l'insilamento a temperatura elevata giusta un processo brevettato propugnato da una apposita Società e posto sotto il controllo della Stazione Federale di Latteria e Batteriologia di Liebëfeld-Berna.

Ora io ritengo che tutto questo disaccordo derivi in massima parte dalla deficienza di fermenti lattici nativi alti o bassi a seconda dei casi; tali incertezze e controversie sussisteranno sempre finchè non si ricorra agli innesti di fermenti selezionati. E allora quale temperatura scegliere?

La microflora abituale dei foraggi è in genere tale per cui le temperature attorno ai 50° C. si appalesano le più indicate per liberarsi di una congerie di microbi dannosi; esse lasciano in vita, è vero, un gruppo di fermenti butirrico-aerogeni i quali condurrebbero ai silò butirrici, ma esistono fermenti lattici abbastanza termoresistenti da contrapporvi; e questi sono fortunatamente tra i fermenti lattici più noti e più attivi, così da promuovere quella fermentazione lattica pura e sollecita che vale a garantire la conservazione dei foraggi, prevenendo insieme la insorgenza di acidi volatili, di prodotti secondari acri e irritanti delle vie digestive.

Non escludo del resto che si possa tentare anche con fermenti lattici bassi, restando attorno ai 30° C.; sarebbe

Digitized by Google

anzi utile istituire prove comparative al riguardo, segnatamente con certi materiali.

***

Da ultimo non parmi superfluo osservare che, una volta ammesso come inevitabile l'intervento microbico e una volta riconosciuta l'esistenza di microflore benefiche e malefiche antagoniste, la seminagione di fermenti lattici si presta ad accontentare tutte le opinioni sui fattori delle trasformazioni dei silò.

O i batteri ci vogliono come uno di questi fattori, e allora evidentemente dobbiamo procurare di far trionfare i migliori; o non ci vogliono e allora dobbiamo ravvisare nei fermenti lattici un valido aiuto per ridurre al minimum il lavorio microbico, data la difficoltà di ottenere questa limitazione con altri mezzi, massime nell'infossamento di foraggi diversi dal *privilegiato mais*.

***

In base a tutto quanto precede io non posso che insistere sulla mia proposta e compiacermi che essa vada trovando eco e applicazioni specialmente all'estero.

Citerò Crolbois, Bouillant, Malpeaux, Lefort, Kayser in Francia; Löhnis, Meyer, Foth, Heinze, Woltz, Jantzon, Dietrich, Stutzer in Germania.

E culture selezionate di fermenti lattici vengono già all'uopo preparate e licenziate dai Laboratori batteriologici specializzati di Maurus Deutsch in Parigi, Moser in Vienna e nominatamente dal celebrato Istituto delle Fermentazioni di Berlino, presso il quale si dettano anche speciali istruzioni per il loro impiego.

Finalmente mi piace riprodurre l'attestazione scrittami spontaneamente da Amando De Seabra, ingegnere agronomo della Delegazione Agraria di Lisbona, addì 10 Febbraio 1916:

« J'ai eu le plaisir de lire un de vos intéressants travaux sur les fermentations des fourrages dans les silos, et j'ai fait faire une grosse masse de silage de orge et vesce, avec un petit arrosage dans le silo avec le ferment lactique vitalisé dans un bouillon de peptone et de lactose. L'expérience a très bien réussi et le fourrage presente un excellent parfum sucré que le bétail recherche avec avidité. L'analyse bacte-

Digitized by Google

rfologique denonce la presence du Bacillus lactiqne en grande quantité et du Bacillus subtilis en petite quantité.

« L'analyse chimique a donné des chiffres qui revélent un fourrage d'une grande valeur alimentaire.

« Je me fais un plaisir de vous communiquer ces résultats en vous priant de m'envoyer votre dernière publication sur la suite de vos études ».

All'invio fattogli, il De Seabra mi rispondeva addì 5 Aprile 1916:

« J'ai recu votre beau travail et je vous remercie beaucoup. L'ensilage gagne chaque jour du terrein chez nous et avec vos savantes lecons nous sommes surs de la réussite complète Je voudrais bien vous demander la permission de faire une traduction de vos deux derniers Rapports (il settimo 1913 e l'ottavo 1915) pour les rendre plus connus en Portugal ».

Dal canto mio, agli esperimenti in scala ridotta di cui ho riferito nella reazione ottava, ho da aggiungere tre prove in scala normale che eseguii nel 1916 sopra un silò di erba quartirola mista a foglie di gelso presso il M. R. Don Felice Sigurtà di Comabbio (Como), sopra un silò di erba spagna presso il signor Alberto Astorri di Cossolengo (Piacenza) coll'assistenza della solerte Cattedra Ambulante di Agricoltura di Piacenza e sopra un silò di erba di marcita presso i signori fratelli Stabilini di Carpiano (Milano). Tutte le prove riuscirono in modo convincente.

La guerra e altre cause, indipendenti dalla volontà mia e de' miei cortesi collaboratori, mi impedirono finora di estendere le applicazioni, come sarebbe stato conveniente, massime nell'attuale carenza di foraggi.

Riassunto.

Le mie ricerche, iniziate nel 1904 durante il dibattito fra la dottrina microbica e la dottrina fisiologica od autolitica circa i fattori delle trasformazioni nei foraggi infossati, prescindendo dal lato teorico della questione, ne hanno prospettato il lato pratico dimostrando:

1. che l'intervento microbico *teoricamente* ritenuto da alcuni non necessario, è però *praticamente* costante ed inevitabile;

2. che vi sono anzi rapporti intimi fra la riuscita dei silò e le condizioni batteriche di essi;

Digitized by Google

3. che pertanto l'intervento microbico non può nè deve essere trascurato (come vorrebbe la teoria autolitica), perchè è in grado di riuscire vantaggioso o dannoso a seconda della microflora dominante;

4. che la microflora dei silò normali è paragonabile a quella dei formaggi e che, in base appunto alla microflora dominante, i silò possono distiguersi in *lattici* e *butirrici* anzichè in *dolci* e *acidi*, imperocchè essi diversificano fra loro non tanto per il grado di acidità, quanto per il contenuto in acidi volatili;

5. che il *silò lattico* è da preferirsi sotto il triplice aspetto: economico, caseario e sanitario, sia per la nutrizione del bestiame sia per l'alimentazione lattea dell'uomo, in ispecie dei bambini e dei malati.

Questi risultati vengono ad imprimere un nuovo indirizzo alla preparazione dei silò, riducendola ad *un processo di conservazione mediante la fermentazione lattica*, come se ne incontrano molti esempi in natura. Ne consegue che nell'infossamento dei foraggi l'essenziale è di far prevalere il più celeremente possibile la microflora lattica. Senonchè ciò non è sempre di facile ottenimento, è subordinato ad un complesso di condizioni, la cui realizzazione può essere ostacolata per molteplici cause, sia d'indole naturale (vicende meteorologiche, qualità dei foraggi, ecc.), sia d'indole tecnica (modalità di costruzione di caricamento e di compressione dei silò ecc.); è subordinato poi sopratutto alla presenza di fermenti lattici sufficienti, per quantità e virulenza, a conseguire rapidamente il sopravvento sui germi antagonisti. E per vero: il mais si presta ottimamente al silò *specialmente* perchè è per lo più ricco di fermenti lattici; i materiali erbacei invece si addicono meno *specialmente* perchè sono spesso relativamente deficienti in fermenti lattici; i silò insufficientemente riscaldati e i silò eccessivamente riscaldati sono i più pericolosi perchè le temperature troppo basse non agevolano il rapido attecchimento dei fermenti lattici e le temperature troppo alte pregiudicano la vita dei fermenti lattici.

Pertanto a raggiungere lo scopo e a sopperire alle manchevolezze, vuoi della microflora indigena, vuoi delle condizioni naturali e tecniche che promuovono la fermentazione lattica spontanea, si presenta sempre utile, spesso necessaria *l'aggiunta, da me proposta, di fermenti selezionati*, coi quali si arriva ad agevolare il compito e ad attenuare molte delle difficoltà suaccennate, segnatamente quella relativa al riscal-

Digitized by Google

damento dei silò; imperocchè, ricorrendo a fermenti lattici alti, si può permettere che i silò tocchino, sia pure per breve tempo, una temperatura abbastanza elevata (attorno ai 50° C.) col vantaggio di far allignare una fermentazione lattica più sollecita e più netta, sgombra da prodotti volatili e secondari.

Ora le mie ricerche e le mie proposte trovano conforto in *tutti i numerosi lavori autorevoli* che, dopo dei miei, sono stati pubblicati all'estero sull'argomento, puranco nella culla della dottrina fisiologica e dei silò ideali di mais foraggio (Stati Uniti d'America); esse poi si accordano perfettamente colla odierna predominante dottrina eclettica, che possiamo chiamare autolitica-microbica.

Del resto, il metodo dei fermenti selezionati si attaglia altresì colla teoria autolitica pura; e infatti, siccome anche quando si crede di avere esclusa la vita batterica, questa sussiste inesorabilmente, il suddetto metodo diventa un valido ausilio per arrestare, coll'inacidimento sollecito, qualunque altra attivà microbica. Che se i classici silò di mais-foraggio (*cornsilage*), sui quali principalmente si fonda la teoria fisiologica, riescono bene a tutte le temperature, si è perchè sono quelli che meglio si prestano all'impianto sollecito della fermentazione lattica per opera dei batteri lattici nativi.

In conclusione, dopo quanto è sopra esposto, dopo le prove istituite da me e dagli sperimentatori stranieri, parmi la questione sia abbastanza matura da lasciar presagire che l'applicazione dei fermenti solezionati ai silò sia per riuscire di utilità pratica, pari a quella di cui l'ho dimostrata capace nel caseificio.

Pertanto. di fronte all'attuale penuria di foraggi ed alla urgenza di approfittare di qualunque mangime, anche dei materiali scadenti e grossolani, agevolandone, in tutte le stagioni e in tutti i casi, la conservazione *con mezzi facili e non dispendiosi*, ritengo che, pur senza trascurare sistematici esperimenti indirizzati a precisare i vantaggi e le occorrenze del metodo nei singoli casi, convenga promuoverne fin d'ora l'adozione distribuendo largamente i fermenti selezionati alle Cattedre Ambulanti di Agricoltura ed agli agricoltori, naturalmente colle necessarie cautele ed istruzioni per il migliore impiego e cogli opportuni controlli batteriologici e chimici per il migliore effetto. È questa a mio parere, una buona via *semplice e pratica* per favorire anche fra noi ed anche *nelle condizioni più sfavorevoli* la diffusione dell'insilamento; semplice e pratica in quanto *non esige impianti particolari nè soverchi*

Digitized by Google

rigori circa la temperatura di fermentazione, potendo questa oscillare entro limiti abbastanza larghi, fra 30 e 50° C.

Comunque, una cosa mi preme di mettere fuori dubbio: che, qual si sia l'opinione sui fattori delle trasformazioni nei foraggi infossati, l'aggiunta di fermenti lattici selezionati è destinata a perfezionare il processo del *silaggio* con vantaggi economici e sanitari per l'industria zootecnica e casearia e per l'alimentazione lattea dell'uomo.

BIBLIOGRAFIA

(*in ordine cronologico*)

Kellner, Landw. Vers. Stat., Vol. 25, 1880.

Kühn J., Fühlings landw. Zeitung, 30, 1881; Das Einsäuern der Futtermittel, Berlin 1885.

Fry George, The theory and practice of sweet ensilage. — Agric. Press Co., London 1885.

Burrill T. J. e Manns, The biology of ensilage. — Illinois Agr. Exp, Stat., Bull. 7. 1889.

Griffiths A. B., On the microbes involved in the ensilage of green fodder. — Chem. News, Vol. 70, N. 1828, 1894.

Harding H. A., On the causal connection betvven bacteria and the production of silage. — Thesis Univ., Wisconsin 1896.

Wollny E., Die Zersetzung der organischen Stoffe und die Humusbildungen, Heidelberg, 1897.

Babcock S. M. e Russell H. L., Causes operative in the production of silage. — Wiscons Agr. Esp. Stat., Ann. R. 17, 1899-1900; Ann. R. 18, 1900-1901; Centralbl., f. Bakter., Abt. 2, Bd. 9, N. 3-4, 1902.

Russell H. L. e Babcock S. M., Causes operative in the production of silage. Wis. Agr. Exper. Stat., 17.° e 18.° Ann. R.; Centralbl. f. Bakter., Abt. 2.ª, Bd. 9, 1900-1902.

Conn H. W., Agricultural Bacteriology, Philadelphia 1901.

Gorini C. Ricerche batteriologiche sui foraggi conservati nei silos. — Annuario della Ist. Agr. Ponti annessa alla R. Scuola Sup. di Agricoltura di Milano. Dal Vol. V al Vol. XII. **1904-1915**; Cfr. anche Rendic. R. Ist. Lomb. Sc. e Let., p. 236, 1906; p. 252. 1909; p. 777, 1910; p. 1004, 1911; p. 288, 1914; p. 115, 1915.

Russell E. J., The chemical changes taking place during the ensilage of maize. — Journ. Agric. Science, II, 1908. Due memorie,

Crolbois J. Conservation des pulpes de distillerie et de sucrerie ainsi que des fourrages verts ensilés, par une fermentation rationnelle par ensemencement. Compt. Rend. Acad. Sciences, Paris 1909.

Digitized by Google

HEINEMANN P. G, e HEFFERAN M., A study of B. bulgaricus. — Journ. Infect. Diseas. VI, 1909.
LAVAR FRANZ, Technische Mycologie, Jena 1910.
LÖHNIS F., Handbuch der landwirths. Bakteriologie, Berlin 1910.
MALPEAUX e LEFORT, Journ. d'Agric. pratique, 1910-11 e 1912.
LIPMAN J. G., Bacteria in relation to country life, New-York 1911.
MARSHALL C. E., Microbiologie, Philadelphia 1911,
BOUILLANT, Revue Scientifique, 13 gennaio 1912.
ESTEN W. M. e MASON C. J., Silage fermentation. — Conn. Storrs Agr. Exp. Stat., Bul., 70, 1912.
HEINZE B., Ueber die Einsäuerung von Futterstoffen unter Berücksichtigung von Impfungen mit geeigneten Milchsäurebacterienzüchten. — Jahresb. der Verein. f. angew. Botan., Anno 11, 1913.
JORDAN E. O., General bacteriology, Philadelphia 1914.
FOTH G., Zeitsch. f. Spir. Industrie, 37-8, 1914.
KAYSER EDMOND, Microbiologie agricole, 3.ª Edizione, Parigi 1914.
MEYER D., Landw. Wochens. f. Prov. Sachsen, N. 12, 1914; Ill. landw. Zeitung, Vol 34, 1914.
DE ROSSI G., Microbiologia Agraria e Tecnica, Torino 1914.
RUSSELL H. L. e HASTINGS E. G., Agricultural bacteriology, Madison 1915.
STUTZER A., Futtersilos und Silagefutter, Berlin 1915.
WOLTZ, JANTZON e DIETRICH, Landw. Jahrb., Vol. 48, 1915.
HUNTER O. W. e BUSHNELL L. D., 1.º The importance of Bacterium bulgaricum group in ensilage. — Science, Vol. 43, N. 1, 1916; 2.º Some important fermentations in silage. — Kans. Agr. Exp. Stat. Techn., Bul. 2, 1916.
SHERMAN J. M., A contribution to the bacteriology of silage. — Amer. Journ. of bacteriol., 1, 1916.
BURRÌ R., Zum Wiederaufleben der Pressfutterfrage. — Schweiz. Milchzeitung, N. 18, 1917.
LAMB A. R., The relative influence of microorganisms and plant enzym on the fermentation of corn silage. — Journ. of Agric. Res., Vol. 8, N. 10, 1917.
HUNTER O. W., Microorganisms and heat production in silage fermentation. — Journal of Agricultural Research, Vol. X, N. 2, 1917.
REED E. O., Kansas Agric. Exper. Stat. Bull. 217, Maggio 1917.

Digitized by Google

SOPRA I POTENZIALI GENERALIZZATI DI HELMHOLTZ

IIª Nota del S. C. prof. ERNESTO LAURA

(*Adunanza del 7 novembre 1918*)

6.

Riteniamo le notazioni della nota precedente e supponiamo dapprima che il campo di integrazione degli integrali:

$$\Phi = \int_S \mu \frac{e^{kr}}{r} dS; \quad \Phi' = \int_S \mu' \frac{e^{k'r}}{r} dS$$

sia una porzione di spazio tutto al finito,

Nei punti esterni a S si ha allora:

$$(1) \qquad \begin{cases} \Delta \Phi = k^2 \Phi \\ \Delta \Phi' = k'^2 \Phi' \end{cases}$$

mentre che nei punti interni si ha (*):

$$(2) \qquad \begin{cases} \Delta \Phi = k^2 \Phi - 4\pi\mu \\ \Delta \Phi' = k'^2 \Phi' - 4\pi\mu'. \end{cases}$$

(*) Basta invero considerare l'integrale:

$$\int_S \mu \frac{e^{kr} - 1}{r} dS.$$

Notando che $\frac{e^{kr} - 1}{r}$ è regolare per $r = 0$, si deduce:

$$\Delta \int_S \mu \frac{e^{kr} - 1}{r} dS = \int_S \mu \Delta \frac{e^{kr} - 1}{r} dS = k^2 \int_S \mu \frac{e^{kr}}{r} dS.$$

Nei punti interni si ha dunque:

$$\Delta \Phi - \Delta \int \mu \frac{1}{r} dS = k^2 \Phi.$$

Per il teorema di Poisson discendono allora le formole (2).

Digitized by Google

Dalle (1) si ricava allora:

$$\Phi' \Delta \Phi - \Phi \Delta \Phi' = (k^2 - k'^2)\, \Phi\, \Phi'.$$

Ed integrando, estendendo l'integrazione ad uno spazio S_1 racchiuso tra la superficie σ che limita S ed una superficie Σ tutta esterna a S ed indicando con n la normale a σ e con ν quelle a Σ, entrambe penetranti in S_1, otterremo:

$$(3) \qquad \int_\sigma \left(\Phi \frac{\partial \Phi'}{\partial n} - \Phi' \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right) d\sigma +$$

$$+ \int_\Sigma \left(\Phi \frac{\partial \Phi'}{\partial \nu} - \Phi' \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} \right) d\Sigma = (k^2 - k'^2) \int_{S_1} \Phi\, \Phi'\, dS.$$

Dalle (2) analogamente si ricava:

$$\Phi' \Delta \Phi - \Phi \Delta \Phi' = (k^2 - k'^2)\, \Phi\, \Phi' - 4\pi (\mu\, \Phi' - \mu'\, \Phi).$$

Estendendo l'integrazione al campo S, si ha:

$$(4) \qquad -\int_\sigma \left(\Phi \frac{\partial \Phi'}{\partial n} - \Phi' \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right) d\sigma =$$

$$= (k^2 - k'^2) \int_S \Phi\, \Phi'\, dS - 4\pi \int_S (\mu\, \Phi' - \mu'\, \Phi)\, dS.$$

Dalle (3) e (4) per somma si ricava:

$$(5) \qquad \int_\Sigma \left(\Phi \frac{\partial \Phi'}{\partial \nu} - \Phi' \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} \right) d\sigma =$$

$$= 4\, i\, k_1\, k_2 \int_{S+S_1} \Phi\, \Phi'\, dS - 4\pi \int_S (\mu\, \Phi' - \mu'\, \Phi)\, dS'.$$

Si ha d'altra parte:

$$\int_S (\mu\, \Phi' - \mu'\, \Phi)\, dS = \iint_{S\,S} \left[\mu(P)\, \mu'(Q)\, \frac{e^{ik'r}}{r} - \right.$$

$$\left. - \mu'(P)\, \mu(Q)\, \frac{e^{ikr}}{r} \right] dS_P\, dS_Q$$

dove ho posto: $r = PQ$; sicchè, scambiando gli indici, con facili riduzioni si ottiene:

$$(6) \qquad \int_S (\mu\, \Phi' - \mu'\, \Phi)\, dS =$$

$$= -i \iint_{S\,S} dS_P\, dS_Q\, \frac{e^{ik_1 r} \operatorname{sen} k_2 r}{r} [\mu_1(P)\, \mu_1(Q) +$$

$$+ \mu_2(P)\, \mu_2(Q)] = -i\, (M_1 + M_2)\, k_2$$

Digitized by Google

avendo fatto la posizione:

$$(7)\quad M_i = \iint_{S\,S} \frac{e^{k_1 r}\,\operatorname{sen} k_2 r}{k_2 r}\,\mu_i(P)\,\mu_i(Q)\,dS_P\,dS_Q \qquad i = 1,\ 2.$$

La (5) diviene allora:

$$(7^{bis})\qquad \int_{\Sigma}\left(\Phi\frac{\partial\Phi'}{\partial\nu} - \Phi'\frac{\partial\Phi}{\partial\nu}\right)d\Sigma =$$

$$= 4\,i\,k_1\,k_2\int_{S+S_1}\Phi\,\Phi'\,dS' + 4\,\pi\,i\,k_2\,(M_1 + M_2).$$

Da questa (supposto $k_2 \neq 0$):

$$4\,\pi\,(M_1 + M_2) = -\,4\,k_1\int_{S+S_1}\Phi\,\Phi'\,dS -$$

$$-\,\frac{i}{k_2}\int_{\Sigma}\left(\Phi\frac{\partial\Phi'}{\partial\nu} - \Phi'\frac{\partial\Phi}{\partial\nu}\right)d\Sigma.$$

Ora $\int_{S+S_1}\Phi\,\Phi'\,dS$ è reale e positivo; se quindi $k_1 < 0$, poichè al limite il 2° integrale è nullo o negativo, si conclude che, qualunque sieno le μ_1, μ_2 si avrà sempre:

$$(8)\qquad 4\,\pi\,(M_1 + M_2) > 0.$$

Si ha dunque il teorema: *Se* $k_1 > 0$ *il nucleo*

$$e^{k_1 r}\,\frac{\operatorname{sen} k_2 r}{k_2 r}$$

è definito positivo.

Dalla nostra analisi invece discende solo che il nucleo:

$$\frac{\operatorname{sen} k_2 r}{k_2 r}$$

è semi definito; e inoltre (Cfr. il N. 5 Nota precedente), che le funzioni μ non identicamente nulle che verificano l'equaz.:

$$\iint \frac{\operatorname{sen} k_2 r}{k_2 r}\,\mu(P)\,\mu(Q)\,dS_P\,dS_Q = 0 \quad ; \quad r = |PQ|$$

soddisfano pure alla seguente:

$$\int \frac{\operatorname{sen} k_2 r}{k_2 r}\,\mu(P)\,dS_P = 0$$

valida per tutti i punti dello spazio.

Digitized by Google

7.

Un altro nucleo definito si può ottenere dalla formola (9) del N. 5, in cui si ponga $n = 2$:

$$\lim_{R=\infty} \int_{\Sigma} \left(k^2 \Phi \frac{\partial \Phi'}{\partial \nu} - k'^2 \Phi' \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} \right) d\Sigma =$$

$$= -2 i k_2 (k_1^2 + k_2^2) \int_{\omega} (H^2 + K^2)\, d\omega \quad \lim_{R=\infty} e^{2ik_1 R}.$$

Dalla quale discende:

$$(9) \qquad \lim_{R=\infty} \frac{i}{k_2} \int_{\Sigma} \left(k^2 \Phi \frac{\partial \Phi'}{\partial \nu} - k'^2 \Phi' \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} \right) d\Sigma \geq 0.$$

Dalle (1) del N. 6 si ricava:

$$(10) \qquad \int_{S_1} (k'^2 \Phi' \Delta \Phi - k^2 \Phi \Delta \Phi')\, dS = 0$$

dove S_1, come precedentemente, è lo spazio compreso tra σ e Σ. Tenendo le precedenti notazioni si ha ancora:

$$(11) \quad \int_{\sigma} \left(k^2 \Phi \frac{\partial \Phi'}{\partial n} - k'^2 \Phi' \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right) d\sigma + \int_{\Sigma} \left(k^2 \Phi \frac{\partial \Phi'}{\partial \nu} - \right.$$

$$\left. - k'^2 \Phi' \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} \right) d\Sigma = (k'^2 - k^2) \int_{S_1} \Delta_1 (\Phi, \Phi')\, dS$$

dove si è posto:

$$\Delta_1 (\Phi, \Phi') = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi'}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \Phi'}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial \Phi'}{\partial z}.$$

Per i punti interni si ha invece dalle (2):

$$\int_{S} (k'^2 \Phi' \Delta \Phi - k^2 \Phi \Delta \Phi') =$$

$$= -4\pi \int_{S} (k'^2 \mu \Phi' - k^2 \mu \Phi')\, dS,$$

Digitized by Google

dalla quale si ricava:

$$(12) \qquad \int_\sigma \left(k'^2 \, \Phi' \frac{\partial \Phi}{\partial n} - k^2 \, \Phi \frac{\partial \Phi'}{\partial n} \right) d\sigma =$$

$$= (k'^2 - k^2) \int_S \Delta_1 (\Phi, \Phi') \, dS - 4\pi \int_S (k'^2 \mu \, \Phi' - k^2 \mu' \, \Phi) \, dS .$$

Poichè si ha d'altra parte:

$$\int_S (k'^2 \mu \, \Phi' - k^2 \mu' \, \Phi) \, dS = - i (N_1 + N_2) k_2$$

dove faccio la posizione:

$$N_i = \int_S \int_S \mu_i (P) \, \mu_i (Q) \frac{e^{ik_1 r}}{k_2 r} [(k_1^2 - k_2^2) \operatorname{sen} k_2 r + 2 k_1 k_2 \cos k_2 r] \, dS_P \, dS_Q$$

avremo ancora:

$$(13) \qquad \int_\sigma \left(k'^2 \, \Phi' \frac{\partial \Phi}{\partial n} - k^2 \, \Phi \frac{\partial \Phi'}{\partial n} \right) d\sigma =$$

$$= (k'^2 - k^2) \int_S \Delta_1 (\Phi, \Phi') \, dS + 4\pi i k_2 (N_1 + N_2) .$$

Dalla (11) e dalla (13) discende infine:

$$4\pi (N_1 + N_2) = 4 k_1 \int_{S+S_1} \Delta_1 (\Phi, \Phi') \, dS - \frac{i}{k_2} \int_\Sigma \left(k^2 \, \Phi \frac{\partial \Phi'}{\partial \nu} - k'^2 \, \Phi' \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} \right) d\Sigma .$$

Se k_1 è negativo, poichè $\int_{S+S_1} \Delta_1 (\Phi, \Phi') \, ds$ è reale e positivo e $\frac{i}{k_2} \int_\Sigma \left(k^2 \, \Phi \frac{\partial \Phi'}{\partial \nu} - k'^2 \, \Phi' \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} \right) d\Sigma$ è positivo o nullo, per la formola (9) del N. 5, si deduce:

$$4\pi (N_1 + N_2) < 0 .$$

Si ha dunque il teorema: *il nucleo*:

$$\frac{e^{ik_1 r} (k_1^2 - k_2^2) \operatorname{sen} k_2 r + 2 k_1 k_2 \cos k_2 r}{k_2 r}$$

è definito negativo se $k_1 < 0$ e $k_2 \neq 0$.

Digitized by Google

8.

Dalla formola (9) del N. 5 possiamo infine dedurre un teorema che comprende i precedenti come casi particolari.

Dalle equazioni (1) e (2) del N. 6 e conservando le stesse notazioni, si ricava, se n è un numero intiero:

$$(14) \qquad -\int_{\Sigma}\left(k'^{n}\,\Phi'\,\frac{\partial\,\Phi}{\partial\,\nu}-k^{n}\,\Phi\,\frac{\partial\,\Phi'}{\partial\,\nu}\right)d\,\Sigma=$$

$$=(k'^{n}-k^{n})\int_{S+S_1}\Delta_1\,(\Phi,\,\Phi')\,d\,S+(k_1^{2}+k_2^{2})\,(k'^{n-2}-$$

$$-k^{n-2})\int_{S+S_1}\Phi\,\Phi'\,d\,S-4\,\pi\int_{S}(k'^{n}\,\mu\,\Phi'-k^{n}\,\mu'\,\Phi)\,d\,S\,.$$

Facciamo la posizione:

$$k=\varrho\,e^{ia}\;;\;r=\overline{PQ}\;.$$

Con facili calcoli si stabilisce la formola:

$$\int_{S}(k'^{n}\,\mu\,\Phi'-k^{n}\,\mu'\,\Phi)\,d\,S=-4\,i\,\varrho^{n}\iint_{S\,S}\frac{e^{k_1 r}}{r}\,\operatorname{sen}\,(k_2\,r+$$

$$+n\,a)\,[\mu_1\,(P)\,\mu_1\,(Q)+\mu_2\,(P)\,\mu_2\,(Q)]\,d\,S_P\,d\,S_Q=$$
$$=-4\,i\,\varrho^{n}\,k_2\,(P_1+P_2).$$

dove ho posto:

$$P_i=\iint_{S\,S}\frac{e^{k_1 r}}{k_2\,r}\,\operatorname{sen}\,(k_2\,r+n\,a)\,\mu_i\,(P)\,\mu_i\,(Q)\,d\,S_P\,d\,S_Q\,.$$

Nella (14) si faccia tendere all'∞to il raggio R della superficie sferica Σ; otterremo senza difficoltà la formola (servendoci della (9) del n. 5):

$$(15) \quad 16\,\pi\,\varrho^{n}\,(P_1+P_2)=-2\,\varrho^{n}\,\frac{\operatorname{sen}\,(n-1)\,a}{\operatorname{sen}\,a}\lim_{R=\infty}e^{2k_1 R}\int_{\omega}(H^{2}+K^{2})\,d\,\omega+$$

$$+2\,\varrho^{n-1}\,\frac{\operatorname{sen}\,n\,a}{\operatorname{sen}\,a}\int_{S+S_1}\Delta_1\,(\Phi,\,\Phi')\,d\,S+2\,\varrho^{n-1}\,\frac{\operatorname{sen}\,(n-2)\,a}{\operatorname{sen}\,a}\int_{S+S_1}\Phi\,\Phi'\,d\,S$$

valida per tutti i valori intieri di n escluso il valore $n=1$.

Digitized by Google

Se nella (15) poniamo $\mu_2 = 0$ otteniamo una formola che fornisce una specie di forma canonica dell'espressione integrale

$$\iint_S \frac{e^{k_1 r}}{k_2 r} \operatorname{sen}(k_2 r + n a)\, \mu_1(P)\, \mu_1(Q)\, d S_P\, d S_Q$$

Il nucleo:

$$\frac{e^{k_1 r}}{k_2 r} \operatorname{sen}(k_2 r + n a)$$

sarà definito (positivo o negativo) se $\operatorname{sen}(n-1)a$ è di segno contrario a $\operatorname{sen} n a$ e a $\operatorname{sen}(n-2)a$.

Ricerchiamo perciò i limiti superiori ed inferiori dei valori di a che fanno presentare $(n-1)$ variazioni di segno ai primi n termini della successione:

(16) $\operatorname{sen} a, \operatorname{sen} 2a, \ldots, \operatorname{sen}(n-1)a, \operatorname{sen} n a \ldots$

Supponiamo dapprima $\operatorname{sen} a > 0$; si dimostra allora facilmente (per $n = 2$) che la condizione necessaria è sufficiente perchè sia $\operatorname{sen} a > 0$ $\operatorname{sen} 2a < 0$, è che siano verificate le disuguaglianze:

$$\pi - \frac{\pi}{2} < a < \pi .$$

Per $n = 3$ si ha invece:

$$\pi - \frac{\pi}{3} < a < \pi .$$

Ammettiamo allora a priori che condizione necessaria e sufficiente perchè i segni dei primi n termini della successione (16) presentino $(n-1)$ variazioni, sia:

(17) $$\pi - \frac{\pi}{n} < a < \pi$$

dico allora che l'analoga condizione per i primi $(n+1)$ termini sarà:

$$\pi - \frac{\pi}{n+1} < a < \pi .$$

Invero dalla (17) si ricava:

(18) $$(n+1)\pi - \frac{n+1}{n}\pi < (n+1)a < (n+1)\pi .$$

Sia ora $n = 2p$ allora, poichè $\operatorname{sen} a > 0$, si ha:

(19) $$\operatorname{sen}(2p+1)a > 0 .$$

Digitized by Google

E poichè dalle (18) si ha pure:

$$\pi - \frac{2p+1}{2p}\pi < (2p+1)\alpha - 2p\pi < \pi,$$

$$-\frac{\pi}{2p} < (2p+1)\alpha - 2p\pi < \pi,$$

avremo che $(2p+1)\alpha - 2p\pi$ è un angolo del 1°, 2° o del 4° quadrante. Per la (19) dovrà dunque essere:

$$0 < (2p+1)\alpha - 2p\pi < \pi$$

da cui successivamente:

$$\frac{2p}{2p+1}\pi < \alpha < \pi$$

$$\pi - \frac{\pi}{2p+1} < \alpha < \pi \qquad \text{c. d. d.}$$

Se poi $n = 2p - 1$, le (18) divengono:

$$2p\pi - \frac{2p}{2p-1}\pi < 2p\alpha < 2p\pi.$$

Da cui:

$$-\pi - \frac{\pi}{2p-1} < 2p\alpha - 2p\pi < 0.$$

L'angolo $2p\alpha - 2p\pi$ è dunque del 3° o 4° quadrante. E poichè per l'ipotesi fatta:

$$\operatorname{sen} 2p\alpha < 0,$$

avremo successivamente:

$$-\pi < 2p\alpha - 2p\pi < 0$$

$$\pi - \frac{\pi}{2p} < \alpha < \pi$$

Sia ora $\operatorname{sen}\alpha < 0$. Si consideri la successione:

$$\operatorname{sen}(2\pi - \alpha) \quad , \quad \operatorname{sen} 2(2\pi - \alpha), \ldots$$

Poichè si ha $\operatorname{sen}(2\pi - \alpha) > 0$, per quanto precede avremo:

$$\pi - \frac{\pi}{n} < 2\pi - \alpha < \pi$$

$$\pi + \frac{\pi}{n} > \alpha > \pi.$$

Digitized by Google

In generale si conclude dunque: *condizione necessaria e sufficiente perchè i primi* n *termini della successione:*

$$\text{sen } a, \text{ sen } 2a, \ldots$$

presentino (n — 1) *variazione di segno è che a soddisfi alle diseguaglianze:*

$$\pi - \frac{\pi}{n} < a < \pi + \frac{\pi}{n}.$$

Per quanto precede si otterrà dunque il teorema:

Se $n \neq 1$ *e* $n \neq 0$,

il nucleo:

$$\frac{e^{r\cos a}}{r \operatorname{sen} a} \operatorname{sen}(r \operatorname{sen} a + n a)$$

è definito, se a è compreso nell'intervallo

$$\left(\pi - \frac{\pi}{n}\right) \vdash \left(\pi + \frac{\pi}{n}\right).$$

ed inoltre a è diverso da π.

Notando poi chè $\frac{e^{r\cos a}}{r \operatorname{sen} a} \operatorname{sen}(r \operatorname{sen} a + n a)$ è il coefficente dell'unità imaginaria del complesso: $\frac{k^n e^{kr}}{k_2 r}$, si deduce pure:

Il nucleo:

$$\frac{imag\ (k^n e^{kr})}{imag\ kr}$$

è definito positivo o negativo, se rappresentando la quantità imaginaria k sopra un piano complesso, essa giace nell'angolo acuto delle semirette inclinate di $\pi - \frac{\pi}{n}$ *e* $\pi + \frac{\pi}{n}$ *con il semi asse positivo reale. Esso è definito positivo se* n *è pari* (escluso il valore $n = 0$), *è definito negativo se* n *è dispari (escluso il valore* $n = 1$).

È sempre però escluso che k sia reale e quindi che a possa prendere il valore π.

Digitized by Google

8.

Nel N. precedente abbiamo dimostrato che, per particolari campi di variabilità di a, si ha:

$$\iint_{S\,S} \frac{e^{r\cos a}}{r \operatorname{sen} a} \operatorname{sen}(r \operatorname{sen} a + n a)\, \mu(P)\, \mu(Q)\, ds_P\, ds_Q \gtrless 0,$$

l'integrazione essendo estesa ad uno spazio tutto al finito. Possiamo dimostrare che le stesse disuguaglianze valgono se il campo di integrazione è una superficie σ chiusa. Dovremo perciò ricorrere alle discontinuità delle derivate normali dei potenziali di semplice strato. Si ponga:

$$\psi = \int_\sigma \mu \frac{e^{kr}}{r}\, d\sigma \; ; \; \psi' = \int_\sigma \mu' \frac{e^{kr}}{r}\, d\sigma$$

e riteniamo ancora le notazioni (e le proprietà per la μ) del N. 1 della 1ª Nota. Sia t un punto di σ e n la normale volta verso l'estremo di σ nel punto t. Con la notazione (*):

$$\frac{\partial \psi}{\partial n}(t+)$$

noi intenderemo il limite della derivata di ψ nella direzione della normale n quando il punto in cui questa è calcolata tende al punto t restando all'esterno di σ. Significato analogo avrà:

$$\frac{\partial \psi}{\partial n}(t-)$$

Seguendo il metodo che il Volterra ha applicato ai potenziali ritardati si giunge senza difficoltà alle formole:

$$(18)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial \psi}{\partial n}(P+) - \dfrac{\partial \psi}{\partial n}(P-) = -4\pi\mu(P) \\ \dfrac{\partial \psi}{\partial n}(P+) + \dfrac{\partial \psi}{\partial n}(P-) = 2\displaystyle\int_\sigma \frac{\partial}{\partial n_P} \frac{e^{kr}}{r}\, \mu(Q)\, d\sigma_Q \end{cases}$$

dove $r = |PQ|$.

(*) Questa notazione è del Plemely a cui è dovuta una bella trattazione della questione delle discontinuità dei potenziali di semplice e doppio strato. Cfr. *Monatschefte für Mathematik und Physik*, 1914. Vol. XV, pag. 337-411.

Digitized by Google

Dalla 1ª delle (18) consegue allora:

$$(19)\quad \int_\sigma \left[\psi' \frac{\partial \psi}{\partial n}(P+) - \psi \frac{\partial \psi'}{\partial n}(P+)\right] d\sigma_P - \int_\sigma \left[\psi' \frac{\partial \psi}{\partial n}(P-) - \right.$$

$$\left. - \psi \frac{\partial \psi'}{\partial n}(P-)\right] d\sigma_P = -4\pi \int (\mu \psi' - \mu' \psi)\, d\sigma =$$

$$= 4\pi i (M_1 + M_2) k_2$$

dove si è posto:

$$M_i = \int_\sigma \int_\sigma \frac{e^{ik_i r} \operatorname{sen} k_2 r}{k_2 r} \mu_i(P) \mu_i(Q)\, d\sigma_P\, d\sigma_Q \qquad r = |PQ| .$$

Nei punti interni a σ, come nei punti esterni, si ha ora:

$$\Delta \psi = k^2 \psi$$

$$\Delta' \psi' = k'^2 \psi'$$

da cui:

$$\int_S (\psi' \Delta \psi - \psi \Delta \psi')\, dS = (k^2 - k'^2) \int_S \psi \psi'\, dS.$$

Se supponiamo ora che lo spazio di integrazione sia quello S limitato da σ, o quello S_1 compreso tra σ e una superficie Σ tutta esterna a σ, otterremo successivamente le due formule:

$$(20)\quad \int_\sigma \left[\psi' \frac{\partial \psi}{\partial n}(P-) - \psi \frac{\partial \psi'}{\partial n}(P-)\right] d\sigma_P = (k^2 - k'^2) \int_S \psi \psi'\, dS,$$

$$- \int_\sigma \left[\psi' \frac{\partial \psi}{\partial n}(P+) - \psi \frac{\partial \psi'}{\partial n}(P+)\right] d\sigma_P - \int_\Sigma \left(\psi' \frac{\partial \psi}{\partial \nu} - \psi \frac{\partial \psi'}{\partial \nu}\right) d\sigma =$$

$$= (k^2 - k'^2) \int_{S_1} \psi \psi'\, dS$$

dove ν è la normale interna. Sommando la (20) con la (19) si ha:

$$(21)\qquad -4\pi i k_2 (M_1 + M_2) + \int_\Sigma \left(\psi' \frac{\partial \psi}{\partial \nu} - \psi \frac{\partial \psi'}{\partial \nu}\right) d\sigma =$$

$$= 4 i k_1 k_2 \int_{S+S_1} \psi \psi'\, dS.$$

Digitized by Google

Da questa che è l'analoga della (7)bis, si deduce facilmente allora che se $k_1 < 0$ sempre si ha:

$$4\pi (M_1 + M_2) > 0$$

Concluderemo: *L'integrale multiplo,*

$$\iint_{\sigma\,\sigma} \frac{e^{r\cos\alpha}}{r \operatorname{sen} \alpha} \mu_1 (P)\, \mu_1 (Q)\, d\sigma_P\, d\sigma_Q$$

dove i punti P, Q *percorrono una superficie* σ *chiusa, è positivo, qualunque sia la fusione continua, non identicamente nulla,* μ (P), se $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

In modo analogo si dedurrà:

Se α *è diverso da* π *ed è compreso tra* $\pi - \frac{\pi}{n}$ e $\pi + \frac{\pi}{n}$, *dove* n *è un intiero diverso da 1, allora*

$$\iint_{\sigma\,\sigma} \frac{e^{r\cos\alpha}}{r \operatorname{sen} \alpha} \operatorname{sen} (r \operatorname{sen} \alpha + n\alpha)\, \mu (P)\, \mu (Q)\, d\sigma_P\, d\sigma_Q$$

è sempre positivo, se n *è pari; è sempre negativo, se* n *è dispari.*

Digitized by Google

AGOSTO 1918

Giorni	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	+ 0.39	+ 0.27	+ 0.82	+ 0.88	+ 0.65	+ 0.39	+ 1.66
2	+ 0.37	+ 0.25	+ 0.80	+ 0.85	+ 0.62	+ 0.38	+ 1.65
3	+ 0.60	+ 0.30	+ 0.78	+ 0.81	+ 0.58	+ 0.36	+ 1.64
4	+ 0.97	+ 0.40	+ 0.85	+ 0.93	+ 0.69	+ 0.35	+ 1.63
5	+ 1.02	+ 0.41	+ 0.95	+ 1.02	+ 0.77	+ 0.38	+ 1.62
6	+ 0.97	+ 0.41	+ 0.94	+ 1.01	+ 0.76	+ 0.38	+ 1.61
7	+ 0.90	+ 0.40	+ 0.93	+ 1.02	+ 0.76	+ 0.37	agitato
8	+ 0.81	+ 0.39	+ 0.89	+ 0.95	+ 0.71	+ 0.39	+ 1.59
9	+ 0.76	+ 0.38	+ 0.85	+ 0.90	+ 0.66	+ 0.40	+ 1.58
10	+ 0.68	+ 0.37	+ 0.82	+ 0.87	+ 0.63	+ 0.40	+ 1.57
11	+ 0.60	+ 0.36	+ 0.75	+ 0.83	+ 0.60	+ 0.38	+ 1.55
12	+ 0.52	+ 0.35	+ 0.70	+ 0.80	+ 0.57	+ 0.36	+ 1.54
13	+ 0.47	+ 0.34	+ 0.67	+ 0.76	+ 0.53	+ 0.36	+ 1.52
14	+ 0.40	+ 0.32	+ 0.64	+ 0.71	+ 0.49	+ 0.34	+ 1.5
15	+ 0.35	+ 0.30	+ 0.60	+ 0.67	+ 0.45	+ 0.33	+ 1.4
16	+ 0.30	+ 0.29	+ 0.57	+ 0.64	+ 0.42	+ 0.31	+ 1.47
17	+ 0.28	+ 0.28	+ 0.55	+ 0.61	+ 0.39	+ 0.30	+ 1.4
18	+ 0.24	+ 0.26	+ 0.53	+ 0.58	+ 0.37	+ 0.28	+ 1.44
19	+ 0.19	+ 0.25	+ 0.52	+ 0.56	+ 0.35	+ 0.24	+ 1.42
20	+ 0.19	+ 0.24	+ 0.51	+ 0.55	+ 0.34	+ 0.20	+ 1.41
21	+ 0.17	+ 0.23	+ 0.50	+ 0.54	+ 0.33	+ 0.18	+ 1.4
22	+ 0.12	+ 0.22	+ 0.49	+ 0.54	+ 0.33	+ 0.17	+ 1.4
23	+ 0.12	+ 0.20	+ 0.47	+ 0.54	+ 0.33	+ 0.15	+ 1.4
24	+ 0.10	+ 0.18	+ 0.46	+ 0.54	+ 0.33	+ 0.14	+ 1.40
25	+ 0.08	+ 0.17	+ 0.46	+ 0.54	+ 0.33	+ 0.12	+ 1.40
26	+ 0.08	+ 0.20	+ 0.45	+ 0.52	+ 0.32	+ 0.12	+ 1.38
27	+ 0.05	+ 0.19	+ 0.45	+ 0.56	+ 0.35	+ 0.13	+ 1.36
28	+ 0.02	+ 0.18	+ 0.45	+ 0.53	+ 0.33	+ 0.13	+ 1.34
29	— 0.01	+ 0.17	+ 0.43	+ 0.50	+ 0.30	+ 0.11	+ 1.32
30	— 0.01	+ 0.16	+ 0.41	+ 0.52	+ 0.31	+ 0.12	+ 1.32
31	— 0.02	+ 0.15	+ 0.39	+ 0.49	+ 0.29	+ 0.10	+ 1.32

* Quota dello zero dell' idrometro sul livello del mare.

Digitized by Google

AGOSTO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	o	o	o	o	o	o	mm
1	748.8	747.0	747.3	747.7	+24.2	+30.1	+25.2	+30.4	+18.3	+24.5	—
2	47.9	46.9	46.2	47.0	24.3	27.8	25.0	28.8	19.0	24.3	—
3	45.5	43.9	45.1	44.8	24.2	29.9	23.0	30.4	18.8	24.1	—
4	45.2	44.9	45.6	45.2	22.1	23.5	20.6	25.7	17.6	21.5	3.3
5	47.7	46.6	46.6	47 0	20.9	26.7	23.8	28.4	13.3	21.6	—
6	746.5	744.3	742.7	744.5	+23.2	+27.4	+18.6	+28.3	+17.8	+22.0	9.2
7	43.1	43.6	45.8	44.2	23.3	27.0	21.8	28.0	15.3	22.1	—
8	49.6	49.0	50.1	49.6	21.4	27.5	23.6	29.0	14.1	22.0	—
9	51.4	49.0	48.1	49.5	22.7	29.1	24.6	29.7	14.9	23.0	—
10	48.9	48.4	50.3	49.2	23.8	27.9	22.2	28.7	16.8	22.9	—
11	751.3	750.0	750.2	750.5	+20.1	+27.5	+24.0	+29.0	+13.4	+21.6	—
12	52.1	50.9	51.3	51.4	21.8	29.4	24.2	30.0	14.8	22.7	—
13	51.0	48.4	49.3	49.6	22.8	29.3	23.8	29.7	17.3	23.4	—
14	51.4	50.6	52.3	51.4	23.1	28.7	23.8	29.6	17.1	23.4	—
15	52.7	50.9	51.4	51.7	22.8	28.1	25.0	29.2	15.7	23.2	—
16	752.6	750.8	751.6	751.7	+23.3	+29.0	+25.4	+30.9	+15.7	+23.8	—
17	52.2	49.8	50.6	50.8	23.8	29.5	23.2	30.3	18.0	23.8	—
18	50.1	47.9	48.0	48.7	24.0	30.4	24.8	31.0	18.1	24.5	—
19	48.3	46.3	45.8	46.8	24.0	30.2	25.0	31.0	18.8	24.7	—
20	51.3	51.1	52.8	51.7	24.8	30.1	26.2	31.2	19.8	25.5	—
21	757.1	756.8	757.2	757.0	+25.4	+30.9	+26.4	+31.8	+19.1	+25.7	—
22	57.7	55.8	55.0	56.2	24.6	31.5	26.7	32.3	19.3	25.7	—
23	54.1	52.1	51.5	52.6	25.3	32.8	27.7	33.5	19.1	26.4	—
24	50.8	48.9	48.1	49.3	25.3	30.5	25.6	31.4	19.8	25.5	—
25	48.1	46.4	46.9	47.1	23.0	29.7	23.8	30.6	17.8	23.8	—
26	748.1	746.0	745.6	746.6	+23.5	+27.7	+24.6	+30.5	+19.5	+24.5	—
27	45.6	45.2	48.4	46.4	22.5	30.2	22.0	31.0	18.9	23.6	—
28	50.0	48.2	48.1	48.8	22.5	26.6	23.4	27.0	17.0	22.5	—
29	48.1	46.1	47.2	47.1	22.1	18.0	17.8	27.0	15.3	20.6	13.1
30	45.5	45.4	46.9	45.9	16.8	24.2	18.2	24.2	12.6	17.9	—
31	48.5	46.6	46.6	47.2	+17.0	+24.6	+20.6	+26.0	+10.3	+18.5	—
M	749.72	748.32	748.79	748.94	+22.86	+28.22	+23.57	+29.50	+16.88	+23.20	25.6

Altezza barom. mass.	mm 757.7	g. 22	Temperatura mass.	+ 33°.5	g. 23
» » min.	743.1	» 7	» min.	+ 10°.3	» 31
» » media	748.94		» media	+ 23°.20	

Nebbia il giorno 30

Temporale i giorni 4,6,29

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

Digitized by Google

AGOSTO 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	16.0	12.8	13.7	14.0	81	41	58	63.7	8	2	6	S	SW	SW	6
2	12.9	14.0	14.3	13.5	57	50	61	59.7	10	9	6	CALMA	CALMA	NW	5
3	14.6	11.7	13.2	13.0	65	37	63	58.7	10	9	7	SE	SW	SE	9
4	12.1	11.2	10.4	11.0	61	52	58	60.7	10	3	0	NE	E	W	11
5	10.7	13.1	12.4	11.9	58	50	57	58.7	4	4	6	NE	E	S	5
6	12.8	14.1	13.4	13.2	61	52	84	69.3	8	9	8	CALMA	S	N	5
7	4.3	6.8	5.6	5.4	20	26	29	28.7	1	1	0	N	W	N	12
8	9.4	8.2	5.5	7.5	49	30	26	38.7	1	1	3	S	SE	E	5
9	11.9	11.0	11.9	11.4	58	36	52	52.4	9	8	7	SE	SW	SW	4
10	7.3	9.1	9.2	8.4	34	33	46	41.4	0	3	1	E	W	SE	8
11	9.0	7.9	8.7	8.4	52	29	39	43.6	0	0	0	SW	W	SW	6
12	9.5	10.8	11.2	10.3	49	35	50	48.3	3	3	3	SE	SE	E	6
13	11.6	12.0	7.9	10.3	57	40	36	47.9	6	7	3	SE	SW	NE	8
14	10.9	10.9	11.2	10.8	52	37	51	50.3	3	1	1	SE	E	E	7
15	10.1	9.8	10.1	9.8	49	34	43	45.6	2	2	1	NE	SW	SE	6
16	11.6	11.0	10.2	10.7	55	37	42	48.2	1	2	7	N	NW	SW	6
17	14.2	14.3	12.8	13.6	65	47	61	61.3	3	4	9	SW	SW	W	11
18	15.4	15.6	14.8	15.1	70	48	64	64.3	4	3	4	W	SW	W	9
19	15.1	15.0	16.0	15.2	68	47	68	64.6	2	6	6	S	W	NW	7
20	14.1	13.8	13.9	13.7	62	43	55	56.9	4	4	4	E	SE	E	9
21	11.8	12.4	13.8	12.5	49	37	54	50.2	9	1	4	SE	SE	E	6
22	12.0	13.8	15.0	13.4	52	40	58	53.5	0	3	0	SW	E	NE	5
23	14.5	12.3	11.0	12.4	60	33	40	47.8	0	0	3	SE	SE	W	5
24	10.3	12.0	9.8	10.5	43	37	40	43.5	4	2	6	NW	W	N	6
25	14.1	13.3	14.1	13.6	67	43	64	61.5	3	2	5	NW	SW	SW	9
26	14.3	14.6	14.6	14.3	65	53	63	63.8	8	6	6	E	NE	SW	8
27	11.7	5.2	11.7	9.3	58	16	60	48.2	5	1	3	W	N	E	11
28	12.3	12.5	13.0	12.4	61	48	61	60.2	9	9	9	SE	E	E	7
29	12.4	12.3	11.6	11.9	63	80	76	76.5	7	10	6	SE	NE	E	7
30	11.6	4.1	14.9	6.7	81	18	32	47.2	9	0	3	W	N	NW	11
31	5.9	5.7	8.5	6.6	41	25	47	41.1	0	0	3	E	NW	W	5
M	11.76	11.33	11.43	11.32	56.9	39.8	52.8	55.44	4.9	3.7	4.2				7.3

Tens. del vap. mass. 16.0 g. 1,19
" " " min. 4.1 " 30
" " " media 11.32
Umid. relativa mass. 81 % " 1,30
" " min. 16 % " 27
" " media 53.44 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
7	7	17	17	5	17	13	7	3

Media nebulosità relativa del mese 4,3

Digitized by Google

SETTEMBRE 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	746.6	745.3	745.4	745.8	+19.3	+25.7	+22.0	+26.2	+12.9	+20.1	—
2	46.0	45.7	46.8	46.2	19.4	20.8	18.8	21.4	15.8	18.9	1.3
3	48.8	48.1	49.1	48.7	20.0	26.2	21.8	26.7	14.8	20.8	—
4	51.8	50.5	51.0	51.1	21.2	26.4	22.2	27.5	15.1	21.5	—
5	51.0	49.8	49.9	50.2	21.8	27.3	23.6	28.0	15.8	22.3	—
6	749.1	748.2	749.3	748.9	+23.2	+27.2	+21.6	+27.7	+18.3	+22.7	—
7	51.3	49.8	49.6	50.2	20.9	27.0	22.8	27.9	14.8	21.6	—
8	46.5	44.3	45.2	45.3	21.0	22.5	20.8	24.7	18.3	21.2	5.0
9	45.3	44.7	46.1	45.3	20.1	25.1	20.8	25.2	15.7	20.5	—
10	48.1	46.3	45.6	46.7	20.8	25.9	22.0	25.4	14.8	20.7	—
11	744.0	742.7	743.3	743.3	+22.3	+27.4	+22.8	+27.7	+16.8	+22.4	—
12	42.7	41.1	41.1	41.6	21.9	28.7	21.2	28.7	16.7	22.1	3.2
13	45.1	45.9	50.5	47.2	22.9	26.7	18.8	26.5	14.8	20.8	—
14	54.4	53.8	54.3	54.2	18.4	24.3	19.8	24.4	13.3	19.0	—
15	54.4	52.6	52.9	53.3	18.3	25.2	20.6	25.5	12.8	19.3	—
16	753.0	751.1	751.6	751.9	+19.0	+26.4	+21.4	+26.4	+13.7	+20.1	—
17	52.1	51.6	52.1	51.9	19.8	25.9	22.0	26.6	14.3	20.7	—
18	53.1	51.7	52.0	52.3	21.7	26.9	22.6	27.4	15.8	21.9	—
19	52.5	51.0	51.8	51.8	21.1	26.6	23.2	27.0	16.8	22.0	—
20	50.3	47.9	47.9	48.7	23.4	26.2	23.0	26.6	17.6	22.6	—
21	748.9	748.3	749.8	749.0	+21.0	+26.0	+20.6	+26.0	+16.3	+21.0	—
22	50.8	47.6	46.3	48.2	19.9	25.4	20.6	25.3	14.8	20.1	—
23	39.8	37.4	37.1	38.1	19.0	18.4	19.2	19.7	15.6	18.4	9.5
24	39.9	42.8	45.7	42.8	17.4	20.0	18.2	20.6	14.6	17.7	11.8
25	50.1	50.9	50.6	50.5	17.9	20.1	18.2	23.0	14.3	18.4	25.2
26	752.2	751.2	751.1	751.5	+18.5	+25.6	+21.3	+25.6	+13.2	+19.7	—
27	49.0	46.8	47.3	47.7	20.4	23.1	19.6	24.3	17.0	20.3	—
28	46.3	44.1	45.1	45.2	18.3	23.2	19.8	23.7	14.3	19.0	—
29	47.7	47.2	47.9	47.6	18.7	23.0	18.4	23.5	14.7	18.8	—
30	46.3	43.8	43.0	44.4	+18.5	+22.3	+19.2	+23.3	+14.3	+18.8	—
M	748.57	747.41	747.98	747.99	+20.20	+24.88	+20.90	+25.42	+15.27	+20.45	56.0

Altezza barom. mass.	mm 754.4	g. 14-15	Temperatura mass.	+	28.7	g.	12
» » min.	737.1	» 23	» min.	+	12.9	»	1
» » media	747.99		» media	+	20.45		

Temporale i giorni 12, 23, 25

Nebbia » 3, 4, 5, 6, 16, 18, 26, 28, 29, 30.

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

Digitized by Google

SETTEMBRE 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in km. all'ora
	9h	15h	21h	M corr 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	10.1	10.3	11.1	10.3	61	42	56	56.3	2	3	8	SW	SW	NE	4
2	13.0	13.8	13.3	13.2	77	76	83	82.0	10	9	4	SE	SE	E	6
3	13.8	12.9	13.0	13.1	79	51	67	68.9	7	3	3	SW	SW	SW	4
4	14.0	13.0	14.1	13.5	75	51	71	69.0	10	3	6	CALMA	SE	NE	4
5	13.7	13.3	12.6	13.0	70	49	58	62.3	2	4	7	NW	SW	SW	5
6	12.6	13.3	11.9	12.4	60	50	62	60.6	9	4	3	E	SW	NE	6
7	12.6	14.1	13.4	13.2	69	53	65	65.6	4	5	5	E	E	E	7
8	15.6	15.5	14.9	15.2	84	77	82	84.3	10	10	5	E	NE	W	7
9	12.2	13.9	14.3	13.3	70	59	78	72.3	8	7	5	E	E	N	6
10	13.6	13.4	14.2	13.5	75	53	72	70.0	10	5	7	SE	E	SE	5
11	12.2	14.7	14.7	13.7	61	54	71	65.1	9	6	4	SE	S	NE	7
12	13.1	13.1	14.7	13.4	67	45	78	66.4	2	3	6	E	E	N	6
13	5.4	3.9	10.4	6.4	26	15	64	38.1	0	2	3	N	N	E	13
14	7.8	8.8	9.9	8.6	49	39	58	51.8	5	5	3	E	SE	NW	5
15	10.1	10.3	11.3	10.5	65	43	63	60.1	2	4	2	SW	SW	E	4
16	11.3	10.9	11.4	11.0	69	42	60	60.1	1	0	1	SW	SW	N	4
17	11.5	11.3	12.6	11.6	67	45	64	61.8	1	8	3	S	SW	W	3
18	12.3	10.9	12.2	11.6	64	41	60	58.1	7	8	6	E	W	N	3
19	12.7	12.0	14.8	13.0	68	46	70	64.4	4	10	4	W	W	CALMA	5
20	14.1	13.8	14.5	14.0	66	55	70	66.8	7	9	7	E	NW	W	4
21	11.7	14.1	12.5	12.6	63	56	69	65.5	4	3	0	E	E	E	7
22	10.4	10.8	12.5	11.1	61	45	69	61.1	7	4	6	SE	SE	E	11
23	12.6	11.8	13.4	12.5	77	75	81	80.5	10	9	10	E	E	E	10
24	13.3	14.1	13.4	13.4	90	81	86	88.5	10	9	10	SE	E	E	15
25	13.0	14.2	14.0	13.5	85	77	90	86.8	9	10	5	NW	W	W	14
26	12.9	16.4	15.9	14.9	81	67	84	80.1	2	3	4	CALMA	SE	E	3
27	15.8	14.3	14.7	14.7	89	68	87	84.1	9	9	8	NE	W	E	5
28	13.8	12.8	14.3	13.4	88	61	83	80.1	10	4	4	NE	NW	SW	3
29	13.8	13.1	12.4	12.9	86	63	79	78.8	10	6	5	SE	SE	SE	7
30	12.9	12.6	12.8	12.7	81	63	77	76.5	9	8	8	SE	E	E	8
31															
M	12.40	12.58	13.17	12.54	70.77	54.73	71.90	68.87	6.3	5.8	5.1				6.4

Ten. del vap. mass. 16.4 g. 26
" " " min. 3.9 " 13
" " " media 12.54
Umid. mass. 90 % g. 24-25
" min. 15 % " 13
" media 68.87 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
6	7	29	15	2	13	10	5	3

Media nebulosità relativa del mese 5.7

Digitized by Google

Adunanza del 14 Novembre 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. P. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Berzolari, Buzzati, Del Giudice, Fantoli, Guarnerio, Jorini, Jung, Menozzi, Murani, Oberziner, Pascal C., Sabbadini, Sala, Salvioni C., Scherillo, Supino C., Villa, Zuccante.

E i SS. CC.: Barassi, Bellezza, Bonardi, Brizi, Calderini, Cisotti, Devoto, Gabba L., Grassi, Griffini, Zingarelli, Zuretti.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE.: Celoria, vicepresidente e Lattes E., e, per ragioni d'ufficio, Gorini.

L'adunanza è aperta alle ore 13,40.

Dietro invito del presidente, il segretario, M. E. prof. Murani, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato.

Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto. Esse sono, per la Classe di scienze matematiche e naturali, le seguenti:

Agamennone G. Sulla natura del 1.° impulso del terremoto marsicano del 1915. Roma, 1918.

Ivaldi G. Sull'applicazione dei principi di Galileo allo studio dei gas. Genova, 1918.

Indi il S. C. prof. Aristide Calderini, chiesta ed ottenuta la parola, segnala ai colleghi la prossima pubblicazione del vol. XIII degli *Oxyrhynchus Papyri* per cura specialmente dell'illustre prof. B. Grenfell del *Queen's College* di Oxford: « Il volume che, come cortesemente mi annuncia l'Autore, uscirà probabilmente per Natale, vuol essere subito segnalato per la sua grande importanza letteraria; esso conterrà infatti, oltre alcuni notevoli testi teologici (tra cui un esemplare di

Digitized by Google

Tobia XII, che è uno dei più antichi frammenti biblici trovati in Egitto), anche tre ditirambi di Pindaro, di cui uno in onore dei Tebani, ditirambi che ci permetteranno di studiare anche questo genere lirico nel poeta Tebano in confronto con Bacchilide; un lungo papiro di Lisia, con una interessantissima orazione di importanza insieme politica e giuridica; un papiro di Iperide, il frammento di uno storico che potrebbe essere Eforo, e che risolleverà le discussioni già iniziate al tempo della scoperta del così detto « Storico di Ossirinco »; un frammento di un dialogo filosofico forse dell'Alcibiade di Eschine; *problemi* di Aristotele; frammenti di Menandro ecc. E, tra gli autori noti, odi di Pindaro, Teocrito, Erodoto, Platone, Eschine. Il Grenfell inoltre comunica di attendere alla preparazione del XIV vol. per il 1919, volume che conterrà esclusivamente documenti non letterarî; e collo Smyly al III vol. dei papiri di Tebtunis che includerà fra l'altro l'Inaco di Sofocle e un importante trattato musicale; informa inoltre di nuove scoperte di lirici, di epici, di oratori; promette poi un importante repertorio di tutti i papiri greci finora scoperti; cose tutte che attestano la sua meravigliosa attività e l'importanza che l'Inghilterra assegna anche a queste scienze per affermarsi in ogni campo degnamente ».

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Edoardo Bonardi legge la nota « *Il filacogeno pneumonico di Schafer-Wright nella cura della polmonite* ».

Il S. C. prof. Umberto Cisotti discorre brevemente « *Sopra alcune relazioni integrali relative a funzioni di variabile complessa e a funzioni armoniche* ».

Il prof. Cesare Ranzoli, non essendo potuto intervenire all'adunanza, ha inviato un sunto, che viene comunicato dal segretario, M. E. prof. Zuccante, della sua nota: « *Il valore dell'istante nella dottrina aristotelica del tempo* ». La nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di letteratura e filosofia.

Il prof. Emilio Veneroni riassume brevemente, la 2.ª parte di un suo scritto « *Principali tipi di corrispondenze piane simmetriche [22] della classe uno* ». La nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche.

Il presidente comunica quindi la proposta formale della presidenza e di alcuni membri, di inviare alla consorella Accademia degli Agiati di Rovereto una parola di plauso e di esultanza per l'azione d'italianità da lei infaticabilmente spie-

Digitized by Google

gata durante la dominazione straniera e per la sua, così desiderata e da tanto tempo attesa, congiunzione alla grande famiglia delle Accademie del Regno. La proposta è approvata a unanimità.

Il presidente comunica ancora la proposta della Sezione di filosofia e letteratura che sia nominato socio straniero Woodrow Wilson, presidente degli Stati Uniti. La proposta è accolta con plauso e si delibera che, passando sopra alle norme procedurali volute dal Regolamento per le elezioni ordinarie, la votazione sia fissata per la prossima adunanza del 28 novembre e sia fatta per acclamazione.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente

P. DEL GIUDICE

Il Segretario

G. ZUCCANTE

Digitized by Google

IL DIALETTO DELLA VALSESIA

III.

MORFOLOGIA E CAPITOLO FINALE

Nota del dott. Teofilo Spoerri

(Adunanza del 6 Giugno 1918)

Morfologia.

127. Articolo determinato: Maschile sing. = *l* dav. a vocali: *l ambulik*, *l ęgu* citiso delle alpi, *l ǫru* otre ecc. Ro. = *a*: *a ęgu* ecc. v. n. 79b. — *al*, (*'l*) dav. a cons. labiali e velari: *al bakáṅ*, *al falkę́*, *al magúṅ* gozzo, *al gavás* spreg. gozzo ecc. *'l foku* fiammifero. Negli altri casi = *u* (v. n. 83): *u sjas*, *u skárlu* battiburro, *u traf*, *u nas* ecc. In tutti questi casi si trova anche *al*; mai dav. a *s* impuro. v. cap. fin. Cast. 123; St. rom. x, 1; AG. xv 417; Gel. 143; Par. Ormea 112. Dav. a un *s* impuro si ode talvolta un *lu*: *lu spizję́*, *lu spak*; Cm.[1] *lu skörs*, Cc. *lu stram*; ma nei testi e nella conversazione non ho mai sentito un *lu*. Sarà dunque un' immissione letteraria. **Maschile plur.** = *i* dav. a cons.: *i bakę́ñ* ecc. *l*, *j* dav. a voc.: *l ö̆ğği* ecc. *l* + a prostetico dav. a s impuro: *l-a-šturnöjt* ecc. v. Cast. n. 123. **Femminile sing.** = *la* dav. a cons.; *l* dav. a voc. A Ro. sempre *a*: *a bęlma*, *a füm*, *a åska* esca ecc. v. n. 79. A Vo.[1] ho udito soltanto 2 forme con *a*: *a bjava*, *a paja*. **Femminile plur.** = *al* (*'l*) dav. a cons.: *al mę́ñ* mani ecc. (AG. xv 431). *l*, *j* dav. a voc.: *l oži*, *l ovi* ecc. vedi cap. fin. *l*, *j* + *a* prostetico dav. a *s* impuro: *l-a-spiĝi*, *l-a-smáni* ecc. A Bo. si ode talvolta un *li* in questa posizione, sarà come *lu* (qui sopra) una forma letteraria. A Ro. abbiamo senza eccezione *j* + *a*: *j-a-štrafíli*, *j-a-spigarö́j* (masch.) — *j-a-skaji* (*a skaja*), *j-a-štaṅgátti* ecc. V. it. Gr. § 382, Salv. K. J. I 129.

128. Articolo indeterminato: Maschile: *ün* (anche *üṅ*, *in*, *an*, *am*; *m*, *n*, *ṅ*, v. n. 58, 59). A Ro.: *ün* (*in*, *an*) dav. a

Digitized by Google

voc.: *ün ampüṅ* REW 1269, 4133; *üṅ* (*aṅ*) dav. a cons. non labiali: *üṅ sẹrp*; *am* dav. a cons. labiali (con eccezioni). *n* + *a* prostetico dav. a *s* impuro: *n-a-skü* uno scudo, *n-a-spinać* pettine della canapa, *n-a-štáñ* stagno, *n-a-žlatüṅ* uomo disordinato ecc. (Cast. 124: *üṅ* dav. a cons., *ün*, *n* dav. a voc.; *nẹ* dav. a *s* impuro). **129. Numeri**: *ǖṅ*, *dọj*, *trẹj*, *kwătru*, *ćiṅkw*, *sẹš*, *sẹt*, *ọt*, *nọf*, *dẹš*, *ǘndẹš* (l'*ẹ* medio si avvicina molto all'*ä*, *ẹ*), *dǔdẹš*, (*dúddẹš*), *trádẹš*, *kwatọrdẹš*, *kwīndẹš*, *sáddẹš*, *daśdọt*, 'dece ed otto' (Cast. n. 125n), *daśnọf*, *vīnt*, *vintüṅ*, *vintadọj* — *trånta* (sull'analogia di *kwarånta* ecc. Cast. n. 125n), *ćiṅkwånta*, *sašånta*, *satånta*, *utånta*, *nuvånta*, Ro. *nuranta*, *ćẹ́nt*, *duśẹ́nt* (*dọjćẹnt*), *trẹćẹnt* — *mila* — *al prĭm*, *al sakünd*, *u tẹ́rz*, *al kwárt*, *al kwīnt*, *u sẹšt*, *u sẹttimu*, *l uttāf*, *al nọ́nọ*, *al dẹ́žmu*, *l undićẹ́śmu* — *u drẹr*, *la drẹra* l'ultimo. — *la dižẹ́na*, *la duśẹ́na*. **130. Mutamento di genere**: *la sā*, *la mẹl*, *la fẹl*, *la sẹf* il sebo, *la fjọ́* il fiore, *la füm*, *la süa ventri* il suo ventre, *la matiṅ*, *la sẹ́j* sera, *la kawt*, *la köf* il covone REW 1796; Cc. *la fjọ́ra* fiore. — *al parpẹ́l̄* la palpebra (plur. *i parpẹ́l̄*) è un plurale, erroneamente inteso come singolare, l'articolo essendo lo stesso per il femm. plur. ed il masch. sing. (*al*) — AG IX 439, XV 429, Cast. n. 127, K. J. I 128.

131. Plurale dei nomi: Maschile v. n. 64-68, Femminile n. 63a. v. cap. fin. — Forma del plurale estesa al singolare: *üṅ karẹl̄* REW 1628. **132. Comparazione degli aggettivi**: Accanto alla comparazione comune *pjüsẹ grant*, *kupjü grant*, *al pjüsẹ grant* ecc., c'è un superlativo organico: a) *nöf nuvẹ́nt*, *kawt kawdẹ́nt*, *güz güzẹ́nt* acutissimo, *biåṅ bjaṅkẹ́nt*, *bañá bañẹ́nt* tutto bagnato ecc. b) *nöf nuvić*, *kawt kawdić*, *sẹk sačić*, *frẹč fraǧić*, *vẹrt vardić* non secco; Ro.: *štrakawt*, *štrafọrt* ecc. V. it. Gr. § 363, Salv. K. J. I 128, Salv. mil. mod. 59, Salv. P. Arb. 79, Salv. AG XVI 285n, Filzi p. 33. **133. Pronomi personali**: a) **Assoluti**: *mi*, *nuj*, *nujajt*; *ti*, *vuj*, *vujajt*; *čẹl*, *čálla*, *lọr*, *lurajt*; rifl. *si*, (*da parčẹ́l*, *da parčálla*). b) **Congiunti**: I pers. nom. sing. *i* (Vo.[1] anche *e*) plur. *i*, obliquo sing. *mi*, *m* plur. *ni*, *n*, enclitico, *me*, *mi*; plur. *nẹ*. II pers. nominativo sing *ti*, *t*, plur. *i*, obl. *ti*, *t*; plur. *vi*, *v*, *f*, encl. *tu*, *vu*. III pers. nom. sing. masch. *al*, *l*, *a* (quest'*a* si è propagginato nelle altre persone e serve come vocale d'appoggio in nessi di consonanti sgraditi), *lu* (*a*) dav. a *s* impuro (*lu* a Bo., *a* negli altri dialetti); femm. *la*, *l*, *a*, plur. *i*; obliquo, acc. masch. *lu*, *l*; femm. *la*, *l*; dat. *ĝi*, *g*; plur. acc. *l̄i*, *l̄*, *j*; dat. *ĝi*, *g*. Impersonale: *a*. Riflessivo: *si*, *s*. **Esempî**: I. *i t lu darö* io te lo darò, *l a dač -i-n lu* lo ha datocelo (*i* dopo *č* vocale d'appoggio), *s a mi f lu dẹs* se

Digitized by Google

io ve lo dessi, *vauni aprő mme* vieni apresso mi, *mi a m a pjažü mmi* me (= in quanto a me) egli o essa mi ha piaciuto-mi, *i g n üma sę nnu* noi ce ne abbiamo abbastanza-ne, *ná mmi! ná mmi!* negazione energica. *aprő nne* dietro a noi. II. *ka t ćarnęssi ti* che tu scegli tu, *ti t a pőj* tu tu puoi, *ti t pęvi* potevi, *ka t a g dáĝi* che tu gli dia-gli, *t a vuĝi* tu vedi, *t a faraj kum a t vuraj, ti t vęñi? t a vęñi?* vieni? *t a t pöj anę t nu* tu ti puoi andare-te-ne, *va ttu* va tu! — *i ęj vadañá* voi avete guadagnato, *nę vu ĝü lá* andate voi giù là! III. *čęl a g a dıd ĝi* egli, esso gli ha detto-gli, *al g a maj préšša* egli ci ha mai pressa, *a l a sapjülu* egli lo ha saputo-lo, *a n a-šča-rę́va pjů* egli non vedeva più niente. *mi j ő íra prő ĝĝi* io io ho ira appresso lui. — *čęl lu štrę́nć* egli stringe, *čęl lu ryǫ́la, čęl lu śmǫ́rza* ecc., anche *čęl a sfrę́ga* ' si frega ', *a s a-spaǫ́ra* ha paura ecc. Altrove sempre invece di *lu* = *a*: *čęl askrıf* ecc. — *šta fümbra a m pjáš* questa femmina ella mi piace, *l a pjažů mmi* ella ha piaciuto-mi; — *s i pę́ssu i katrǫ́ššu aüka kula ká* se eglino potessero eglino comprerebbero anche quella casa, *a l á manáj li* egli li ha menati-li, *a m l á vandůj* egli me li ha venduti; Vo.[1]: *u lůf a j trováj tůč* il lupo ha-lli trovati tutti, *a j á j manĝáj* egli li ha-lli mangiati; riflessivo: *s n ę turná s nu* se n'è tornatosene, *l ę lumantá si nsę́ma u sö ǫ́m* si è lamentata dal suo marito, *pensa par čęl* pensa a se stesso, *l ę dič si da par čęl* si è detto (per se medesimo) ecc. Impersonale: *a vulajga* incomincia a nevicare, *a skuciša* piove (una pioggerella finissima), *a balka da pjǫ́vi* cessa di piovere. V. ant. ast. n. 89, AG xv 431, Cast. n. 130-137. Sopra *ĝi* v. n. 138. Sopra *čęl* v. AG xv 436n, e cap. fin. — **134. Pronomi e aggettivi dimostrativi: questo**: *kwęšt* (più di rado *kušt*) *küšta, kwišt, kušti*. Anche *čęl, čálla*. Con rafforzamento: *kuštki, kušt kilǫ́*, Ro.: *štu, šta, šti* *custu, (*štu brő* questo brodo, *šti due matti* queste due giovani); Vo.[1]: *ošt temp, ošt komp, ęšt krős, os lajk* questo lago — *kos brö* v. Cast. n. 139, ant. Ast. n. 91. **codesto**: *ęš, íša, īš, iši*. Es.: *fíla kun ęš gros fůs!* fila con codesto grosso fuso, *tira fǫ́ ša kamižőtta* levati codesta ' camicetta ', *srę́ ęš ůš* serrate codesta porta; Cc. *töj ĝę l kurtę́l a s matalę́t* togli via il coltello a codesto bambino. In altri casi la funzione di ' codesto ' non è quasi più sentita. *ęš* può segnare uno dei due interlocutori in un racconto: *ęš l a pöj dıdĝi* l'uno gli ha detto poi... Ancora più generale: *par ęš* = per quello, in quanto a quello. Ma anche qui il significato ' codesto ' trasparisce (in quanto a quello che *tu* dici...) v. AG xv 303 sg., xv 435, Gel. 147 e cap. fin. **quello**:

Digitized by Google

kwęl, kulla, kwil, kulli. kulla l ęra tam bęlla e čälla l ęra krǫja quella era tanto bella e questa era brutta. Forma rafforzata: *kwęl lǫ.* **ciò**: *ċǫ, ċu. l ę mia bęl ċu k l ę bęl, lę bęl ċu ka pjäs.* '**cià**': *ċa (ecce hac) tǫ ċá la ranża* prendi via la falce, v. n. 138a. **135. Pronome possessivo**: *mę̆, męja męj, męji — tŭe, tua, töj, tui, — sŭe, sūa, söj, sui, — nöst, nǭšta, nöst, nǫšti, — röst, rǫšta, röst, rǫšti.* La terza plurale è identica alla terza singolare; quando si vuol indicare senza equivoco il plurale, si usa la perifrasi: *l ę sǫ̈ ęd lurájt* 'è suo di loraltri'. **136. Pronome interrogativo**: **chi**: *ki — ki k l ę nǎ?* chi è venuto? Ro. *ki l g ę l?* chi c'è? **che cosa**: tonico *kwę?* atono *ku? ku fa t Ia?* Che cosa fai tu, Maria? Ro.[2] *ku jęl?* Che c'è? — V. Cast. n. 141, AG xv 437.

137. Pronome relativo: *ki, k. n ġurnęl k al nęva a vāǧǧa* un giovanotto che andava a veglia. *lünęs ka vęn* lunedì prossimo. **138. Pronomi avverbiali e indefiniti**: it. **ne**: *n, nu* anche dopo preposizioni e avverbi. *i g n ämа sę nnu* noi ce ne abbiamo abbastanza ne. *s n ę turnä s nu* se n'è tornatosene, *a g n a bjǎ g nu asę nu* egli ce ne ha avutocene abbastanza-ne. **ci**: *ġi, g.* Non è completamente fuso col verbo avere come in altri dialetti. A Ro.[2] *j* nella domanda: *ku j ę l?* che ci è lì? v. ant. Ast. *coglelo?* che c'è? AG xv 437. — it. Gr. § 371. Salv. K. J. 1 128, Cast. n. 143. **li**: Ro. *ki l g è l?* chi lì c'è lì? Cc., Fe. *ke temp fä l?* **altro**: *l ārt, l ārta, l ājt, l āwt.* **nessuno**: *nün, nüni*; Va.[1] *nčün.* **qualcuno** ecc.: *kwarkün (kwajkün, kwajkadün), kwalkǫs.* **ogni**: *oñadün.* **tutto**: *tüt, tütta, töjt, tütti.* Vo. Va *tüč* (tutti). **139a. Indeclinabili**: **dove**: *enta vät?* dove vai? Ro.[2] *antè, dunta, te* Fe. *ntę ti vaj?* Salv. K. J. 1 127 *tte vē?* lomb. dove vai? '**insieme**': *la dič ansęmma la mätta* egli ha detto alla figliuola, *pǫ̈j a g a did ġi nsęma la mäta, l a dič ànsęm al sö pàre* egli ha detto al suo padre, *mi vǫ̈l nę m nu nsęmma me pàre* voglio andarmene dal mio padre, *l ę lumantä si nsęma u sö ǫm* si è lamentata dal suo marito, *in näj lumantęsi ansęma l prévi* sono andati a lamentarsi dal prete, ecc. '**con**': *l a dädġi kum la mäta* ha detto alla giovane. '**a casa**': *l a pruvä nę dinti a kä du kulli fümbri* egli ha provato andare dentro da quelle femmine, *a ka di Pratájč* dai Preti. Vo.[1] *l ę kürs ka d ün panatę* è corso da un fornaio (cfr. franc. *chez un boulanger*), Ton. 138 *la discressiun la sta ben fin ca del diau*, **intus**: *i vöj takę la nt a na kǫrda par mütta ka m askäppa ntal prä* voglio attaccarla ad una corda perchè non scappi nel prato, *takę la nt ün brač* toccarla a un braccio, *l ę anä nt i sö*

Digitized by Google

pàre ecc. ' **in + cima** ' *l ẹ sautá mi ǵů n ċůmma l vís* mi è caduto sul viso, *l ẹ piantá n ċümma n saš* è piantata sopra un sasso, *l ẹ na sů n ċůmma la pjuvá* è andato sopra il tetto. — *darīva čàlla* vicino ad essa, *via bélli tånt da lúnċ* proprio lontano. — **mica**: *nẹ́ṅ*; **ma** in senso di 'soltanto' per rafforzare il senso del sostantivo: *t ẹ́j ma na ċúlla* tu sei uno sciocco, *l ẹ má m fagọ́t* è un fagotto, *a s fá pjü má plafọ́ñ* non si fa più altro che soffitti, *pjü ma trẹ́j di d vīta* soltanto tre giorni di vita, Va. *iṅ ma sais* sono niente che sassi v. REW 5228.

Si rafforza anche il verbo con fare + ma: *pṓj čél la fač má nẹ́ s nu a ká* poi egli è andato a casa, *l a fač má stalẹ́ si dlúṅk* si è fermato subito, *i aṅ fáč má santí* hanno subito sentito, *l a fa má fẹ ǵů šju šáu* ella lavora male ecc. Il verbo si rafforza talvolta con avverbi di direzione (con spostamento d'accento): *takẹ sů, la matü sů* ha messo, *rabalẹ sů* raccogliere, *trẹ sů* vomitare, *katẹ si sů* comprarsi, *tọ sů* togliere, *al ga sů* egli porta, *driča sů arẹ́nt al můr* appoggiata al muro. — *sautẹ ǵů* cascare, *fẹ ǵů* lavorare, *dasfač ǵů* disfatto, *mviẹ si ǵů* mettersi in via, *pasẹ ǵů* ecc., *tọ ċá* togli qua, *s l ẹva tulöča ċá skọ́s* 'se l'aveva tolta qua in grembo' = l'aveva presa in grembo. — *štrupẹ fọ́* strappare, *tir ti fọ́ la kamiža* levati la camicia, *tọ g la fọ́* togligliela, *trẹ fọ́* cavare fuori ecc., — *l ẹ na drẹ́* l'ha seguito, *l ẹ vöt si drẹ́* si è volto ecc. — *liĝẹ si vía* legare il fazzoletto dietro la nuca, *l ẹ na vía mprẹ́ša* è andato presto incontro, *la stẹ́va via lá* stava là, *l ẹ truva si vía nt ün krṓs* si è trovato in un burrone, *fa ma nẹ́ vu vía nt la štůva* vada nella stanza ecc.

Flessione verbale.

139. Conjugazioni: 1. *-ẹ*: *kantẹ́*. 2. *-ẹj*: *savẹj*. 3. *-'i*: *vẹ́ndi*. 4. *-í*: *suffrí*. Mutamento di conjugazioni: *tñí* tenere, *ǵümí* gemere, *lüží* lucere, *suki* scuotere, *valí* valere v. 162 (Erminia. Bo.[1] asserisce, che le forme con *i* nel verbo 'valere' sono state adoperate per non confondere il verbo valere con *valẹ́* = vagliare (!)), *vúĝĝi* vedere — Ro. *pašẹ́ pascere*. **140. Mutamento di vocale** condizionato dall'accento: a) **a-e** v. n. 41: *santī — mi i sẹ́nt, farĝẹ́ — mi i frẹk* ecc. b) **aj-ẹ** (*ẹj*) v. n. 46: *žlajnẹ́ — mi i žlẹ́n* sciogliere **ex-latinare, dažtajĝẹ́ — mi i dažtẹjk *disthēcare, žlajgwẹ́ — mi i žlẹjk exliquare* c) **u-o** v. n. 50: *truvẹ́ — mi i trọf, durmí — mi i dọrm* ecc. d) **o** (**u**) — **ö** sporadicamente: *mi i völ, ti t vöj — mi i pös,*

Digitized by Google

ti t a pöj — töj togli (*döj* devi — *mi i dęf* Ro.², *i döp*) Part. pass.: *mört, tört, vöt* volto, *köč* cotto. Nelle altre forme toniche = *o*: *mǫf, mǫr, roč* ecc. e) **i-e**: *ĝirĝę — mi i gręk* governare le bestie REW 3858. f) **e caduto — a**: *virlę — virálla* saltellare delle vacche. **141. Presente dell'indicativo**: **Sing.** I[a] pers., caduta di *-o* in tutte le conjugazioni. *mi i trǫf* ecc. v. cap. fin. II[a] pers. regolarmente in *-i*: *ti t trǫvi* ecc. III[a] pers., caduta della voc. finale, tranne di *-a* della 1[a] conjugaz. *čęl al trǫva — čęl al sęnt* ecc. **Plur.** I[a] pers. *-uma, -umma* 1[a]-3[a] conjugazione. *-iguma,* 4[a] conjug. *nuj i truvuma — santiguma, žübiguma* offriamo, *tñiguma* teniamo, *ñiguma* veniamo, *dauriguma* apriamo ecc. v. cap. fin. II[a] pers. *-i* come nel singolare, nelle generazioni recenti. Nei dialetti di fase antica sporadicamente *-ęj*: *anęj* voi andate, *truvęj, skrivęj, pardęj* ecc. Nella 4[a] conj.: *-iji*: *küžíji, durmíji.* A Ro. in corrispondenza colla 1[a] plur.: *-iĝęj = santiĝęj, muriĝęj* ecc. Un indagine speciale sopra l'estensione delle desinenze antiche (*-ęj, -igęj*) fu interrotta dalla guerra. Erminia mi disse sempre accanto alla forma analogica (*skrivi, trǫvi* ecc.) la forma antica (*skrivęj, truvęj*). v. cap. fin. III[a] pers.: *-u = i trǫvu* ecc. v. 69a e cap. fin. Pres. d'un verbo incoativo: *žübiš, žübiši, žübiš, žübiguma, žübíji* (*žübíši*), *žübíšu.*

142. Presente del congiuntivo: I[a] e II[a] sing.: *-a*, I[a] plur. *-uma*, II[a] sing. e plur. *-i*, III[a] plur. *-u*. Per es.: *daga, daĝi, dagą, duma* (= indicativo), *daĝi* (o *dęj* = ind.), *dagu* v. Cast. n. 147, AG xv 441, Gel. p. 152. **142a. Imperativo**: Sing.: *-a* 1[a] conj.; senza desinenza nelle altre conj. (*-iš* negli incoativi). Plur.: 1[a]-3[a] conj. *-ę*; 4[a] conj. *iji. láša prikę* lascia parlare, *tíra fǫ* metti via (ma *lig ti ĝů* 'legati giu', *bůr ĝi n čámma* 'buffa ci in cima', *láš la prikę* lascia la parlare) — *vęnd, dorm, druiš* apri. plur. *anę* andate (*nęru* 'andatevi'), *vandę, durmíji, druíji* Cast. n. 148, AG xv 441, Gel. p. 152. **143. Imperfetto dell'indicativo**: I[a] e III[a] sing. 1[a]-3[a] conjug. *-ęra*, 4[a] *-íva*, II[a] sing. e plur. *-ęri* 4[a] *íri*, I[a] e III[a] plur. *-ęvu*, 4[a] *-ívu.* Es.: *kantęva, kantęri, kantęva, kantęru, kantęri, kantęru.* Cast. n. 150, AG xv 442, Gel. p. 151. **144. Imperfetto del congiuntivo**: I[a] e III[a] sing. *-ęs* 4[a] conjug. *-ís*, II[a] sing. e plur. *-ęssi* 4[a] *-issi*, I[a] e III[a] plur. *-ęssu*, 4[a] *-issu.* Cc., Cm.: *-ejssa* ecc. Va. (Ton.) *-assa, -essa, -issa.* it. Gr. 329, Salv. K. J. 1 129, Cast. n. 150, Gel. p. 153. **145. Futuro**: Sing. I[a] *-rǫ́*, II[a] *-ráj*, III[a] *-rá* Plur. I[a] *-rúma*, II[a] *-ręj*, III[a] *-rán.* **146. Condizionale**: Sing. I[a] *-rǫ̈j*, II[a] *-rǫ̈ssi* III[a] *-rǫ̈* Plur. I[a] *-rǫ̈ssu*, II[a] *-rǫ̈ssi*, III[a] *-rǫ̈ssu.* Le stesse desinenze a Cc. ma I[a] pers. *i maŭgrüss, i böcrüss* ecc.

Digitized by Google

Riv. *gareui*. — A Ro. e negli altri dialetti: Sing. I^a *-ria*, II^a *-rii*, III^a *-ria*. Plur. I^a *-riu*, II^a *-rii*, III^a *-riu*. Intorno al condizionale in *-ǫ*, *-ǫss* v. cap. fin. e it. Gr. § 403, Ormea 91, AG XIV 448, XVI 270n (x 247), Rom. Gr. II § 323, Filzi 28. — Incontro al Diez (Gramm. II., 121) e al Tobler (AG x 247) che fanno risalire queste forme a *cantare habuissem*, al Mussafia (Beitr. 21, n. 1) che ci vede l'influsso della II^a persona, al Meyer-Lübke che spiega l'*ũs* valmaggino-verz. da *füs* fosse, non possiamo ammettere, col Salvioni (AG XVI 270n) e col Filzi, altro che una contaminazione della forma latina originaria *cantassem* colla nuova forma *cañtare* + *habui*. **147. Participio pres.**: 1^a-3^a conjug. *-ãnt*, *ant*, 4^a *-igânt*, *prikânt*. *impagânt*, *kradânt*, *ugânt* vedendo ecc. *santigânt*, *durmigânt*, *añigânt* venendo ecc. Cfr. il modo di dire: *fa mi m pjaži ampagânt* fammi un piacere essendo pagato (funzione passiva del gerundivo Filzi p. 43?). **148. Participio passato**: Debole: 1^a conjug. *-á*, 2^a e 3^a *-ü*, *-ua*, 4^a *-i* *-ija*. *truvá*, *sapjũ*, *vandũ*, *santi*. Forte: *muas* munto — *köč* cotto, *vúnč* unto, *štrenč* stretto, *štört* storto (ma anche *munǧũ*, *kužũ*, *runǧũ*, *štranǧũ*, *štuŕũ*) — *fač*, *štač*, *šač* lasciato, *trač* tratto, *skrič* scritto. — *tulöč* tolto, *kulöč* colto, *rgulöč* raccolto — *druert* aperto, *vart* volto. (Cm.^{1} *tulič* — Vig. *kujęč*, Cal. *töč* tolto, Viv. *kujöč*. Anche nel Grisostomo (AG XVI 255 sgg.) *acolechio*, *tollechio*). **149. esse**: *sĩ*. — Ind. pres. *sũ*, *ęj*, *ę ę*; *súma*, *sęj*, *ĩa*. Congiunt. pres.: *sęja*, *sęji*, *sęja*; *sabjúma*, *sęji*, *sęju*. Ind. imperf.: *ęra*, *ęri*, *ęra*; *ęru*, *ęri*, *ęru*. Cong. *fųs*, *fųssi*, *fųs*; *fųssu*, *fųssi*, *fųssu*. Fut.: *srõ*, *sraj*, *sra*; *sruma*, *sręj*, *srãn*. Cond. *srõj*, *srǫ̃si*, *srǫ*; *srǫ̃su*, *srǫ̃si*, *srǫ̃su*. Imperat. *sęja*; *sabję*, Part. *štač*. **150. habere**: *avęj*. — Ind. pres.: *õ*, *aj*, *a*; *úma*, *ęj*, *ãn*. Cong. *ębbja*, *ębbji*, *ębbja*; *abbjúma*, *ębbji*, (*abbjęj*), *ębbju*. Imperf. ind. *ęra*, *ęri*, *ęru*, cong. *ęs*, *ęssi*, *ęssu*. (Quando diamo 3 forme, la prima è per la I^a e III^a sing., la seconda per la II^a sing. e plur., la terza per la I^a e III^a plur.) Cond. *arõ*, *arǫ̃si*, *arǫ*, *arǫ̃su*, *arǫ̃si*, *arǫ̃su*. Fut. *arõ*, *araj*, *ará*, *aruma*, *arẹj*, *arãn*. Imperat. *ábja*, (*ębja*); *abję*. Part. *bjũ*. **151. stare**: *štę*. — Pr. ind. *štak*, *štaj*, *šta*; *štuma*, *štęj*, *štãn*. cong. *štaga*, *štaĝi*, *štaga*: *štuma*, *štęj* (*štaĝi*), *štagu*. Imperf. ind. *štęra* ecc. cong. *štęss*, *štęssi*, *štęssu* (v. habere), Fut. *štarõ*. Imperat. *šta*; *štę*. Part. *štač*. **152. dare**: *dę*. — Pres. ind. *dãk* ecc. come stare; cong. *daga*, Imperf. *dęra*: *dęs*. Fut. *darõ*, Imperat. *da*; *dę*. Part. *dač*. Cm.^{2} Pres. indic. II^a plur. *dęjf*. **153. sapere**: *sarẹj*. — Pres. ind. *sõ* ecc. come avere. cong. *sęnja*. Imperf. *sęra*; *sęs*, Fut. *sarõ*, Part. *sapjũ* Cm.^{2} Pres. ind.

Digitized by Google

IIª plur. *sęjf*. **154. vadere**: *anę́*. — *văk*, *vāj*, *va*; *anúma*, *anęj*, *vā̃ṅ*, cong. *vaga*; *anúma*, *vāĝi anęj*, *vagu*. Fut. *andrṓ*, Imperfetto (*a*)*nęva*; *nę́s*. Imperativo *va*; *nę́ vu*. Part. *aná*. **155. facere**; *fę*. — Pres *fak* ecc. come stare; *faga*, Imperfetto *fęva*; *fęs*. Fut. *farṓ*, Part. *fač*. Cm.² Pres. ind. IIª plur. *fęjf*. **156. dicere**: *dī*. — Pres. *dik*, *dīži*, *diš*; *digúma*, *dīži* (*diĝęj*) *dižu*. cong. *dĭga*. Imperf. *diĝęva*; *diĝęs*. Fut. *dirṓ*. Imperat. *di*; *diĝę́*. Part. *dič*. **157. tenere**: *tñí*. — Pres. *tęñ*, *tęñi*, *tęñ*; *tñigúma*, *téñi* (*tñíji*) *tę́ñu*. cong. *tęña*. Imperf. *tñīva*; *tñís*. Fut. *tñirṓ*. Imperat. *tęñ*; *tñiji*. Part. *tñū́*. **158. venire**: *ñí*. — Pres. *vęñ*; *ñigúma*. cong. *vęña*. Imperf. *ñīva*; *ñis*. Fut. *ñirṓ*. Imperat. *veñ*; *ñíji*, Part. *ñü*, *ñuwa*. Cc. pres. *veṅ*, *vejni*, *vęṅ*; *ñuma*, *vejni*, *vęñu*. **159. *volere**: *vulęj*. — Pres. *völ*, *vöj*, *vǫ*; *ulúma*, *ulęj* (*vlęj*) *vuṅ*. cong. *vǫla*, *vǫli*, *vǫla*; *vuluma*, *vǫlí*, *vǫlu*. Imperf. *ulęva*; (*v*)*ulęs*. Fut. *urṓ*, *vuraj* ecc. Part. *vulū́*. Ro. *vursū́*. (Salv. K. J. I 129). Cm. pres: *vöj*, *vöj*, *vǫ*; *voluma*, *völi*, *vǫṅ* (*völu*). **160. *potere**: *puvęj*. – Pres. *pös*, *pöj*, *pǫ*; *puma*, *pęj*, *puṅ*. cong. *pǫssa*; *pussúma*. Imperf. *pęva*; *pęs*. Fut. *purṓ*. Part. *pussū́*. Cm. *pös*, *pöli*, *pö*; *puvuma*, *pöli*, *pölu*. **161. debere**: *duvęi*. — pres. *dęf*, *dęvi* (*döj*), *dęf*; *duvúma*, *dovęi* (*dęvi*), *dęvu*. cong. *dęva*, Imperf. *dęva*; *dęs*. Fut. *duvrṓ*. Part. *duvū́*. Ro.² *döp* devo, *döj* devi. **162. valere**: *valí*. — Pres. ente indicativo *val*, *vali*, *val*; *valuma*, *vali*, *valu*. congiuntivo; *vala*. Imperf. *valīva*. Part. *valū́*, *valija* v. n. 139. **163. vedere**: *vŭĝi*. — Pres. *vŭk*, *vŭĝĝi*, *vŭk*; *vugúma*, *vŭĝi* (*uĝę́j*). *vuĝu*. cong. *vuĝĝa*. Imperf. *uĝę́va*; *uĝę́s*. Fut. *vugrṓ*. Imperat. *vŭk*; *uĝę́*. Part. *uĝū́* — Vig. pres. *a vęk*, *ti t a ugē*, *vęk*; *uĝīma*, *uĝī*, *vęĝaṅ*. **164. credere**: *krȧĝĝi*. — Pres. *krȧk*, *krȧĝĝi*, *krȧk*; *karĝúma*, *krȧĝĝi* (*karĝęj*), *krȧĝu*. cong. *krȧĝĝa*. Imperf. *karĝęva*; *karĝęs*. Fut. *karĝrṓ*. Imperat. *karĝę́*. Part. *karĝū́*. **165. trahere**: *trę*. — Pres. *trak*, *traj*, *tra*; *trúma*, *tręj*, *trā̃ṅ*. cong. *traĝa*. Imperf. *tręva*; *tręs*. Fut. *trarṓ*. Imperat. *trę*. Part. *trač*. **166. tollere**: *tǫ*. — Pres. *tǫl*, *tǫlli*, *tǫl*; *tuluma*, *tǫlli* (*tulęj*), *tǫllu*. cong. *tǫlla*. Imperf. *tulęva*; *tulęs*. Fut. *tulrṓ*. Imperat. *tǫl*: *tulę́*. Part. *tulöč*. Si usa anche per 'tolga': *töj*. **167. Osservazioni**: a) *ö*, *sö* sono secondo il Giacomino foggiati analogicamente secondo i verbi che oscillano tra *ö* e *o* (*vogl* — *veugl*) ecc. v. AG xv 445. Mi pare che la forma *-öj* da *habui* nel condizionale sia una conferma per la spiegazione del Salvioni (K. J. I 129) che fa risultare l'*ö* da un *o* + *j* (= *io*). V. anche il Renier (Gel. 188). b) *iṅ* essi sono = mil. *inn*, che stà per *enno* (cfr. tosc. *enno* bellinz. *ęn*.) *enno*: *e* = *hanno*; *ha*. Salv. lag. mag. 251. c)

Digitized by Google

štăk, dăk, văk, făk, dĭk, rŭk, krăk, trăk. v. it. Gr. § 457, AG XVII 196, Cast. n. 159. Influsso analogico di *dik.* d) Cm.: *dęjf* date, *fęjf* fate, *sęjf* sapete = piem. *deve, feve, seve.* Cast. n. 159. Il *f* proviene dal pronome personale (*vi*). e) *ñi* venire, *tñi* tenere; — *bjü* avuto, *sapjü* saputo. Influsso delle forme con cons. + *j*.

Capitolo finale: Il carattere e le affinità del dialetto valsesiano.

Le caratteristiche del valsesiano che danno luogo a confronti sono: **1.** *-are* in *ę*: *kantę* n. 139. — **2.** turbamento velare dell'*a* davanti a nasale: *pjonta* n. 2. — **3.** *ę* di sillaba scoperta: all'interno in *ę*, all'uscita e nell'iato in *ęj*. *la nęf, la sęj* sete, *la sęja* seta. n. 6-9. — **4.** *ę* di posizione forte: in parossitoni = *ä*, in ossitoni = *ę*. *säkka, sęk* secco. n. 12. — **5.** *ej* da *e* dav. a nasale + cons. *čęjnt* n. 14. — **6.** *ǫ* conservato in sillaba scoperta, in posizione debole e in pos. forte negli ossitoni: *la dǫga, stǫrn, tǫp* oscuro (*tuppa*) n. 22. Occorre però nei dialetti di fase più recente in larga misura l'*u*. — **7.** dittongo dell'*o* dav. a *s*, *r* implicati: *mört, nöšt.* n. 28. — **8.** ditt. dell'*o* limitato ai casi dove non s'ha *-a* all'uscita: *mört-morta* n. 29a. — **9.** ditt. dell'*o* in *ö* ho, *sö* so; *andrö* ecc. andrò n. 27b. — ditt. dell'*o* a Cc. in *ę*: *ęs* osso, *ęğğu* ecc. n. 28. — **10.** *ü-ú(w)a*: *ñü-ñúwa* ecc. n. 33. — **11.** *-e* (*-i*) da lat. *-ae* conservato: *fumbri* femmine n. 63. — **12.** Attrazione dell'*-i* plurale: a) *gajt, pojk, lüjf* ecc. n. 65. b) *al męñ* le mani, *kęmp* campi. n. 66. c) *füs*, pl. *füš*, *gros* pl. *groš*. n. 66. d) Cc. *-oni* = *oj*: *mutój*. n. 66. — **13.** *i* fin. conservato in *duj, luj*. n. 64d. — **14.** a) Le desinenze sdrucciole -ino, -ano, -ulo = *-u*: *fraśu, garǫfu, nęspru.* n. 69a. — b) *-u* finale conservato in larga misura. n. 69. — **15.** Prostesi di *a* dav. a *s* impuro: *n aspiúñ, l aspíĝi.* n. 119. — **16.** Monottongazione di dittonghi secondari: *la ręš* radice. n. 126. — **17.** *l* conservato: *pala, filö.* n. 72. — **18.** *z* (*ts*), *ż* (*dš*) conservati: *la luzza* sterco bovino, *la vęrża* cavolo. n. 77, 78. — **19.** *l* tra vocali conservato: *la gǫla.* n. 79. — A Ro. *-l* tra vocali caduto. *a skä* scala, *a barká* salamandro, *a tę* tela. n. 79. — **19.a**: Caduta dell'*l* finale: *al susmá* epilessia. n. 80. — **20.** alt ecc. = *awt*: *kawt.* n. 83. — **21.** Labializzazione dell'articolo determinato dav. a dentali e palatali: *u sǫ* sole. n. 83. — **22.** W germanico = *v*: *la vaja* scommessa. n. 90. — **23.** quello ecc. = *kul* ecc. n. 91. — **24.** *s* palatale (*š*) da *s* + *i*, *s* + *j*, *ss*, *x*, *ps*, *s* + cons. dentale: *gróš* grossi,

Digitized by Google

ün aš, la koša, ęš (ipsu), nöšt. n. 93-95., n. 66d. — **25.** *m* tra vocali = *mm: la tämma* tema. n. 97. — **26.** *n* tra vocali = *n, nj.* Vo.: *la kęna, la galinja* n. 98. — **27.** *-n* finale in *ñ* sporadicamente: *feñ, beñ.* n. 99. — **28.** *g* tra vocali conservato: a) *antręk, antręga* intiero. n. 103. b) con epentesi di *j*: *lümajga, lajk, tejga.* n. 103b. c) *la nojga, varga, pǫlgu pülgu.* n. 103f. — **29.** *č* pal. conservato: iniziale *č*, tra vocali *ž*, all'uscita *š*: *čandrę* focolare, *ažęj* aceto, *la noš* noce. n. 104, 105. — **30.** *g* pal. conservato: *ǧümi* gemere. n. 107. — **31.** cl iniziale = *č*, tra vocali = *ǧ*: *čucenda, ün öǧǧu.* n. 109. — *gl* = *ǧ*: *ǧara* ghiaia. — **32.** -ct = *č*: *lač, fač.* n. 110. — **33.** Caduta del *t* tra vocali: *la prǫja* n. 113. — Caduta anche nel nesso -tr- = *ǫru* otre. n. 114. — **34.** Articolo plurale femminile = *al.* n. 127. — **35.** *čęl* (*chiel*) pronome enfatico della 3.ª sing. n. 133. — **36.** *ipse* nel senso di codesto *ęš.* n. 134. — **37.** Frequente ripetizione dei pronomi personali congiunti: *mi a m a pjažümmi* mi ha piaciuto. n. 133. — **38.** Caduta della desinenza nella prima pers. del presente: *mi i trǫf.* n. 141. — **39.** *-uma* = desinenza della I^a^ plur. n. 141. — **40.** Arcaïsmi e particolarità della conjugazione: a) 2ª pers. sing. pres.: *faj, staj, daj* ecc. n. 167. b) 2ª pers. plur.: *ęj* avete, *vlęj* volete, *dęj* date, — *skirejj, andęj* andate. n. 141. c) condizionale in *-öj, -ošši* ecc. n. 146. — **41.** False regressioni, n. 88, 96, 106, 111.

Piemontese e lombardo: caratteristiche che connettono il valsesiano col piemontese comune sono: 1. -are = *ę* it. Gr. § 86, AG XIV 446. Il territorio dell'*e* comprende la Valsesia, parte dell'Ossola e del Verbano, la Valle Divedro, Antigorio e Verzasca, il Novarese fino al lago d'Orta, il Vercellese lungo il Cervo, la quale regione si continua nella Val d'Aosta. Fra questo territorio dell'*e* e quello a mezzogiorno del Po si frappone come un cuneo il lombardo (*-a*) abbracciando la Lomellina fino a Trecate e la regione del Po fino a Trino. (A mezzogiorno non oltrepassa l'imboccatura del Tanaro). A questo cuneo corrisponde il canavese (*-ar, -a*) che tocca quasi colla sua estremità orientale la regione lombarda. Il confine del territorio dell'*-ę* al sud segue il confine dell'emiliano e del genovese volgendosi poi verso nord nella linea Mondovì-Torino. — **3.** Dittongo dell'*e*: Il territorio lombardo dell'*e* non dittongato forma fra i territori piemontesi-genovesi-emiliani dell'*e* dittongato un nucleo compatto, che comprende il sistema dell'Adda, quello del Ticino fino all'alta Mesolcina (Salv. dial. svizz. 725) e all'estremità settentrionale del Verbano, il territorio fra Ticino e Agogna colla regione del lago di Orta e due striscie fino alla Sesia, l'una al nord di Novara, l'altra lungo il Po. A mezzogiorno il territorio dell'*e* non dittongato è in-

Digitized by Google

franto da un lembo di *e* dittongato che, venendo dal genovese-piemontese, si stende fino a Bologna. V. anche i n. 6-9. **4.** e turbato = e muto piemontese. V. qui sotto. **11.** *-ae* plur. femminile conservato: è una delle caratteristiche che staccano il valsesiano dalla regione alpino-lombarda. V. Salv. dial. svizz. 721. Ma anche il novarese-biellese l'ha conservato. V. qui sotto. **11.** *-i* finale conservato in *dui*, *lui*: Il confine tra *dui* e *du* segue la Toce, passa fra il Lago Maggiore ed il Lago d'Orta, segue l'Agogna fino a Borgomanero, continua poi in linea quasi retta fino all'imboccatura della Sesia, passa all'est d'Alessandria, segue la Bormida e volgesi ad oriente contornando la regione genovese. — Il confine tra *lui* e *lu* è molto istruttivo. La regione del lui comprende l'Ossola (ma Vig. lü), il lago d'Orta e la sponda sinistra della Sesia da Romagnano a Vercelli. All'oriente di questa zona abbiamo il territorio del *lu* che segue il Po a mezzogiorno di Vercelli fino a Trino e contorna occidentalmente Valenza e Alessandria, seguendo poi il confine dell'emiliano fino alla regione ligure. All'occidente del *lui* si trova la zona piemontese-canavese-valsesiana del *chiel*, che prende il posto del *lui* enfatico. Quello che ci par importantissimo nella ripartizione geografica di questo fenomeno è l'esistenza d'una zona d'influenza lombarda che abbraccia il Novarese, la Lomellina, il Po fino a Trino, Alessandria; la resistenza però dell'Ossola e della regione intorno al lago d'Orta ci mostra l'autonomia di questa contrada. **14.** -ano, -ino, -olo = *u*: Partendo da Antrona, il confine lascia a sinistra il lago d'Orta, contorna Gozzano e Borgomanero, passa poi da Arona in linea retta a Vercelli, segue il corso della Sesia e del Po fino all'imboccatura del Tanaro, accompagna l'Orta e circonda poi la regione piemontese. **19.** -l- tra vocali conservato. V. Salv. dial. svizz. 728. **20.** alt = *aut*: lomb. *olt*, piem. *aut*. AG I 299, Muss. altmail. 6, AG XIV 11, (Cast. n. 73) XV n. 3 p. 406, VIII 117. **23.** *kul*, *kulla*, *kušt*, *kušta* ecc. it. Gr. § 379. **26.** *n* intervocale = *ṅ*: it. Gr. § 216, 275, AG II 127, III 37, IX 215, XIV 118, XV 8, 419, XVI 201, 537, XIV 231-232. V. qui sotto. **33.** Caduta del *t* intervocale: Nel lombardo il t del nesso -tr- non è caduto. Il confine segue la riva destra del Verbano lasciando a sinistra la regione fra il lago d'Orta e il lago Maggiore, continua poi lungo il Ticino fino a Novara; al nord di Novara passa dal Ticino all'Agogna, di qui va direttamente al sud, lascia a destra Alessandria e segue il confine ligure-emiliano. **34.** Articolo femminile plur. = *al*: it. Gr. § 382, K. J. I 129. piem. *le fumne*; *ij urije*; lomb. *i*. **35.** *čęl* qual pron. enfatico della III^a^ sing. V. qui sopra al n. 13. **38.** Caduta della desinenza nella I^a^ pers. sing. presente. V. Salv. dial. svizz. 721. e qui sotto. **39.** *-uma* desinenza della I^a^ plurale: Il confine dell'*-uma* (*-ema*, *-ima*) segue la Toce ed il Ticino e dall'imboccatura del Ticino passa in linea retta al confine genovese. È il solo caso nel quale il

Digitized by Google

Ticino costituisce una tanto decisa linea di dimarcazione. In tutti gli altri casi l'influsso lombardo si fa sentire al di là del Ticino, anzitutto nel suo corso inferiore. L'Ossola fa parte da sè non avendo introdotto in tutte le conjugazioni l'unico *-uma*, ma serbando le desinenze *-ama*, *-ema*, *-ima*. In diversi punti però l'influenza lombarda si fa sentire, forse appoggiata dal fatto che l'Ossola conserva *-ema* allato al lombardo *-em*, opposto al piemontese *-uma*. Cast. n. 146 Gel. p. 151, AG xv 440, it. Gr. § 391. **Attinenze lombarde**: **6.** *ǫ* conservato: Salv. mil. mod. 68 ssg., Salv. lag magg. 201 v. qui sotto **31.** cl-interno = *ǧ*. v. fon. n. 109 ssg. **32.** -ct = *č*. v. fon. n. 110. (La regione del *-jt* non abbraccia che il corso superiore del Po dall'imboccatura della Dora Baltea in sù). — **3.** la monottongazione dell'*ei* a Bo., Ro., Vo. ecc. **26.** la mancanza di *ṅ* faucale a Bo., Ro. ecc. **41.** False regressioni del tipo *fulǫ́*, *ċela* ecc.

Affinità speciali: **Attinenze biellesi-canavesane**: **1.** Bi. *sautę* (Viv. Fel. *truvá*, Ru. Tra. *parlar*). **3.** Lo. Pied. *bę́ivi*, *pęil*, Bi. *teila*, *pudei*, *vei*, *ṣei* ma anche *re*, *šęna*, Viv. *męjs*, Ru. *męjs* ecc. v. fon. **4.** Pied. *uràǧǧa*, *čàppa* — *čàp* tepido, *pràst*, Bi. *pęnna*, *kręssi* crescere, *ċęlla* — *ċel* egli, *tęċċ*, Viv. *gàdu* garbo, *fàta* fetta, *lantàġa* — *fràġġ*, *fràsk*, *ràf* refe — *vàrga* verga, *kàrna* tacca, Ru. *masęlla*, *karętta*, *fręska* — *ċàp*, Fel. *kavęssa*, Loc. *masęlla*. **5.** Trav., Bro., Ceresole Reale *lęjṅgwa* (Pied., Bi., Viv., Ru., Fel., Loc. *lęṅgwa*). **7.** Pied. *kǫrp*, *ört*, *ęv* uovo, *fę* fuoco, Bi. *korp*, *korn*, *ort*, *mort*, Viv. *ǫrt*, Ru. *ört*, Trav. *nöst*, *ört*, *ördi* orzo. **8.** Viv. *faśel* — *ninsola* nocciuola, Ru. *nös* — *nosa*, *nöf* — *nova*, *grös* — *grosa*, Trav. *grös* — *grosa* v. Suchier, Die franz. u. prov. Sprache 1912, p. 763. **10.** Pied. *patanü* — *patanuwa* nudo, *krü* — *krüa*, Bi. *krü* — *krua*, Viv. *patanǘ* — *patanuva* (Ru. ecc. *nü* — *nüwa*). **11.** Pied. *grosi*, *la rǫva* — *al rǫvi*, Lo. *foji*, Viv. *stejli*. **12.** Bi. (AG xvi 200) *lavri* — *lęvri* labbro, Viv. v. fon., Ru. *rus* — *rüs*, *sċas* — *sċes* fitto, *pla* — *plä*, *pulmuṅ* — *pulmüñ*, *bras* — *bräs*, *lark* — *lärk*, *bęk* — *bik*, *kaṅ* — *kęñ*; *kravǫt* — *kravjojt*, *sajǫt* — *sajojt*, *tramot* — *tramojt*, *rojk* pietre, *pojk*, Fel. *kaṅ* — *käṅ*, *traf* — *träf*, *ġawn* — *ġäwn*, *gros* — *grös*, *pavuṅ* — *pavǫṅ*; — *fawsęt* — *fawsęjt*, *sęk* — *sęjk*, *bięk* — *bięjk* mézzo, Trav. *maṅ* — *męn*, *gras* — *gręs*, *ęsprüṅ* — *ęsprün*, *müręt* — *mürit*; — *pojk*. **13.** V. qui sopra. **14.** Pied. *nęirǫ*, *krępu* crepano, Bi. *ęsu* asino, *męrmu* marmo, *męgru* ecc., Viv. *vàsku*, *peċu* pettine — *kribi*, *babi*, *urinari*, Ru. *bǫrñu*, *märu* magro, *męrlu*, *büru*, *müśu* — *raṅsi*, *babi*, *malavi*, *öli* — *ǫ́męṅ*, *pę́ċęṅ*, *vurissęṅ*

Digitized by Google

(Trav. *duppi*, *ördi* ecc.) — *ǵúvẹṅ* ecc. **15.** Viv. *l a-skulẹ́* lo scolaro — *j a-skwadrúṅ* ecc. Lo stesso a Fel., Trav. **16.** v. fon. n. 126. **17.** Pied. *trifol*, *la fọla*, ma *tajẹ́*, Trav. *fila*, *pala*, *al*. **19.** Pied. ecc. *gọla*. **20.** V. qui sopra. **22.** Bi. ecc. *vardẹ́*. **23.** V. qui sopra. **25.** Viv. *la límma*, Loc. *bramma*, *piümma* ecc. **26.** Pied. *la galiṅa*, *la liṅa* luna. Loc. *kadeṅa*, Bi. *peṅa*, Viv. *smaṅa*, Bro. *gariṅja* gallina (Ru., Fel. *smana*, Trav., Loc. *galinna*). **29.** Pied. *šarnů*, *čẹl* cielo, Bi. *šẹna*, *šert* certo. AG xvi 201 (Viv., Ru., Fel. *siṅk*). **30.** Bi. *žendri*. **31.** Pied. *uröǧa*, *unǧa*, Bi. *uriǵǵa*, Viv. *ẹč* (Ru., Fel., Trav., *öj*). **32.** Pied. *dič*, *fač*, *nọč*, Crep. *lẹč*, Bi. *teč*, Viv. *nọč*, Ru. *nọč*, Trav. *nuč* (Fel, *fät*, *dit*). **33.** v. qui sopra. **34.** Pied. *al štẹli* ecc. **35.** V. qui sopra. **36.** Viv. *s kultẹl*, *s kaṅ*. AG xv 303 ssg. **38.** Pied. *rẹnt*, Viv. *i port*, *manǵ*. **39.** V. qui sopra. **40.** Pied. *dẹ*, date, *sẹ* sapete, Viv. *i massẹj o massẹ*. AG xvi 270n.

Attinenze monferrine: 1, 3, 4, 8, 9, 11. 12, 13, 14, 20, 21, 22, 23, 24, 26, 27, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39. V. Cast., Ant. Astigiano, Gelindo, Ormea.

Attinenze sanfratellane: 1, 3, 4, 5, 12d, 14, 20, 21, 24, 29, 33, 40b. V. AG viii 307 ssg. e Salv. sanfr.

Attinenze lombardo-alpine (1): **1.** Salv. sanfr. 446. **2.** Antr. *rọnt* ignorante, *la lavọṅka* valanga; ma *waṅža* guancia ecc. AG i 296. **3.** Vig. *tẹla*, *ulẹ*, *pudẹ́*, Cal. *beiv*, *neiw*, *ul pẹivẹr*, *la sẹ* sete, Ba. *nẹigẹr*, *baif*, *sẹigla* v. Salv. sanfr. **4.** Ant. *urọǵa*, *masọlla*, *tọč* tetto, *furnọt*, *frọč* freddo, *prost*, Cal. *kwọla* quella, *čöppa* tepida — *čöp*, *pröst*, *a kröt* credo. Ba. *l uröǧa*, *mašlöt*, Salv. sanfr. **5.** Cal. *lẹingwa*, Ba. *dmaiṅgadi*, Ceppomorelli (Rusc.) *indiferoint*, *pazioinza* ecc., Vanzone d'Ossola (Rusc.) *austimeinta*. **6.** Salv. lag. mag. 201. **7.** Vig. *pörk*, *mörs*, *i körp'* corvi, Cal. *korp* — *mörs*, *ört*, Ba. *mört*, Ant. *ẹrp* cieco, *ẹrt* giardino, Domo *pörk*, Salv. lag. mag. 252 *mert*, *erb*. *perc*, it. Gr. § 43. **8. 9.** Vig. *mörs* — *morsa*, Cal. *grös* — *grosa*, *köč* — *koča*, Ba. *grös* — *grosa*, Ant. *erp* — *orba*, *mert* — *morta*, Domo *grös* — *grosa*, v. Salv. mil. ant. 369, lag. mag. 202 ssg., AG i 253 ssg. viii 343, it. Gr. § 42. **10.** Cal. *krü* — *krua*, Ant. *ustí* — *ustúa* vestito, *kri* — *krua*, S. P. *ñü* — *ñuwa*. **12.** Salv. lag. mag. 237; Ant. *barba* — *bẹrba*, *bras* — *brẹs*, *alp* — *elp*. Vig. *braš* — *brẹš*, *žnọč* — *žnüč* ginocchio, *ašẹṅ* — *ẹšẹṅ*, *fač* — *feč*, *arbul* — *erbul*, *ul zikět*

(1) Il prof. Jaberg mi prega d'avvertire il lettore che la notazione fonetica degli esempi ossolani è poco sicura.

Digitized by Google

-- *i zikĭt* zucca, Cal. *in del* — *i dīl* dito, *valęt* — *valit* vitello, *kuntęint* — *kuntĭnt*, Ba. *nęigęr* — *nīgęr*, *mašlöt* — *mašlit* guancia, *ul pę* — *i pij*. Salv. lag. mag. 244 verz. *poic*, Menzonio *i ċois*, peccia *ċod* — *ċöid* chiodo, *piod* — *piöid* tetto; -ani -oni in *aj*, *oj* = Val Diveria, Vigezzo ecc. Salv. dial. svizz. 725. Vanzone d'Ossola (Rusc.) *poich*. **13.** Vig. *dui*, *nui* — *lü*, Cal. *dui*, *lüi*, Ba. *nui*, *rui*, Ant. *nui* -- *lī*. **17.** Salv. dial. svizz. 725, lag. mag. 210. **18.** Salv. dial. svizz. 724, lag. mag. 250, 252, 256. Vig. *mazá*, *la śgęza*, *tarzöl*, Cal. *apizá*, Ba. *la śĝęza*, *tarzōl*, Ant. *śmurzá*, S. P. *pizá*. **19.** Salv. dial. svizz. 728; Vig., Cal., Ba., Ant. *gula*. **20.** Salv. lag. mag. 196, 250; dial. svizz. 725. **21.** Vig. *au rǫs*, Cal. *la čau du drag* arcobaleno, *au ręšk*, Ant. *u sul*, *u sarǫl* cielo sereno, *au stǫl* le stelle, S. P. *u nas*, *u dil*, *u trūn*, *u sǫl*, *u leč*. **22.** Ant. *waŋža* guancia. **24.** Salv. dial. svizz. 724, lag. mag. 214, sanfr. 448, P. Arb. 77, App. lomb. 282, it. Gr. § 170, 222, 224. Vig. *tręštik* correggiato, *bǫšk*, Cal. *šarę̈n*, *prösť*, *špęč*, Ant. *vaškīr* verde, *muška*. **26.** Salv. dial. svizz. 727 ssg. Bregaglia. **27.** Salv. dial. svizz. 724, 725, it. Gr. § 275, AG I 258 ssg. **28.** Vig. *ǵök*, *dak* do, *śgá* segare, *kadręga*, Cal. *neigęr*, *fök*, Ba. *nęigęr*, *dak*, Ant. *nǫgęr*, *fęk* fuoco. Salv. lag. mag. 195. **29.** Cal. *ċüverün* fastello di fieno, Ant. *la šǫna* cena. AG I 279n, 291, XIV 445, XVI 201, it. Gr. § 204, Salv. lag. mag. 218, 221. **30.** Vig. *žnǫċ* ginocchio v. 29. **31.** Cal. *ureǧa*, *öč*, Ba. *urööǧa*. S. P, *ureǧa* **32.** Salv. lag. mag. 218. Cal. *lač*, *noč*, Ba. *lač*, S. P. *tęč*. **34.** Ant., Vig. *al* (*au*), Cal., Ba., Domo *i*. **38.** Salv. lag. mag. 228. Vig. *mi a vęnt*; ma *a trǫri*. Cal. *mi a vęint*, *a kröt* credo, Ba. *mi a vaint*, *mi a baif*, Ant. *trǫf*, *manċ*, *vǫnt* vendo, *tir* ecc. **39.** Vig. *truvęma*, *vandīma*, *anęma*, *fęma*, Cal. *santima*, Ba. *vandama*, *bıcama* beviamo, S. P. *anęma*. — Ant. *tiriñ*, *manǵiñ*, *uliñ* vogliamo. Salv. lag. mag. 257. **40.** Vig. *truvęi* trovate, Cal. *purtęi*, Ba. *vuj i truvęi*, Antr. *truęli*. V. Salv. mil. mod. 88, lag. mag. 193, 249. vl. *portej*, mal. *purtęj*. **40c.** Ceppomorelli (Rusc.) *sruš* sarebbe, Salv. lag. mag. 200: Peccia e Villette *varöss* avrei, Losone *cantaruss*.

Attinenze novaresi: **1.** Fa. *manǵę*, Oleggio (Rusc.), Bellinzago ecc., *fę* fare v. qui sopra. **2.** Vigevano *quǫnt* ecc., Pe. *tǫnt*, *lǫna*, *rönża* ecc. — Fa. *sęmpa* 'ciampa', *męnǵa* ecc., Bellinzago *sen* sano, *lunten* lontano (Salv. mil. mod. 47, 50). **3.** Fa *bévi*, *šęna*, (*la kęna*) — *avei*, *la sǫj* sete, Borgomanero (Biond.) *avei*, Vigevano (Rusc.) *speis*, *avei*, Maggiora *vei* vero, Romagnano *bevi* — *aveighi*. **5.** (Pe. *trękent*, *dękent* ecc.) **6.** Pe. *la vǫs*, *gǫla*, *sǫl*, Fa. *giuvno*, *puz*, Nov. *sarvitur*, Maggiora

Digitized by Google

giouvnou. **7.** Fa. *mört, vöšt,* Oleggio, Marano, Romagnano, Grignasco (Rusc.) *meurt, veust,* Massiola *peurch.* **8.** Pe. *grös — grǫsa, növ — nova,* Fa. *bšöñ — abšǫña, vöšt — vošta,* Massiola *neuv — nova.* (Tutta la Valsesia fino all'imboccatura del Cervo, colle parti meridionali del lago d'Orta e del lago Maggiore). **9.** Fa. *j ö, tornarö,* Ghemme, Maggiora, Romagnano *andreu.* **10.** Fa. *ñü — ñuva* venuto, Pe. *krü — krua.* **11.** Fa. *ǵendi* ghiande ecc. **12.** Fa. *neujf, chejp; matalejt, ẹntrẹjk, i tojk,* Vigevano *caimp,* Carpignano *caimp, oimi.* **13.** V. qui sopra. **14.** Fa. *giuvno; kradivu, šatru* rospo, Borgomanero (Biond.) *omu, zuvnu, tocu, tempu, matu, bsögnu, cölu, sübtu, grassu* ecc. **16.** Fa. *la kẹna.* **18.** Fa. *terza, saziá si, ufrizá* ficcato, *puz,* Pe. *smurzá, kauzǫn.* **19.** Pe. *gǫla.* **20.** Fa. *aut* alto, *auć* altri, Pe. *kautsöta.* **22.** Fa. *vardẹ́* guardate. **23.** Fa. *kulla, kušta,* Marano *cul pais,* Grignasco *coulli giandi.* **24.** Fa. *vöšt, víšt, la beštja,* Bellinzago *fescta, vusct, isct.* **28.** Fa. *kadrẹga, ngá* annegato, *negru, ẹntrẹjk,* Pe. *māgẹr, la sẹga, furmīga, la rẹsiga, fök, žök, al lāk.* **29.** Pe. *šẹrna, ćiñk,* Fa. *šampa, širkẹ́, šẹna, šatru.* Maggiora: *porcei.* **30.** Fa. *giuvno.* **31.** Pe. *i öć* occhi, *uröć, güć* ago, Fa. *ćamá, ćjaf, vuǵǵa* ago, *vẹǵǵa* vecchia, Maggiora *tiamá* (= *čamá*) *tiapá,* Grignasco *veghiu* (= *veǧu*). **32.** Pe. *fać, stanǫć,* Fa. *dić, fać, lẹć* letto. Borgosesia: *daicc, faicc* (= *dač*). **33.** Fa. *pari, mari* v. qui sopra. **34.** Fa. *al ǵendi* le ghiande. **36.** Cilavegna (Rusc.) *is fieu.* **37.** Fa. *l a manǵá llu, v a purtá vvi, s n andá s nu.* **38.** Fa. *menǵ* mangio, *mi i mor.* **39.** Fa. *vardarúma* v. qui sopra.

Conclusioni: Dal confronto dei dialetti antichi colle condizioni di fatto dell'oggi [v. Parodi, Studi liguri AG XIV-XVI, Rime genovesi AG II 161, X 111, VIII 317, X 141. Prose genovesi AG VIII 1; — W. Foerster, Prediche gallo-italiche, Statuti di Chieri; Salvioni, Lamentazione metrica; Giacomino, la lingua dell'Alione AG XV 403; — L'antica Parafrasi Lombarda AG VII, 1, Antiche Scritture lombarde AG IX 3, Illustr. dal Salvioni AG XII 375, XIV 201; Poemetti di Bonvesin da Riva, Monaci, Crestomazia ital. dei primi secoli p. 393; illustr. dal Mussafia, con aggiunte dal Salvioni (Salv. mil. ant.)] risulta che la differenza tra lombardo e piemontese è andata sempre più accentuandosi. Tutta l'Alta Italia, avendo come base etnonologica la famiglia celtica, risentiva una generale tendenza gallica. La vicinanza però del Piemonte al centro gallico, e la più intensa romanizzazione della Lombardia posero la base di una differenza, rafforzata in seguito dalle vicende politiche, che accoppiarono la Lombardia all'Italia, il Piemonte alla

Digitized by Google

Francia. (Si osservi la concordanza dei due paesi intensamente romanizzati, la Lombardia e la Provenza, negli importanti fenomeni *di -are* conservato e di *e* lungo non dittongato). Il Piemonte quindi accentuò la spinta gallo-celtica, la Lombardia l'attenuò. Furono travolti nell'intensa celtizzazione del Piemonte la Liguria, il Monferrato, la Valsesia, il Novarese e l'Ossola (con essi i Gallo-italici emigrati in Sicilia). L'influsso gallico si è rifratto al Ticino, mentrechè lungo la strada emiliana ha serbato in parte il suo vigore. Una nuova evoluzione si è fatta sentire nei secoli passati. Il lombardo essendo lingua più civile, egli ' tende a penetrare sempre più ne' borghi dove c'è un agglomeramento di popolazione civile, e parte di questa si serve esclusivamente del lombardo ' (Salv. dial. svizz. 724). Nell'estensione dei differenti fenomeni linguistici (v. qui sopra) costatiamo il progredire di questa invasione nell' Ossola, nel Novarese e lungo il Po, sopratutto nelle grandi città: Novara, Casale, Alessandria. **Il valsesiano però è di pretta base piemontese.** In tutti i fenomeni che staccano decisamente il piemontese dal lombardo, il valsesiano si accosta al piemontese. Le poche connivenze del valsesiano col lombardo si spiegano in parte come fasi arcaiche, che si avvicinano come tali al lombardo, che è da principio più arcaico di fronte al piemontese. La speciale affinità del valsesiano coll'ossolano-novarese ci rammenta l'evoluzione storica di queste contrade. [La storia dell'Alta Valsesia si confonde quasi completamente con quella di Varallo, menzionato per la prima volta nel 1028, anno in cui quel paese fu concesso dall'imperatore Corrado al Vescovo di Novara. (Ughelli, Italia sacra IV 958-9). Il vescovado, che si trova circoscritto in questo strumento ed in altri due del 1133 (Ughelli 963), comprende la regione tra Ticino e Sesia, esclusa la Lomellina ed inclusa l'Ossola e l'Alta Valsesia. Nel secolare la Valsesia, dopo aver fatto parte del Distretto dell' Isola di S. Giulio sotto i duchi longobardi e poi della Marca d'Ivrea, sottostà durante 3 secoli ai Conti di Biandrate. Ma poco a poco, coll'appoggio dei Novaresi, la valle si costituisce in una Communità generale retta da un podestà sedente a Varallo e attraverso tutti gli sconvolgimenti dei tempi seguenti serba una certa autonomia. A principio del Trecento, dopo la completa rovina dei conti, la Valsesia ritorna sotto l' alta dipendenza dell' Imperatore Enrico VII. Dal 1395 fino al 1706 è dominata dai Duchi di Milano e passa poi sotto il paterno regime di Casa Savoia]. Se possiamo forse attribuire tal connivenza del valsesiano col lombardo al tempo della dominazione milanese, dall'altra parte le nu-

Digitized by Google

merose attinenze coll'Ossola e col Novarese ci fannno pensare alla già antica unione di questi paesi sotto la tutela del Vescovo di Novara. Così possiamo parlare d'un dialetto novarese in senso più largo, che sarebbe da staccare dal lombardo comune e da mettere in rapporto col monferrino e tutta la regione centrale che ha serbato un carattere più originale e rurale di fronte ai dialetti civili di Torino e di Milano. Dentro i limiti di questo dialetto novarese, il valsesiano si determina come più conservativo (v. la conservazione di *ọ*, dell'*i* internato, dell'*u* finale, di *l̄*, *z*, *ż*, *-l-*, *-g-*, *ṡ* palatale, *ċ*, *ġ*, *č*, *ǧ*, delle desinenze verbali *-ai*, *ẹj*, *oṡ*, dell'*ipse* ecc.). Non c'è una sola caratteristica che mostri una particolare evoluzione.

Nella povertà della valle, nella già antica ed estesa emigrazione, insomma nella mancanza di vita collettiva scorgiamo la causa di questa stagnazione linguistica, e la posizione isolata sarà cagione dell'aver serbato quasi intatto il patrimonio dialettale. **Il valsesiano quindi è un dialetto novarese-piemontese di carattere arcaico.**

Nota finale: Mi resta ancora da esprimere il sentimento di gratitudine che mi ha accompagnato durante gli anni in cui mi sono occupato del dialetto valsesiano, sentimento di gratitudine verso tutte quelle persone che hanno tanto graziosamente messi a mia disposizione il loro tempo, la loro pazienza ed la loro esperienza dialettale, anzitutto alla signorina Erminia Piccina, al signor Bartolomeo Sottile ed al Rev. don Ravelli; sentimento di profonda riconoscenza poi verso il signor professore Jaberg, al quale solo son da attribuire le parti del mio lavoro, che hanno un valore meno transitorio. Ringrazio infine il signor professore Salvioni che con instancabile bontà verso di me, ignoto principiante, si è interessato della pubblicazione di questo povero saggio. Se qualche cosa mi duole, nel momento in cui metto il punto finale al mio lavoro, si è di non aver potuto renderlo degno di tutta la pazienza e gentilezza di coloro che mi han dato il loro aiuto.

Digitized by Google

Sommario.

I. Vocalismo.

Fonti: A. orali p. 1-3. B. scritte p. 3-4. Sigle p. 4-5. *Fonetica*: Nota preliminare. Grafie ecc. p. 5.

I. Vocali:

A. Vocali toniche (p. 5-13):

A. Num. **1.** *a*) intatto. *b*) are = *ẹ*. **2.** Turbamento velare dav. a nasali. **3.** a pal. a) dav. a *w*. b) dav. a cons. mediopal. **4.** a + i = *ẹ*: a) in -arius. b) in -aria. c) nelle desinenze plur. *-anti*, *-aṅki*, *-ampi*. *-ani*. d) *ẹbbja*, *sẹpja*. e) *rẹš* ecc. f) *aj* conservato. **5.** *á* + *o* = *ọ*. — **E. 6.** *ẹ* interno in sillaba scoperta = *ẹ*, (*ej*). **7.** Nell'iato = *ẹj*. **8.** Dav. a g in casi sporadici = *ẹj*. **9.** All'uscita: a) dav. a r caduto = *ẹj*; b) dav. a t caduto = *ẹj*. Osservazioni sopra la dissimilazione dell'ei in oi e sopra la mancanza dell'e dittongato (p. 7-8). **10.** *ẹ* dietro a palatali sporadicamente = *i*. **11.** *ẹ* in posizione debole = *ẹ*. A Cm: a) *ẹ* si chiude fino a *i*. b) dav. a nasale + cons. = *ẹj*. **12.** *ẹ* di posizione forte: a) in parossitoni = *á*. b) in ossitoni = *ẹ*. Osservazione sopra l'e turbato (p. 9). **13.** *ẹ* in sillaba scoperta = *ẹ*. **14.** *ẹ* in sillaba chiusa = *ẹ*. **15.** *ẹ* dav. a nasale + cons = *ẹ*. A Cm = *ẹj*. **16.** *ẹ* nella desinenza -*ĕllu* = *ẹ* e *ẹ*. Nella desinenza -*ĕlla* sempre *ẹ*. Dav. a cons. mediopalatali = *ẹ* e *ẹ*. **18.** Casi speciali. **19.** e all'uscita = *ẹ*. Osservazione sopra il dittongo dell'*e* breve (p. 10). **I. 20.** di solito intatto. **21.** per l'influsso di vicina cons. lab. = *ü*. **O. 22.** *ō* in sillaba scoperta = *ọ* (*u*). **23.** -*ōnem* = *uṅ* (*ọṅ*). **24.** *ō* in posizione debole = *ọ*. **25.** *ō* in posizione forte: a) nei parossitoni = *u*. b) negli ossitoni = *ọ*. **26.** *ō* dav. a nasale + cons. = *u*. **27.** Influsso di palatale. **28.** *ŏ* = *ö* quando non s'ha -a all' uscita. **29.** *ŏ* = *ö*: a) dav. a -a. b). Casi speciali. **30.** *ŏ* dav. a *n* di sillaba chiusa in *u*. **31.** *o* all'uscita = *ọ*. **U. 32.** *ū* = *ü*. **33.** *ū* nell'iato = *u*.

B. Vocali atone (p. 13-19).

Protoniche: **A. 34.** Di solito intatto. **35.** Frequente l' aferesi. **36.** Di frequente, leggermente turbato. **37.** Influsso di labiale attigua. **38.** Vals. au. — **E. 39.** Aferesi. **40.** Elisione: a) senza prostesi quando il nesso iniziale è *s* impuro o cons

Digitized by Google

+ continua. b) con prostesi se il nesso iniziale è continua + cons. **41.** *e* = *a*: a) in nessi mal tollerabili. b) nei nessi di cui si tratta al num. 40. **42.** Influsso di labiale attigua. **43.** Influsso di palatale. **44.** Nell'iato. **45.** In voci letterarie. **46.** *e* + *i* prot. in *ai*. — **I. 47.** Di solito intatto. **48.** Espunto. **49.** Influsso di labiale. — **O. 50.** proton. = *u*. **51.** Aferesi. **52.** Si muta in *e* e ne segue le sorti. **53.** Influsso della palatale. **54.** Nell'iato. **55.** Talvolta *ü* prot. in corrispondenza ad *ö* tonico. **56.** Caso speciale. — **U. 57.** Di solito intatto. **58.** Talvolla in *i*. **59.** Talvolta in *a*. — *Protoniche mediane:* **60.** a) Trattamento uguale alla prot. interna. b) Poco frequente l'etlissi. *Postoniche mediane*: **61.** a) Etlissi frequente. b) Non espunto. *Atone finali:* **A. 62.** Intatto. — **E. 63.** Conservato come *i*: a) nel plur. femm. b). nei proparossitoni. c) come vocale di sostegno. d) Casi speciali. — **I. 64.** Conservato: a) Nell'iato colla vocal tonica. b) nel plurale delle parole che hanno *-u* al singolare. c) in d u i, i l l u i. **65.** Attrazione dell'*-i* plurale. a) dav. a sorda geminata. b) dav. a sorda semplice. c) dav. *m* e *f*. **66.** Attrazione dell'*i* con effetti sulla tonica e la consonante: a) *-n* all'uscita. b) *-n* + cons. all'uscita. c) *-l* all'uscita. d) *-l* + cons all'uscita. e) *-s* all'uscita. f) *-s* + cons. all'uscita. **67.** Metafonesi sporadica. **68.** Caduta dell'*-i* finale soltanto quando abbiamo *-r* e *-r* implicato all'uscita. Osservazione sopra l'attrazione dell'*-i* e la metafonesi (p. 17-18). — **U. 69.** *-u* finale conservato: a) quando sta per la desinenza negli sdruccioli. b) dietro a *r* e cons. + *r*. c) dietro a cons. + *j*. d) in voci dotte. e) casi diversi.

II. Consonantismo.

J. 70. Iniziale = *ġ*. **71.** Interno = *ġ*. **72.** Cons. + *j*: *lj* = *l*, (*j*); *-li*, *-lli* = *l*. **73.** *-sj-* = *ż*. **74.** *nj* = *ñ*. **75.** *rj* = *r*. **76.** *rj* = *bj*. **77.** *tj* = *z*. **78.** *dj* iniziale = *ġ*, all'interno = *ż*. — **L. 79.** *l* fra vocali caduto a Ro; altrove intatto. **80.** *l* alla uscita di frequente caduto. **81.** *ll* conservato. **82.** *l* conservato dav. a cons. velari e labiali. **83.** *l* = *w* nelle formole *alt*, *ald*, *alc*, *alz*, *-ilz*. Labializzazione dell'articolo determinato. **84.** Caduta dell'*l* in *olt*, *old* ecc. ecc. **85.** Cons. + *l*. = **R. 86.** All'uscita per lo più caduto. **87.** Dileguato in certi casi. **88.** Talvolta si muta in *l*. — **V. 89.** Conservato. Si dilegua facilmente al contatto con vocale labiale e sotto varî influssi fonosintattici. — **W. 90.** *w* = *v*. **91.** Qu, gu. — **S. 92.** Intatto. **93.** Palatalizzato dav. a *i*, *j*, *ü*. **94.** *-ss-*, *-cs-* (*x*), *-ps-*, *-sc-* = *ṡ*.

Digitized by Google

95. s + cons.: a) dav. a *t, d, l, č, ǧ* = *š*. b) dav. alle altre cons. = *s*. **96.** *s* = *z*. — **M. 97.** Raddoppiato tra vocali. — *m* = *n*. — *mn* = *ñ*. — *m* = *b*. — **N. 98.** Tra vocali = *n*, a Vo ecc. = *ñ*. Dopo *i* tonica = *ñj*. **99.** All'uscita: a) di solito = *ñ*. b) sporadicamente = *ñ*· c) nei proparossitoni dileguato. d) Tace nell' uso pleonastico di 'bene'. e) *n* = *m*. **100.** *-gn-*, *-nj-*, *-ni* = *ñ*. *n* = *r*. — **C, G,** e le loro complicazioni. **102.** *c, g*, velari iniziali = *k, g*. Frequente di *c* latino = *g* romanzo· **103.** *c, g*, tra vocali: a) tra vocali = *g*. all'uscita = *k*. b) Dav. al *g* tra vocali si sviluppa talvolta un *j*. c) il *g* tra vocali si dilegua se l'una delle vocali è *u*. e) *-aticu*: I *-ajk, -ajga*. II. *-aǰǰu*. Casi speciali. e) *pülgu, pǫlgu, nojga, varga, burajgi*. **104.** *ce, ci* nella formola iniziale = *č*. **105.** *ce, ci* tra vocali = *ž*, all' uscita = *š*. Osservazione sopra la conservazione del *č* (p. 9). **106.** *c* + *j* = *č*. **107.** *ge. gi* iniziale e tra vocali = *ǧ*. **109.** *cl* iniziale = *č*, tra vocali = *ǧ*. *gl* a formola iniziale ed interna = *ǧ*. **110-** *ct* = *č*. Osservazione sopra la storia del *-cl-* e del *-ct* (p. 10-12). **111.** *c, g*, e le loro complicazioni nelle voci importate. **112.** t tra vocali = *d*, che segue le sorti di *d*. **113.** *d* primario e secondario dileguato tra vocali e all'uscita. **114.** *tr, dr*. **115.** p, b tra vocali = *v*, *pr* a formola iniziale talvolta in *br*. — *p, b, v* all'uscita romanza = *f*.

Accidenti generali: 116. Accento. — Rafforzamento di cons. dopo l'accento. **117.** Assimilazione. **118.** Dissimilazione. **119.** Prostesi. **120.** Epentesi. **121.** Aferesi. **122.** Sincope. **123.** Metatesi. **124.** Concrezione. — Secrezione. **125.** Contaminazione. — **126.** Contatto tra elementi vocalici. **126a.** Evoluzioni fonosintattiche.

III. Morfologia e capitolo finale.

127. Articolo determinato. **128.** Articolo indeterminato. **129.** Numeri. **130.** Mutamento di genere. **131.** Plurale dei nomi. **132.** Comparazione degli aggettivi, **133.** Pronomi personali **134.** Pronomi e oggettivi dimostrativi. **135.** Pronomi possessivi. **136.** Pronomi interrogativi. **137.** Pronomi relativi **138.** Pronomi avverbiali e indefiniti. **138a.** Indeclinabili. *Flessione verbale*: **139.** Conjugazioni. **140.** Mutamento di vocale. **141.** Presente dell'indicativo. **142.** Presente del congiuntivo· **142a.** Imperativo. **143.** Imperfetto dell'indicativo. **144.** Imperfetto del congiuntivo. **145.** Futuro. **146.** Condizionale. **147.** Participio pres. **148.** Participio passato. **149.** esse. **150.** habere. **151.** stare. **152.** dare. **153.** sapere. **154.** vadere. **155.** facere. **156.** dicere. **157.** tenere. **158.** venire. **159***

Digitized by Google

volere. **160.** potere. **161** debere. **162.** valere. **163.** vedere. **164.** credere. **165.** trahere. **166.** tollere. **167.** Osservazioni.

Capitolo finale: Il carattere e le affinità del dialetto valsesiano (p. 9-17). Le caratteristiche del valsesiano p. 9-10. Piemonte e lombardo p. 10-12. Affinità speciali p. 12-15. Conclusioni p. 15-17.

Avviso importante: Il segno ~ che si trova sopra vocali non vuole dire *nasalità* (che non esiste in Valsesia) ma *lunghezza* della vocale.

Digitized by Google

PRINCIPALI TIPI

DI CORRISPONDENZE PIANE SIMMETRICHE [22]

DELLA CLASSE UNO

Note I e II del prof. EMILIO VENERONI

(*Adunanze del 7 e 14 novembre 1918*).

La classificazione delle corrispondenze piane simmetriche [22] della classe uno, eseguita rispetto ai generi delle I, I^* associate, ed esposta in una Nota precedente (1), è qui integrata colla effettiva determinazione di ciascuno dei tipi là indicati, dandosi, generalmente, una sola costruzione per ciascuna coppia di corrispondenze aventi caratteri fra loro duali.

Vengono anche — e dapprima — considerate quelle corrispondenze che — pur essendo generali rispetto ai generi — posseggono il massimo numero di punti o rette singolari delle prime due specie, mostrandosi come esse o le duali si possano ricavare per proiezione dalle involuzioni che le rette di una congruenza $[2\ n]$ di KUMMER ($2 \leq n \leq 7$) segnano sulla sua superficie focale.

Gli altri tipi, pei quali uno almeno dei generi è minore di *due*, si ottengono generalmente per proiezione dalle involuzioni che opportune congruenze di 1° o 2° ordine segnano sopra una quadrica o (in un solo caso) sopra una superficie cubica; se ne assegnano anche costruzioni dirette sul piano, là dove queste presentano particolare carattere di semplicità.

(1) *Sulle corrispondenze piane simmetriche della classe uno*; in questi Rendiconti, Vol LI (1918), pp. 374-387. A quella Nota, che verrà richiamata con N, rimandiamo anche pei pochi simboli dei quali qui usiamo.

Digitized by Google

I. Corrispondenze particolari di generi $p = p^* = 2$.

1. Le coppie di una Γ generale si ottengono segando ciascuna retta u di π colla conica che le corrisponde in un connesso [22] del sistema

$$(1) \qquad \Sigma\, a_{ik.rs}\, x_i\, x_k\, u_r\, u_s + u_x \Sigma\, b_{mn}\, x_m\, u_n = 0;$$

tali coniche, per una scelta generica delle b_{mn}, costituiscono un sistema V proiettivamente riferibile ad una superficie di *Veronese* [*N.* 4]. Se la Γ ammette una retta singolare $r_j (j = 1, 2, 3)$, la conica corrispondente ad r_j dovrà contenere la r_j od essere indeterminata; se la r_j è la $A_1 A_2$, e per il connesso

$$\Sigma\, a_{ik.rs}\, x_i\, x_k\, u_r\, u_s = 0$$

si verifica la prima ipotesi, sarà

$$a_{11.00} = a_{22.00} = a_{12.00} = 0.$$

Ma se allora nella (1) si pone

$$b_{00} = -\,a_{00.00}\,;\ b_{01} = -\,2\,a_{01.00}\,;\ b_{02} = -\,2\,a_{02.00}$$

il connesso risultante, del sistema (1), ha un'equazione

$$(2) \qquad \Sigma\, a'_{ik\,rs}\, x_i\, x_k\, u_r\, u_s = 0$$

nella quale è $a'_{ik.00} = 0$, qualunque sieno i, k; onde la conica in esso corrispondente alla $r_j = A_1 A_2$ è indeterminata. Preso allora un punto $(0, y_1, y_2)$ sulla r_j, e una retta per esso $(u_0, k\,y_2, -\,k\,y_1)$ la conica a questa corrispondente in (2), col tendere di k a zero, diviene la

$$(3) \qquad y_2\, \Sigma\, a'_{ik.01}\, x_i\, x_k - y_1\, \Sigma\, a'_{ik.02}\, x_i\, x_k = 0,$$

che descrive, al variare delle y, un fascio; così in (2) alla r_j corrispondono le coniche di un fascio; e *la Γ si potrà sempre ottenere segando con ogni retta di π la conica ad essa omologa in un sistema* V *proiettivamente riferibile ad una rigata cubica di S_4*, rappresentato nel modo noto sulle rette di π. Similmente, *se la Γ ammette due rette singolari, si potrà ottenere che il sistema* V *sia riferibile ad una quadrica di S_8, e se ammette tre rette singolari indipendenti, la Γ si potrà ottenere ponendo in corrispondenza quadratica una rete* V *di coniche e le rette di π*, e segando con ogni retta di π la sua conica omologa in V. Se le tre rette sono i

Digitized by Google

lati del triangolo di riferimento, il connesso generatore ha l'equazione (2)

$$(4)\quad u_1 u_2 \Sigma a_{ik} x_i x_k + u_0 u_2 \Sigma c_{ik} x_i x_k + u_0 u_1 \Sigma d_{ik} x_i x_k = 0.$$

Le cose dette valgono qualunque sia la specie j della r_j; se $j = 1$, il fascio (3) segna su r_2 un'involuzione; se $j = 2$, dovrà la conica di (3), corrispondente a un punto y della r_2, segare la r_2 in un punto fisso e in y stesso; se $j = 3$, da ogni conica di (3) si stacca la r_2.

Se in particolare la Γ ammette tre rette singolari di 3ª specie, che si assumono come lati del triangolo fondamentale, la (4) assume l'aspetto

$$a_0 u_1 u_2 x_1 x_2 + a_1 u_0 u_2 x_0 x_2 + a_2 u_0 u_1 x_0 x_1 = 0$$

che, combinata colla $u_x = 0$, mostra che Γ fa corrispondere ad ogni punto di π i due ad esso omologhi nelle due omografie fra loro inverse

$$\varrho\, x'_i = h_i x_i \quad ; \quad \sigma x_i = \frac{1}{h_i} x'_i$$

dove le h_i sono determinate dalle

$$a_i = \frac{h_m}{h_n} + \frac{h_n}{h_m} - 2 \qquad (i \neq m \neq n = 0, 1, 2)$$

e si torna ad una Γ già incontrata [N. 9]. Correlativamente per i punti R_j.

2. *Una Γ dotata di 4 punti e di 4 rette singolari di 1ª specie indipendenti è generabile riferendo proiettivamente il fascio* (F) *di coniche avente per base i 4 punti alla schiera* (φ) *di coniche-inviluppo avente per base le 4 rette, e segando ciascuna conica di* (F) *colle rette dell'inviluppo omologo di* (φ) (3). Infatti la C^4 relativa a un vertice del quadrilatero base di (φ) si compone delle due r_1 che vi si incrociano e di una conica, che, dovendo contenere i 4 punti R_1 base di $(F)_1$ è in

(2) Questo connesso è caso particolare di quello considerato dal PANNELLI: *Sui connessi ternari di 2° ordine e di 2ª classe in involuzione doppia*; Giornale di Matematiche, Napoli, Vol. XXVI (1888) pp. 1-19.

(3) La corrispondenza è cioè generabile con un connesso del tipo considerato dal BATTAGLINI; *Sui connessi di 2° ordine e 2ª classe in involuzione semplice*. Giorn. di Mat. T. XIX (1881), pp. 316-328. Un suo notevole caso particolare vien richiamato più innanzi (cfr. n. (15)).

Digitized by Google

(F); le due coniche di (F), a cui così si perviene partendo da due vertici opposti del quadrilatero, dovendo contenere entrambe la coppia di I' posta sulla loro congiungente, coincidono. Riferiamo proiettivamente (F), (φ) facendo omologo a ciascuna delle tre coniche di (F) così ottenute, l'inviluppo di (φ) scisso nella relativa coppia di vertici opposti. La [22] simmetrica di 1ª classe, I'_0, che il posto riferimento produce, coincide colla I', perchè le due C^4 relative, in I', I'_0, a uno stesso punto M, che hanno entrambe punto doppio in M, contengono i quattro punti singolari e le sei coppie staccate a due a due su ciascuna delle tre coniche dalle rette che da M vanno ai due vertici del quadrangolo ad essa relativi; quindi coincidono.

3. Se una I' di generi $p = p^* = 2$ ammette n punti R_1 ed n^* rette r_1, le I', I'^* associate sono degli ordini $14 - n^*$, $14 - n$; onde n, n^* *non superano 10*. Si ha ora il teorema: *Se dal punto singolare* P_6 *di una congruenza* [27] *di* KUMMER (4), C, *si proietta su un piano* π *l'involuzione costituita, sulla superficie focale* Φ^4 *di* C, *dalle coppie dei suoi punti di contatto colle rette di* C, *si ottiene su* π *una* I' *dotata di 10 punti* R_1 (5). *Reciprocamente.*

(4) Per le nozioni che qui si richiamano circa le congruenze $[2\,n]$ di KUMMER e le loro superficie focali, ci riferiamo a: STURM, *Die Gebilde ersten und zweiten grades der Liniengeometrie*; Teubner, Leipzig, 1893; II Th. pp. 267 e segg. e ROHN; *Die Flächen vierter ordnung hinsichtlich ihrer Knotenpunkte und ihrer Gestaltung*; Preisschriften v. d. Jablonowski Gesell., Leipzig, 1886. - Indichiamo con P_i un punto singolare d'ordine i per una congruenza $[2\,n]$, il quale sarà vertice di un cono d'ordine i di rette della congruenza.

(5) Tra le I' dotate di 9 rette r_1 è da notarsi quella che si ottiene su π facendo corrispondere fra loro due punti coniugati rispetto ad una cubica generale assegnata U^3; tali cioè che ognuno appartenga insieme alla prima e alla seconda polare dell'altro rispetto alla U^3. La curva congiunta in I' a una retta r di π è il luogo delle intersezioni della retta e della conica polari di ciascun punto di r; è dunque una C^5 di genere 2; ha 4 punti doppi nei 4 poli della r, e sega r nei tre punti di U^3 su r, e nella coppia di I' su r. *La* I' *è così di ordine* 5. — Sono rette r_1 le 9 tangenti di flesso di U^3, e il relativo flesso è per ciascuna un punto fondamentale subordinato. — La *curva limite* risulta della U^3 e della sua hessiana; due punti di questa, ciascun dei quali sia doppio per la conica polare dell'altro, si corrispondono doppiamente in I'; così l'inviluppo cayleyano entra due volte

Digitized by Google

Un punto M di π è proiezione da P_6 di due punti di Φ^4; i loro coniugati nell'involuzione su Φ^4 son proiettati da P_6 negli omologhi ad M nella corrispondenza su π, la quale è così una [22] simmetrica; ed è di classe *uno*, perché ogni piano per P_6 contiene una sola retta di **C** non uscente da P_6. La I' così ottenuta su π possiede 10 punti R_1 nelle proiezioni dei 10 punti P_3 di **C**, perchè il cono cubico di **C** che ha vertice in uno di questi passa pei rimanenti, e, doppiamente, per P_6; la proiezione da P_6 della sua linea di contatto con Φ^4 è una C^4 con punto triplo nella proiezione del vertice, la quale è così, per la I', un punto R_1. — La *curva limite* di I', traccia del cono del 6° ordine di **C** uscente da P_6 e *tangenziale* a Φ^4, è una L^6 con 10 punti doppi nei 10 punti R_1, che tocca in 6 punti la conica I^2, traccia del cono osculatore in P_6 a Φ^4. La *curva unita* proiezione da P_6 della φ^{15} dei punti in cui coincidono coppie di fuochi di rette di **C**, la quale passa 6 volte per P_6 e tre volte per ciascuno P_3 [6], è dell'ordine 12, con 10 punti tripli nei punti R_1. Così la I' è d'ordine 14. — Se ogni retta di π si considera come immagine della retta di **C** di cui è proiezione, la **C** è rappresentata sulle rette di π nel modo indicato dal Loria [7]; e due rette di π si corrispondono in I'^*, quando un fuoco dell'una ed uno dell'altra retta di **C** di cui esse sono le immagini sono allineati con P_6; l'immagine di una retta di **C** uscente da P_6 è la traccia t del suo piano

---

nell'inviluppo unito di I'^*, che si compie colla U^3 come curva-inviluppo; e *la I'^* è d'ordine 14.* — Ogni C^4_M tocca U^3 nei 6 punti di contatto delle sue tangenti per M, e la hessiana nei 6 punti delle tre coppie, fra le anzidette, che sono su rette per M. L'*inviluppo limite* è la U^3 come curva inviluppo. — Si ha un connesso generatore di I' facendo corrispondere a ogni punto di π la conica-inviluppo aderente alla sua conica polare rispetto ad U^3; l'equazione del connesso sarà la stessa equazione tangenziale di questa conica; cioè, posto che D_{rs} siano i minori del determinante delle derivate seconde della forma cubica f (essendo $f = 0$ l'equazione di U^3), sarà

$$\Sigma\, u_r\, u_s\, D_{rs} = 0. \qquad (1)$$

L'inviluppo limite inviluppa ora una componente della curva limite, la U^3; questa fornisce quindi un'integrale singolare dell'equazione differenziale a cui conduce il connesso, e che si ottiene dalla (1) facendo $x_0 = x$; $x_1 = y$; $x_2 = 1$; $u_0 = -y'$, $u_1 = 1$; $u_2 = xy' - y$ (Cfr. *Clebsch*; l. c. in *N.* 3; pp. 477 e segg.).

(6) Sturm; l. c. (4) pg. 42.

(7) Loria; *Rappresentazione su un piano delle congruenze* [26]$_I$ e [27]; Atti Acc. Torino (XXI), 1876.

Digitized by Google

focale relativo al suo fuoco diverso da P_6, cioè al suo punto di contatto con Φ^4; il piano è tangente al cono osculatore in P_6 a Φ^4 (8); onde la coppia di Γ posta su t contiene un punto di L^6; la t è dunque unita in Γ^*; *l'inviluppo unito di* Γ^* *è* dunque *la conica-inviluppo aderente ad* I^2, *e la* Γ^* *è d'ordine* 4. — Per ciascuno dei punti di L^6 posti su una retta r accade che le due rette (di γ^4_r) omologhe in Γ^*, uscenti dal punto coincidono in una tangente di I^2; onde la I^2 è *la conica-inviluppo di* BERTINI *per ogni* γ^4_r (9); per ciò (due rette di γ^4_r uscenti da un punto di r cioè) *due rette qualunque omologhe in* Γ^* *sono coniugate rispetto alla conica inviluppo-unita.* — Ne segue che da un punto di π esce una sola coppia di rette omologhe in Γ^* a una stessa retta di π, che sarà la polare del punto rispetto alla I^2; così *anche la* [22] *congiunta alla* Γ^* *è di classe uno.*

4. Viceversa, posta su π una Γ con 10 punti R_1 e del resto generica, la sua curva limite L^6 ha dieci punti doppi nei 10 punti R_1 [*N.* 6]; la Γ^* è allora d'ordine 4, e il suo inviluppo unito sarà — come al n. 3 — la *conica-inviluppo* di BERTINI per ogni γ^4_r; onde due rette omologhe in Γ^* sono coniugate rispetto a tale conica I^2: dei due punti omologhi in Γ posti su una tangente t di I^2, uno è il relativo punto limite su L^6, l'altro è il punto di contatto T di t con I^2, perchè delle due rette omologhe in Γ^*, e perciò coniugate rispetto ad I^2, uscenti da T, una è la t. Se ora T è comune a I^2, L^6, la tangente di I^2 in cui coincidono le due rette omologhe in Γ^* uscenti da T è la t; la coppia di Γ su t consta due volte di T; le tangenti in T alla C^4_T coincidono dunque nella t, che ha ivi contatto quadripunto con C^4_T; la C^4_T, fuori di T e dei 10 R_1, non incontra L^6, se no per T passerebbero rette unite diverse da t; onde la L^6 tocca in T la t. Se ne cava che la I^2 è per la L^6 una *conica di contatto*; di più la C^4 relativa a ciascun punto R_1 ha ivi un punto triplo e contiene i rimanenti nove; la L^6 può dunque riguardarsi come contorno

(8) STURM; l. c. (4), pp. 99 e pp. 10.

(9) La *conica di Bertini* relativa a una C^4 con punto doppio contiene i sei punti di contatto delle tangenti a C^4 uscenti dal punto doppio; e l'inversione quadrica determinata da essa e dal punto doppio muta in sè la C^4 (Cfr. ad es., anche per altre indicazioni, CIANI; *Le curve piane del 4° ordine*; Giornale di Matematiche; Napoli 1910). — Qui si applica la proprietà duale.

Digitized by Google

apparente su π di un simmetroide Φ^4 con 11 punti doppî, quando si prenda il contorno dall'unico di essi, P_0, il cui cono tangenziale sia irriducibile (10). Allora Φ^4 determina, come superficie focale, una congruenza [27], **C**; operando su questa come al n. 3, si ottiene su π una [22], simmetrica Γ_0, che coincide con Γ, in quanto coincidono le C^4 relative, in Γ, Γ_0, a ciascun punto R_1, e quindi anche quelle relative a un punto X di π, le quali hanno entrambe punto doppio in X e contengono ambedue ciascun punto R_1 e l'ulteriore incontro della XR_1 colla C^4 relativa ad R_1.

5. La costruzione duale all'ora data porta alla Γ dotata di 10 rette r_1 e del resto generica; questa si otterrà, sul piano singolare di 6° grado di una congruenza [72], facendovi omologhe le traccie di due sue rette, tali che un piano focale dell'una ed uno dell'altra formino fascio con π; due punti omologhi in Γ sono coniugati rispetto alla conica di contatto, Γ^2, di π colla superficie focale della congruenza, etc.

Nella rappresentazione di questa Γ su una Γ_0 posta fra i punti di una superficie di VERONESE [N. 4], le coppie di piani tangenti alla F_2^4 in punti omologhi in Γ_0, s'incontrano in punti posti nell'S_4 che stacca da F_2^4 la imagine i^4 della conica Γ^2; tali punti costituiscono nell'S_4 una superficie razionale G_2, rappresentata su π, quando si coordinino un punto di G_2 ed una retta di π, imagine e sostegno di una stessa coppia di Γ; gli inviluppi $\gamma^4{}_r$ rappresentano così le sezioni spaziali di G_2 poste negli S_4 della φ_2^4 aderente a F_2^4; e poichè essi contengono le 10 rette r_1, *la G_2 è del 6° ordine*, G_2^6: essa contiene la quartica i^4 e 10 sue corde, rappresentate, queste dalle 10 rette r_1, fondamentali per la rappresentazione, quella dall'inviluppo limite λ^6, per cui le r_1 sono doppie (11).

Per la Γ dotata di 10 punti R_1 [3, 4], accadrà, dualmente, che le coppie di coniche di F_2^4, omologhe nelle Γ_0* relativa,

(10) Cfr. ROHN; l. c. (4), § 1, 4, 12.

(11) Sostituendo, per comodità di linguaggio, al piano rigato il punteggiato, il sistema lineare delle C^4 con 10 punti semplici base rappresenta sempre una G_2^6 di S_4; ma perchè essa appartenga, come è qui, alla varietà delle corde di una quartica normale i^4 dell'S_4, deve esistere una L^6 che passi due volte per ciascun punto base, e sia dotata di conica di contatto; la L^6 e la conica sono rispettivamente le immagini della i^4 e dell'ulteriore sezione di G_2^6 colla sviluppabile delle tangenti ad i^4.

Digitized by Google

sono congiunte da S_4 passanti per un punto e inviluppanti un cono di 6ª classe, duale alla G_2^4.

6. Se dei 10 punti R_1 della Γ considerata al n. 4, tre sono su una retta, questa è una r_1, perchè dall'inviluppo $\gamma_{r_1}^4$ si staccano i tre fasci (R_1). Dei 10 punti P_3 della **C**, tre sono su una retta (della sua superficie focale), la quale conta per una fra le rette di **C** poste in un suo piano, per due fra quelle che escono da un suo punto ([12]). — *Il massimo numero, 10, di punti* R_1 *e di rette* r_1 *è insieme raggiunto quando (solo) la* Γ *appartiene alla nota involuzione cubica di 1ª classe composta di triangoli polari rispetto a una conica.* — Difatti, poichè fuori di una r_1 non sono più di 7 punti R_1 (se no le C_M^4 relative ai punti di r_1 formerebbero fascio), e dualmente, i 10 punti R_1 dovranno, nell'ipotesi posta, distribuirsi a 3 a 3 sulle 10 rette r_1, e dualmente; allora la C^4 relativa a un punto R_1 si compone di tre rette r_1 uscenti dal punto e di una quarta retta r_1, che non vi passa, e che è luogo dei punti omologhi in Γ al punto R_1 scelto; e l'inviluppo γ^4 relativo a tale retta r_1 si scinde nei tre fasci uscenti dai tre punti R_1 che le appartengono, e in un quarto fascio, che, dovendo contenere le tre rette r_1 che non escono da nessuno di questi, ha centro nel primo punto scelto, che sarà quindi inviluppo di rette omologhe alla r_1 in Γ^*. — Ne segue che il punto R_1 e la retta r_1, così associati, sono polo e polare rispetto alla conica unita U^2 di Γ, e alla conica - inviluppo unita I^2 di Γ^*; allora, verificandosi ciò per i 10 punti R_1 e le 10 rette r_1, sarà I^2 l'inviluppo aderente alla conica U^2; onde, se **M** è un punto di π ed M_1, M_2 sono i suoi omologhi in Γ, è **M** M_1 M_2 un triangolo polare rispetto ad U_2, e ad M_1 sono omologhi in Γ i punti **M** ed M_2.

7. Si ottiene una Γ dotata di 10 punti R_1 e di una retta r_2, colla stessa costruzione del n. 4, quando si parta da una congruenza $[26]_I$ e dal suo unico punto singolare di 5° ordine, P_5; la congruenza, **C**, possiede ora un punto singolare del 1° ordine, P_1; il piano singolare ϱ_1 relativo passa per P_5, e tocca la superficie focale lungo una conica, contenente P_1, P_6 e i quattro punti P_2 della **C**, la quale possiede, fuori di ϱ_1 ancora

([12]) Per le rette di una congruenza aventi questa proprietà cfr. STURM; l. c., ([4]), pg. 283.

Digitized by Google

6 punti P_3; la r_2 è la sezione di π col piano ϱ_1, perchè la retta di **C** uscente da un punto della conica anzidetta è la sua congiungente con P_1, onde, se F è la proiezione, su r_2, di P_1, si cava che in Γ ad ogni punto di r_2 corrisponde due volte il punto F, che sarà il punto fondamentale subordinato ad r_2 [N. 6]. Le proiezioni dei punti P_2, P_3 sono i 10 punti R_1. Le Γ, Γ^* sono di ordini 13, 4.

Analogamente, partendo da una congruenza $[2\ n]$, dove $2 \leq n \leq 7$ e da un suo punto P_{n-1}, si ottiene su π una Γ dotata di 10 punti R_1, di $7 - n$ rette r_2 e di ordine $7 + n$, mentre la Γ^* sarà sempre d'ordine 4. — La disposizione dei punti R_1, delle rette r_2 e dei punti fondamentali subordinati, come le altre proprietà della Γ, si ricavano tosto per proiezione, nè crediamo di insistervi; notiamo solo che, per $n = 2$, scelto come centro di proiezione uno dei 16 punti P_1, i sei piani singolari della **C**, che vi passano, son segati da π in un esalatero, di cui i cinque lati sezioni dei 5 piani *non relativi* a P_1 sono rette r_2, e i loro 10 incontri due a due sono i 10 punti R_1; il sesto lato, sezione di π col piano singolare relativo al punto P_1 scelto, compie coi primi la curva limite di Γ, e li sega nei cinque punti fondamentali subordinati ad essi relativi. La Γ così ottenuta, che è dunque *la proiezione, da uno dei 16 punti doppi di una superficie di* KUMMER, *dell'involuzione che su di questa determinano le rette di una delle congruenze* [22] *di cui essa è superficie focale, è caratterizzata dal possedere il massimo numero di rette singolari di 2ª specie.*

II. Corrispondenze di generi

$$p = 1,\ p^* = 2\ ;\ p = 2,\ p^* = 1\ ;\ p = p^* = 1.$$

8. Se $p = 1$, $p^* = 2$, esiste una (sola) retta r_3; la costruzione ed i caratteri di tali corrispondenze furono già indicati [N. 7]; dualmente se $p = 2$, $p^* = 1$ (casi 120100; 211000 di N. 10).

9. Se $p = p^* = 1$ esistono un punto R_3 ed una retta r_3, oppure un fascio doppio ed una retta doppia. — Se esistono un R_3 ed una r_3 (caso 111100 di N. 10), e se essi non si appartengono, le coniche del sistema quadratico costruttore della Γ [N. 7] si spezzano in coppie di rette uscenti da R_3 *e la* Γ *si costruisce fissando, in un fascio* (R_3 . *una* [22] *simmetrica* ξ,

Digitized by Google

riferendone proiettivamente le coppie ai punti di r_3, *e segando ciascuna coppia di* ξ *colle rette uscenti dal punto corrispondente di* r_3. — Un raggio di (R_3), appartenendo a due coppie di ξ, determina due punti della r_3, sulla quale si produce così una [22] simmetrica ξ^*, le cui coppie sono riferite proiettivamente ai raggi di (R_3); *le coppie di* Γ^* *si ottengono proiettando ciascuna coppia di* ξ^* *dai punti del raggio corrispondente di* (R_3). — Così le Γ, Γ^* si costruiscono in modi fra loro duali. — Vi sono su r_3 quattro punti R_1, ognuno appartenente a una retta della coppia corrispondente di ξ; per R_3 passano quattro rette r_1; queste proiettano da R_3 i quattro punti R_1; *la curva unita e la curva limite constano rispettivamente dei quattro raggi uniti e dei quattro raggi limiti di* ξ. Dualmente. *Le* Γ, Γ^* *sono d'ordine* 6.

10. Se invece R_3 ed r_3 si appartengono, la costruzione descritta non è generalmente valida. In tale ipotesi, nel sistema quadratico di coniche (C), che costruisce la Γ, al punto R_3 di r_3 corrisponderà una conica scissa in due rette a_1, a_2 per R_3 (che sono rette r_1), le quali, colla r_3 due volte, formano la $C_{R_3}^4$. — Ora l'inviluppo limite λ^4 e la curva limite L^4 hanno rispettivamente in r_3 una retta doppia e in R_3 un punto doppio, perchè da un punto di r_3 escono solo due rette di λ^4, le tangenti alla corrispondente conica di (C); e dualmente per R_3. E poichè la L^4 è l'inviluppo del sistema (C), le due rette a_1, a_2, che costituiscono una conica di (C), sono tangenti altrove alla L^4: onde il sistema (C) è uno dei 30 sistemi qnadratici di coniche *ordinarî* inviluppanti la L^4, e il gruppo Steineriano corrispondente ad esso si comporrà, oltre chè delle bitangenti *improprie* a_1, a_2, di altre 4 coppie di bitangenti proprie, che son altrettante coppie di rette mutate in sè dalla Γ [13]. Ne risulta, per la corrispondenza considerata, la costruzione seguente: *Fissata una quartica* L^4 *con un punto doppio* R_3, *e una retta* r_3 *per esso, scelto uno dei 30 sistemi quadratici di coniche inviluppanti* L^4, *si riferisca proiettivamente questo sistema ai punti di* r_3, *in modo che ad* R_3 *corrisponda la coppia di bitangenti improprie uscenti dal punto e appartenente al sistema: indi si costruisca la* Γ *nel modo consueto.* Tale corrispondenza ammette anche

[13] Cfr. ad es.; CIANI, *Le curve piane di 4° ordine*; Giornale di Matematiche, Vol. 48 (1910); § 28.

Digitized by Google

la costruzione duale. Le I, I^* sono entrambe di ordine 8, e come da R_3 escono due rette r_1, così su r_3 sono due punti R_1.

11. Se esistono un fascio doppio ed una retta doppia (corrispondentemente al simbolo 110011) la corrispondenza può ottenersi nel modo seguente: *su una superficie cubica generale* F^3 *si fissi una conica* c, *e, fuori di* F^3, *una retta* d *appoggiata in un sol punto alla* c; *da un punto P di* c *si proietti su un piano* π, *non per P, l'involuzione* I *che è segnata sulla* F^3 *dalle rette della congruenza* [12] *che ha per direttrici le* c, d. *Si ottiene su* π *la corrispondenza voluta. Reciprocamente.*

Infatti facendo omologhe fra loro su π le proiezioni di due punti di una coppia di I, si ottiene su π una [22] simmetrica della 1ª classe, I, nella quale la C_M^4 relativa a un punto M è la proiezione da P della sezione con F^3 della quadrica costituita dalle rette della congruenza [12] che, oltre a quelle del fascio P d, si appoggiano alla P M; tale sezione, all'infuori di c, è una quartica di 1ª specie; e delle sue corde uscenti da P una è la P M, l'altra è la retta della congruenza, che unisce P coll'incontro di d col piano di P M e della tangente t in P alla c. — Dette allora U, u la traccia di t e la proiezione di d su π, la C_M^4 ha un punto doppio in M e un'altro nel punto d'incontro di u con U M; questo pertanto rimane fisso se M varia su una retta per U; il che prova che la I e la sua associata I^* sono di genere uno, essendo u ed (U) rispettivamente la retta ed il fascio doppi (*N.* 10). — Si ha poi subito che le proiezioni A_1, A_2, sulla u, dei due punti ulteriori d'incontro della d con F^3, fuori di c, sono per la I due punti R_1, mentre le rette U A_1, U A_2 sono fondamentali subordinate; così la traccia a_1 del piano di c, e la traccia a_2 del piano tangente in P alla F^3, che passano entrambe per U, sono rette r_1 per la I^*, mentre i punti $u\,a_1$, $u\,a_2$ sono fondamentali subordinati; *la curva limite* (fuor della u) *è la quartica* L^4 *contorno apparente di* F^3 *rispetto a P su* π, della quale le a_1, a_2 sono, com'è noto, due bitangenti. *L'inviluppo limite* λ^4 *è la proiezione da P della rigata di rette della congruenza tangenti ad* F^3; *esso ha due punti doppi in* A_1, A_2. — *Le* I, I^* *sono, in generale, d'ordine 12.*

Reciprocamente, date in π le I, I^* associate, di generi $p = p^* = 1$, dotate di una retta doppia u e di un fascio doppio (U), una C_M^4 generica, avendo un punto doppio su u, la sega

Digitized by Google

ancora in due punti A_1, A_2 che saranno singolari per Γ (14); così da U escono due rette a_1, a_2 singolari per Γ^*. Ciò posto in un piano a_1 per a_1, si assuma una conica c, e sia P il suo punto di contatto con una delle tangenti spiccatele da U; nel piano Pu si fissi una retta d, non per P, uscente dall'ulteriore incontro del piano con c. Le c, d determinano, come direttrici, una congruenza [12], Δ; ogni retta di Δ si riporta per proiezione da P in una retta di π e viceversa; se allora su ogni retta di Δ si riporta, proiettando da P, la coppia di Γ posta sulla proiezione della retta su π, *il luogo dei punti così ottenuti, all'infuori del piano* a_1, *è una superficie cubica* F^3 *contenente la* c (dal che segue facilmente la parte inversa del teorema). Sostituiamo alla non difficile dimostrazione geometrica la più semplice verifica algebrica. Se in π si pone $U \equiv A_0$, $u \equiv A_1 A_2$ si trova facilmente che la Γ può ottenersi col connesso

$$u_0^2 \Sigma a_{rs} x_r x_s + u_0 x_0 \Sigma b_{mn} u_m x_n + x_0^2 \Sigma c_{rs} u_r u_s = 0 \quad (5)$$

(14) Quando esistano una curva e un'inviluppo doppi, D, δ, d'ordine e classe n, ν ($1 \leq n, \nu \leq 2$), se è X un punto generico di D, x la retta per X che gli corrisponde [N. 10], ed Y un punto di x, la C^4_Y ha punti doppi in Y e in X, e in particolare la C^4_X ha un tacnodo in X, con x tangente tacnodale. Ora una C^4_M generica ha, su D, ν punti doppi e la sega ancora in $4n - 2\nu$ punti, che sono, per Γ, punti R_1; perchè, se X è ora uno di essi, la C^4_M sega M X, fuori di M, ancora in un punto Z (diverso o no da X); la C^4_X sega quindi la X M — che è diversa dalla x — in un punto al più fuori di X; così X è triplo per C^4_X, ed è un punto R_1. — Si hanno dunque generalmente $4n - 2\nu$ punti R_1 su D, e, dualmente, si hanno $4\nu - 2n$ rette r_1 in δ; onde, prescindendo da altre eventuali singolarità, le Γ, Γ^* sono generalmente degli ordini $14 - 4\nu + 2n$; $14 - 4n + 2\nu$. — Si osservi ancora che D, δ sono rispettivamente componenti doppie sia della curva e dell'inviluppo limite come della curva e dell'inviluppo uniti (quest'ultima osservazione discende anche dagli ordini ora calcolati di Γ, Γ^*). — Infatti poichè una C^4_M ha, fuor di M, ν punti doppi, da M vi si possono condurre ancora $6 - 2\nu$ tangenti altrove, e tale sarà la classe dell'inviluppo limite $\lambda^{6-2\nu}$; così per la curva limite L^{6-2n}. — Inoltre, dei 12 punti di contatto che, nelle ipotesi generali, una C^4_M ha con L^6, e che conducono alle 12 rette unite passanti per M, se ne hanno ora solo $12 - 4n$ sulla L^{6-2n}; i rimanenti $4n$ divengono le intersezioni di C^4_M colla curva doppia; di queste $4n - 2\nu$ sono i punti R_1, le altre 2ν coincidono a coppie nei ν punti doppi di C^4_M su D; esse conducono alle ν rette di δ per M, che sono così da contarsi due volte fra le rette unite per M. — Dualmente.

Digitized by Google

dove, se si suppone che le due rette singolari siano le $A_0 A_1$, $A_0 A_2$, sarà anche $c_{11} = c_{22} = 0$.

Assunta, nel piano $A_0 A_1 A_3$, per conica c la

$$x_0^2 - x_1 x_3 = 0 \; ; \; x_2 = 0,$$

per punto P il punto A_3, e presa infine, per retta d la $A_1 A_2$ (che coinciderà così colla sua proiezione u_2), la retta di Δ passante pel punto $(x_0 x_1 x_2 x_3)$ si proietta da P su π nella retta

$$u_0 \equiv - x_0 x_2 , \quad u_1 \equiv x_2 x_3 , \quad u_2 \equiv x_0^2 - x_1 x_3 . \qquad (6)$$

Se ora il punto considerato appartiene al luogo, dovranno la sua proiezione su π, cioè il punto $(x_0 x_1 x_2)$ di π, e la proiezione della retta di Δ per esso passante, cioè la (6), corrispondersi in (5); sostituite in (5) per le u_r le (6), soppresso il fattor comune $x_0^2 x_2$, che si presenta per l'ipotesi $c_{22} = 0$, rimane un'equazione cubica nelle x_r, che rappresenta la chiesta F^3 [15].

---

[15] È caso particolare di questa corrispondenza, e insieme di quella dovuta a un connesso del BATTAGLINI, la [22] relativa al connesso

$$a^2 u_0^2 x_1 x_2 - x_0^2 u_1 u_2 = 0$$

il quale proviene dall'equazione differenziale (cfr. CLEBSCH, l. c. N. [6], pg. 479).

$$y^2 y'^2 - \frac{y^3}{x} y' + a^2 = 0 . \qquad (1)$$

Per essa la F^3 è la

$$a^2 x_1 x_2^2 - x_0^2 x_3 + x_1 x_3^2 = 0 .$$

La curva limite della Γ, cioè la traccia del cono circoscritto ad F^3 da A_3, è la

$$4 a^2 x_1^2 x_2^2 - x_0^4 \equiv (2 a x_1 x_2 + x_0^2)(2 a x_1 x_2 - x_0^2) = 0 .$$

La Γ si genera anche colla proiettività fra le coniche-luogo e le coniche-inviluppo di un medesimo fascio-schiera, in cui si corrispondono le

$$\lambda a u_0^2 + \mu u_1 u_2 = 0 \; ; \; \lambda x_0^2 + \mu a x_1 x_2 = 0 .$$

Sostituendo a ciascuna conica-inviluppo la conica-luogo aderente, si ricava una proiettività fra le coniche-luogo del fascio, in cui sono unite le due coniche che compongono la curva limite; le stesse coniche, come inviluppi, costituiscono, dualmente, l'inviluppo limite; le coniche stesse forniscono dunque l'integrale singolare della (1). Ad

Digitized by Google

III. Corrispondenze di generi $p = 0$, $p^* = 1$; $p = 1$, $p^* = 0$.

12. Se le Γ, Γ^* sono di generi $p = 0$; $p^* = 1$, o esistono due rette r_3 ed un punto R_3; oppure esistono una retta r_3, una retta doppia e un fascio doppio; o infine una conica doppia ed un fascio doppio, corrispondentemente ai simboli 011200; 010111; 010021. Si ha allora il teorema:

Fissata una quadrica **Q** *e un punto* P, *fuori di essa e di* π, *si proietti da* P *su* π, *l'involuzione* **I** *che segnano su* π:

a) *le rette di una congruenza lineare* **C**, *arbitraria, di direttrici* d_1, d_2,

b) *le rette di una congruenza* [*12*], **C**, *avente per direttrici una retta* d, *non per* P, *ed un conica* c *incidente la* d, *e passante per* P,

c) *le rette di una congruenza* [*13*], **C**, *corde di una cubica sghemba C passante per* P.

Si ottiene sempre su π *una* Γ *di generi* $p = 0$ $p^* = 1$, *la quale:*

nel caso a) *possiede due rette* r_3 *ed un punto* R_3;

nel caso b) *possiede una retta* r_3, *una retta ed un fascio doppî.*

nel caso c) *possiede una conica ed un fascio doppi.*

Reciprocamente una Γ *di ciascuno dei tre tipi può ottenersi nel modo rispettivamente indicato.*

È intanto evidente che, ritenendo omologhe su π le proiezioni da P di due punti di **Q** omologhi in **I**, si ottiene su π una [22] simmetrica di 1ª classe, Γ. — Diciamo poi nel 1° caso a_1, a_2 le proiezioni delle d_1, d_2 ed A il loro punto comune; nel 2° sia t la tangente in P alla conica c, a il piano di questa, U e u le traccie, appartenentisi, di t ed a su π; u la proiezione di d, la quale non passa per U; nel 3° siano ancora t ed U la tangente in P alla cubica C e la sua traccia su π, ed U^2

---

esse, come luoghi e come inviluppi, si riducono la curva e l'inviluppo uniti. Le C^4, che hanno l'equazione,

$$a^2 x_1 x_2 (x_1 y_2 - x_2 y_1)^2 - x_0^2 (x_2 y_0 - x_0 y_2)(x_0 y_1 - x_1 y_0) = 0$$

hanno tutte in A_1, A_2 contatto tripunto colle $A_0 A_1$, $A_0 A_2$; cosicchè in A_1, e così in A_2, è riunita una terna di punti singolari. — Dualmente per le rette singolari che sono $A_0 A_1$, $A_0 A_2$. — Le Γ, Γ^* sono duali fra loro e dell'ordine 8.

Digitized by Google

sia la conica proiezione di C da P. — Allora la C^4_M relativa, in Γ, a un punto M generico di π, è la proiezione da P della intersezione di **Q** colla rigata delle rette di **C** appoggiate alla PM; queste, all'infuori del fascio o del cono quadrico che nel 2° o nel 3° caso proietta da π la retta d o la cubica C, riempiono una quadrica; e, delle due rette di essa che escono da P, l'una è PM, l'altra nel 1° caso è PA, nel 2° e nel 3°, essendo la quadrica tangente in P al piano t. PM, è la retta che unisce P coll'incontro di questo piano con d, o col suo ulteriore incontro con C. — Se ne cava che la C^4_M ha un punto doppio, oltrechè in M, nel 1° caso in A, nel 2° nel punto UM. u, nel 3° nell'incontro ulteriore di UM con U^2. Si ha dunque sempre $p^* = 1$. — Inoltre, nella prima ipotesi, A è un punto R_3; nella seconda e nella terza, la u o la U^2 è curva doppia, e poichè il secondo punto doppio della C^4_M non muta nei due casi, quando M si muova sulla UM, sarà, in entrambi, (U) un fascio doppio. — Se poi la PM si appoggia a d_1, o d_2, oppure sta in a, dalla rigata delle rette di **C** appoggiate alla PM si stacca il fascio di **C** che è nel piano Pd_1, oppure Pd_2, o nel piano a, rimanendo il fascio che ha centro nell'appoggio di PM con d_1 o d_2 o con c (oltre a P), e il cui piano contiene la d_2, o la d_1 oppure la d; ne segue che la C^4_M relativa a un punto delle a_1, a_2 o della a si scinde nella stessa retta contata due volte e nella conica in cui si proietta la sezione di **Q** con un piano del fascio (d_2), (d_1) o (d); onde nel 1° caso le a_1, a_2 e nel 2° la a sono rette r_3; si ha in ogni caso $p = 0$ e la parte diretta del teorema è dimostrata.

Inversamente, sia posta in π una Γ di generi $p = 0$, $p^* = 1$; dovrà per essa verificarsi una delle tre circostanze distinte al principio del §; se si verifica la prima, sieno a_1, a_2 le due r_3 ed $A = a_1 a_2$ sia quindi [N. 8] il punto R_3: se la seconda, siano a, u, U la retta r_3, la retta doppia, il centro del fascio doppio, che sarà sulla a ([16]); se la terza, sia U^2 la conica doppia ed U il centro del fascio doppio, che sarà un punto di U^2, come

([16]) Se U non è su a, la C^4_M relativa a un punto di a si spezza nella a due volte e in due rette incrociate nel punto UM.u, che variano in un'involuzione fra le tangenti di una conica, riferita, nei suoi gruppi, ai punti di a, per modo che le tangenti del gruppo dell'involuzione omologo al punto M su a, sono quelle che escono dal punto UM.u. Ogni C^4_X ha allora punto doppio in X, nel punto UX. u e anche nel punto aa, che è punto R_3. La Γ è di generi $p = p^* = 0$ e sarà ritrovata più innanzi [Cfr. n. 18, comma 2°].

Digitized by Google

segue da quanto è detto in *N.* 10. Assumiamo un punto P fuori di π ed una congruenza **C**, la quale nel primo caso abbia per direttrici due rette sghembe d_1, d_2 proiettate da P nelle a_1, a_2; nel secondo abbia per direttrici una conica c posta nel piano $a \equiv Pu$, passante per P, ivi tangente alla PU, ed una retta d appoggiata alla c e proiettata da P nella u; nel terzo sia la congruenza delle corde di una cubica sghemba C, passante per P, ivi tangente alla PU e proiettata nella conica U^2. — In ogni caso una retta x di π è proiezione da P di una determinata retta y di **C** e viceversa, e la **C** è rappresentata sul piano rigato π nei modi ben noti. — Sopra ciascuna retta di **C** riportiamo per proiezione da P i due punti omologhi in Γ situati sulla retta di π di cui essa è l'immagine; *il luogo dei punti così ottenuti è una quadrica* **Q**, *non degenere, che non passa per P.* Infatti per ottenere la sezione del luogo richiesto **Q** con un piano per P, segante π in una retta x, occorre segare il piano Px con quella rigata di **C** che è rappresentata — nel modo ora detto — dall'inviluppo γ^4_x relativo alla x in Γ^*; nei tre casi le sezioni di **C** con complessi lineari sono rappresentate da coniche-inviluppo contenenti le a_1, a_2 nel 1° caso, la a nel 2°, generiche nel 3°; inoltre nel secondo caso una retta y di (U) rappresenta la retta di **C** sezione dei piani Px, Pd e nel terzo una retta y di (U) rappresenta la retta di **C** che unisce P all'ulteriore incontro del piano Py colla C (all'infuori dei due riuniti in P sulla PU); perciò la rigata di **C** rappresentata da γ^4_x, che ha sempre una retta doppia x_1 in quella retta di **C** la cui immagine è x, nel 1° caso è del 4° ordine e sega il piano Px, fuori di x, in una conica; nel 2° è del 6° ordine, e possiede su Px, oltre la x_1 un'altra generatrice doppia, sezione di quel piano con Pd, onde sega di nuovo il piano lungo una conica; nel 3° è dell'8° ordine, ma possiede su Px tre generatrici doppie, cioè la x_1 e le intersezioni del piano col cono proiettante da P la C, onde sega di nuovo il piano Px in una conica. Nessuna sua generatrice, all'infuori delle accennate, può stare nel piano Px, se x è generica su π; onde la conica del luogo **Q** posta sul piano, biunivocamente riferita alle rette di γ^4_x, che non si scinde, non è degenere; il luogo **Q**, contenendo ∞^2 coniche in piani per P è una quadrica, non degenere, che non passa per P, perchè la sua costruzione mostra che sopra una retta PM per P vi sono due punti del luogo. Con ciò è provata la parte inversa del teorema.

Digitized by Google

13. La *curva limite* è in ciascuno dei tre casi la conica D^2 contorno apparente di **Q** rispetto a P su π; le rette della congruenza **C** uscenti dai punti della conica di **Q**, di cui è D^2 la proiezione, formano una rigata, rispettivamente dell'ordine 4, 6, 8, proiettata sempre da P in un inviluppo razionale di 4ª classe i^4, che, all'infuori del fascio (U) quando esista, è *l'inviluppo unito* di Γ^*; esso ha tre rette doppie nelle a_1, a_2 o nella a, e nelle proiezioni della o delle rette di **C** poste nel piano della predetta conica su **Q**. *L'inviluppo limite* e *la curva unita*, all'infuori di (U), u, c, sono le proiezioni da P della rigata delle rette di **C** tangenti alla **Q** e della linea di contatto con **Q** della rigata medesima; perciò *l'inviluppo limite è sempre della 4ª classe*, e la *curva unita è* in ciascun caso rispettivamente *dell'ordine 4, 6, 8*. Ne segue che *gli ordini di Γ, Γ^* sono 6, 6 nel 1° caso; 8, 8 nel secondo; 14, 8 nel terzo.*

È da osservarsi che gli incontri, fuori di P delle direttrici di **C** colla **Q** si proiettano in altrettanti punti singolari di 1ª specie per la Γ su π; di modo che nel primo caso, oltre ad A, vi sono due coppie di punti R_1 sulle a_1, a_2; nel secondo vi sono due punti R_1 sulla u e 4 punti R_1 sulla a; nel terzo vi sono sei punti R_1 sulla u^2 [Cfr. anche la nota (14)].

Notiamo ancora che per la Γ del tipo a) la C^4_M relativa a un punto di una delle rette r_3, p. es. della a_1, si scinde nella a_1 stessa contata due volte e in una conica passante per i due punti R_1 posti sulla a_2 e bitangente alla conica D^2; la conica varia in un sistema quadratico riferito proiettivamente ai punti di a_1, cosicchè se M è in A, la conica corrispondente si riduce alla a_2 contata due volte; pertanto per costruire in π una tale Γ, si fisseranno due rette a_1, a_2 una conica generica D^2, e sulla a_2 due punti; le coniche passanti per questi e bitangenti alla D^2 si distribuiscono in due sistemi quadratici, contenenti entrambi la retta doppia a_2, (17): riferito proiettivamente uno di questi sistemi ai punti di a_1 in modo che al punto $A \equiv a_1\, a_2$ sia omologa la retta doppia a_2, si segherà ciascuna conica del sistema col fascio che à centro nel punto corrispondente su a_1.

(17) I due sistemi quadratici sono proiettivamente identici ai due sistemi di cerchi bitangenti a una data conica centrale e aventi i loro centri sull'uno o sull'altro asse di questa.

Digitized by Google

Per una Γ del tipo b vale la stessa costruzione a partire dalla a, dalla conica D^2 e dai due punti R_1 sulla a, e prescindendo dalla condizione che alla retta doppia a corrisponda il punto $a\,a$.

14. Gli ordini delle Γ ottenute si abbassano, quando la congruenza **C** contenga qualche generatrice di **Q**, la cui proiezione viene a essere una retta singolare per Γ. Ci limitiamo ad osservare che nel caso a) se una generatrice di **Q** appartiene alla congruenza lineare **C**, *la Γ che si ottiene su π riesce del 5° ordine, ed è la trasformazione congiunta alla* [22] *cubica generale di genere nullo, già incontrata dal* MARLETTA [18]; più in particolare, se, sempre nel caso a), le direttrici di **C** sono le diagonali di un quadrangolo gobbo i cui quatto lati sono generatrici di **Q**, *la Γ che si ottiene è la corrispondenza quadratica generale già costruita dal* BARRACO [19]: in questo caso le d_1, d_2 sono coniugate rispetto a **Q**, onde *due punti omologhi nella Γ sono armonici rispetto alle* a_1, a_2, *e la* [22] *congiunta alla Γ è di classe zero, essendo (A) il fascio delle direttrici.* — Una generatrice g di ciascun sistema di **Q** è mutata dall'involuzione, che sulla **Q** segnano le rette di **C**, in quella generatrice g' dello stesso sistema, che, coi due lati del quadrangolo incidenti la g e colla g stessa, compie la sezione di **Q** colla quadrica di direttrici g, d_1, d_2: la coppia gg' varia, per ciascun sistema, in un'involuzione; se ne ricavano per proiezione due involuzioni fra le tangenti di D^2, così chè *la conica congiunta in Γ ad una tangente di* D^2 *risulta delle due rette coniugate ad essa nelle due involuzioni.*

---

(18) G. MARLETTA; *Le trasformazioni cubiche* [22] *fra piani*; Rend. Circ. Mat.; Palermo 1903; § 4 e seg. — La proiezione g_1 della generatrice congiunge due punti R_1, l'uno su a_1, l'altro su a_2; dalla C^4_M relativa al punto $g_1\,a_1$ si stacca la a_1 due volte e si stacca la g_1; rimane una retta, non passante per esso, che è il luogo dei suoi omologhi in Γ e che passa per quel punto R_1 su a_2, che non è su g_1. Si hanno così sulla g_1 i due *punti fondamentali semplici* del MARLETTA; i *due punti fondamentali doppi* sono gli altri due punti R_1, a ciascuno dei quali sono omologhi in Γ tutti i punti di una conica passante pel punto.

(19) BARRACO; *Sulle trasformazioni piane* [22] *involutorie*; Giorn. di Matem., Napoli, 1916. Dalle due osservazioni che seguono nel testo, risulta la costruzione indicata dal B. al n. 3, p. II.

Digitized by Google

15. I tre tipi possibili di corrispondenze di generi $p = 1$. $p^* = 0$ (relativi ai simboli 102100; 101011; 100012) si possono ricavare per dualità da quelli ora descritti.

IV. Corrispondenze di generi $p = p^* = 0$.

16. Se le I', I'^* associate sono entrambe di genere zero, possono darsi i cinque casi seguenti:

1) esistono due punti R_3 e due rette r_3 (simbolo 002200)

2) esistono un punto R_3, una retta r_3, un fascio doppio e una retta doppia (001111)

3) esistono una retta r_3, una conica-inviluppo ed una retta doppie (000112)

4) esistono un punto R_3, una conica-luogo ed un fascio doppi (001021)

5) esistono una conica-luogo ed una conica-inviluppo doppi (000022).

17. Quando esistano due rette r_3, siano a, b, e due punti R_3, siano A, B, dovrà uno di questi, sia A, essere l'intersezione delle due rette, ed una di queste, sia b, unire i due punti [N. 8]; si ottiene questa corrispondenza direttamente su π, particolarizzando la costruzione già data al n. 9. — Si ponga in un fascio (A) una corrispondenza simmetrica [22], ξ, la quale abbia due elementi uniti coincidenti nella retta $AB \equiv b$, e se ne riferiscano proiettivamente i gruppi ai punti della a, per modo che il punto immagine della coppia coincidente in b sia B; indi si seghi ciascuna coppia di ξ colle rette uscenti dal punto corrispondente su a. La C^4_M relativa a un punto M generico, nella I' così ottenuta su π, è il luogo delle intersezioni di ciascun raggio x di (M) col gruppo di ξ rappresentato dal punto xa: la corrispondenza così posta fra i fasci (M) ed (A) determina su ogni retta per B una [22] rettilinea, in cui il punto B coincide nei due sensi con ambedue i suoi omologhi; onde la C^4_M ha punto doppio in B: essa ha poi punto doppio (oltre che in M) anche in A, e così A, B sono punti R_3, e la b, che li congiunge, è retta r_3; e lo è pure la a, in quanto la C^4_M relativa a suo punto si compone due volte della a e inoltre di una coppia di ξ. — Nella corrispondenza simmetrica [22] ξ^*, che si ottiene, come al n. 9, sulla a, due punti uniti coincidono in B; così le I', I'^* si costruiscono in modi duali.

Digitized by Google

La curva e *l'inviluppo limiti* constano rispettivamente delle due rette limiti della ξ fuori di b e dei due punti limiti di ξ^* fuori di B; *la curva e l'inviluppo uniti* constano delle due rette unite di ξ, fuori di b, e dei due punti uniti di ξ^* fuori di B. — Sulla a, oltre a B, stanno due punti R_1; per A, oltre alla b, passano due rette r_1. *Le* Γ, Γ^* *sono ambedue del* 4^0 *ordine.*

La corrispondenza qui indicata può anche ottenersi come caso particolare del tipo a) del n. 12, supponendo che la quadrica **Q** sia un cono, e che una delle direttrici della congruenza lineare **C** passi per il vertice.

18. Se la Γ ammette un fascio ed una retta doppi, (U) ed u, ed inoltre una retta ed un punto singolare di 3ª specie, a ed A, e si suppone che A ed a non si appartengano, dovranno appartenersi U ed a e così u ed A ([20]). Si costruisce la Γ' in modo simile al precedente, ponendo in un fascio (A) una [22] simmetrica ξ, la quale abbia due elementi uniti coincidenti in una retta u per A, rappresentandone le coppie sui punti di a, per modo che alla coppia riunita in u corrisponda un punto U diverso da au, ed operando poi come prima. La corrispondenza può anche ottenersi particolarizzando la costruzione b) del n. 12, col supporre che la **Q** sia un cono e che la direttrice d della congruenza [12] passi pel vertice. *Le* Γ, Γ^* *sono* ancora, generalmente *del* 6^0 *ordine.*

Se invece A ed a si appartengono, ed U non è su a, la C^4 relativa a un punto M di a si scinde nella a contata due volte e in una coppia di rette incrociate nel punto UM. u, variabili, mentre M varia su a, in una involuzione fra le tangenti di una conica D^2; la involuzione ha per retta centrale la u, ed è riferita proiettivamente ai punti di a, così che l'incrocio di due rette di una coppia, su u, e il punto omologo su a sono allineati con U. La Γ si otterrà segando ciascuna coppia dell'involuzione colle rette passanti pul punto corrispondente sulla a. Sarà $A \equiv au$.

Quando, appartenendosi A ed a, A non sia su u, la Γ' può ottenersi in modo duale al precedente, ed anche colla costruzione b) del n. 12, supponendo che la quadrica **Q** sia un cono col vertice in un punto della conica c.

([20]) Cfr. l'osservazione nella nota ([14]) al n. 12. Da essa risulta che se U non è su a, *il* punto R_3, che è A, è su a, contro il supposto. Dualmente.

Digitized by Google

Infine se A, a; A, u; U, a si appartengono rispettivamente, la Γ si otterrà dalla stessa costruzione, supponendo che la quadrica **Q** sia tangente nel punto de al piano della d e della tangente alla c.

19. Se la F ammette una retta singolare di 3ª specie, a, una retta doppia, u, ed una conica-inviluppo doppia δ^2, la sua curva limite si riduce a una conica L^2; la C^4_M relativa a un punto M di a, oltre alla a due volte, risulterà di una conica che, a causa del suo punto doppio su u, si scinderà in due rette incrociate in un punto di u e tangenti alla L^2; variando M su a, le due rette variano in un' involuzione fra le tangenti di L^2, avente per retta centrale la u, e riferita proiettivamente ai punti di a in modo generico; *la Γ si otterrà allora segando le rette di ciascuna coppia dell'involuzione col fascio avente centro nel punto della* a *che corrisponde alla coppia. — L'inviluppo δ^2 risulta delle congiungenti di ciascun punto della* a *col punto della* u *ove si incontrano le rette della coppia corrispondente nell'involuzione.* — Si ritroverà questo tipo come caso particolare del seguente.

20 *Sia* **C** *una congruenza* [23] *di* KUMMER; *si consideri una serie rigata generica, appartenente a uno dei 5 sistemi che riempiono* **C** ([21]); *siano* d *le sue rette e* **Q** *la quadrica da essa riempita; facendo omologhi su* **Q** *due punti che vi siano segnati da una retta di* **C** *diversa dalle* d, *si ottiene su* **Q** *una involuzione* I. — *Si proietti la* I *dall' unico dei 5 punti singolari di 2° ordine di* **C** *che non è su* **Q**, *e che sia P, su un piano π non passante per P; si ottiene su π una Γ dotata di una conica e di una conica-inviluppo doppie. Reciprocamente.*

È intanto evidente che ritenendo omologhe su π le proiezioni da P di due punti coniugati nella I, si stabilisce in π una [22] simmetrica di 1ª classe, Γ. Diciamo poi U^2, δ^2 la conica luogo e la conica-inviluppo traccie su π rispettivamente del cono quadrico (P) di **C** uscente da P, e del cono-inviluppo aderente al cono osculatore (P^*) in P alla superficie focale Φ^4 di **C**. — Se **M** è un punto generico di π, le rette di **C** appoggiate alla PM, all'infuori del cono (P), costituiscono una rigata cubica avente in PM una direttrice doppia, e i piani determi-

([21]) Per le nozioni qui richiamate circa la congruenza [23], Cfr. STURM, l. c., (4), p. 228.

Digitized by Google

nati dalla PM e dalle due generatrici della rigata uscenti da P sono i due piani del cono (P^*) uscenti dalla PM; precisamente sono i due piani focali delle due generatrici relativi ai loro fuochi diversi da P ([22]). La rigata contiene due rette d della serie su **Q**, quelle che escono dagli incontri di PM con **Q**; onde essa sega ulteriormente la **Q** in una quartica di 2ª specie, passante per tali incontri, trisecante le d, unisecante le generatrici g dell'altro sistema su **Q**; di essa son corde le generatrici della rigata cubica, e in particolare le due che passan per P e che sono su (P); la quartica è allora proiettata da P in una quartica piana, la C^4_M relativa alla Γ, che ha tre punti doppi, l'uno in **M**, gli altri nelle traccie delle due generatrici anzidette, che sono due punti di U^2; e se **M** varia su una retta x di δ^2, e quindi PM varia in un piano di (P^*), una delle due generatrici per P della rigata, quella di cui esso è piano focale, rimane fissa; onde rimane fisso, al variar di **M** sulla x, uno dei punti doppi di C^4_M; il che prova che mentre la U^2 è conica doppia per Γ, la δ^2 è conica-inviluppo doppia per la Γ^* associata, e si ha quindi $p = 0$, $p^* = 0$. — I punti di U^2 e le rette di δ^2 son poste fra loro in correlazione nulla, corrispondendo un punto di U^2 a quella retta di δ^2, che è luogo dei punti le cui C^4 hanno punto doppio nel primo (mentre la retta di δ^2 sarà quindi doppia per le γ^4 relative a rette passanti pel punto); ne segue che U^2 e δ^2 sono fra loro bitangenti ([23]). La curva limite della Γ, all'infuori della U^2, risulta della conica D^2, traccia su π del cono circoscritto alla **Q**, di vertice P.

Viceversa, assegnata una Γ' su π dotata di conica doppia U^2, e di conica inviluppo doppia δ^2, la sua curva limite, all'infuori di U^2, si riduce ad un conica D^2; assunta una quadrica **Q**, tale che il suo contorno apparente su π da un punto P prefissato sia la D^2, ogni C^4_M relativa alla Γ' data, possedendo tre punti doppi di cui due sulla U^2, ed essendo quadritangente alla D^2, è proiettata da P in un cono che dovrà segar **Q** in due quartiche di 2ª specie; facendo variare **M** su una retta r di π, le due quartiche variano su **Q** in due distinti sistemi, caratterizzati dal trisecare l'una o l'altra serie di generatrici di **Q**; ciascuno di tali sistemi, proiettato da P in

([22]) STURM, l. c. ([4]) pg. 11.

([23]) Ciò risulta anche dal fatto che i coni (P) e (P^*) si toccano lungo due rette di **C**, che hanno coincidenti i fuochi e i piani focali (STURM; l. c. ([4]), pg. 42).

Digitized by Google

un sistema quadratico, è un fascio; scelto uno, e dette d le generatrici di **Q** che ne son trisecanti, le corde di ciascuna quartica del sistema prescelto appoggiate alla relativa proiettante PM $= m$, all'infuori dei coni cubici che hanno vertici nei due appoggi di m colla quartica, costituiscono una rigata cubica che ha nella m la sua direttrice doppia; le sue generatrici uscenti da P son due rette del cono (P) che da P proietta la U^3, quelle che vanno ai due punti doppi della C^4_M, che sono su U^2; la rigata, al variare della quartica nel sistema prescelto, descrive una congruenza [23], **C**: difatti ogni rigata sega **Q** nella quartica relativa e in due trisecanti d, quelle che escono dagli incontri di **Q** colla relativa m; perciò alla **C** appartengono le generatrici d di **Q**; da un punto X di **Q** esce una d; per X passa una quartica del fascio, relativa a una certa PM, che ne è corda; il piano PMX sega ancora la quartica in un punto, che, unito con X, dà una seconda retta di **C** per X; così la **C** è d'ordine 2; ad essa appartiene il cono (P), e ogni piano per P contiene una sola retta di **C** non passante per P, la generatrice, posta in quel piano, della rigata relativa alla intersezione di esso col piano Pr; così la **C** è di classe 3. — Ne segue facilmente l'asserto.

Sul cono (P) sono, oltre a P, gli altri quattro punti singolari del 2° ordine, e 4 dei 10 punti singolari di 1° ordine di **C**, tutti congiunti a P da rette di **C**; adottando la notazione di STURM, e indicato con 1 il punto P, saranno 2, 3, 4, 5 i primi 4 punti e *12*, *13*, *14*, *15* gli altri 4; siano poi (12), (13), (14), (15) i 4 piani singolari relativi a questi ultimi, che passan tutti per P, e conveniamo d'indicare collo stesso simbolo ogni punto i od $1i$ e la sua proiezione su π, come ogni piano $(1i)$ e la sua traccia su π. Allora *i 4 punti* i *su* π *sono altrettanti punti* R_1 *per la* Γ, *e stanno sulla* U^3: e poichè ogni piano $(1i)$ contiene un fascio di **C** con centro nel punto $1i$, che è su **Q**, *le quattro rette* $(1i)$ *su* π *sono altrettante rette* r_1 *per la* Γ; su ciascuna di esse la Γ subordina un'involuzione degenere con centro in $1i$: onde *ciascun punto* $1i$ *su* π *è fondamentale subordinato*, relativo alla retta singolare $(1i)$. Le rette $(1i)$ *di* π sono tangenti di δ^2 e, come i due incontri di una $(1i)$ colla conica U^3 sono il punto singolare i e il punto $1i$ fondamentale subordinato alla retta, così, dualmente, delle due tangenti a δ^2 uscenti da un punto singolare i, una è la retta singolare $(1i)$, *l'altra*, i', *sarà la retta fondamentale per* Γ^* *subordinata al punto* i, intorno al quale la Γ^* subordinerà un'involuzione degenere. — Le proiezioni dei sei punti

Digitized by Google

singolari di 1° ordine per la **C**, che non sono su (P), sono altrettanti punti, rs (r, s $\neq 1$), nei quali s'incontrano a due a due le rette $(1r)$, $(1s)$; la C^4 relativa ad uno di essi si scinde nelle due rette $(1r)$, $(1s)$ e in una conica non passante pel punto, contenente un'involuzione di Γ con centro nel punto; si hanno così *sei coniche appartenenti* alla Γ. Dualmente. — La *curva unita* di Γ, all'infuori di U^2, è la quartica razionale proiezione da P della quartica di 2ª specie luogo dei contatti di **Q** con rette di **C**, rette, che, a loro volta, son proiettate da P nelle rette di una conica-inviluppo λ^2, che, all'infuori di δ^2, è *l'inviluppo limite di* Γ^*. — L'*inviluppo unito* di Γ^*, oltre alla δ^2, è la proiezione da P della rigata delle rette di **C** che, oltre alle d, escono dai punti della conica di contatto di **Q** col cono circoscrittole da P; esso è razionale della 4ª classe, così che *le* Γ, Γ^* *associate sono entrambe dell'ordine 10.*

21. Merita rilievo il caso — che si può considerare come particolare del precedente — in cui la **C** sia una congruenza generale del 2° grado, il punto P sia uno dei 16 suoi punti singolari, e la **Q** sostenga una serie rigata di **C** e non passi per P; se adottiamo anche qui le notazioni di STURM ([24]), ed è *11* il punto scelto, si potra supporre che la **Q** sia generica nella serie che ha per base gli otto punti *associati*

$$12\ 13\ 14\ 15\ ;\ 26\ 36\ 46\ 56$$

di cui i primi 4 sono nel piano singolare (11) e gli altri nel piano (16). Colla stessa convenzione precedente relativa alle notazioni su π, si vedrà allora che *la* Γ *su* π *ha una retta doppia nella traccia* u $\equiv$ (11) *del piano* (11), *una conica inviluppo doppia* δ^2 *nella traccia del cono-inviluppo aderente al cono* (P^*), *osculatore in P alla superficie di* KUMMER *focale di* **C**, *ed una retta singolare di* 3ª *specie nella traccia* a $\equiv$ (16) *del piano* (16). — Se allora si considera in **C** il sistema di serie rigate *collegato* al sistema cui appartiene la serie su **Q**, esso è costituito dalle sezioni di **C** coi complessi aventi per assi le rette del fascio che ha centro *11* e piano (16), all'infuori dei due fasci di $\mathbf{C}^2$, dei quali il primo esce da *11* e il secondo sta in (16); ciascuna rigata del sistema ha su **Q** due

([24]) l. c. ([4]) pp. 357 e seg.

Digitized by Google

generatrici d, che variano, al variare della rigata, in una involuzione: la sezione di **Q** colla quadrica che sostiene la rigata si completerà con una coppia di generatrici dell' altro sistema di **Q**; proiettando da P, e dicendo D^2 la traccia del cono di vertice **P** circoscritto alla **Q**, quest'ultima coppia, che varia pure in un'involuzione su **Q**, è proiettata in una coppia di tangenti di D^2, che, insieme alla a contata due volte, danno la C^4 relativa, in Γ, a un determinato punto della a. *Le coppie di Γ si ottengono dunque ponendo un'involuzione fra le tangenti di una conica, riferendone le coppie ai punti di una retta, e segando le due rette di ciascuna coppia col fascio avente centro nel punto corrispondente.* Si ritrova così una corrispondenza già incontrata [19].

Digitized by Google

IL VALORE DELL' « ISTANTE »
NELLA DOTTRINA ARISTOTELICA DEL TEMPO

Nota del prof. CESARE RANZOLI

(Adunanza del 14 novembre 1918).

Le indagini che Aristotele, nel quarto libro della *Fisica*, dedica al problema del tempo, si aggirano di preferenza intorno ad un elemento che sembra ribelle, per sua natura, ad ogni analisi: l'attimo che fugge, l'istante presente, τὸ νῦν. Prima ancora di esporre e confutare le dottrine sul tempo dei suoi predecessori, egli affronta risolutamente quella che è, a così dire, la difficoltà specifica ed iniziale della questione: il tempo si compone di passato, presente e futuro; il passato fu e non è più, il futuro sarà e non è ancora, il presente, cioè l'istante attuale, non si può nemmeno dire che sia; come può essere reale una cosa composta di parti che non sono?

Aristotele non risponde subito a tale quesito. Che il tempo esista egli è certo, ma tale certezza ricava dall'esistenza indubbia del movimento e del mutamento, che si svolgono appunto nel tempo; qui egli vuol dimostrare soltanto quali ostacoli s'oppongano all'affermazione dell'esistenza del tempo. Ed il principale di questi ostacoli è proprio, secondo Aristotele, l'irrealità di quel momento presente in cui più tardi, sulle orme di una meravigliosa intuizione di S. Agostino (1), si farà invece consistere tutta la realtà del tempo.

Se il momento presente fosse reale, dovrebbe essere o sempre il medesimo o sempre diverso; ma, dimostra Aristotele, esso nè è sempre il medesimo nè è sempre diverso; dunque non può essere reale. Non è sempre diverso perchè, se fosse tale,

(1) Cfr. C. RANZOLI, *Sant'Agostino e i moderni concetti sul tempo*, in *Rivista d'Italia*, novembre 1917.

Digitized by Google

un istante successivo non potrebbe star insieme col precedente, appunto perchè diverso, e dovrebbe dunque essere perito quando il secondo si presenta; cosa, questa, che non può darsi, perchè l'istante è indivisibile: « Se infatti l'istante è perpetuamente diverso e sempre diverso; se non ci può essere nel tempo una sola delle sue parti differenti che coesista con un altra, senza comprenderla, mentre l'altra è compresa da essa, come un tempo più breve è compreso in uno più lungo; e se da ultimo l'istante che non è, ma che è stato precedentemente, deve essere di necessità perito a un momento qualsiasi, allora gli istanti successivi non potrebbero mai esistere insieme gli uni con gli altri, poichè l'anteriore avrà dovuto necessariamente perire. Ora, non è possibile che l'istante sia perito in sè stesso, poichè esisteva allora (1); e nemmeno è possibile che l'istante anteriore sia perito in un altro istante. Bisogna dunque ammettere che è impossibile che gli istanti si tengano gli uni agli altri, come è impossibile che il punto tenga al punto. Se dunque l'istante non può esser stato distrutto in quello che l'ha seguito, e se è stato distrutto in un altro, allora avrà potuto durante gli stati di mezzo, che sono in numero infinito, coesistere con essi; ora questa è una impossibilità » (2). D'altro canto, l'istante non può essere sempre il medesimo ed uno, sia perchè è limite, ed ogni limite è molteplice, sia perchè tutto il tempo sarebbe concentrato in ogni istante e sparirebbe ogni disposizione temporale di avvenimenti: « ... nelle cose divisibili, non c'è cosa finita che non abbia che un limite solo, sia che essa abbia continuità in un solo senso, sia che ne abbia in più sensi. Ma l'istante è un limite, ed è facile prendere un tempo che sia limitato. Infine, se coesistere cronologicamente e non essere nè anteriore nè posteriore è essere nello stesso tempo e nello stesso istante, e se gli eventi anteriori e i posteriori coesistono nell'istante presente (*nell'ipotesi che l'istante rimanga immobile*), allora è necessario ammettere che ciò che è avvenuto diecimila anni or sono, è contemporaneo di quello che accade oggi: e non c'è più cosa che sia anteriore e posteriore a qualsiasi altra cosa » (3).

Qui, ripetiamo, Aristotele non risolve la questione, limitandosi a porla ne' suoi termini antitetici. La risolverà invece

(1) Cioè esisteva avanti che gli succedesse il secondo istante.

(2) *Phys.*, IV, XIV, 6; questa impossibilità discende dalla ragione implicita, che gli istanti del tempo non coesistono ma si succedono.

(3) *Phys.*, IV, XIV, 7, 8.

Digitized by Google

più innanzi, ponendosi da un diverso punto di vista. E la soluzione sarà che l'istante è sempre il medesimo rispetto alla sua sostanza, *τὸ ὑποκείμενον*, sempre diverso rispetto alla sua forma, *τὸ εἶναι*, proprio come il sasso lanciato nell'aria, il quale rimane sempre il medesimo sasso, mentre varia il suo essere in movimento, variando i punti nei quali viene via via a trovarsi.

Per giungere a codesta determinazione, Aristotele parte dal fatto che noi non percepiamo realmente la durata se non nei cangiamenti successivi del nostro spirito (1). Ma a differenza dei mobilisti e degli attualisti contemporanei, non identifica il tempo stesso col cangiamento e col movimento, osservando che, mentre il tempo scorre in modo sempre uniforme, il moto e il cangiamento sono ora più rapidi ora più lenti, cosicchè, essendo tale lentezza e tale rapidità misurate dal tempo, se si facesse coincidere il tempo col moto ne verrebbe l'assurdo che il tempo sarebbe misurato dal tempo (2). Tempo e moto sono correlativi, ma non sono la stessa cosa. Il tempo è il moto misurato secondo il suo prima e il suo dopo, i quali sono elementi contenuti nel moto stesso; solo quando nel moto percepiamo l'anteriore e il posteriore, per la differenza che vediamo tra l'uno e l'altro, solo allora diciamo che è trascorso del tempo. « Noi infatti non conosciamo veramente il tempo se non determinando il moto e distinguendovi il prima e il poi, e non affermiamo che è avvenuto del tempo se non allorchè abbiamo la percezione dell'anteriorità e della posteriorità del moto. E codesta determinazione del moto non è possibile se non alla condizione che riconosciamo che il prima e il poi differiscono l'uno dall'altro, e che tra essi c'è un intervallo diverso da entrambi » (3). Questo intervallo di mezzo, che separa i due istanti estremi, è quello durante il quale il tempo s'è compiuto. Senza di esso non ci sarebbe porzione di tempo, perchè non si potrebbero distinguere l'un dall'altro i due estremi, allo stesso modo come non ci sarebbe una linea se i due punti estremi si fondessero in uno solo. Tanto vero che quando nella nostra mente l'istante attuale appare come unità senza che apparisca anteriore o posteriore nel moto — come accade, ad esempio, in un sùbito risveglio durante la notte, seguito immediatamente dal sonno — ci sembra che non sia

(1) *Phys.*, IV, XVI, 1.
(2) *Phys.*, IV, XV, 6, 7.
(3) *Phys.*, IV, XVI, 6.

Digitized by Google

trascorso alcun tempo. « Ecco dunque che cosa è il tempo: il numero del movimento in rapporto all'anteriore e al posteriore, *ἀριθμὸς κινήσεως κατὰ τὸ πρότερον καὶ ὕστερον* (1). Quindi il tempo non è che il movimento in quanto è atto ad essere valutato numericamente. E la prova di ciò è che noi giudichiamo di più e di meno mediante il numero, e che è col tempo che valutiamo essere il moto più grande o più piccolo. Il tempo è così una specie di numero » (2). E poichè, aggiunge Aristotele, la parola *numero* si può prendere in due significati, per indicare tanto ciò che è numero e numerabile (n. concreto), quanto ciò che serve a numerare (n. astratto), così per maggior precisione si deve dire che il tempo non è il movimento numerato ma lo stesso numero del movimento.

Siamo così ricondotti al problema dell'istante, che Aristotele ha ben compreso essere il vero centro della questione, e che, dalle considerazioni precedenti, acquista una nuova luce.

L'istante, come vedemmo, è sempre diverso per la sua forma, perchè ora è in questo punto ora in altro punto diverso del tempo; ma è sempre lo stesso per la sua materia, cioè in quanto istante, perchè implica sempre un anteriore e un posteriore, o, in altre parole, perchè è sempre ugualmente fine del passato e principio del futuro (3). Così si spiega come il tempo, al pari del moto, sia sempre diverso e sempre lo stesso. Se l'istante non fosse il tempo non sarebbe, come se il tempo non fosse l'istante non sarebbe; non solo, ma è per l'istante che il tempo è continuo ed eterno (4). Tempo ed istante si implicano a vicenda, come il moto e il corpo mosso; infatti « sono entrambi simultanei; e come il moto e il corpo mosso sono si-

(1) Il Gomperz (trad. francese, III, 127) traduce parafrasando la definizione aristotelica in questo modo: « il tempo è ... la grandezza dei processi dal punto di vista dell'ordine seriale ». L'interpretazione ci pare esatta, anzitutto perchè qui l'*ἀριθμὸς* indica il numero oggettivo, come vedremo or ora; poscia perchè per *κίνησις* Aristotele intende non solo il moto spaziale, ma qualunque cangiamento qualitativo e quantitativo, fisico e psichico.

(2) *Phys.*, IV, XVI, 7, 8.

(3) *Phys.*, IV, XVII, 1, 2. Che per materia o sostrato (*ὑποκείμενον*) dell'istante debba intendersi il prima ed il poi, è dimostrato dal Covotti, *Le teorie dello spazio e del tempo nella filosofia greca fin ad Aristotele*, in « Annali della R. Scuola Normale di Pisa » 1897, vol. XII, p. 190; e dal Torstrick, *Ueber die Abhandlung des Aristoteles von der Zeit*, 1867, *ibid.*, n. 2, p. 190-192.

(4) Vedasi anche *Metaph.*, XII, 6, 1071^{b}, 7.

Digitized by Google

multanei, tali sono anche il numero del corpo mosso e il numero del moto; poichè il tempo è il numero del moto, e l'istante, come il corpo mosso, è in certo modo l'unità del numero, *μονὰς ἀριθμοῦ τι* (1). L'istante è al tempo come il punto alla linea: come l'istante determina l'anteriorità e la posteriorità del moto, e quindi divide il prima ed il poi, così il punto divide la linea, essendone il principio e l'estremità; come l'istante non è una porzione del tempo, quantunque determini il tempo, così il punto non è una parte della linea, quantunque generi la linea; come l'istante non è tempo, in quanto divide ed è limite, così il punto è il limite e l'estremità della linea, sia che la cominci sia che la termini (2). Da ciò si può comprendere come Aristotele chiami qui l'istante *un semplice accidente del tempo*. Infatti, sotto un certo rapporto esso non è numero, ossia non è tempo, perchè mentre il numero serve a numerare le cose più disparate, l'istante serve solo a limitare ciò di cui è limite; ma sotto un altro rapporto esso pure è numero, perchè può applicarsi indifferentemente a tutti i moti e a tutti i corpi.

Il tempo è eterno e continuo. È eterno, cioè ingenerato e indistruttibile, perchè determinato dall'istante; è continuo, perchè si divide in parti che sono sempre divisibili. Che il tempo, in quanto determinato dall'istante, sia eterno, risulta logicamente dalla considerazione che l'istante, essendo sempre fine del passato e principio del futuro, ogni tempo è chiuso da un istante che è non solo fine ma anche principio. Pensare che il tempo principj e finisca, porterebbe all'assurdo di ammettere al principio del tempo un'istante che sia anteriorità senza essere posteriorità, alla fine del tempo un istante che sia posteriorità senza essere anteriorità (3). La continuità del

(1) *Phys.*, IV, XVII, 3.

(2) § *Ibid.* 5. 6, 7. Aristotele però non si lascia trascinare dal paragone, osservando che punto ed istante differiscono essenzialmente l'uno dall'altro, in quanto nel punto il principio e il fine sono come *parti*, nell'istante come *termini*: questo è sempre diverso perchè il tempo, come il moto, non si arresta mai; quello chiude i due segmenti della linea, in mezzo alle quali v'è riposo.

(3) Questo argomento costituirà più tardi una grave obbiezione contro la dottrina cristiano-cattolica della creazione del mondo. Ad esso i teologhi opporranno che, come il primo creato presuppone l'increato e non un altro creato, così l'anteriore presupposto dal primo istante, con cui il tempo comincia, non è già tempo ma eternità; e che codesto *anteriore* non pone una relazione temporale nell'eternità, essendo un

Digitized by Google

tempo risulta, oltrechè dalla funzione dell'istante di congiungere il passato e il futuro, dalla continuità del moto, di cui, come sappiamo, il tempo è il numero. Infatti, se il moto fosse discontinuo consterebbe di parti indivisibili, e si avrebbe così l'assurdo che essendoci il moto, una cosa si muoverebbe ma sarebbe in quiete (1).

Ma la definizione dell'istante come « un semplice accidente del tempo », richiede, per essere rettamente intesa, qualche ulteriore dilucidazione. Richiamiamo, a tal riguardo, un concetto fondamentale della dottrina aristotelica del tempo.

Qual valore deve darsi all'espressione *essere nel tempo?* È questo un problema che ha preoccupato non poco la filosofia, antica, e sul quale Teofrasto e Stratone di Lampsaco dovranno allontanarsi dal loro maestro (2). Secondo Aristotele, occupare un dato periodo di tempo, esistere durante un certo tempo, equivale ad avere la propria esistenza misurata dal tempo. Allorchè infatti si dice che qualche cosa è nel tempo, ciò può significare tanto che essa è quando il tempo è, quanto che essa è al pari delle cose che sono nel numero, le quali sono o in un dato numero, dieci, cento ecc., o parti ed elementi del numero, come l'unità, il pari, il dispari ecc. Ma il primo significato è inaccettabile, perchè, osserva Aristotele, essere nel tempo non è semplicemente essere quando il tempo è, come l'essere nel moto o nel luogo non equivale ad essere quando è il moto o il luogo: « infatti, se essere in qualche cosa avesse questo significato, allora tutte le cose sarebbero in una cosa qualunque; e il cielo sarebbe in un grano di miglio, poichè il cielo è nello stesso tempo che il grano di miglio è » (3). È legittimo dunque il secondo significato, che cioè essere nel tempo vuol dire essere come nel numero. In tal caso, però,

anteriore imaginario, dovuto ad una mera necessità di linguaggio, come quando diciamo che nulla v'ha sopra il cielo, il *sopra* non ha significato spaziale, è un puro oggetto della mente. Vedasi: C. Ranzoli, *Il problema del tempo e della creazione nella filosofia cristiana*, in «*Rivista di filosofia*», fasc. gennaio-aprile 1918.

(1) Aristotele aggiunge un'altra prova della continuità del tempo, ricavata dalle determinazioni di più veloce e più lento che si trovano nel moto, *Phys.*, IV, XVIII, 1, 2; *Kateg.*, c. VI; Covotti, *Op. cit.*, p. 196-202. Sull'eternità del tempo aristotelico cfr. G. Piat, *Aristote*, 1903, p. 77-78.

(2) Cfr. C. Ranzoli, *Il tempo nella filosofia post-aristotelica*, in *La cultura filosofica*, fasc. maggio-giugno, 1916.

(3) *Phys.*, IV, XIX, 3.

Digitized by Google

l'essere nel tempo non implica soltanto avere l'esistenza misurata dal tempo. Anzitutto, se il tempo è numero, le determinazioni del tempo (l'*adesso*, il *prima* ecc.) saranno qualche cosa del tempo, come le determinazioni del numero (l'*unità*, il *pari*, il *dispari* ecc.) sono qualche cosa del numero; da cui segue che le cose che sono *nel* tempo sono qualche cosa *del* tempo stesso (1). In secondo luogo come il numero, essendo illimitato, può sempre sorpassare un numero qualsiasi di cose determinate, così il tempo sorpasserà sempre la durata di una qualsiasi cosa o avvenimento; da cui segue che tutto ciò che è nel tempo è circondato dal tempo « precisamente allo stesso modo come le cose che sono nello spazio sono circondate dallo spazio » (2). Infine, poichè il tempo è il numero del moto e il moto distrugge quello che già è, tutte le cose debbono venir intaccate dal tempo « come è provato dal linguaggio comune, nel quale si dice che il tempo tutto distrugge, che tutto invecchia col tempo, che per il tempo tutto si cancella e si dimentica », mentre non si suol dire che il tempo accresca il nostro sapere, ci renda più giovani o più belli (3). Da questo Aristotele cava la conseguenza che le cose eterne, in quanto eterne, non sono nel tempo: « poichè esse non sono circondate dal tempo; la loro esistenza non è misurata dal tempo; e ciò è provato dal fatto che non subiscono da esso alcuna azione, sottratte al tempo di cui non fanno parte » (4).

Ciò può sembrare in aperta contradizione con un altro principio aristotelico: che cioè il tempo misuri non solo il

---

(1) *Phys.*, IV, XIX, 2.

(2) *Phys.*, IV, XIX, 2, 4. Occorre qui ricordare che, per Aristotele, esiste reciprocità di misura tra tempo e il moto, cosicché non solo misuriamo questo con quello, ma anche il tempo col moto; e che la ragione vera di questa reciprocità, sta in ciò, che se il tempo suppone il moto, il moto suppone a sua volta l'estensione, o, come Aristotele preferisce chiamarla, la grandezza. Noi infatti misuriamo indifferentemente l'estensione col moto, e il moto con l'estensione, tantochè diciamo che la strada è lunga se il viaggio (movimento impiegato a percorrerla) è stato lungo e reciprocamente che il viaggio è lungo se la via è stata lunga. È dunque naturale che, poichè il tempo implica il moto, anche il tempo sia misurante e misurato al pari del moto. Cfr. *Phys.*, IV, XVII, 2; XVIII, 6, 7.

(3) *Phys.*, IV. XIX, 6.

(4) *Phys.*, IV, XIX, 7.

Digitized by Google

moto ma anche la quiete (1). Se il tempo, cioè il moto, intacca ogni cosa, tantochè le realtà eterne non subiscono la sua azione e sono perciò fuori di esso, come può essere nel tempo ciò che permane immobile?

La contraddizione non è che apparente. Il tempo, come già vedemmo, non è per Aristotele il semplice moto, bensì la misura del moto; quindi, se ciò che è nel moto deve necessariamente esser mosso, non è necessario che ciò che è nel tempo debba essere anche nel moto. Di più, Aristotele distingue la quiete o inerzia dalla immobilità assoluta: la quiete è l'immobilità attuale di un essere che può muoversi e che per sua natura è capace di moto, l'immobilità assoluta non appartiene che al primo motore, che muove senza esser mosso (2). La quiete, non essendo dunque che la privazione del moto, può essere misurata dal tempo al pari del moto, come risulta dal fatto che si dicono in quiete soltanto le cose private del moto, che dovrebbero avere naturalmente. Quindi « il tempo misurerà e il mobile che si muove e il corpo che rimane inerte; perchè misurerà e la quantità della loro inerzia e quella del loro moto, in guisa che il corpo in moto non sarà assolutamente misurato dal tempo sotto il rapporto della grandezza che esso può avere (*poichè il tempo è la misura del moto*), ma sotto il rapporto della grandezza del suo moto » (3). Da ciò consegue che, sia le cose impossibili, sia quelle che non sono nè in moto nè in quiete, ad esempio le idee platoniche, non sono nel tempo.

Sono invece nel tempo, e necessariamente, le cose periture e create, che possono ora essere ora non essere, perchè « esiste un tempo più vasto, che supera il loro essere e supera anche il tempo che misura la durata della loro esistenza » (4). Abbiamo già veduto, infatti, che di ogni durata di tempo, come di ogni serie di numeri, è sempre possibile prendere una durata maggiore, cosicchè essere nel tempo significa essere circondati da un tempo maggiore, che a sua volta è contenuto da un altro ancora maggiore, senza fine. Quanto alle cose che attualmente non esistono, esse sono contenute nel tempo solo in parte, e precisamente: quelle che furono un tempo, come Omero, sono contenute nel passato; quelle che sa-

(1) *Phys.* IV, XIX, 7.
(2) *Phys.* IV, XIX, 8, 9.
(3) *Phys.* III, II, 1.
(4) *Phys.*, IV, XIX, 10.

Digitized by Google

ranno un tempo, come l'albero che germoglierà dal seme, sono contenute nel futuro; quelle che furono e saranno come gli antenati e i posteri, sono contenute nel passato e nel futuro. Le cose che non furono, non sono e non saranno, come appunto le verità eterne e le cose impossibili, non sono nel tempo.

Orbene: se le cose che non sono nè in quiete nè in moto non sono nel tempo, l'istante, che sta al tempo come il moto al corpo mosso, sarà esso pure in quiete o in moto?

Con una analisi minuta, penetrante, felicissima, Aristotele dimostra che nell'istante non è possibile nè la quiete, nè il moto, riconfermando in tal guisa che se l'istante determina il tempo non è però una porzione del tempo, ma « un semplice accidente del tempo ». Nell'istante non è possibile il moto perchè, se si movesse, in un medesimo istante una lunghezza data sarebbe percorsa in un tempo minore da un mobile che la percorresse insieme ad uno più lento; si dovrebbe in tal caso prendere un tempo minore dell'istante, cioè dividerlo, mentre fu già dimostrato che è indivisibile. E nemmeno è possibile la quiete perchè essendo essa, come vedemmo, la privazione del moto, non può essere in quiete se non ciò che può muoversi; ma l'istante non può muoversi; dunque non può neanche essere in quiete (1). Di più, l'istante è sempre lo stesso sia nel passato sia nel futuro, appunto perchè è sempre ugualmente principio del futuro e fine del passato; ma se ammettiamo che nell'istante possa essere il movimento o la quiete, è possibile che l'un tempo si muova tutto, l'altro sia tutta quiete; cosicchè se ciò che si muove per tutto un tempo si muove nell'istante, e ciò che è in quiete, è in quiete nell'istante medesimo, ne viene che la stessa cosa è contemporaneamente in moto e in quiete. E, in effetto, il termine dei due tempi, quello in cui la cosa è in moto, ad esempio la fine del passato, e quello in cui la cosa si muove, il principio del futuro, è lo stesso, vale a dire l'istante. « Chè se si pretende, che essendo l'istante il medesimo nei due tempi, è possibile che nell'uno tutt'intero ci sia moto nell'altro quiete, e che ciò che si muove nel tempo tutt'intero sarà mosso anche in uno qualunque dei suoi elementi, nei quali naturalmente deve muoversi; ciò che è in quiete essendo pure nella medesima condizione, ne risulterà che la stessa cosa sarà contemporaneamente in moto e in quiete, poichè l'istante è il medesimo termine dell'uno e dell'altro tempo » (2). Infine d'una

(1) *Phys.* VI, II, 2 segg.
(2) *Phys.* XI, II, 10.

Digitized by Google

cosa si dice che è in quiete quando essa stessa e le sue parti sono nell'istante attuale ciò che erano anteriormente; ma in un istante non c'è l'anteriormente; per conseguenza non ci può essere nemmeno la quiete.

L'istante presente, come *specie* del tempo, ha due significati. In quanto riunisce continuamente il passato al futuro, esprime la continuità del tempo e in quanto è fine del passato e principio del futuro, è il limite del tempo; sotto il primo rispetto è sempre il medesimo, sotto il secondo sempre diverso. In un altro significato l'istante indica che il tempo, al quale esso si riferisce, è prossimo: ad esempio il tale verrà all'istante, o è venuto all'istante (1). Le principali specificazioni del tempo si riferiscono al primo valore dell'istante; ed è per tal ragione che il tempo, attraverso le sue specie, conserva sempre il suo carattere essenziale, di essere cioè il numero del moto. Tra le diverse specie del tempo Aristotele ricorda: l'*allora*, *un giorno un tempo*, che serve ad indicare un tempo determinato in rapporto ad un istante anteriore o posteriore; l'*or ora*, *adesso* (ἤδη) che esprime una parte del futuro o del passato, che è vicino all'indivisibile istante presente; il *recentemente*, *poco fa* che si adopera ad esprimere ciò che è prossimo all'istante attuale, pur facendo parte del passato; il *da molto tempo*. che indica invece la lontananza dall'istante presente; l'*improvvisamente*, che si adopera a significare che la cosa accade con un sconvolgimento subitaneo in un tempo impercettibile per la sua piccolezza. Ma ogni cangiamento, prosegue Aristotele, è per sè stesso causa di distruzione, perchè è nel tempo che tutte le cose nascono e muoiono. « Così s'è detto talvolta che il tempo è ciò che v'ha di più saggio; ma Parone pitagorico aveva forse più ragione di dire che il tempo è ciò che v'ha di più ignorante; perchè col tempo tutto si dimentica. Il tempo, infatti, è in sè stesso più causa di distruzione che di generazione come già dissi; poichè il cangiamento preso in sè stesso è sempre una distruzione di ciò che è stato; e solo accidentalmente il tempo è causa della generazione e dell'essere (*perchè ogni generazione avviene nel tempo, ma non è prodotta dal tempo*). Una prova sufficente è che nulla può nascere senza subire una specie di cangiamento di azione, mentre una cosa può perire senza il minimo cangiamento; ed è ciò specialmente che s'intende per distruzione prodotta dal tempo » (2). E vero però che

(1) *Phys.* IV, XIX, 15-26.
(2) *Phys.*, IV, XIX, 16 segg.

Digitized by Google

a parlare propriamente, non è il tempo che produce tali distruzioni, bensì tutti i cangiamenti, nascita, crescita, aumento, diminuzione ecc. si producono nel tempo.

Che tutti i cangiamenti avvengano necessariamente nel tempo, è dimostrato da Aristotele con l'argomentazione seguente: « Io dico che una cosa si muove più rapidamente *(di un'altra)* quando cangia prima dell'altra per giungere allo stato in questione, pure percorrendo la medesima distanza ed essendo dotata di movimento uniforme: ad esempio, quando nel moto di traslazione le due cose che si confrontano si muovono circolarmente o in linea retta, e ugualmente per tutto il resto. Ma il *prima* è nel tempo; e il *prima* e il *dopo* non si dicono che in rapporto alla loro lontananza dall'istante attuale. Ora l'istante è il limite del passato e del futuro. Dunque, l'istante essendo nel tempo, il *prima* e il *dopo* saranno pure nel tempo poichè dove c'è l'istante, c'è anche la lontananza in rapporto all'istante. Ma il *prima* s'intende in modo inverso, a seconda che si tratta del tempo passato o del tempo futuro. Così nel passato diciamo *prima* ciò ch'è più lontano dal presente, e *dopo* ciò che v'è più vicino. Nel futuro, al contrario il *prima* è ciò ch'è più vicino al presente, il *dopo* ciò ch'è più lontano. Dunque, il *prima* essendo sempre nel tempo, ed essendo pure sempre una conseguenza del moto, è evidente che ogni cangiamento e ogni moto è nel tempo » (1). In breve ogni mutamento, in quanto più rapido o più lento di un altro, è anteriore e posteriore a questo, ma l'anteriore e il posteriore sono nel tempo; dunque ogni mutamento è nel tempo.

Qui finiscono le analisi di Aristotele sull'istante, che per la loro grande sottigliezza e per l'estrema concisione del testo, non riescono sempre agevoli a comprendersi. Perciò abbiamo cercato di dipanarle e di esporle nell'ordine migliore. Esse non risolvono certo il problema del tempo, nè, forse, lo fanno avanzare di molto verso la soluzione: e ciò specialmente perchè si appoggiano sopra una concezione astratta e schematica dell'istante. L'istante concreto, quello che costituisce la durata reale, non è mai, come dimostrerà S. Agostino e confermerà la moderna psicologia, un puro presente, ma bensì un presente carico di passato e gravido di avvenire, un'attualità che, per quanto fugacissima, congloba sempre in sè stessa un evanescente

(1) *Phys.*, IV, XIX, 25 segg.

Digitized by Google

passato e un insorgente futuro. Ma non si può negare che l'indagine aristotelica costituisca uno sforzo poderoso di meditazione, un modello impareggiabile di ragionamento deduttivo e analogico. Per lunghi secoli il pensiero filosofico, attratto da altri aspetti meno ardui, o più imperiosi, del problema del tempo, non tornerà più sullo studio dell'istante. Solo i dottori dell'ultimo periodo della Scolastica riprenderanno il filo delle speculazioni aristoteliche, cimentando il loro sottile ingegno in questo che ben può dirsi uno dei più sottili fra i problemi filosofici.

Digitized by Google

OTTOBRE 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	744.5	743.6	745.7	744.6	+17.7	+19.6	+13.8	+20.0	+11.8	+15.8	2.6
2	49.6	50.6	53.4	51.2	11.1	16.4	11.0	17.0	7.3	11.6	22.1
3	55.0	51.8	51.2	52.7	10.8	16.2	12.8	16.2	5.3	11.3	—
4	49.2	47.3	48.6	48.1	12.8	16.4	12.2	16.3	7.8	12.3	—
5	51.0	49.4	52.6	51.0	12.2	17.6	13.2	17.7	6.8	12.5	—
6	754.9	753.8	755.0	754.6	+12.5	+13.1	+13.6	+18.2	+ 7.0	+12.8	—
7	54.2	52.5	52.1	52.9	14.0	19.7	13.8	19.7	9.3	14.2	—
8	48.3	43.9	43.6	45.3	12.5	18.6	9.6	19.8	7.4	12.3	15.5
9	44.6	46.8	50.8	47.4	12.2	13.4	11.4	16.4	4.7	11.2	30.8
10	53.7	53.4	52 7	53.3	12.0	16.1	13.8	16.4	8.3	12.6	—
11	750.6	748.6	748.8	749.3	+13.4	+15.3	+13.8	+15.8	+10.5	+13.4	2.5
12	47.5	46.5	47.1	47.0	14.5	17.1	14.2	17.4	10.5	14.1	1.3
13	46.4	46.0	46.3	46.2	13.9	14.2	13.2	14.6	10.8	13.1	34.1
14	45.0	43.5	43.4	44.0	14.2	13.6	12.2	14.5	10.4	12.8	45.4
15	38.5	39 2	40.5	39.4	11.3	12.1	11.6	12.1	9.2	11.1	31.7
16	740.4	740.7	742.2	741.1	+11.4	+13.5	+10.6	+15.0	+ 7.8	+11.2	12.2
17	43.2	43.0	44.0	43.4	10.3	14.0	10.4	15.0	7.3	10.7	3.0
18	44.9	42.7	43.5	43.7	10.8	14.8	12.0	14.9	7.2	11.2	0.2
19	43.4	44.1	46.3	44.6	11.6	13.4	11.8	13.5	9.3	11.6	5.0
20	50.6	51.1	53.0	51.6	12.0	15.4	11.0	16.1	8.8	12.0	0.6
21	756.3	756.5	757.4	756.7	+ 9.8	+13.4	+11.0	+14.5	+ 5.6	+10.2	2.4
22	55.7	54.6	55.3	55.2	11.0	14.4	12.0	14.8	8.8	11.7	5.4
23	53.8	51.2	49.9	51.6	12.3	17.5	14.8	18.3	8.8	13.5	1.6
24	48.6	47.0	46.6	47.4	12.8	14.4	13.4	15.0	10.6	12.9	15.7
25	44.1	42.4	41.8	42.8	11.9	13.2	10.5	14.4	8.7	11.4	—
26	741.4	740.7	742.0	741.4	+10.4	+12.4	+ 9.4	+12.5	+ 5.8	+ 9.5	0.6
27	46.6	49.1	51.7	49.1	9.8	13.4	9.8	13.7	5.9	9.8	0.3*
28	54.8	55.4	56.5	55.6	9.5	13.4	9.4	13.6	4.8	9.3	—
29	56.3	56.2	57.3	56.6	5.8	11.8	8.4	12.0	4.0	7.6	0.3*
30	55.6	52.4	52.2	53.4	6.4	9.0	6.6	9.4	4.0	6.6	—
31	48.8	46.6	48.6	48.0	+ 7.6	+12.0	+ 7.8	+12.0	+ 3.7	+ 7.8	—
M	748.95	748.08	749.04	748.69	+11.57	+14.69	+11.58	+15.38	+ 7.68	+11.55	233.3

Altezza barom.	mass.	mm 757.4	g. 21	Temperatura	mass.	+ 20.0 g. 1
» »	min.	738.5	» 15	»	min.	+ 3.7 » 31
» »	media	748.69	»	»	media	+ 11.55

Temporale il giorno 8, 16, 19
Grandine » 16
Nebbia » 2, 10, 11, 12, 15, 19, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31.

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

Digitized by Google

OTTOBRE 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nubulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all' ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	11.2	11.0	8.6	10.1	74	65	73	73.2	10	9	10	E	E	N	7
2	8.6	9.0	7.6	8.2	87	65	77	78.8	10	6	3	SE	CALMA	N	7
3	6.7	5.7	6.5	6.1	69	41	59	58.8	3	1	4	NE	CALMA	E	4
4	5.6	7.2	7.8	6.7	51	57	74	61.2	9	2	4	E	SW	S	5
5	7.4	8.1	8.6	8.0	70	54	76	69.2	5	3	3	W	SW	E	6
6	8.5	8.2	8.7	8.3	79	53	75	71.5	4	1	4	NE	SW	N	4
7	9.4	8.8	8.6	8.7	79	52	73	70.5	7	1	3	E	E	NE	4
8	8.0	9.0	7.7	8.0	74	56	87	74.8	5	10	10	E	E	NE	10
9	7.4	8.0	8.3	7.7	70	70	83	76.8	9	9	10	S	SE	S	10
10	8.7	7.8	9.4	8.6	83	58	80	76.2	10	5	10	CALMA	CALMA	N	3
11	10.4	10.3	10.7	10.3	91	80	91	89.5	10	10	10	SW	SW	E	3
12	10.4	10.9	10.7	10.5	85	75	89	85.2	8	8	10	S	SW	E	3
13	10.6	11.2	10.5	10.6	90	93	93	94.2	10	10	10	SE	E	NE	11
14	10.8	10.8	10.1	10.4	90	93	95	94.9	10	10	10	E	NE	N	10
15	9.5	9.7	9.8	9.5	95	93	96	96.9	10	10	10	W	SE	N	7
16	9.2	9.9	7.6	8.8	91	86	80	87.9	10	10	10	W	NE	N	(5)
17	8.2	8.2	8.0	8.0	87	69	84	82.2	10	9	9	SE	E	NE	(5)
18	8.2	7.1	8.8	7.9	85	57	84	77.5	9	7	9	NE	NW	NW	(4)
19	8.7	9.1	9.7	9.0	85	79	94	88.2	10	10	10	W	CALMA	SE	(4)
20	8.9	8.4	7.9	8.3	85	65	81	79.2	8	8	4	E	E	NE	8
21	7.5	8.8	9.1	8.4	83	77	92	85.9	7	10	10	N	NW	N	5
22	9.0	11.1	9.9	9.9	92	91	95	94.6	10	10	10	N	S	SW	—(1)
23	10.2	11.3	11.6	10.8	95	76	92	89.6	10	10	9	NE	NW	NE	—
24	10.5	11.1	10.9	10.7	95	91	95	95.6	10	10	10	SE	SE	E	—
25	9.6	9.7	8.9	9.3	93	86	94	92.9	5	5	4	CALMA	NW	N	—
26	8.9	9.2	8.3	8.7	95	86	95	93.9	10	6	8	W	W	E	—
27	8.6	8.3	7.9	8.1	95	73	81	86.9	10	4	6	E	SE	N	—
28	7.9	7.3	7.9	7.6	89	64	89	82.5	8	5	6	CALMA	W	NW	3
29	6.5	7.6	7.3	7.0	94	74	89	87.6	10	3	5	CALMA	SE	E	3
30	6.8	7.3	7.0	6.9	94	85	95	93.2	10	4	10	W	CALMA	S	3
31	6.9	7.2	7.2	6.9	89	69	91	84.9	10	0	8	NW	NW	E	6
M	8.67	8.95	8.76	8.64	85.0	71.8	85.7	83.04	8.6	6.6	7.7				5.6

Ten. del vap. mass. 11.3 g. 23
" " " min. 5.6 " 4
" " " media 8.64
Umid. mass. 96 % g. 15
" min. 41 % " 3
" media 83.04 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
12	12	21	10	6	7	8	8	9

Media nebulosità relativa del mese 7.6

( ) Segnalazione non completa, dati interpolati parzialmente.

(1) Mancano i dati, essendo in riparazione l'anemometro.

Digitized by Google

SETTEMBRE 1918

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	— 0.05	+ 0.14	+ 0.38	+ 0.46	+ 0.26	+ 0.14	+ 1.31
2	— 0.08	+ 0.13	+ 0.37	+ 0.44	+ 0.24	+ 0.13	+ 1.32
3	— 0.10	+ 0.12	+ 0.36	+ 0.40	+ 0.21	+ 0.16	+ 1.32
4	— 0.11	+ 0.11	+ 0.35	+ 0.38	+ 0.19	+ 0.17	+ 1.32
5	— 0.12	+ 0.10	+ 0.34	+ 0.36	+ 0.18	+ 0.19	+ 1.31
6	— 0.13	+ 0.12	+ 0.33	+ 0.33	+ 0.16	+ 0.17	+ 1.31
7	— 0.14	+ 0.12	+ 0.31	+ 0.37	+ 0.19	+ 0.15	+ 1.30
8	— 0.04	+ 0.15	+ 0.40	+ 0.39	+ 0.21	+ 0.13	+ 1.30
9	— 0.00	+ 0.17	+ 0.44	+ 0.48	+ 0.29	+ 0.14	+ 1.30
10	+ 0.02	+ 0.17	+ 0.44	+ 0.50	+ 0.30	+ 0.14	+ 1.29
11	+ 0.02	+ 0.17	+ 0.45	+ 0.50	+ 0.30	+ 0.12	+ 1.28
12	+ 0.02	+ 0.17	+ 0.50	+ 0.54	+ 0.34	+ 0.12	+ 1.28
13	+ 0.02	+ 0.16	+ 0.57	+ 0.63	+ 0.42	+ 0.10	+ 1.28
14	— 0.01	+ 0.16	+ 0.58	+ 0.63	+ 0.42	+ 0.10	+ 1.26
15	— 0.02	+ 0.15	+ 0.56	+ 0.63	+ 0.42	+ 0.12	+ 1.25
16	— 0.03	+ 0.15	+ 0.55	+ 0.62	+ 0.41	+ 0.12	+ 1.24
17	— 0.08	+ 0.14	+ 0.54	+ 0.59	+ 0.39	+ 0.15	+ 1.23
18	— 0.08	+ 0.14	+ 0.51	+ 0.57	+ 0.37	+ 0.14	+ 1.23
19	— 0.10	+ 0.13	+ 0.48	+ 0.54	+ 0.34	+ 0.17	+ 1.23
20	— 0.13	+ 0.12	+ 0.48	+ 0.52	+ 0.32	+ 0.19	+ 1.22
21	— 0.14	+ 0.11	+ 0.47	+ 0.51	+ 0.31	+ 0.20	+ 1.22
22	— 0.13	+ 0.10	+ 0.47	+ 0.51	+ 0.31	+ 0.18	+ 1.21
23	— 0.07	+ 0.11	+ 0.46	+ 0.48	+ 0.28	+ 0.16	+ 1.20
24	— 0.87	+ 0.14	+ 0.60	+ 0.58	+ 0.36	+ 0.20	+ 1.20
25	— 1.70	+ 0.22	+ 1.00	+ 0.98	+ 0.72	+ 0.23	+ 1.28
26	— 1.79	+ 0.25	+ 1.25	+ 1.26	+ 0.99	+ 0.63	+ 1.38
27	— 1.68	+ 0.26	+ 1.30	+ 1.35	+ 1.07	+ 0.75	+ 1.41
28	— 1.52	+ 0.26	+ 1.30	+ 1.34	+ 1.06	+ 0.83	+ 1.42
29	— 1.40	+ 0.26	+ 1.25	+ 1.29	+ 1.02	+ 0.85	+ 1.42
30	— 1.28	+ 0.27	+ 1.21	+ 1.21	+ 0.95	+ 0.84	+ 1.44
31							

(*) Quota dello zero dell' idrometro sul livello del mare.

Digitized by Google

Adunanza del 28 Novembre 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. GIUSEPPE COLOMBO

MEMBRO ANZIANO

Seno presenti i MM. EE.: Artini, Ascoli, Buzzati, Colombo, Franchi, Gobbi, Gorini, Guarnerio, Jorini, Jung, Menozzi, Murani, Pascal C., Sabbadini, Salvioni C., Scherillo, Supino C., Villa, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Barassi, Belfanti, Bellezza, Bignone, Brizi, Calderini, Carrara, Cisotti, Dallari, De Marchi M., Devoto, Gabba L., Grassi, Griffini, Mantegazza, Patroni, Porro E. A., Pugliese, Rocca, Saldini, Sanesi, Solazzi, Solmi, Somigliana, Sormani, Volta, Zingarelli, Zuretti.

Giustificano l'assenza, per motivi di salute, i MM. EE.: Celoria, Lattes E., Gabba B., Golgi, Tansini; e per impegni d'ufficio, i MM. EE.: Fantoli e Oberziner.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Il presidente ricorda che oggi — come ha stabilito il Presidente Wilson — è giorno di festa negli Stati Uniti d'America, per solenizzare la vittoria. A questa festa si uniscono i Governi e i popoli dell'Intesa. Per onorare un uomo così grande come Wilson, v'è all'ordine del giorno la proposta di nominarlo socio dell'Istituto.

A queste parole tutti gli Accademici sorgono in piedi, e tra vivi applausi acclamano Woodrow Wilson, Presidente degli Stati Uniti d'America, Socio straniero dell'Istituto.

Si comunicano le adesioni alla detta nomina dei Membri e Soci, Proff. Elia Lattes, Sen. Mangiagalli, Coletti, Suali, Oberziner, Fantoli, Pestalozza, che per ragioni di salute o di ufficio non hanno potuto intervenire all'adunanza.

Dietro invito del presidente, il M. E. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato.

Digitized by Google

Si da poi lettura della seguente lettera del M. E. Elia Lattes:

« *Spettabile Presidenza*,

Impedito dalla sempre incerta salute d'intervenire alla miracolosa adunanza odierna, prego siami non soltanto colla consueta benevola indulgenza ciò perdonato, ma si ancora che siami concesso l'onore di acclamare come presente al nuovo Socio, e di augurare colle sue auguste parole che dopo la nostra battaglia di Vittorio non il diritto della forza, ma il dovere della forza governi il mondo; prego infine siami concesso di mettere a disposizione dell'Istituto, per incarico di persona che non vuole essere nominata, IL. 5000 (cinquemila) per un *premio Wilson*, se così piaccia, al migliore fra gli ottimi studii che nei prossimi cinque anni vengano pubblicati o presentati intorno alla « riforma delle pratiche amministrative e politiche italiane giusta le esperienze anglo-americane, confrontate colle nostre antiche e nuove », memore che S. E. Orlando iniziò la sua luminosa carriera con un premio giuridico dell'Istituto nostro.

Con tutta osservanza ed anticipati ringraziamenti

devotissimo
ELIA LATTES ».

L'Istituto accoglie con plauso l'offerta delle 5000 lire per un premio Wilson sul tema indicato nella lettera.

Il M. E. Salvioni prendendo la parola per difendere la italianità di Fiume e dell'altra sponda dell'Adriatico, e il diritto di quei popoli di decidere delle proprie sorti, presenta il seguente ordine del giorno:

« Il R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, nel giorno in cui proclama a proprio socio il Presidente degli Stati Uniti, che impersona in sè ogni ideale di giustizia redentrice, accogliendo il grido di dolore che giunge dall'altra sponda dell'Adriatico, specialmente da Fiume e Spalato, legati a noi da tanti vincoli etnici e morali, fà voti che ritorni alla madre Italia ogni zolla italiana ».

Gli accademici sorgendo in piedi, approvano per acclamazione l'ordine del giorno proposto dal Salvioni.

Segue la commemorazione del Membro Sen. Prof. Ercole Vidari, letta dal M. E. Prof. Luigi Franchi, e ascoltata dagli

Digitized by Google

Accademici con religioso raccoglimento. L'oratore, alla fine, è salutato con unanimi applausi.

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Siro Solazzi riassume la sua nota *Di una nuova dottrina sull'*abdicatio tutelae.

La nota del prof. Cesare Burali-Forti *Traiettorie ortogonali di un sistema* ∞^1 *di superficie sferiche*, sarà inserita ne' Rendiconti. La nota era ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in seduta privata per la trattazione degli affari. All'ordine del giorno sono le proposte di nomina di un Membro effettivo e di un Socio corrispondente nella Sezione di storia e filologia. La relazione della Sezione, letta dal M. E. prof. Guarnerio, sarà stampata e distribuita ai Membri effettivi, a sensi del Regolamento.

Il presidente comunica una lettera del prof. Luzio, con la quale questi avverte di essere stato trasferito dall'Archivio di Stato di Mantova a quello di Torino; cosicchè, in virtù dell'articolo 12, comma 2°, del Regolamento Organico, egli passa tra i Membri non residenti, e si rende quindi vacante un posto di Membro Effettivo nella Sezione di Storia e filologia.

L'Istituto conferma per l'anno 1919 i provvedimenti che riguardano la sospensione delle Memorie e le limitazioni dei Rendiconti, presi nella seduta dell'8 novembre 1917, e inoltre la sospensione del premio dell'Istituto. Conferma pure pel 1919 i concorsi straordinari delle varie Fondazioni, nella misura deliberata nell'adunanza del 13 Dicembre 1917.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.30.

Il Presidente
G. COLOMBO

Il Segretario
O. MURANI

Digitized by Google

SOPRA ALCUNE RELAZIONI INTEGRALI RELATIVE A FUNZIONI DI VARIABILE COMPLESSA E A FUNZIONI ARMONICHE

Nota del S. C. Prof. UMBERTO CISOTTI

(*Adunanza del 14 novembre 1918*)

In una Nota inserita in questi Rendiconti, parecchi anni or sono (*), MORERA mise in rilievo un importante teorema che completa una classica proposizione di CAUCHY. I due teoremi riuniti costituiscono il teorema denominato (**) di CAUCHY-MORERA, che si può enunciare nel modo seguente: *condizione necessaria e sufficiente perchè w sia funzione analitica regolare della variabile complessa z in un campo connesso A è che sia nullo l'integrale*

$$\int_s w(z)\,dz,$$

esteso ad ogni linea s che limiti una qualsiasi porzione finita S di A. La *necessità* della condizione costituisce il teorema di CAUCHY, *la sufficienza* quello di MORERA.

Di quest'ultimo teorema intendo giovarmi per stabilire una proposizione che, sotto un certo punto di vista, costituisce l'inverso d'un altro teorema di CAUCHY, altrettanto classico del primo.

Ecco in qual modo conviene impostare la questione.

(*) MORERA « Un teorema fondamentale nella teoria delle funzioni di variabile complessa » [Questi Rendiconti; serie II; Vol. XIX (1886); pg. 304-307].

(**) Cfr. ad es. PASCAL « L'integrazione doppia nel campo complesso » [Giornale di Matematiche di Battaglini; Vol. LV (1917); pg. 283-291].

Digitized by Google

Essendo f funzione regolare di z, definita in campo connesso A, ed s il contorno di una qualsiasi porzione finita S di A, si consideri l'equazione integrale

$$(I) \qquad \int_s \frac{w(z)\,dz}{z - z'} = \begin{cases} f(z') \text{ se } z' \text{ è un punto interno di } S \\ 0 \text{ se } z' \text{ è un punto esterno di } S \end{cases}$$

nella quale w è funzione incognita di z; si tratta di risolvere questa equazione, cioè di determinare la più generale funzione w di z in A, tale che per ogni s di A sia soddisfatta la (I).

Se alla incognita funzione w si attribuisce preventivamente la circostanza di essere regolare in A, allora un altro noto teorema di CAUCHY (*), assicura che la (I) ammette la soluzione

$$(1) \qquad w(z) = \frac{1}{2\pi i} f(z).$$

Dopo ciò sorge il dubbio che, rinunciando alla premessa regolarità di w in A, la (I) possa venire soddisfatta, nelle cennate circostanze, anche da soluzioni differenti da (1).

Questo dubbio è facilmente risolto [§ 1] in senso negativo, cioè non solo la (1) è soluzione di (I), ma è *unica*.

Come dalla formola di CAUCHY

$$\frac{1}{2\pi i}\int_s \frac{f(z)\,dz}{z - z'} = f(z'),$$

si passa alla nota formola di GREEN (**)

$$\frac{1}{2\pi}\int_s \left(\frac{d\psi}{dn}\log r - \psi\frac{d\log r}{dn}\right) ds = \psi,$$

dove

$$r = mod\,(z - z'),$$

n è la normale a s in un generico punto e ψ è funzione reale,

(*) Cfr. ad es., BIANCHI «Lezioni sulla teoria delle funzioni di variabile complessa e delle funzioni ellittiche» [Pisa; Spoerri, (1916); II edizione; pg. 136].

(**) GRANDI «Di una formola nota che si può dedurre da un teorema di Cauchy. [Giornale di Matematiche di Battaglini; Vol. VII (1869); pg. 374-375]. Per il passaggio inverso vedi PICARD «Traité d'analyse» (T. II).

Digitized by Google

armonica e regolare in A fino alle derivate seconde, così dell'equazione integrale (I) si passa [§ 2] alla seguente equazione integro-differenziale

$$\text{(II)} \qquad \int_s \left(\frac{du}{dn} \log r - u \frac{d \log r}{dn} \right) ds = \begin{cases} \psi \text{ entro } S, \\ 0 \text{ fuori } S, \end{cases}$$

nella incognita funzione reale u dei punti di A, ψ essendo funzione reale assegnata in A stesso. Se ψ vi è funzione armonica e regolare si può asserire [§ 2] che non solo

$$\text{(2)} \qquad u = \frac{\psi}{2\pi},$$

è soluzione di (II) — ciò che a norma della suscritta formula di GREEN è evidente — ma è *unica*.

A questa conclusione si può pervenire anche per via diretta [§ 4], (cioè senza intervento di variabili complesse) dopo di avere dedotto [§ 3], per le funzioni armoniche reali, un teorema corrispondente a quello di CAUCHY-MORERA, che si può esprimere in questo modo: *condizione necessaria e sufficiente perchè u sia funzione reale armonica e regolare nei punti P interni di A è che, denotando r la distanza di P da un punto esterno ad A comunque prefissato, sia nullo l'integrale*

$$\int_s \left(u \frac{d \log r}{dn} - \frac{du}{dn} \log r \right) ds,$$

esteso al contorno s di qualunque S di A.

Se u è funzione dei punti P di uno spazio connesso C; allora la condizione caratteristica di regolarità e armonicità della u in C, viene espressa dall'annullarsi di

$$\int_\tau \left(u \frac{d \frac{1}{r}}{dn} - \frac{du}{dn} \frac{1}{r} \right) d\tau,$$

essendo τ il contorno di una qualsiasi porzione finita T di C.

Ciò porta naturalmente ad estendere alla equazione integro-differenziale.

$$\text{(III)} \qquad \int_\tau \left(\frac{du}{dn} \frac{1}{r} - u \frac{d \frac{1}{r}}{dn} \right) = \begin{cases} \psi \text{ entro } T, \\ 0 \text{ fuori } T. \end{cases}$$

Digitized by Google

le conclusioni relative al caso piano; cioè se ψ è funzione armonica e regolare entro C non solo si ha quale soluzione di (III)

$$u = -\frac{\psi}{4\pi}, \tag{3}$$

il che è ben noto quando preventivamente si sappia che u è armonica e regolare in C e quindi in τ, ma è altresì soluzione *unica*.

Basandosi sulla preannunciata condizione caratteristica per la regolarità e armonicità di una funzione dei punti dello spazio si può stabilire per queste funzioni [§ 6] un principio che è l'estensione del ben noto principio di riflessione analitica dovuto a SCHWARZ (*) e che ebbe notevoli applicazioni in numerose questioni fisico matematiche.

§ 1.

Unicità di soluzione dell'equazione integrale (I).

Per dimostrare che (1) è l'unica soluzione dell'equazione integrale (I), nelle fatte ipotesi, basta mettere in rilievo che esse implicano necessariamente la regolarità di w.

Infatti, sia z' un punto esterno ad A, l'annullarsi dell'integrale

$$\int_s \frac{w(z)\,dz}{z - z'}$$

per qualunque s di A, assicura [teorema di MORERA] la regolarità di $\dfrac{w(z)}{z - z'}$ e quindi di w in A, *c. v. d.*

(*) Cfr. OSGOOD « Lehrbuch der Funktionentheorie » B. I; pag. 580, oppure PICARD « Traité d'analyse » T. II (seconda edizione) pag. 580 e ancora LEVI-CIVITA « Sulla continuazione analitica » [R. Acc. di Padova; Vol. XXVIII (1912)].

Digitized by Google

§ 2.

L'equazione integro-differenziale per le funzioni armoniche.

Posto

$$w = u + iv \quad , \quad f = \varphi + i\psi,$$

dove u, v, φ, ψ indicano funzioni reali e posto altresì

$$z - z' = r e^{i\vartheta},$$

con che

$$\frac{dz}{z - z'} = d \log r + i\, d\vartheta,$$

la (I) può scriversi

$$\int_s (u + iv)(d \log r + i\, d\vartheta) = \begin{cases} \varphi + i\psi, \text{ entro } S \\ 0 \text{ fuori di } S \end{cases}$$

dalla quale, in particolare si deduce

$$\int_s (v\, d \log r + u\, d\vartheta) = \begin{cases} \psi \text{ entro } S, \\ 0 \text{ fuori } S. \end{cases} \tag{4}$$

Ora è

$$\int_s v\, d \log r = \int_s d\,(v \log r) - \int_s \log r\, dv;$$

il primo integrale del secondo membro è nullo essendo s linea chiusa (o un insieme di tali linee), inoltre assumendo ds positivo nel senso antiorario (cioè quando si immagina di percorrere il contorno s di S avendo S alla sinistra) e chiamando n la normale in un generico punto di s rivolta verso S, si ha

$$dv = \frac{dv}{ds} ds = -\frac{du}{dn} ds,$$

per cui, sostituendo nella precedente, si ottiene

$$\int_s v\, d \log r = \int_s \frac{du}{dn} \log r\, ds.$$

Se si nota infine che

$$d\vartheta = \frac{d\vartheta}{ds} ds = -\frac{d \log r}{dn} ds,$$

Digitized by Google

per questa e per la precedente la (4) diviene l'annunciata equazione.

$$(II) \qquad \int_s \left(\frac{du}{dn} \log r - u \frac{d \log r}{dn} \right) ds = \begin{cases} \psi \text{ entro } S, \\ 0 \text{ fuori } S. \end{cases}$$

integro-differenziale nella incognita funzione reale u.

Ammesso che ψ sia funzione reale assegnata in A, armonica e regolare fino alle derivate seconde, le conclusioni del § precedente autorizzano ad asserire che necessariamente pure u è funzione armonica e regolare in A, e la soluzione generale di (II) nelle supposte circostanze, è — come scende dalla (1) —

$$(2) \qquad u = \frac{\psi}{2\pi}.$$

Questa conclusione contiene in sostanza una proprietà reciproca di quella espressa dalla formula di GREEN, richiamata nella introduzione, che si ottiene eliminando ψ dalla (II) per mezzo della (2) e che vale quando si sappia preventivamente che u è funzione armonica e regolare in A.

§ 3.

Condizione integrale caratteristica per le funzioni armoniche.

Vale la pena di dedurre la conclusione del § precedente anche per via diretta, tanto più che ciò fornirà l'occasione di dedurre e di applicare il corrispondente del teorema di CAUCHY-MORERA per le funzioni (reali) armoniche di due variabili reali.

Sia O un punto esterno ad A', designi r la distanza di un generico punto P di A da O; cioè si ponga

$$r = mod\,(P - O).$$

Si ha allora la seguente identità, facile a dimostrarsi,

$$(5) \qquad \int_s \left\{ u \frac{d \log r}{dn} - \frac{du}{dn} \log r \right\} ds = \int_S \log r \, \Delta_2 u \, dS,$$

valida per ogni funzione $u(P)$, regolare fino alle derivate seconde, in un campo S limitato da s.

Sia u funzione altresì armonica, allora il secondo membro

Digitized by Google

della precedente è nullo e la (5) si riduce a

$$(6) \qquad \int_s \left(u \frac{d \log r}{dn} - \frac{du}{dn} \log r \right) ds = 0,$$

per ogni s di A; la (6) pertanto è condizione *necessaria*.

Viceversa si supponga che la funzione u, regolare in A, soddisfi alla (6) per ogni s (già più volte specificato) di A, allora per la (5) è

$$\int_S \log r \, \Delta_2 u \, dS = 0,$$

per ogni S di A, il che, per la continuità della funzione integranda, implica che si debba avere

$$\Delta_2 u = 0$$

in ogni punto di A. La (6) è altresì condizione *sufficiente*, *c. v. d.*

§ 4.

Deduzione diretta del teorema del § 2.

È facile ora ritrovare direttamente le conclusioni del § 2. come ho accennato al principio del § 3.

Infatti, riferendosi alla (II), l'annullarsi dell'integrale

$$\int_s \left(\frac{du}{dn} \log r - u \frac{d \log r}{dn} \right) ds,$$

per qualunque s di A, assicura la regolarità e la armonicità di u in A.

Se ψ è funzione armonica e regolare in A, segue che per la formola di GREEN u rimane definita dalla (2), *c. v. d.*

§ 5.

Funzioni armoniche nello spazio.

Per le funzioni armoniche dello spazio si può stabilire, in modo analogo a quello seguito a § 3, il seguente teorema.

Condizione caratteristica perchè u (P) sia funzione armo-

Digitized by Google

nica e regolare entro uno spazio C è che sia

$$(7) \qquad \int_\tau \left(u \frac{d\frac{1}{r}}{dn} - \frac{du}{dn}\frac{1}{r} \right) d\tau = 0,$$

per qualunque τ che sia contorno di una porzione finita T di C: n in tal caso rappresenta la normale a τ, in un punto generico, volta verso T, ed r la distanza di P da un punto esterno a C.

Ciò premesso, se si considera l'equazione integro-differenziale (III), con procedimento analogo del § 4, tenendo conto della condizione caratteristica (7) si giunge alla conclusione che se φ è armonica e regolare fino alle derivate seconde entro C la (3) è l'unica soluzione di (III) nelle analoghe circostanze.

§ 6.

Continuazione analitica delle funzioni armoniche nello spazio.

Sieno: C una regione connessa dello spazio; σ una superficie che separi C in due regioni C' e C''; P un punto generico di C.

Si considerino due funzioni φ' e φ'' di P, definite rispettivamente in C' e in C'', armoniche e regolari nei punti interni; inoltre le funzioni stesse e le loro derivate prime si mantengano finite e si riattacchino con continuità sopra σ.

Dico che in queste circostanze si ha continuazione analitica in tutto C, cioè che ponendo

$$(8) \qquad \begin{cases} \varphi = \varphi' & \text{entro } C' \text{ e su } \sigma, \\ \varphi = \varphi'' & \text{entro } C'' \text{ e su } \sigma, \end{cases}$$

φ risulta funzione armonica e regolare di P entro tutto lo spazio C.

A norma del teorema sopra citato basterà provare (*) che si annulla l'integrale

$$(9) \qquad \int_\tau \left(\varphi \frac{d\frac{1}{r}}{dn} - \frac{d\varphi}{dn}\frac{1}{r} \right) d\tau$$

esteso ad ogni superficie τ del campo C, che costituisca il contorno completo di una qualsiasi porzione finita T di C.

(*) Il procedimento è analogo a quello seguito da LEVI-CIVITA; loc. cit.

Digitized by Google

Ora se T è tutta contenuta in una delle due regioni, per es. in C', l'annullarsi dell'integrale (9) è conseguenza del fatto che φ' è, per ipotesi, regolare entro C'; analogamente se T appartiene tutto a C''.

Se invece una parte T' di T appartiene a C' e la parte rimanente T'' appartiene a C'', chiamo τ' e τ'' le corrispondenti porzioni della (o delle) superficie τ e con σ^T la porzione di σ che giace entro T, di guisa chè il contorno completo di T' è $\tau' + \sigma_T$ e quello di T'' è $\tau'' + \sigma_T$.

Ciò premesso, per le (8), tenuto conto della continuità di φ e delle sue derivate prime attraverso σ, l'integrale (9) si può scrivere:

$$\int_{\tau'+\sigma_T} \left\{ \varphi' \frac{d\frac{1}{r}}{dn'} - \frac{d\varphi'}{dn'} \frac{1}{r} \right\} d\tau +$$

$$+ \int_{\tau''+\sigma_T} \left\{ \varphi'' \frac{d\frac{1}{r}}{dn''} - \frac{d\varphi''}{dn''} \frac{1}{r} \right\} d\tau,$$

avendo indicato ovviamente con n' la normale in un generico punto di $\tau' + \sigma_T$, volta verso T' e con n'' l'analoga normale relativa alla superficie $\tau'' + \sigma_T$ volta verso T'', per cui essendo sopra σ_T n' e n'' di versi opposti, la somma dei due integrali estesi a σ_T è manifestamente nulla.

Essendo, per ipotesi, φ' armonica e regolare in C' e finita anche su σ si annulla il primo integrale; per analoga ragione si annulla anche il secondo; dunque l'integrale (9) è nullo per qualunque τ, c. v. d.

In particolare, si supponga σ piana e si immagini assegnata soltanto la regione C' da una parte di σ; infine la funzione φ assuma sopra σ il valore zero.

Assumiamo come regione C'' la regione simmetrica di C' rispetto a σ e definiamo come funzione φ'' quella che proviene per riflessione da φ', cioè tale che a punti simmetrici rispetto a σ corrispondano per φ' e φ'' valori opposti. Manifestamente le funzioni così definite sono armoniche e regolari l'una in C' l'altra in C'' e si riattaccano con continuità, assieme alle loro derivate prime, sopra σ; per le conclusioni del numero precedente si può concludere che φ' e φ'' costituiscono un'unica funzione armonica e regolare entro C.

Digitized by Google

Questa conclusione costituisce l'annunciata estensione alle funzioni armoniche dello spazio del principio di SCHWARZ.

Se sopra l'area piana σ invece di annullarsi φ, si annulla la sua derivata normale, la funzione φ'' rimane definita nello spazio riflesso C'' attribuendole in ogni punto lo stesso valore che φ' assume nel punto simmetrico rispetto a σ. Anche in tal caso è assicurata (oltre la regolarità e l'armonicità delle funzioni φ' e φ'' nelle corrispondenti regioni C' e C'') la continuità di φ' e φ'' e loro derivate prime sopra σ, per cui esse costituiscono nell'intero spazio C un'unica funzione armonica e regolare.

Digitized by Google

IL FILACOGENO PNEUMONICO DI SCHAFER-WRIGHT NELLA CURA DELLA POLMONITE

Nota del S. C. prof. Edoardo Bonardi

(Adunanza del 14 novembre 1918)

Dei *filacogenesi* avevo fatto un brevissimo cenno nella lettura da me tenuta innanzi a questa illustre assemblea il 29 gennaio 1914, trattando dei *Sieri, vaccini e filacogeni nella terapia di alcune infezioni e specialmente* della *reumatica* (1).

Ricordavo che i filacogeni non sono nè sieri, nè vaccini e che la loro preparazione e la loro azione biologica e terapeutica sono determinate dallo stesso corollario scientifico che presiede alla preparazione ed alla applicazione dei vaccini polivalenti.

E soggiungevo che il deciso prevalere nella pratica clinica dei vaccini polivalenti e dei filacogeni rivendica un nostro costante ed antico concetto scientifico, secondo il quale l'etiologia dei processi infettivi, considerati nel loro insieme, raramente corrisponde allo sviluppo di un unico germe morbigeno, rigidamente specifico, ma più spesso l'intrecciarsi ed il succedersi di sindromi svariate corrisponde all'azione biologica di due o più germi patogeni, agenti simultaneamente o successivamente, non importa se qualcuno di codesti germi sia un saprofita diventato patogeno temporaneamente, pel concorso di circostanze opportune, necessarie e sufficienti alla genesi di un determinato episodio della parabola clinica.

(1) Rendiconti R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Seduta 29 Gennaio 1914. Il Pensiero medico, n° 7. 5 Febbraio 1914.

Digitized by Google

Wright, nei laboratorî del S.t Mary's Hospital di Londra, prepara i filacogeni secondo le indicazioni di Schafer.

Coltiva in opportuni mezzi liquidi, a 37.° C. e per 72 ore, varie specie e razze di *stafilococchi*, *distreptoccchi*, il b. *pneumoniae*, il b. *tiphosus*, il b. *pyocianeus*, il b. *colicommune* ecc.

Filtra poi a traverso candele di Chamberland, aggiunge al filtrato 0, 60 % di fenolo e conserva in palloni sterili questo così detto *filacogeno fondamentale*.

I singoli filacogeni per la cura dei varii processi infettivi sono formati di un miscuglio, a parti eguali, di filacogeno fondamentale e di quello, ottenuto col medesimo processo, coltivando separatamente i singoli germi patogeni ritenuti specifici. Sono questi miscugli, in flaconcini sterilizzati della capacità media di 10 cc.³ che vengono distribuiti agli ospedali ed alle cliniche, specialmente d'Inghilterra e degli Stati Uniti d'America, dove il responso è stato largamente favorevole.

Io credo di essere stato il primo, nell'Europa continentale, che abbia condotto ricerche metodiche, coll'aiuto di due egregi collaboratori, coi filacogeni di Schafer-Wright. In una prima serie di ricerche durante il 1914 nella mia sala dell'Ospedale maggiore fu studiato specialmente il *filacogeno reumatico nelle molteplici manifestazioni dell'infezione reumatica* ed i risultati di quelle ricerche, riferiti sommariamente anche innanzi a questo Istituto nella mia sopracitata lettura, sono stati pubblicati dal mio assistente dott. Guido Greco (1) in una memoria le cui favorevolissime conclusioni furono estesamente ricordate nella stampa medica anglo-americana.

Più recentemente fu studiata *l'azione curativa del filacogeno pneumonico in venti casi di polmonite lobare* le cui storie cliniche e dettagliati diari saranno resi prossimamente di pubblica ragione dall'aiutante anziano e vice-primario dott. Torchio.

Le epidemie di bronco e di pleuro-polmonite che dominarono a Milano e dintorni nei periodi in cui furono curati, col filacogeno pneumonico, i venti casi sopraccennati furono di carattere grave, specialmente quella che suole manifestarsi a Milano nel mese di maggio.

I nostri venti casi *guarirono tutti*, anche quelli che presentavano condizioni organiche sfavorevoli al buon andamento

(1) Dott. G. Greco, *Contributo alla conoscenza dell'azione terapeutica dei Phylacogenes nelle malattie infettive*. Pensiero Medico, vol. 11 : 15 marzo 1914.

Digitized by Google

di un processo infettivo, lo pneumonico, che, da noi, dà la mortalità massima, superiore a quella, già alta, per tubercolosi. Guarirono vecchi arteriosclerosi ed enfisematosi di sessanta, settanta e più anni; guarirono ragazzetti gracili di otto e nove anni; guarirono cardiaci con vizî mitralici; guarirono anche persone in preda ad intossicazione alcoolica.

Il filacogeno pneumonico, nel decorso della polmonite, agisce favorevolmente da varî punti di vista. *Accelera l'andamento del processo infettivo e ne anticipa la risoluzione.*

Non v'è medico pratico che non apprezzi l'enorme vantaggio anche di sola mezza giornata guadagnata nel decorso di una infezione che, nella grande maggioranza dei casi, uccide pei fenomeni di insufficienza miocardica. *Imprime al quadro sintomatologico caratteri di minore malignità e virulenza, attenuando i sintomi più allarmanti e penosi quali la dispnea, l'astenia generale e cardiaca e mantenendo un senso di sollievo che in qualche caso raggiunse il grado di vera euforia.*

Dalla lettura delle venti storie cliniche e relativi diarî risulta all'evidenza che, anche nei casi, abbastanza numerosi, in cui la risoluzione avvenne bruscamente, per crisi, nel giro di poche ore, non si verificò mai quella pericolosa manifestazione di collasso che ci tiene, di solito, tanto in allarme nel criticissimo periodo della risoluzione di una polmonite.

L'efficacia della injezione endovenosa anche di piccole dosi di filacogeno pneumonico, variabile da $\frac{1}{2}$ *ad 1 cc³ è nettamente superiore alla efficacia della injezione intramuscolare od ipodermica, anche di dosi dieci e più volte maggiori.*

E la maggiore efficacia si estrinseca così dal lato della maggior prontezza dell'azione, come da quello della maggiore intensità.

Ricordo il caso di un vecchio di 69 anni, affetto da *pleuropolmonite del lobo medio e superiore di destra, con interessamento dell'apice polmonare, nel quale ben 16 cc³ di filacogeno per via sottocutanea*, in quattro dosi successive di *due, tre, cinque e sei cc.³* pur avendo determinato reazione e brevi miglioramenti, lasciavano il malato in condizioni allarmanti; *mentre due injezioni endovenose di* $\frac{1}{2}$ *cc³ e* $\frac{3}{4}$ *di cc.³*, a circa 19 ore di distanza l'una dall'altra, determinarono una completa risoluzione, con pronto sollievo del paziente, malgrado la lunga lotta, in età inoltrata ed il critico periodo di una totale risoluzione.

Digitized by Google

Certamente l'injezione endovenosa è, di solito, seguita da un quadro reattivo imponente, che il medico deve presenziare, non per necessità di interventi, ma per confortare la famiglia e tranquillizzare il paziente.

In un caso solo, su venti, l'emocultura di parecchi cc.^{3} di sangue in brodo alla stufa a 37.° c. diede leggero intorbidamento, appena percettibile e sviluppo di un diplococco capsulato, resistente al Gram e privo di virulenza. Negli altri casi l'emocultura rimase sterile.

Venti casi non sono molti. Eppure, nella mia lunga carriera, nelle cliniche, negli ospedali ed in privato e trattandosi di una forma morbosa così frequente e che uccide su così larga scala, non ricordo una terapia della polmonite, delle varie che furono raccomandate ed esaltate, che mi abbia dato risultati confortanti come questi di cui ho brevemente riferito. Preziosi successi io ho avuto con un'altra terapia che ha un'intima analogia con quella del filacogeno pneumonico, come dalle sopraccennate affermazioni. Mi riferisco alla cura della polmonite e specialmente della sempre maligna bronco-polmonite che suole complicare le manifestazioni reumatiche ed influenzali delle prime vie respiratorie, *coi vaccini polivalenti di Wright* e specialmente del così detto *Coryza. Vaccino N. 1*, susseguito od alternato collo *Pneumo-Strepto-Stafilococco-Vaccino.*

Il *Coryza-Vaccino N. 1*, si usa in fialette di 1 cc.^{3} contenenti ciascuna cinquanta milioni di germi spenti con sterilizzazione frazionata, formati coll'addizione a parti eguali, dei singoli vaccini ottenuti colla cultura dalle mucosità nasofaringea, cioè B. di *Pfeiffer*, quando c'è, B. di *Friedländer*, B. *septus*, B. di *Hoffmann*, *streptococchi* e *stafilococchi.*

Questo vaccino polivalente tipico, *usato nelle prime manifestazioni influenzali e reumatiche*, quando il carattere epidemico di codeste infezioni è evidente, quanto sono frequenti le riprese e ricadute, con fatali complicazioni bronco-pleuro-pneumoniche, non solo le debella, ma dispiega azione attenuatrice, quando non sia decisamente immunizzante sui piogeni che nella frequente complicazione pneumonica, qualora conservassero la loro esaltata virulenza, imprimerebbero alla polmonite quei caratteri di letale malignità che hanno per esponente anatomo-patologico la *epatizzazione grigia.*

Io ho sempre insistito, nelle ricerche bacteriologiche al letto dei malati, nelle conferenze dell'aula Paletta, nei corsi

Digitized by Google

accelerati, sulla necessità prognostica della dimostrazione dei piogeni nello sputo croceo volgente al muco purulento e nei focolai pneumonici, in omaggio ad un' antica e preziosa osservazione del Monti.

Che se le injezioni di *Coryza-Vaccino N. 4.* non sono state sufficienti a prevenire la complicazione bronco o pleuropneumonica, si inerverrà con altro vaccino polivalente costituito da cento milioni, per cc.^{3}, di stafilococchi e da dieci milioni di pneumococchi ed altrettanti di streptococchi.

Ho visto alcuni successi che parvero sorprendenti, benchè non così costanti come quelli dei filacogeni.

Tengo però a dichiarare che mai si avrà a deplorare, per questa pratica, il più piccolo inconveniente, quando i pazienti siano ben studiati ed esclusi dal trattamento vaccinale i sofferenti di lesioni specifiche di petto o di forme cardio-renali.

È stato in base a codeste osservazioni che mi sono lasciato indurre a raccomandare caldamente, anche nella stampa, la preparazione e l'uso di vaccini polivalenti e di filacogeni nelle polmoniti da influenza che hanno predominato e predominano nella attuale pandemia.

Una cura così benefica, energica, innocua e di facile attuazione, quando si può all' occorrenza, disporre delle stesse insuperabili preparazioni del Wright. parmi doveroso applicarla se, per unanime consenso, le altre cure rimasero finora così dolorosamente inefficaci.

Digitized by Google

NOTE DI ENANTIOSEMIA

Note del S. C. prof. PAOLO BELLEZZA

(*Adunanze 13 dicembre 1917, 7 marzo, 23 maggio, 7 novembre 1918*)

(Continuazione. V. vol. L, p. 791).

Del sale appunto c'informa Plinio (*N. H.* XXXI, 41) che era « magna apud antiquos auctoritate ». Lo stesso scrittore osserva, sulla scorta di Platone, « non eadem omnibus (hominibus) amara, aut dulcia esse » (XXII, 51); « quin et acetum — ci informa ancora — melle temperatur; adeo nihil intentatum vitæ fuit: oxymeli hoc vocarunt » (XIV, 21). Altrove (XI, 15) parla di una specie di miele che si chiama senz'altro col nome di aceto: una specie dell'« assenzio dolce » di fabbrica tedesca (1). Dal che si vede che « lo dolce assenzio » di Dante (*Purg.* XXIII, 86) non è una vana antitesi poetica.

Giacchè coll'etimologia e la fisiologia, nonchè coll'arte culinaria, si accorda qui la poesia. Ci sembra degno di rilievo il fatto che uno dei luoghi comuni più cari ai poeti trovi riscontro e conferma nelle leggi del linguaggio a un tempo e in quelle della natura. G. Meyer, a proposito dei dvandva già ricordati: γλυκυπικρός = « süssbitter » e γλικύστροφος = « süsslichherbe », cita « der Liebe süsses Elend und der Liebe bittre Lust » di Heine, e il « süsses Misbehagen » di Platen. Ma son due esempi tra mille. Il Petrarca ha « il viver dolce amaro », « l'amarissima dolcezza », il « dolce stato e rio », la « fera dolcezza »,

(1) Cfr. A. CASTOLDI, *Il Liquorista*, Milano, 1910, p. 466. L'antitesi ritorna altrove presso Plinio: « et austera (uva) transit in dulcem vetustate; et quæ dulcis fuit, in austeritatem » (XIV, 4); « prodigio autem fiunt ex dulcibus acerba poma, aut dulcia ex acerbis » (XVII, 38); « mirum, his ramentis nihil esse amarius, fructuque dulcius » (XXIV, 2); « ... amara cum quadam dulcedine » (XXV, 30).

Digitized by Google

la « libertade amara e dolce »; chiama Laura « dolce e ria », « dolce ed acerba mia nemica », che può fare « e il mele amaro ed addolcir l'assenzio »: « pensier dolce ed agro » quello di lei, e la sua vista « dolcemente acerba », « dolce amara vista », « dolce e fella vista », e il giorno che la conobbe « per me sempre dolce giorno e crudo » (*passim*). Il Poliziano canta « le dolci acerbe cure che dà Amore » e « li dolci acerbi lai » (*La Giostra*, I, 8 e 115); il Bembo l'amore « dolce e fello » (Cap. *Chi disia*); il Bandello l'« acerba dolcezza » (*Nov.* II, 36). il Tasso « la radice amara e dolce » d'amore (1), e nota che « insipido è quel dolce che condito Non è di qualche amaro, e tosto sazia » (2), e il Graf « una amara letizia, un dolce schianto » (3).

(1) *Pastor., Feste camp.* Anche il Giusti ha « una dolcezza amara » (*St Ambrogio*).

(2) AMINTA, II, 2.

(3) *Dopo il tramonto* p. 80. Cfr. per il concetto i proverbi ted.: « wer nicht Galle versucht hat, weiss nicht wie Honig schmeckt »; 'es muss.... kein Honig ohne Galle sein »; « der Honig ist nicht weit, vom Stachel »; e il latino: « Non sine felle suo dulcit fortuna (nec albet Absque nigredine, nec mons sine valle fuit) », WERNER, *Lat. Sprichw.*, Heidelberg 1914, p. 61), e il bulg. e turco: « l'aceto regalato è più dolce del miele comperato ». (*Arch. f. slav. Phil.* 1909 XVX, p. 38; A. JAUBERT, *Elém. de la gramm. turque* Paris 1823, p. 121). Il contrasto ricorre già presso i classici: per es.: « fel quod amarum 'st, id (amor) mel faciet » (PLAUTO, *Cas.* II, 3,; « dulce amarumque una nunc misces mihi » (id. *Pseud.* I, 1); « amor et melle et felle fœcundissimus; Gustu dat dulce, amarum ad satietatem usque obgerit » (id. *Cist.* I, 1); « dulcem curis miscet amaritiem » (CATULLO, LXVIII) « ubicumque dulce est, ibi et acidum invenies » (PETRONIO, ed. Amsterd., 1756, I, 218); « .... quantum illis leporis, dulcedinis, amaritudinis, amoris » (PLINIO, *Ep.* I, 16, 5, — Cfr. ivi, VI, 21, 5: « ... subtilitas... amaritudo.. dulcedo.... lepos »); « cave ne nimia mellis dulcedine bilis amaritudinem contrahas » (APUL., *Met.* II); « dulcem et amarum gustulum carpis » (id., ivi); « conjugatione quadam mellis et fellis » (id., *Flor.* XVIII). E il Bandello (II, 41); «... sempre non sia con il dolce mele tanto de l'amaro assenzio distemperato, che la dolcezza del piacere non si può gustare ». Fra gli stranieri ricorderemo la sentenza di M. de Guérin (*Journal*, 9 sett. 1834): « il mio animo é un miscuglio di miele e di fiele »; « poison amère et doux » di Coppée (*Intimités*, XV); « une société à la fois douce et amère » di G. Sand (*Comt. de Rud.* I, 110). Di un suo contemporaneo il Saint-Simon dice che « c'était un homme doux, mais salé » (*Mém.* XIX, 210). L'antitesi ritorna più volte presso lo Shakespeare: « how sour sweet

Digitized by Google

Spesso in tali accoppiamenti uno dei due contrari sapori è sostituito da un nome o da altra voce che lo esprimono per via di traslato. Così Dante: « Tanto amor m' avvezza Con un martiro e con una dolcezza » (*Canz.*); ancora il Petrarca ha « dolci ire, dolci sdegni e dolci paci, Dolce mal, dolce affanno, e dolce peso », ed applica l'epiteto stesso a sostantivi come: « pianto, veleno, nemico, errore, pena, durezza, rapina, piaga, paura, martiro, invidia, inganno », e parla di « atto dolcemente torvo », « dolce giorno e crudo », « d. empio signore ». Il Tasso ha « d. prigione » (XIX, 82), « d. affanni » (*Rin.* XII, 9, e così il Leopardi nel *Risorgim.*), « d. pena » (*Rime am.*, canz. XX; e così l'Ariosto XII, 21); « d. martiri » (II, 35, e l'Ariosto XXX, 37, che ha pure [ivi] « d. pianto »), « venen d. » (II, 83; il Manzoni « d. ferite » *Op. ined.* I, 103; [« dulcia vulnera » ha già Apuleio, *Met.* IV]; cfr. *Adelchi*, IV, 1: gaudio amaro), « d. tristezze » (*Imbon.*), « d. in vista ed umano e insiem feroce » (*Trionfo della Lib.* II: cfr. la « terribile dolcezza » e la « amabile fierezza » del Redi, in *Bacco in Tosc.*) (1).

La coppia « dolce-amaro » ci conduce così a quelle di

---

music is! » (*K. Rich. II*, II, 2); « very bitter sweeting » (*Romeo a. J.* II, 4); « she was the sweete Margerom of the sallet » (*All's well*, IV, 5, 18); « women have their palate both for sweet and sour » (*Othello* IV, 2); « sweetest things turn sourest » (*Sonn.* XCIV). E lo Shelley: « sweet and bitter pain » (*Lerici*); « bitter in taste, sweet in imagining » (*Ginevra*); il Tennyson: « sweet and bitter in a breath » (*In Mem.*, III). Dulces dios de la amargura (CERVANTES, *Nov. Ex.*, *La Gitan.*); toda esta dulzura... tiene un amargo acibar que la amarga (id., ivi, *La ilustre freg.*); mil veces á lo dulce dije amargo (QUEVEDO, *El sueño del Inf.*); der nicht kan sûres liden, Der muoz daz siuze vermîden (U. v. Eschenbach); der Anfang in der Lieb' ist süss, ihr Ende Galle (P. FLEMING, *Epigr.*); wo Honig ist, da ist auch Galle (id. *Die güldne Freyheit*); den bittersüssen Streit (G. R. WECKHERLIN, *Beschr. d. Stuttg. Freudenf.*, Tübing. 1618, 717); o süsse Wunder der Liebe..,. nun strömt ihr alle in bittersüsser Wollust aus meinem Herzen (KLINGER, *Werke*, ed di Königsb., II, 353); die Empfindung der Liebe kämpft mit bittersüssen Sonderbarkeiten (J. PAUL, *Unsicht. Loge*, I. 97); die bittersüsse Mischung von Liebe und Mitleiden (id. *Titan*, II,, 208).

(1) Cfr. γλυκὺν... ὀιστόν (Pindaro, *Ol.* IX. 11, opposto all' omerico πικρῷ ὀιστῷ); plaisirs amers (B.' de St. Pierre, *Paul et Virg.*): doux chagrin (Musset, *A la mi carême*); dulces guerras de amor (Góngora, Canz. *Vuelas*); males... tan dulces para sufrir (Lope de V., *El perro*, ecc. III, 7); dulce prision (id. *La Portug.* II, 8); mi dulce cuanto bárbaro accidente (id. *La moza*, ecc. III, 8); dulcísimo tirano (id. *El*

Digitized by Google

Gioia e dolore; godere e soffrire.

Il Bopp, dopo aver riportato il rus. *terpiet* = tollerare, soffrire, al sanscr. *trip* = godere, esser contento, aggiunge: «huc etiam traxerim nostrum *darbe, bedarf*, ita ut sensus primitivus in contrarium transierit» (1). Invero, anche secondo gli studi più recenti, l'at. *durfan*, mt. *durfen*, mod. t. *dürfen* = aver bisogno, e at. *darba* = privazione, indigenza (onde l'idea di stento, di danno, ecc.: cfr. mod. t. *bedürfen, dürftig* [leben], *verderben*, ecc.), vanno col gr. τέρπω, τέρπομαι = delecto, oblecto, τέρψις = delectatio, oblectatio e sanscr. *tarp-* = esser sazio, soddisfatto, ricrearsi, godere.

Ne è questo l'unico esempio che ci presenti il gruppo germanico a dimostrare come non sia lungo il ponte tra gioia e dolore, per dirla appunto col proverbio tedesco («Zwischen Freud' und Leid ist die Brücke nicht weit»). Accanto al got. *winnan* (*ga-w.*) = soffrire, sentir dolore e al mat. *Winne* = dolore, sono il mod. t. *gewinnen* e l'ingl. *to win* = guadagnare, donde facilmente si giunge al concetto di godimento che è in *Wonne* = giubilo, esultanza. I due concetti di «soffrire» e di «prosperare, godere» sono rappresentati da *gewinnen*, che un tempo si accompagnava anche con sostantivi indicanti perdita, danno, dolore (p. es.: Unglück, Schaden, Verlust, Gefahr, Krankheit: cfr. l'it.: «goder poca salute»). Appunto il signif. fondam. della rad. *winn* = lavorare faticosamente, serve a spiegare l'evoluzione semantica. Dal travaglio e dalla lotta per ottenere (aat. *winnan*, angls. *winnan*, ant. norv. e isl. *winna* = combattere, angls. *gewinn* = lavoro, sforzo, guadagno; norv. *vinna*, grandi lavori che si fanno in campagna di primavera e d'autunno; cfr. sanscr. *vé-ti* = assale, combatte, cerca di guadagnare) si passa al raggiungimento dello scopo, al gua-

---

Mayor ecc. II, 13); dulce pal (id. *Los peligros*, II, 6) sweet sorrow (Shakespeare, *Romeo a. J.* II, 3); sweet poison (idem, *K. John* I, 1); sweet awe (Shelley, *Prom. U.* II, 2); sweet pain (id. *Adon.* IX); awful sweetness (id., *Rec. of Isl.* IV, 22); sadly sweet (Moore, *Ballads*); sweetly ferocious (Wordsworth, *An evening*); in bittrer Lust (Lenau, *D. dürre Bl.*); o Liebe, süsser Schmerz (id. *D. Schw. See*); süss schmerzlich (id. *Heimathklang*); in schmerzlich süssen Klängen (id. *Die Zweifler*); mit der Wehmut süssen Tropfen (id. *Die Tränen*).

(1) *Gloss. sanscr.*, Berol. 1847, p. 156.

Digitized by Google

dagno e alla conseguente soddisfazione (1). La vittoria è frutto della fatica: « qui studet optatam cursu contingere metam, Multa tulit fecitque puer », dice Orazio (*A. P.* 412), che certo ricordava le sentenze pindariche: *ἄριστος εὐφροσύνα πόνων κεκριμένων ἰατρός*, ottima medicina delle premiate fatiche è la letizia (*Nem.* IV, in princ.); *εἰ πόνος ἦν, τὸ τερπνὸν πλέον πεδέρχεται*, se fatica vi fu, ne segue gioia maggiore ivi, VII, 74); *εἰ δὲ τις ὄλβος ἐν ἀνθρώποισιν, ἄνευ καμάτου οὐ φαίνεται*, se vi ha felicità fra gli uomini, senza fatica non si mostra (*Pit.* XII, 28). E la fatica, sia poi fisica o mentale, non è essa medesima, in certi casi, un piacere? Come disgiungere, ad esempio, il travaglio e lo sforzo dello studioso assorto in un arduo lavoro, o dell'alpinista che s'arrampica per una vetta scoscesa, dalla gioia intensa che gliene viene, e da quella dolce, felice stanchezza — come la chiamarono un gran poeta e un grande filosofo (2) — che lo attende ad impresa compiuta? Veramente,

(1) Cfr. Falk-Torp, *Norw-Dan. Etym. Wb.* s. *vinde*. Notevole è lo sved. *sjå*, che significa « schwere Arbeit », mentre nell' uso dialett. dice quanto « lustiges Leben, Scherz, Spass ». È dall'oland. *sjouw* = « eine Last, die zu schwer zum tragen ist, und daher gezogen oder geschleppt wird » (*ici*, s. *jau*; v. altro es. s. *traa*).

(2) Goethe, *Wahlverwand.* I, 12: « eine süsse Müdigkeit »; Rosmini, *Gal. dei lett.* III, 4: « l'umanità... si riposerà nella vera filosofia, quasi stanca bensì, ma possente in sua felice stanchezza; in su quel vertice del sapere, ove si contempla un immenso sereno » (Cfr. le nostre *Idee di Dante e del R. sul galateo*, Milano 1890, p. 31). — A proposito del concetto di « lavoro » che da una parte conduce a quello di « fatica, sofferenza, dolore », e dall'altra, come negli es. sopra addotti, a quello contrario, si noti ancora che due altre serie di concetti opposti se ne sviluppano.

Il lavoro è ricchezza; chi più lavora più guadagna, onde nel dial. mil., « lavorare » è sinon. di « guadagnare », e il rum. *lucru* = lavoro, *lucrătoriŭ* = lavoratore, ecc. risalgono al lat. *lucrum* (cfr., all' opposto, pure il rum, *castigu* = lavoro, *castigare* = guadagnare, ottenere, vincere, dal lat. *castigare*). Così, per dirla con un oscuro nostro poeta,

Lavor divien sinonimo
Di gioia e di piacer

(G. Buccellati, *Futura sorte dell'umanità*, ecc. Venezia 1844, p. 11). Ma il lavoro è retaggio del povero, mentre il ricco ne è esente, e però implica l'idea di bisogno, povertà. Cfr. *πένης* povero e *πένομαι* = sono povero da *πόνος* = lavoro, il dan. e norv. *arbeide* (dal ted. *Arbeit* = lavoro) = povertà, bisogno (v. Falk, s. v.). E talvolta le due

Digitized by Google

secondo diceva Socrate, piacere e dolore furono congiunti per la coda da un dio.

Qui è forse anche da ricercarsi la ragione perchè in più d'una lingua una voce stessa esprime « gioia » e « lotta ». Il sanscr. *rámа-s*, oltre a « piacere, diletto, allegria, divertimento », significa « battaglia ». « Dopo l'inerzia della pace — osserva in proposito il Nazari — la battaglia era la gioia » (1) Può essere, ma si può anche pensare, diciamo, che, specialmente in epoche o presso popoli meno civili, la battaglia fosse di per sè stessa fonte di piacere — si pensi a *ludere* e *ludus* che, come lo stesso Nazari conferma, sono quasi sicuramente da riconnettersi con *laedere* = battere, lottare (2), agli « uomini amanti della pugna » di Pindaro (*Pit.* II, 2, cfr. *Nem.* I, 16: *πολέμου μναστῆρα*, che ricorda l'omer. *μνᾶσθαι ἀλκῆς, χάρμης*), agli « huius certaminis gaudia » di cui Attila parla in una concione alle sue invadenti orde barbariche (3).

Il processo inverso è rappresentato da un terzo gruppo di voci germaniche indicanti « usare, godere », quali: got. *brūkjan*, aat. *brūhhan*, mat. *brūchen*, angls. *brūcan* (cfr. lat. *fruor*, donde *frugis fructus*, ecc.). Il corrispondente ingl. *to brook*, che similmente valse, fino al sec. XVI, « to use, to possess, to enjoy », venne poi a significare « to put up with, to endure, to tolerate » e infine « to suffer ».

Appunto dal concetto stesso di « tollerare », così affine a quello di « soffrire », si genera quello di « godere ». Se una pena o un dolore sono tali da riuscirci tollerabili, per ciò stesso divengono fonte di conforto e di consolazione. « Pazienza! » si dice allora; e la pazienza fu detta « la porta della gioia » (4) Così il tedesco, per « tollerare, sopportare » ha, accanto ad

---

opposte accezioni convengono in uno stesso vocabolo, come in quello che il Weil (op. cit.) cita fra gli esempi di enantiosemi ebraici, e che dal signif. fondam. di « lavoro », a seconda delle località denota « ricco » o « povero ».

(1) *Riv. di fil. class.* XXXVII, 1909, p. 365.

(2) Ivi, 1912, p. 575.

(3) Cfr. le considerazioni in proposito del GIBBON, op. cit., c. XXXV. — Espressioni simili non sarebbe difficile trovare presso storici e poeti. Ricordo che Camoens (*Lus.* VIII, 43) nomina « as gostosas batalhas ».

(4) Geduld ist die Pforte der Freude (C. JACOBS, *Aehrenlese*, II). Di qui la sentenza shakesperiana: how poor are they that have not patience! (*Oth.* II, 3). Cfr. G. KEIL (*Lyra u. Harfe*): Ausdauer und Geduld Gewinnen des Glückes Huld ».

Digitized by Google

altre voci (tragen, aushalten, ecc.), una perifrasi in cui entra la parola denotante « piacere », e cioè « sich *gefallen* lassen »; e inversamente per significare « aver piacere, trovar gradevole », una ne adopera che contiene la voce denotante « soffrire »: « ich möchte *leiden* »; anzi, adopera senz'altro questa voce per dire « gern haben, lieb haben » (1). Il processo può essere rappresentato colla seguente serie di voci aventi comune origine: gr. *τάλας* = sofferente, lat. *tolerare* e got. *þulan* = tollerare, sopportare; lat. *tollo* e sanscr. *tulayati* = solleva. Dall'idea di « sollievo » si viene a quella di « piacere ».

Qui, credo, possiam trovare la ragione dello « strano uso » — come lo chiama il D'Ovidio (2) — che ha il verbo *godere* in milanese. « Possono sentirsi — egli osserva — delle frasi come questa: « Mi è odioso questo formaggio; ma c'è in casa, e lo mangio per goderlo » ». Strano, non perchè sia l'unica lingua che adoperi « godere » in senso di « mangiare », che anzi è metafora frequente come ovvia (3); ma perchè lo si adoperi proprio nel caso in cui il « godimento » è minimo. Questo milanese « godere » fa bene il paio col parigino *réjouissance*, l'osso che i macellai aggiungono alla carne, e che è proprio quello che si gode di meno (4).

Di « godimento » sono sinonimi « sollazzo » e « contento ». Ora « sollazzo » va con « consolare, consolazione », che suppone di necessità una sofferenza precedente. « Contento » (da *contineo* = cohibeo, freno) vale per sè « limitato, ristretto », e però implica anch'esso disagio fisico o morale (cfr. *angere*, *anxius*, *angoscia*). Il giovinotto di Plauto cui « mater arcte *contenteque* habet » (*Asin.* I, 1, 63) non era certo « contento » di quel trattamento. E così, per es., « contentare i propri de-

(1) P. es. Goethe (*Werke*, ed. di Stuttgart 1827 ecc. XV.I, 61): « mich konnte er gar gern leiden ». Anche lo spagn. ha una struttura analoga: « Comerás aqui conmigo; Que bien se sufre un amigo ». (Lope de Vega, *Noche Tol.* I, 16).

(2) *Correz. ai Prom. Sposi*, Napoli 1893.

(3) Cfr. il gr. *ἀπολάυω*, l'it. « goditore » = che mangia volentieri. « Capponi e altre cose necessarie al godere » (Boccaccio, Nov. LXXXIII). Così il franc. *goûter* e il ted. *geniessen*. E cfr. P. Herzog, *Die Bezeichn. d. tägl. Mahlzeit* ecc., Zürich 1916, p. 85 sgg.

(4) Larchey, s. v. — In gergo *réjouissance* si dice anche di una donna magra. Anche lì, c'è poco da godere. Forse la denominazione è antifrastica.

Digitized by Google

sideri » significa, secondo l'etimologia, « trattenerli », cioè il contrario appunto di soddisfarli (1).

E per un'altra via ancora s'incontrano i due opposti concetti di « soffrire » e « godere ». Si sviluppa questo, come si vide, dall'idea di « lotta » e anche, aggiungiamo qui, da quella di « azione » in generale. Così il lat. *gestio* = gioire, sollazzarsi è da *gestus, gerere* (2). D'altra parte il massimo godimento, quello di cui fruiscono gli dei nelle loro sedi — dette appunto, oltre che *beatae*, anche *quietae* — potè esser concepito e definito come *ἀταραξία, ἀπονία*, come cioè quel *quiescere* e *nihil agere* in cui, secondo qualche filosofo, consistono tutte le felicità (3).

Ora questa duplice derivazione vale anche per il concetto di « soffrire ». Da una parte l'inazione, la passività, che è implicita appunto in « patire »; dall'altra quella forma d'attività che è pure nel durare, nel resistere al patire: e infatti « soffrire » si usa anche per « durare, perseverare », come « sofferenza » non è solo patimento, ma anche « la virtù per cui si regge » ad esso (Scarabelli, s. v.), e « sofferente » non si dice solo di chi soggiace al dolore, ma anche di chi vi resiste, tanto che in qualche scrittore si trovano abbinati gli epiteti: « sofferente » e « forte » (4). Il Walde (s. *vinco*) contesta l'identità

(1) Altri tuttavia spiega *contento* nel senso che « contiene quanto può contenere », donde la soddisfazione. Ma la spiegazione data sopra è confermata dall'uso antiq. dell'ingl. *content* come sinon. di *sorrow*, dolore. Cfr. Johnson, *Rambler*, N. 204, p. 1: « the daughters of sorrow, content and acquiescence ». Né è questo l'unico esempio. Si vide (p. 777 n.), tra gli enantiosemi arabi registrati dal Weil, una voce che significa « traurig sein » e « freudig sein »; l'ant. nord. *pokki* dice « Gefallen, Gunst », e « Verdruss, Unwillen, Missvergnügen » (Falk, s. *tykkes*).

(2) Si noti che *gerere* e il freq. *gestare* (questo specialmente nel senso di « esser gravida ») valgono, tra l'altro, « portare », e da « portare » si passa facilmente al concetto di « soffrire » (cfr. sopportare). Sollazzarsi » che vale « godere », va con « consolazione » che implica una sofferenza precedente; onde, anche alla stregua dell'etimologia, vale la sentenza, che vedremo tra poco illustrata da poeti d'ogni tempo: « Podrános decir que es fruto De la tristeza el contento » (Lope de Vega, *Los melindres*, ecc. I. 1).

(3) Seneca, *De brev. vitae*, XIV, 2; *De benef.* IV 4. 1.

(4) Rimandiamo per gli esempi ai grandi dizionari. Così è di « sofferitore », e dei suoi corrispondenti in altre lingue romanze. Cfr. p. es. Camoens (*Lus.*, IV, 82) a proposito dell'eroico Nicolao Coelho: « De trabalhos mui grande sufredor ». Lo sp. *sufrimiento* vale anche: derseveranza, resistenza. Per il fr. *souffrant*, v. Huguet s. v.

Digitized by Google

che altri ebbe a proporre tra lat. *vinco* (e aat. *wigan* = combattere) e gr. *εἴκω* = cedo. Ma vi è pure tal modo di cedere che è resistenza e vittoria, come quella del giunco che « cedendo resiste » al vento, o dell'arboscello che « vince allor che cede de' turbini al furor » (1); mentre per converso si danno delle « cedenti resistenze » (2). E il Walde stesso (s. *conor*) riconosce un analogo sviluppo semantico, divergente fino agli estremi, a proposito della rad. *uen-* (= sforzarsi, soddisfare un desiderio), dalla quale vennero più voci denotanti rispettivamente « sforzo, combattimento, vittoria », e « sofferenza, dolore ». Le due accezioni convengono nel gr. *τολμάω*, e *τλήμων*, che in Omero valgono tanto « osare, ardire », quanto « tollerare, soffrire », « paziente » e « audace ». (Più tardi, il primo senso rimane a *τολμάω*, il secondo a *τάλας* e *τλήμων*).

Questo medesimo verbo « soffrire » è enantiosemico. Chi dice, ad esempio: « io soffro il freddo » può essere inteso in due modi perfettamente contrari, e cioè: che gli dà noia, che ne riceve danno alla salute; oppure: che lo soffre meglio del caldo, che sa soffrirlo. Se poi dice: « io non soffro il freddo », è la stessa cosa: « non ho la forza, o la tempra, o la salute da sostenere il freddo »; oppure: « il freddo non mi produce sofferenza, non mi fa soffrire ». Altrettanto si dica per il part. *insofferente*, che si usa più spesso in senso traslato. Colui che è, ad esempio, « insofferente di freni », cerca di sottrarvisi appunto perchè ne soffre, cioè ne riceve fastidio o molestia. Lo stesso è di *impaziente*, dove anzi l'enantiosemia si combina con un'altra. Prendiamo questo esempio del Botta (*Storia d'It.* IV, p. 64): « Il conestabile, famoso guerriero, uomo di spirito elevato e che aveva condotto da sè stesso tante guerre, era *impaziente* che il Duca il precedesse di comando ». Se non fosse il contesto, si potrebbe intendere che il conestabile aspettava con impazienza ecc. Tale è anzi l'uso più frequente di questo epiteto; il quale può pertanto designare volere e non volere, desiderio e dispetto. Si veda quel che già si disse a proposito di « passione » (p. 759). Altrettanto è di questa stessa voce *desiderio*. Quando si legge che il tale morì « con grandissimo desiderio de' suoi », si sarebbe tentati di credere

(1) Metastasio *Epitalamio* I; *Clelia* I. Non vincitur, sed vincit, qui cedit suis, dice P. Siro.

(2) La frase è del Balbo, a proposito del contegno di alcuni governi reazionari di fronte alle esigenze dei liberali (*Somm. d. Storia d'It.*, Età VII).

Digitized by Google

che la sua morte era desiderata: mentre è per l'appunto il rovescio. Ancora: il desiderio, la preoccupazione affettuosa si esprimono per traslato col verbo *premere*. Mi preme di parlargli; mi preme di giungere a tempo; « la mi preme », dice fra Cristoforo a don Rodrigo, parlando di Lucia. Ma all'idea di tocco o di pressione si associa anche il contrario concetto di « aver dispiacere ». Così, ad es., nel verso dell'Ariosto: « Ad ambedue d'esser beffati preme ». (XXVIII, 68). Quello che ci tocca davvicino è quello che ci sta molto a cuore, che ci è caro, oppure quello che ci da noia. Nel franc. *se piquer* le due opposte accezioni s'incontrano: si dice infatti tanto per « s'affliger », quanto per cose « qui nous flattent » (1)

Per tornare alla coppia « godere, soffrire », troviamo qui pure illustrazioni e conferme anche fuori del campo della linguistica. Come mostrava di recente lo Zuccante in un suo studio magistrale (2), per Antistene il solo piacere legittimo era quello che deriva dalla fatica o dallo sforzo per liberarsi dal dolore. E l'antica sapienza indiana aveva già sentenziato esservi tal cosa che « da principio è come veleno, e infine diviene simile ad ambrosia », ed altra che « in principio è simile all'ambrosia, e infine come veleno » (3). E un'eroina del *Mahābhārata* esclama: « da questo mio grande dolore è sbocciato un avvenire di gioia » (4). Ad analoga conclusione giungeva la dottrina epicurea, in quanto essendo il piacere la privazione del dolore, non si dà piacere che non supponga un dolore. Concetto ripetuto poi variamente da pensatori e poeti d'ogni tempo. « Se non fosse l'amaro nelle cose, non sarebbe la dilettazione », sentenzia G. Bruno (5); e lo Schopenhauer consiglia a persuadersi della realtà del male della vita, giacchè « chi ha raggiunto questo stato, per quanto bisognosa possa essere la sua esistenza, è pieno d'una gioia intima e d'un vero riposo celeste... una pace imperturbabile, una quiete profonda » (6). Analogamente ammonisce il Nietzche: « le nubi pesanti della tristezza sono le mammelle a cui tu attingerai il latte riconfor-

(1) Huguet, s. v., Per i rapporti tra « toccare » e « dolere » cfr. *Classical Quart.* Aprile 1917, p. 88.

(2) *Rend. Ist. Lomb.* XLIX, p. 340.

(3) *Canto divino...* vers. Nazari, p. 96. Altrove (p. 39) è detto: «i piaceri nati dai contatti sono l'utero dell'infelicità».

(4) Vers. Pavolini, p. 114.

(5) *Eroici furori*, dial. II.

(6) *Die Welt.* ecc. (*Opere* I, 461).

Digitized by Google

tante » (1). Solo quando l'uomo abbia toccato il supremo grado di dolore e di disgusto della vita, attingerà, nell'eccesso medesimo della sua sofferenza, l'energia necessaria per rinnovarsi: il pessimismo giunto al suo culmine genererà l'ottimismo trionfante (2). Per converso si potè affermare che « l'ottimismo di Carlyle è un ottimismo malinconico, una speranza sofferente, un'allegrezza dolorosa » (3). Il Nietzche medesimo dichiara di non essere mai stato tanto felice come negli anni in cui fu travagliato da dolorose malattie, e afferma che « un ammalato non ha il diritto di essere pessimista » (4). E tre secoli prima di lui già aveva confessato il Cardano, in quel libro *De vita propria* in cui, prendendo a base la dottrina epicurea, ne trae tuttavia la conclusione opposta: doversi cercare il più possibile le cause di dolore per ottenere alla loro cessazione una gran somma di piacere: « Fu mio costume (di che non pochi si meravigliavano) di andare in cerca di dolore quando non n'ero molestato... Io sento di non poter mai stare del tutto senza dolore; e se talora mi avviene d'esserne privo, mi penetra nell'animo un'agitazione così molesta da superare ogni altro male » (c. VI). E altrove: « Io non ebbi orrore di certe cose che altri fuggono: tanto che fra acerbissimi spasimi prodottimi dalla gotta prendo piacere dal dolore. Questo ha dell'incredibile, ma pur si deve credere... Come ciò avvenga non so, se non che io fui solito trasformare in piacere questa malattia corporale che di continuo mi tormentava, col lacerarmi le carni coll'unghia del pollice sinistro, e prendevo diletto dal bruciore per tal guisa procuratomi » (*Lib. XII geniturar.*).

---

(1) Cfr. M. FÖRSTER, *Nietzsche*, II, 267.

(2) Cfr. LICHTENBERGER, *La philos. de Nietzsche*, Paris 1898 p. 148. Cfr. anche ST. RZEWUSKI, *L'optimisme de Schopenhauer*, Paris 1908, e, per ciò che riguarda la vita stessa di questo filosofo, quanto scrivemmo in *Riv. Pedag.* 1914, fasc. 7. EDM. SCHERER, a proposito del libro di CH. DOLLFUS. *De la nature humaine*, osserva: « M. Dollfus, ainsi qu' il arrive toujours, n'est pessimiste qu' en vertu d'un fond caché d'optimisme. Il trouve que tout va mal, parce qu' il s'est mis dans l'esprit que tout devrait aller bien » (*Etudes sur la littér. contemp.* vol. IV, Et. XXVI).

(3) *Les Héros*, Paris 1838 *Introd.* p. VIII — « La malinconia del pessimismo si trasforma, esaminata ben addentro, in una delle più grandi consolazioni che siano offerte agli uomini, perchè in certo modo accresce i suoi piaceri e ne raddoppia il godimento » TAUBERT, *Der Pessimismus u. seine Gegner*).

(4) FÖRSTER, II, p. 328; III, p. 9.

Digitized by Google

Qualcosa di simile afferma il Leopardi per ciò che riguarda il dolore morale: « Quel piacere che l'animo prova nel considerare e rappresentarsi, non solo vivamente, ma minutamente, intimamente e pienamente la sua disgrazia, i suoi mali; nell'esagerarli, anche a se stesso, se può, nel riconoscere o nel figurarsi, ma certo persuadersi e procurare con ogni sforzo di persuadersi fermamente, ch'essi sono eccessivi, senza fine, senza limiti, senza rimedio nè impedimento nè compenso nè consolazione veruna possibile, senza alcuna circostanza che gli allegerisca; nel vedere insomma e sentire vivamente che la sua sventura è propriamente immensa e perfetta e quanta può essere per tutte le parti, e precluso e ben serrato ogni adito alla speranza o alla consolazione qualunque, in maniera che l'uomo resti propriamente solo colla sua intera sventura » (*Zibaldone* IV, 112).

Ed è curioso il trovare in qualche modo d'accordo su questo argomento, il Leopardi col Manzoni. Questi aveva designato un *Dialogo sul piacere*, in cui un interlocutore avrebbe sentenziato, il dolore essere piacere, sentenza che avrebbe sostenuto con questo sillogismo, previa dimostrazione della maggiore: « ogni sentimento è piacere; ora il dolore è sentimento; dunque il dolore è piacere ». Si sarebbe anche dimostrato che il dolore stesso, in quella parte che è sentimento, è piacevole e che, per converso, il piacere può, in date circostanze, cagionare dolore (1). Collaboratore doveva essere il Rosmini, del quale è la sentenza: « L'uomo può godere, e non essere appagato; l'uomo può patire, ed essere felice » (2).

Giacchè, alla sentenza fin qui illustrata, fa riscontro la reciproca, secondo la quale è il « piacer figlio d'affanno » (3), e che è pure variamente affermata:

Risus dolore miscebitur, et extrema gaudii luctus occupat (*Prov.* XIV, 13) — Ita dis placitum, voluptatem ut meror comes consequatur; Quin. incommodi plus malique illico adsit, boni si tetigit quid (Plauto, *Amph.* II, 2) — Ipsa felicitas, se nisi temperat, premit (Se-

(1) Cfr. il nostro *Genio e follia di A. Manzoni*, Milano 1898, p. 119.

(2) *La società e il suo fine*, IV, 31. Cfr. G. Brandes, *Le grand homme*, ecc. Paris 1903 p. 26: « ... être plus heureux, tout en étant moins content ».

(3) Leopardi. *La quiete dopo la tempesta*. — Il Guerrazzi chiama la gioia « figlia del dolore », mentre questo è, secondo il Tennyson, fratello della prima. Già Orazio aveva detto: « empta dolore voluptas » (cfr. il nostro vol. *Humor*, Milano 1900, p. 9).

Digitized by Google

neca, Ep. LXXIV) — Medio de fonte leporum Surgit amari aliquid (Lucrezio, IV, 1130) — Quæ fecit (fortuna) magna gaudia, nisi ex malis? aut quæ mala immensa, nisi ex ingentibus gaudiis? (Plinio, *N. H.* VII, 43) — Nulla est voluptas, quæ non assiduitate fastidium pariat (id. XII, 40). Nec diutus quivi tantum cruciatum voluptatis eximiæ sustinere (Apul., *Met.* II) — Ipso sese solatio cruciabat (Id., *Ivi* VIII) — In Venere semper certat dolor et gaudium (P. Siro) — *Φαντί γε μὰν οὕτω κεν ἀνδρὶ παρμονίμαν θάλλοισαν εὐδαιμονίαν τὰ καὶ τὰ φέρεσθαι* (Pindaro, *Pit.*, 21 seg.). — Il miglior mezzo di non essere infelici è il non cercare di esser troppo felici (Schopenhauer, *Aphor. zur Lebensweish.*). — O beato colui il quale non fu mai felice, perocchè dalla prosperità sola procede il dolore (A. da Settimello, *Tratt. contro all'avversità*, ecc.) — Stanno il pianto e il dolore in sui confini Del diletto e del riso (Testi, *In morte di V. Cesar.*) — Assai vicini Han fra loro i confini La gioia e il lutto; onde il passaggio è spesso Opra sol d'un istante (Metast., *Temist.* I, 3). — Per uno che sa sopportare la prosperità, ve n'ha cento che sopporteranno l'avversità (Carlyle, *L'eroe letterato*). — La vita sarebbe sopportabile senza i piaceri (Palmerston, cfr. il nostro *Humour* p. 230). Nos plus heureux succès sont mêlés de tristesse (Corneille, *Cid*, III, 5). — C'est une terrible chose que d'être heureux (V. Hugo, *Les Misérables*, ed. di Brux. 1862, X, 259). — La joie a ses ennuis, le plaisir sa langueur (Lamartine, *Harm.* III, 7). — La joie entre par où la douleur est sortie (Id. *Jocelyn*). — Arrivé à une certaine hauteur, le bonheur permanent est aussi grave qu'une noble tristesse (Maeterlinck, *La sag. et la folie* Paris 1912, p. 139). — My plentous joys, Wanton in fulness, seek to hide themselves In drops of sorrow (Shakespeare, *Macbeth.* I, 4). — Pain pays the income of each precious thing (Id., *Lucrece*) — Sick of welfare (Id., *Sonn.* 118. Cfr. Manzoni, *Pr. Sp.* XXIII: « gli dà noia il bene stare ») — Wo occupieth the fyn of our gladnesse (Chaucer, *The Man of L. Tale*) — For ever the letter ende of joye is wo (Id., *The N. P. Tale*) — The toiling pleasure sickens into pain (Goldsmith, *Des. Village*). — Pleasant is the joy of grief (Ossian, *Carric-Thura*). — Strange though it seem .... yet with extremest grief Is link'd a mirth (Byron, *Corsair*). — So sweet that joy is almost pain (Shelley, *Prom. Unb.* II, 2). — Sick with excess of sweetness (Id. *Rev. of I.* V). — Where pain and pleasure, good and evil, join ... The happiest is most wretched (Id. *Queen Mab*). — Our sincerest laughter With some pain is fraught (Id., *To a skylark*). — If we aim directly at happiness, we miss it (S. Mill, cit. da H. Calderwood, *Vocab. of philosophy*. London 1894, s. *paradox*). — Keine Freud ist auff Erde gantz; die Freud wird versaltzen mit Leyd: Honig wird mit Gallen bereit (Rollenhagen, *Froschmäuseler*, I, 2, 25). — Freud u. Leid sind Reiseleute (Logau, *Lust u. Schmerz*). — Die Freude mit Leide sich gattet in allen (Homburg. *Geistl. Lieder*, *Alles nichtig*). — Die Freuden, die man übertreibt, Verwandeln sich in Schmerzen (Bertuch, *Das Lämmchen*). — Ewiger Genuss gleicht ewigem Entbehren (Börne, *Vermischte*

Digitized by Google

Aufsätze), — Seit Anbeginn der Welt sind Leid u. Freud' In Wort u. Tat vermählt die treuste Ehe, Die je gewesen (Grabbe, *Don Juan u. Faust*. II, 1). — Ach! aus dem Glück entwickelt oft sich Schmerz! Goethe, *Die natürl. T.* II, 3). — Das reinste Glück der Welt Schon eine Ahnung von Weh enthält (*Id.*, *D. ewige Jude*). — Freud' muss Leid, Leid muss Freude haben (Id., *Faust*, I). — Vergnügen ist nichts als ein höchst angenehmer Schmerz (Heine, *Reiseb.*, *R. von München n. Genoa*. 18). — Es giebt einen Moment, wo Schmerz Lust, und die Lust Schmerz ist (Spielhagen, *Cl. Vere*, XV).

Vi è un genere letterario, o per dir meglio una tendenza, che ripete a un tempo la sua ragione d'essere e la sua materia da questi intimi rapporti tra gioia e dolore: l'umorismo. L'essenza di questo si può dire sia compresa nella risposta che il Figaro di Beaumarchais dà a chi gli chiede: « qui t'a donné une philosophie si gaie? » — « L'habitude du malheur » (1). « Ride l'umorista in mezzo alla tristezza, e nel mezzo della gioia sospira » — dice il Foscolo nel prologo alla versione del capolavoro di Lorenzo Sterne —; egli vuole, vagheggia il dolore: la sua è « la malinconia d'un animo superiore che giunge a divertirsi persino di ciò che lo fa soffrire » (2).

Anche questo compiacersi nel dolore, a parole almeno, è uno dei luoghi comuni dei poeti. La Cornelia di Lucano, alla morte del marito, « saevum... arcte complexa dolorem, Perfruitur lacrymis, et amat pro conjuge luctum » (IX, 112) « ... E tanto son del mio tormento vago », dice Dante (se pure è suo il II son. delle « Rime dubbie »). Il Leopardi ama « alla guardia seder del suo dolore »; e altrove: « Oh te beato A cui fu vita

(1) Cfr. SHAKESPEARE, *Wint. Tale*, V, 3: « This affliction has a taste of sweet As any cordial comfort ».

(2) Così definisce Gian Paolo l'umorismo — Cfr. il nostro *Humour* p. 16. Notevole è anche presso gli umoristi la facilità del passaggio dalla gioia al dolore, dall'allegria alla tetraggine. Molti esempi accennammo nel cit. vol., p. 104 segg. Più generalmente fu osservato: « Those are often raised into the greatest transports of mirth, who are subject to the greatest depressions of melancholy » (Addison. *Spectator*, N. 381) — « As high as we have mounted in delight In our dejection do we sink as low » (Wordsworth, *Resolution* ecc.) — « Je mehr ein Mensch des ganzen Ernsten fähig ist, desto herzlicher kann er lachen » (Schopenhauer, *Die Welt als Wille*, ecc. II, 108) Cfr. LEVÊQUE, *Des causes du rire*. Paris 1862; *Humour*, p. 104. Chi ride molto, piange molto, dice il proverbio turco (A. JAUBERT, *Elém. de la gramm. turque*, Paris 1823 p. 130).

Digitized by Google

il pianto! » (1). Di qui le antitesi di cui si deliziarono specialmente i secentisti. Se un predicatore doveva trattare il tema: « i piaceri del mondo sono afflizioni », serviva da concetto predicabile la parola ebraica *tannim*, che vale « voluttà » e « dolore » (2). *De la douleur ravissante et du plaisir douloureux*, s'intitola un capitolo d'un libro famoso a que' tempi (cfr. BRUNOT, III, 189); e tra le frasi favorite delle *précieuses* era questa: « souffrir heureux doulce antipéristase! » (ivi). Di qui ancora gli ὀξύμωρα frequentissimi, sul tipo dei seguenti:

Et miser sum et fortunatus (Plauto, *Capt.* V, 3). — *Ὑπ' ὀδυνός τ' ἐραρᾶς* (Pindaro, *Ol.* VI 43) — *Καλὸν πῆμα* (id. *Pit.* II, 40, frequente anche presso Omero e Esiodo, che ha pure [*Theog.* 585] *καλὸν κακόν*). — (Rāma è) lieto e turbato ad un tempo ... combattuto dall'affanno e dalla gioia (*Rāmāy.*, vers. Gorresio, II, 127, III, 341). — (Vasistha parla) commovendo gli animi a gioia ad un tempo ed a mestizia (ivi, I, 401) — (la gente) n'era ad un tempo lieta e mesta (ivi, I 385) — dilettoso male, soavi sdegni, vago affanno, belle piaghe, bella prigione (Petrarca, *passim*) — dolorosa festa (Boccaccio, *Decam.*, *Canz. di Lauretta* III, 10) — in un lieta e dolente (Tasso, XVIII, 31) seconda avversità (Id. XII, 87). — teneri sdegni (Id. XVI, 25) — pietosi sdegni (Id. XII, 87) — dilettoso male (Id. *Am.* Son. 84 e 177) — amaro trastullo e noioso piacere (Bandello, I, 28) — i legami soavi, il dardo ameno (V. Colonna, Son. *M'arde*) — felice pianto, amabile martir (Metastasio, *Ciro*, I, 2) — caro dolore (Parini, *Il dono*) — grato dispetto (Id., *Il Vespro*) — gioconda tristezza (Pindemonte, *Ode a. luna*) — Sentirai per tutta Scorrerti l'alma del dolor la gioia (Id., *Se-*

(1) *Il primo amore*, *Canz. ad A. Mai.* — Questo motivo ritorna spesso ed ha la sua ragione nella natura stessa dell'animo umano. Il Carlyle definì felicemente il Byron: « a dandy of sorrow » Il Musset, che al Byron tanto rassomiglia, dichiara nella *Confession d'un enfant du siècle*: « Je n'étais satisfait que lorsque mes plaisanteries ironiques avaient gâté et empoisonné ces souvenirs des jours heureux... Comment se fait il qu' il y ait en nous je ne sais quoi qui aime le malheur? » (*Oeuvr. compl.*, éd. Charpentier, pp. 472 488). Si ricordi la famosa sortita dell'attrice Sofia Arnould: « Oh c'était la bon temps, j' étais bien malheureuse », e quella di Musette del Bürger: « j'étais bien heureuse avec lui: il avait le talent de me faire souffrir » (*Bohème*, XIX). Onde ben poteva scrivere il Werther di Goethe nella prima delle sue lettere: « Tu hai pur troppo ragione di dire che il numero dei disgraziati sarebbe minore, se molti non accarezzassero la memoria di quelle afflizioni che più non hanno ».

(2) Cfr. B. CROCE, *Studi... sul 600*, p. 166.

Digitized by Google

poleri) — cagion diletta d'infiniti affanni (Leopardi, *Il pens. dom.*) — felice e miserando (Id., *Il primo amore*) — trista allegrezza... disperato conforto (Manzoni, *Prom. Sp.* XXXIV) — triste conforto (Id. *Carmagn.* V, 3) — triste vincitore (Id. *Rivol. Franc.* p. 205) — lieto orror.... lieto ribrezzo (Id. *Op. ined.* I, 123) — felici infelici (Rovani, *Cent'Anni* I, 379) — eccelsi affanni (Prati, *I ritorni del passato*) — inferno di paradiso (Dossi, *Desin. in A.* p. 61) — malheureux par trop de fortune (Lafontaine, VII, 6) — joie funeste (St. Pierre, *Paul et Virg.*) — triste dans les plaisirs; malheureux à force d'être heureux (De Ligne, ritr. di Potemkin) — tristesse sereine (Amiel, *Journal* I, p. 93) — volupté déchirante et cruelle (Musset, *La coupe et les lèvres*, V, 3) — cher supplice (Id. *Lettre à M.r Lamartine*) — amère volupté (Leconte de Lisle. *Dern. Poésies*, 1895, p. 81) — triste et gai, fol et sage (Verlaine, Pierrot, in *Parallèlement*) — cruel bonheur (Id., *Lunes*, ivi) — bonheur triste (Id., *Sur le balcon*, ivi) — bellement furieuses (Id , *Séguidille*, ivi) — tourments délicieux (Houssaye, *Ce que disent*. ecc., in *Cent Sonnets*) — misérable bonheur (France, *Le jardin d' Ep.*, p. 63) — aunque me pesa me place (J. de Mena, *A une dama*) — Si el padecer con amor Puede dar tan gran deleite... No puede faltar En el padecer deleite (S. Teresa, *A. S. Andrés*) — agradables penas (Góngora, *Rom. cortos*) — alegre dolor (Lope de Vega, *Al pasar*, ecc. I, 2) — dolor alegre (Id., *La herm. abor* I, 7) — alegres dolores y dulces engaños (Id., *Dorotea* I, 8) — Todo deleite es dolor, Y todo placer tormento (Id., ivi, fine) — en tanto gozo tan pena (Id , *Noche tol.* I, 18) — tormento süave (Id., *Los locos*, ecc. II, 12) — prison venturosa (Id., ivi) — agradable desden (Id., *El hijo*, ecc. III, 6) — dulces enojos (Id., *El desprecio*, ecc. I, 8) — sospecho que del placer Es grande amigo el pesar... porque siempre veo Que andan juntos (Id., *Querer*, ecc. I, 11) — Consolado en mis tristezas Y triste in mis alegrias (Id., *El caballero*, III, 13) — Todo placer es mentira, Todo contento pesar, Toda ventura desdicha (Id. *Los peligros*, II, 4) — dulce llaga, gustoso veneno, congoja apacible, alegre dolor, mal bueno, enferma salud, descanso inquieto. (Quevedo, *Alaba el la Sarna*) — El gran placer que vive de dolores (Campoamor, *El licenc. Torr.*) — my own fortune is my misery (Shakespeare, *Rom. a. J.* I, 2) — unhappy fortune (Id., ivi, V, 2) — most happy wreck (Id., *Twelfth N.* V, 1) — the fortunate-unhappy (Id., ivi, II, 5) — ....could not say if the importance were joy or sorrow, but in the extremity of the one, it must needs be (Id., *Wint. T.* V, 2) — melancholy merriment (Byron, *D. Juan*, VIII, 89) — sad merriment (Id., ivi, IX, 13) — such mirth has less of play Than bitterness (Id. *Corsair*, I) — severe content (Shelley, *Revolt of I.*, III) — mournfullest delight... ghastly mirth (Id., ivi VI) — gentle sadness (Id , *Prince Athan.*) — agonizing pleasure (Id., ivi) — melancholy mirth (Id., *Stanzas April 1814*) — delicious pain (Id. *Epip.*) — awful joy (Id., *Ros. a. Helen*) — fearful pleasure ...; horrid joy (Id., *Cenci*, IV, 1) — lovely grief (Id., *Prom. Unb.*, IV) — mournful mirth (Moore, *Veil. Proph.*) — luxury of woe

Digitized by Google

(Id., *Amer.*, in *Juven. P.*) — discontent of pleasure (Wordsworth. *To a daisy*) — aching joys (Id., *Lines compos. a few miles*, ecc.) — mournful solace (Id., *Van. a. Y.*) — sad congratulation (Id., *Descript. Sketch.*) — so full of gladness and so full of pain (Longfellow, *A summer-day*, ecc.) — sorrowful happiness (Dickens, *Our mut. friend*, Leipz. 1864 II, 105) — melancholy pleasure (Id., *Dav. Copper.*, Leipz. 1850, II, 193) — joy hidden in sorrow (Tennyson, *The Dying Swan*) — pleasurable suffering (M. Twain, *The advent. of T. S.*) — Freud und Leid, das Buhlerpaar (Logau, *Sinn-Gedichte*) Wonne des Leids (tit. d'un'ode di Klopstock) — Die Wonne der Wehmuth (id. di Goethe) — holde Grausame — ... ein forwährender Genuss des Vergnügens das Grab des Vergnügens ist (Musäus, *Volksm., Rich.*) — ... zum herben Segen (Lenau, *Waldl.*, I) — der Hauch Der sanften Wehmut (id. *Vergängl.*) — schmerzliche Freude (Goethe, *W.-M. Lehrj.* VIII, 8) — freudvoll, leidvoll (Goethe, *Egmont*, III) — Es freut u. schmerzt mich.... Ein freudig bängliches Erzittern (Id., *Wahlverw.* I, 12) — tiefschmerzvolles Glück (Id., *Faust* I) — die Lust entspringt aus Trauer (Ruckert, *Weish. d. Brahm.*) — Ein schmerzliches Gelächter (Lenau, *Vision*).

Anche la fisiologia conferma i rapporti che legano i due opposti sentimenti nelle loro manifestazioni e nei loro effetti. La gioia si esplica sempre con un grande bisogno di moto; similmente il dolore può esser accompagnato da eccesso di azione. Si vedano in proposito i dati del Dumont (1), il quale pure osserva, a proposito di certi intensi dolori morali:

« On a donné à ce genre de souffrances le nom de peines du cœur, de même que l'on donne aux différentes joies celui de plaisir du cœur. Ces expressions cependant sont loin d'être exactes. Car il se peut que le cœur, fortifié dans la tristesse de tout ce qui est détourné de l'excitation cérébrale, soit en lui-même agréablement impressionné au moment où le moi est affecté d'un chagrin pénible. Dans la joie au contraire, le cœur affaibli de tout ce qui va augmenter l'excitation intellectuelle souffre peut-être au moment où le cerveau est agréablement affecté » (2).

Fu pure osservato che non solo il pianto e il singhiozzo, ma persino il sospiro, il lamento possono accompagnare le

(1) L. DUMONT. *Il piacere e il dolore*, vers. it. Milano 1877, pp. 80 e 289. Già il Fielding aveva osservato: «The extreme of grief and joy have been remarked to produce very similar effects» *The history of J. Andrews*, ecc. V, 5).

(2) *Théorie scientif. de la sensibilité*, ecc. Paris 1875, p. 150.

Digitized by Google

maggiori voluttà (1). Il pallore è effetto d'un dolore intenso, come d'un'intensa gioia:

Allor sente la frale anima mia
Tanta dolcezza che il viso ne smuore.
— Me ne viene un desio tanto soave
Che mi trasmuta lo color del viso,

dice Dante (*Vita Nuova*, XXVIII e XXXII), il quale anche parla della « intollerabile beatitudine » che gli cagiona il saluto di Beatrice (2). E talvolta anzi alla gioia, come al dolore, riesce impossibile reggere: la ragione ne è turbata; è la pazzia, e persino la morte (3). E finalmente, « si piange di piacer come d'affanno » (4), e al contrario certi dolori spasmodici sono accompagnati dal riso (5).

---

(1) P. MANTEGAZZA, nell'Appendice alla cit. vers. del Dumont, pp. 323, 337, — Anche qui il fisiologo è stato prevenuto dal poeta. Cfr. WEBER, *Demokritos (Lob des Frohsinnes)*: « Freude u. Leid sind Kameraden: selbst der höchste Genuss hienieden endet mit Seufzen u. Convulsionen ». Il LAMARTINE (*Prem. Médit.*) così descrive la Sventura, nel momento che essa prende ne' suoi artigli il mondo consegnatole da Dio: « l'ousse en signe de joie Un long gèmissement ».

(2) *V. N.* XI. Così si parla di tormenti, come di piaceri, « ineffabili » e « squisiti ».

(3) « La ragion vinta dal gioir soverchio » (F. Romani, *Poesie Lir.* Torino 1883, p. 88.; Cfr. A. Platen, *D. gläs. Pantoff.*, I: Daß hat die Freude mit dem Schmerz gemein. Dass sie die Menschen der Vernunft beraubt) non è solo un luogo comune dei poeti. Casi di pazzia o di morte determinata da gioie intensissime o repentino sono registrati da storici e psichiatri, a cominciare da A. Gellio (III, 15).

(4) Metastasio, *Artas.* I, 2. — E altrove: « Quando eccede ha pur talora Le sue lagrime il piacer » (*Antig.* II, 4): « Dunque si sfoga in pianto Un cor d'affanno oppresso, E spiega il pianto stesso Quando è contento un cor. Chi può sperar fra noi Piacer che sia perfetto, Se parla anche il diletto Co' segni del dolor? » (*Morte d'Ab.*, II). Anche questo è un luogo comune. Scriveva Epicuro — e ne era ripreso da Plutarco — d'aver provato una volta tale struggimento di gioia, che solo le lagrime possono dare: *ἐτήκετο τῇ μετὰ δακρύων ἰδιοτρόπῳ ἡδονῇ*. (Cfr. *Athenaeum*, genn. 1915, p. 58). Conviensi Che l'estremo del riso assaglia il pianto (Petrarca). L'excessive joie elle-même arrache plutôt des pleurs que des ris (Rousseau, *Emile*, IV). Strange times, that weep with laughing, not with weeping (Shakesp., *Timon*, IV, 3). Smiles form the channel of a future tear (Byron, *Ch. H.* II, 97). Piange il gaudio persino, e il duolo imita (Revere, *Osiride*, p. 135), »Quasi per le risa piangeano », « de le gran risa spesso piagne »

Digitized by Google

Riso e pianto, e concetti affini.

Anche questi due « seguaci », come Dante li chiama (*Par.* XXI, 106), del piacere e del dolore traggono in più d'una

---

dicono il Sacchetti e il Bandello di loro personaggi (*Nov.* CXLIV; *Nov.* pte I, III). E così l'antitesi tra i due atti, come nell'omerico *δακρυόεν γελάσασα* (Il. VI, 484, che il Monti traduce: Con un misto di pianto almo sorriso. Cfr. C. XXIII: la trista voluttà del pianto). Guizzi di riso e fremiti di pianto (Graf, *Danaidi* p. 135); Mi vien tremando sulle labbra il riso, Mi scende in copia giù per gli occhi il pianto (Id., *Dopo il tram.* p. 80). Ride perchè non sa piangere (Guerrazzi, *Batt. di Ben.* XXIV). Rido di me piangendo (diceva il Manzoni negli ultimi suoi anni; e Heine morente all'amica Selden: Je ris de donleur). Sono ritornato questa mattina a quattro ore da un baccanale, dove dovetti ridere molto per piangere oggi quasi altrettanto: spesso la gioia inebriante mi rigetta con violenza in me stesso (Beethoven, lett. a Bettina Brentano, 10 febbr. 1811). Et jusque dans le rire il va chercher des larmes (Nodier, *Contes*). Que se queixa e se ri, n'hum mesmo instante (Camoens, *Lus.* II, 38). I conld weep, And I could laugh. I'm light and heavy (Shakesp. *Cor.* II, 1). Lachen Weinen, Lust und Schmerz Sind Geschwisterkinder (Goethe, Ged.). — Er war glücklich genug, weinen zu können (id *W. W. Lehr.* VIII, 5).

Una terza forma dello stesso luogo comune è il dire, secondo l'espressione petrarchesca, « dolce il pianto più ch'altri non crede ». Cfr. l'apostrofe del Monti alle lacrime: Per voi fra l'onda degli affanni il core Beve, ignota al profano, alma dolcezza: Voi degli afflitti voluttà, voi pura Fonte di pace in mezzo alla sventura (*Opere*, II, 228). — Est quaedam flere voluptas (Ovidio, *Tristi*, IV, 111). — La schiera Degli infelici che non han mai pianto (Grossi, *Ildegonda*). — Soave voluttà del pianto (Romani, *Poesie*, p. 203). — Gli è un gran povero diavolo quel felice che non ha mai pianto (Aleardi, *Epist.* p. 129) — Exulting tears (Shelley, *Rev. of I.* V) — The feast of tears (Moore, *Irish Mel.*) — Le seul bien qui me reste au monde Est d'avoir quelquefois pleuré (Musset, *Tristesse*) — Die lachende Thräne (Heine, Die *Krönung*. All'opposto il Coppée, *Le banc*, ha un « douloureux sourir ») — Sehen Sie... dass auch die Freude ihre Thränen hat? Hier rollen sie, diese Kinder der süssesten Wollust! (Lessing *Miss S. Sampson*, II, 3) — Gallenbittre Thränen sind noch viel zu süss (Brentano, *Gesch. v. br. Kasperl*).

(5) E v'è ancora « la gioia barbara e fremebonda della disperazione » che « ha sempre nella bocca un sorriso » (Leopardi, *Pens* I, 218; *Dial. di Tim.* Cfr. *Pens.* I, 293: « ne' pazzi i più malinconici e disperati è naturalissimo e frequente un riso stupido e vuoto »). In *Klagen und Lachen* di H. Usener (*Kl. Schriften*, Liepzig 1913, IV, 469) si illustra, fra l'altro, il prov. sardo: *Non c'ha dolu senza risu.*

Digitized by Google

lingua i loro nomi da una stessa voce, essendo il punto di partenza, o la base comune, ora « gridare », ora « contrarre il viso » ora « aprir la bocca » (1). L'ingl. *to grin* che, oltre a « fare smorfie », vale anche « ghignare », è probabilmente connesso con *to groan* = gemere. Fino al sec. XVII si trova usato nel senso di « mostrare i denti come espressione di dolore o di sdegno » (Murray). Quest'ultima accezione è quella di *grine* in norvegese; mentre in danese significa ridere (Falk s. v.). L'it. *ghignare* è forse da riportarsi alla rad. germ. *hwīn* = guaire (2); il berg. *grignà* va, con molti altri verbi in più lingue che dicono « piangere » o « ridere », oppure l'una e l'altra azione (p. es. ted. *greinen*, *grienen* = « piagnucolare » e « sogghignare »), insieme al m. ol. *grynen* = « renideo, false rideo, ploro, gemo », al m. a. t. *grînen* = « lachen wie weinend, ... den Mund verziehen » (3). L'ingl. *to cry* significa « gridare » e « piangere »; il norv. dialett. *skrella*, « gridare » e « ridere » (Falk, s. *skralde*). E « gridare di dolore » disse già, oltre a « giubilare, esultare », il ted. *jauchzen*. Ora esso non ha che questa seconda accezione, ma la prima è rimasta in qualche parlata (p. es. altemburgh. *gauchzen*. Cfr. O. Weise, *Unsere Mundarten*, Leipz. 1910 s. v.). Altrettanto è dello sved. *flina* e del dan. *flæbe*. *Flina*, nella lingua letteraria, significa « ghignare, ridere a bocca aperta »; ma in dialetto anche « mostrare i denti, adirarsi, piangere ». *Flæbe* vale « piangere. guaire, ululare »; ma il suo corrispondente in norv., *fleipa*, ha il senso di « chiacchierare, scherzare » (4).

Così è di voci indicanti rispettivamente « lamentarsi, urlare » e « cantare » (base comune: « risuonare ») (5), « sperare » e « temere » (dai concetti di « tempo, avvenire » e simili) (6), — avverandosi così alla lettera ciò che il Goethe dice metaforicamente: « es giebt Lagen, in denen Furcht und

(1) Cfr. *Z. f. r. S.* XXII, 545 segg.; XXVII, 427: Pictet, I 331; Walde, *s. clango*.

(2) Cfr. *Z. f. r. Ph.*, 1914, 185 segg.

(3) Ivi, e Prellvitz s. *γαῦρος*.

(4) Falk, s. *flire* e *flæbe*. Per es. semit. cfr. Möller, p. 175.

(5) Cfr. *Z. f. r. S.* 1900, p. 197; Falk, s. *kvide* e *kvinke*. Cfr. anche: O. M. Johnston, *Italian « lai »*, in *Studi Medier.* II, p. 553.

(6) Cfr. *Arch. f. slav. Ph.*, XVI, 386.

Digitized by Google

Hoffnung eins werden » (1) — « scherzare » e « dichiarare

(1) *Wahlverw.* II, 4. E altrove (I, 12): « Sie wünschte, sie fürchtete, es gehört zu haben ». *L'oxumoron* è del resto frequentissimo; e se anche qui, — come già mi avvenne di fare, e mi avverrà in seguito — abbondo negli esempi, non è per far mostra di « Belesenheit », ma perché credo che, specialmente in materia di semantica, il fenomeno linguistico debba quanto è possibile essere lumeggiato e integrato coi testi, la parola col pensiero. — Alla petrarchesca « spaventosa speme » e alla dantesca « speme (che) si volge in disio », si possono aggiungere: Il timore e la speme Nascono in compagnia, muoiono insieme (Metast., *Didone* III, 14). Principio è di speranza L'eccesso del timor (Id., *Demof.* III, 8). .. Il giorno tanto temuto e bramato (Manzoni, *Pr. Sp.* IX). Come fu chi dubbia... Che cerca, e teme di sapere il vero (Giusti, *Il Sortil.*). La stessa speranza è madre di timore, tanto che gli animi meno inclinati a temere e più forti sono resi timidi dalla speranza (Leopardi, *Pens.* II, 2. E altrove [*Pens.* 6]: La morte non è un male, perchè libera l'uomo da tutti i mali, e insieme coi beni gli toglie i desideri. La vecchiezza è male sommo; perchè priva l'uomo di tutti i piaceri, e porta seco tutti i dolori. Nondimeno gli uomini temono la morte, e desiderano la vecchiaia. Cfr. La Bruyère, *Car., De l'homme*: L'on espère de vieillir, et l'on craint la vieillesse: c-est-à-dire l'on aime la vie, et l'on fuit la mort; e Swift, *Thoughts on var. subj.*: Every man desires to live long, but no man would be old). Chacun croit fort aisément Ce qu' il craint et ce qu'il désire (Lafont. XI. 6). Par un étrange illogisme de la passion, le malheureux qui soupçonne a pour suprême désir de connaître avec certitude la chose dont la simple imagination le désespère (Bourget, *Un cœur de f.* IX). L'espérance et la crainte sont inséparables (La Rochef. II, *suppl.* III). Ce qu' il (l'homme) espère étant presque ce qu' il redoute (V. Hugo, *L'Ane*). Segue o temor os passos da esperança (Camoens, *Lus.* VIII, 66). Oh amor... ya eres temor, ya esperanza (Lope, *Lo cierto*, ecc. I, 15). Applying fears to hopes, and hopes to fears (Shakesp., *Sonn.* CXIX). While he dreads it, makes him hope too (Pope, *Ep.* III). Where no hope is left, is left no fear (Milton, *Par. Reg.* III, 206). So farewell hope, and with hope farewell fear (Id., *Par. L.* IV, 107). Of fears the prey, of hopes the sport (Wordsworth, *Lament of M.* IX). Fear became desire (Shelley, *The boat on the Serchio*). Fear and Hope, twin Destinies (Id., son. *Lift not*). Dreadful hope (Id. *Rev. of. I.* V). It longs, yet fears (Id., *Q. Mab.*) Those sisters wild Called Hope and Fear (*Epipsych.*). And hopes, and fears that kindle hope (Coleridge, *Lore*). Così è dei concetti « sperare » e « disperare »: Belle Phillis, on désespère Alors qu'on espère toujours (Molière, *Misanthr.* I, 2). D'ordinaire il y a un espoir caché au fond des désespoirs les plus intenses (J-H. Rosny, *La glace*). L'idée d'espérer le décourageait (Dumas, *Antonine*, XV). Ya de esperar desespero (Lope de Vega, *El*

Digitized by Google

solennemente, pregare » (anche nel senso religioso) (1), « pregare » e « bestemmiare », « benedire » e « maledire ». Per queste due ultime coppie, si può partire dal sanscr. *çap*, che all'attivo significa « maledire », al medio, « giurare » (in certo modo, « maledire sè stesso ») Il giuramento è insieme esecrazione e preghiera, in quanto per esso invochiamo dalla divinità la punizione, se mentiamo o se manchiamo alla promessa (2). Il gr. *ἀρά* vale tanto « preghiera » quanto « maledizione » (e così il verbo *ἀράομαι)*; il lat. *derotio* è sinonimo tanto di « consecratio » quanto di « imprecatio, execratio », e da *sacer* = « sacro » e « maledetto » sono l'it. *sacrare* e il fr. *sacrer* = « consacrare » e « bestemmiare » (3). Il fr. *sacré* ha significato opposto, a seconda che preceda o segua il sostantivo: *terre sacrée* è terreno sacro; *sacrée terre* è terreno maledetto (4).

---

molino, ecc. III, 10). Sin esperanza esperas (Id., *El desprecio*, ecc. II). De esperar desesperado (Id. *Si no vieran* II, 3). Hope conceiving from despair (Milton, *Par. L.* VI, 787). Desperate hope (Shelley, *Alastor)*. Worse than despair is hope (Id. *Cenci*, V, 4). È l'idea espressa dal Ferruccio nella famosa allocuzione: « Restaci dunque una sola speranza: e questa è la disperazione d'ogni altro soccorso infuori che di quello che dalle nostre virtù procede » (Segni, *Storie fior.*), e variamente formulato, a cominciar dal latino: perieram nisi periissem. Cfr. Salvus sum, quia pereo; si non peream, plane inteream (Plauto, *Truc.*, 680). (Seneca) non trova contro al timore altro rimedio più valevole della considerazione che ogni cosa è da temersi (Leop., *Dial. della natura*, ecc.; cfr. Seneca, *N. Q.*, VI. 2). Wenn ich einmal zu fürchten angefangen, Hab' ich zu fürchten aufgehört (Schiller *D. Carlos*, I, 6). Days of endless calamity, disruption, dislocation, confusion worse confounded: if they are not days of endless hope too, then they are days of utter despair (Carlyle, *Latter d. Pamphlets*, London 1894. p. 1). Un esempio tipico di questo *oxumoron* è quello in Nitisâra (*Giorn. soc. as.* 1903, p. 281). Tra i danni del giuoco vi si registra « il disperarsi pur essendovi danaro », cioè, come spiega il traduttore: « il giocatore vincendo pensa che può perdere il danaro guadagnato e si dispera, e perdendo pensa che può guadagnare e più che mai s'infervora a giuocare. Dispera quando vince e spera quando perde ».

(1) Cfr. Walde, s. *jocus*. Il concetto orig. comune è quello di « parlare ».

(2) Cfr. H. Oldenberg *La Religion du Véda*, vers. franc. Paris 1903, p. 443, e per altri es.: *Z. f. v. Spr.* XIII, 113 segg.

(3) Di qui, più *oxumora* sul tipo di questi shakesperiani: « How accurs'd In being so blest! » (*Wint. T.* II, 1): « bless th' accurs'd (*Tim. of Ath.* IV, 3): « curséd-blessed fortune » (*Lucrece*).

(4) Non è l'unico caso in cui i « doppioni sintattici » (così pro-

Digitized by Google

Il pregare è opposto al comandare: ma l'uno e l'altro concetto hanno in comune quello di « chiedere ». Da una parte questo conduce a quello di preghiera (cfr. *quaeso* accanto a *quaero*; e *rogare*, che prima disse « domandare » e poi « pregare »), dall'altra a quello di comando (cfr. ingl. *to demand* = pretendere, imporre, in cui si continua il signif. etim. di « domandare », da *mando* = *iubeo*). L'it. *dimando* è preghiera (1); l'ingl. *demand* è ordine (2). Rimandiamo a ciò che fu detto circa alcune voci indicanti « volere » e « dovere », « padronanza » e « servitù » (p. 743), aggiungendo qui che dall'indogerm. *poti*, « padrone assoluto della casa », si chiamarono anche coloro che dipendevano da lui, che costituivano in certo modo la materia della sua padronanza (3), come da *domus* si sviluppò da una parte il concetto di « dominare » (*dominus*, ecc.), dall'altra quella di « domare, addomesticare » e di « domestico », cioè « servo » (4). Analogamente, secondo recenti indagini (*Glotta* VI, I, p. 1 seg.), il gr. δοῦλος schiavo, disse in origine « casa ». « Famiglia » indica tanto i membri della parentela padronale, quanto l'assieme dei servitori e dipendenti (5),

---

pone il La Grasserie di chiamare gli abbinamenti sul tipo di *grand homme* e *homme grand*, ecc. [*Rev. de Philos.* 1899, p 398]), rasentano l'enantiosemia. L'epigramma di Pasquino a proposito di Benedetto XIV — « Vir bonus in folio, in solio bonus vir » — viene a dire che colui era valente come letterato, e non valeva nulla come papa.

(1) Cfr. per es. Dante, Inf. III, 9: Questa chiese Lucia in suo dimando; e XV, 79: Se fosse pieno tutto il mio dimando.

(2) Nella storia diplomatica è rimasto celebre un incidente tra la Francia e gli Stati Uniti, che per poco non ebbe serie conseguenze, provocato appunto dal diverso significato di *demander* e *to demand*.

(3) Si vedano più es. recati da O. Schrader, *Sprach.* cit. II, 2, p. 390.

(4) Walde, s. *domo* e *domus*. In copto, una stessa rad. significa « comandare » e « obbedire ». De Bougé *Chrest. egypt.* Paris 1867 I, s. v.)

(5) Anche qui le rispondenze linguistiche si possono illustrare con gli abbinamenti che tra i concetti di « comandare » e « obbedire », « padrone » e « servo », « libertà » e « schiavitù » ricorrono frequenti Liber servio (Cecilio, pr. A. Gellio II, 23). Quum coeperis deos servire, tunc magis senties fructum tuae libertatis (Apul., *Met.* XI). Casta ad virum matrona parendo imperat. Famulatur dominus, ubi timet, quibus imperat. Fortuna magna, magna domino est servitus. Qui docte servit, partem dominatus tenet. Rogare ingenuo servitus quodammodo est (P. Siro) Da, si ditari, servi, vis si dominari (Werner, op. cit.,

Digitized by Google

mentre sono note la ragioni storiche per cui, specialmente in

---

p. 17). Legum servi sumus ut liberi esse possimus (la famosa sentenza ciceroniana fu variamente parafrasata: Cfr. Manzoni, *Rir. Franc.* p. 214: licenza non è, come la definiscono molti, l'eccesso della libertà, ma una pessima specie di dispotismo, quello cioè dei facinorosi sugli uomini onesti e pacifici. Alfieri, *Sat.* V: Non si maritan no, servaggio e leggi. Carlyle, *Sart. Res.*, III, 7: chi non può obbedire, non può esser libero). In Roma famosa Il signore è più servo che il ragazzo (Ariosto, *Sat. Perch'io*). E se pur serva, in modo Serva son io che comandare insegno (Tasso *Son. A la figlia*). Servo imperio (Id., *Ger.* XIV, 11). E quel servir che a comandar è buono (Fagiuoli, *Cap. Non so*). E nel servaggio libera si crede (Alfieri, *Virg.* I, 1). Libertà coi lacci al piede Vanta spesso il prigionier (Metast., *Antig.* I, 1). Sempre e poi sempre un pubblico padrone Ha un servitore più padron di lui (Giusti, *Gingill.*). Recando libertà, recan catene, Ed infame e crudel più che il servaggio Fan la medesma libertà (Monti, *C. Gracco*, II, 7). Per farsi padroni, non aborrirono dal farsi schiavi (Botta, *St. d'It.* a. 1639). Talvolta il comandante è costretto di obbedire ai soldati (Manzoni, *Sp. Pr.* p. 144). Quella libertà che è piena di servitù (Rosmini, *St. dell'Amore*, p. 20). Giace nel fondo dell'anima di ciascuno una credenza fermissima di esser libero ancor là dove è il contrario (Id. *Antrop. Mor.*, p. 447). Ils sont contraints de demeurer libres (La Bruyère, *Car. Du cœur*. Cfr. Terenzio, *Andr.* IV, 1, 34: coactus tua voluntate es, e Shakesp., *Cor.* IV, 6: though we willingly consented to his banishment, yet it was against our will). Je veux la dictature avec la liberté (Houssaye, *L'Evangile*, in *Cent Sonn.*). J'ai soif de liberté, mais j admire mes fers (Id., *Henr. de passion.* ivi). Esclave de sa liberté (Cherbuliez, *Après fortune faite*, Paris 1896, p. 53. È reminiscenza della famosa sentenza di Robespierre: Je suis esclave de la liberté). Plus un homme est indépendent, plus il fait ce qu' il ne veut pas (Bismark, *Pensées*, p. 39) Un rey esclavo (Lope de V., *El Molino*, ecc. II, 18). Pero naci destinado A vivir libre y cautivo (Id. *La porfia*, I, 6). Oh qué cautiverio De gran libertad (S. Teresa, *Pues que nuestro*, ecc.). Obeying in commanding (Shakesp., *K. Henry* VIII, II, 4). We have power in ourselves to do it, but il is a power we have no power to do (Id. *Cor.* II, 3). Whence comes this restraint? From too much liberty (Id., *Meas. f. M.* I, 2). (I have) made glory base, and sovereignty a slave, Proud majesty a subject (Id., *K. Rich.* IV, 1). Kingly slaves (Shelley, *Rev. of. I.* 5). The king of kings, and yet the slave of slaves (Byron, *The age of br.*). I was a slave to my own subjects (Id. *Mar. Fal.* III, 2). The slaves Led by the monarch subject to his slaves (Id., *Sardan.* I, 1). And write on freedom's flag a despot's name (Moore, *The Fudge Fam.* 7). All men are free? No, not a single man .. All men, on the contrary, are born in subjection, and the most absolute subjection (Bentham,

Digitized by Google

lingue antiche o appartenenti a popoli meno civili, si scambiano i concetti e i nomi di « mandriano, pastore » e « re » (1).

A questo proposito è da osservarsi che il linguaggio accomuna l'azione bellica colle pacifiche operazioni del campo — due serie di concetti, cioè, che poeti ed economisti fanno a gara nel contrapporre — a cominciare appunto da questa stessa parola « campo » (« accampamento, campagna », e quel « campione », che denotò già il valoroso per eccellenza, ed è ora,

Decl. of rights Cfr. Rousseau, *Contr. Soc.*: l'homme est né libre, et pourtant il est das les fers). Es sind nicht alle frei, die ihrer Ketten spotten (Lessing, *Nathan*, IV, 4). All'was du hältst, davon bist du gehalten, Und wo du herrschest, bist du auch der Knecht (Grillparzer. *Entsagung*). Niemand ist mehr Sklave als der sich für frei hält, ohne es zu sein (Goethe, *Sprüche*. Cfr. Manz. *Incens.*: Pensate quanto strana deva parere quella parola « siate liberi » a uomini che si credono tali per eccellenza. Rispondono sdegnosi: *nemini servivimus usquam*, e voltano le spalle). — È della libertà e della schiavitù come della luce e dell'ombra: sono proporzionali l'una all'altra. « Un popolo che goda la libertà — dice il Guicciardini (*Ricordi*, Lanciano 1910, p. 188), quanto più la vuole usare tanto manco la gode, e tanto più cade o nella tirannide, o in un vivere che non è migliore che la tirannide». « Immense prison d'hommes libres » ha potuto definire Heine l'America (*De l' Allemagne*, pte VI), dove infatti il Presidente ha maggiori poteri che non avesse il Kaiser (si vedano dati curiosi in proposito presso A. Mosso, *La democrazia nella religione*, ecc. Milano 1901, pp. 190, 194, 319: a p. 190 è appunto detto: « dove è maggiore la libertà, è maggiore anche la tirannide »). « Anche la libertà ha il suo dispotismo » (Fr. Puccinotti, *Scr. ined.*, Urbino 1904, p. 192). L'antitesi stessa è finalmente un luogo comune in materia d'amore, « questo servo signor tanto protervo », come Dante lo chiama (*Conv.* V). Un personaggio plautino lamenta: « amor jubet Meo obedientem me esse servo liberum » (*Pers.* I, 3). « Dans notre sexe — dice un'eroina del Rousseau (*Emile*, IV, 2) — on n'achète la liberté que par l'esclavage ». E una della Sand (*Lélia*, I, 35): « je n'ai voulu être l'esclave — la maitresse comme on dit — de personne », sentenza che ricorda questa dello Stendhal (*Chartr.* 24): « vous êtes sa grande maitresse, c'est-à-dire sa petite servante ». Chi ama, si protesta della donna amata « et son esclave humble et son maitre » (Verlaine, *A la prine. Roukine*, in *Parall.* Cfr. A. Lumbroso: « Come altra volta in Italia si potesse essere ad un tempo servi e padroni d'Amore », in *Mem. Ital.*, ecc., Torino 1889, p. 77).

(1) Cfr. sanscr. *gōpáis* = *bubuleus-dominus-princeps-rex*. Per altri es. v. *Arch. f. slav. Phil.* 1912, p. 19. A questa evoluzione semantica corrisponde quella del gr. *αὐλή* (*αὔλιον*) e lat. *aula*, prima « cortile, ovile, stalla », poi « casa reale » e anche « potere ».

Digitized by Google

nel linguaggio postale, « senza valore »). « Combattere » e « lavorare la terra » s'incontrano nelle idee di scindere, ferire, colpire, tagliare, battere, abbattere. Senza accettare le fantasie del buon Pictet (II, 87 segg., e 220), sono della stessa famiglia voci come *arma*, *armentum*, *ars*, ed altre in più lingue denotanti « spada » e « aratro » (1).

Lavoro e combattimento suggeriscono i concetti di fortezza vigoria, valore, e simili. Anche qui il fenomeno si ripete. L'alb. *trim* = valoroso, coraggioso è della stessa rad. del gr. τέρην = « tener, qui facile atteritur ». Ma *trim* ha anche il signif. di « giovine uomo » che è nel sanscr. *tárua*, « giovanile, tenero » che risale pure alla stessa rad.; e a questa più voci fanno capo che denotano giovinezza o valore (2). È dunque il concetto di « giovinezza » che si sviluppa in due sensi contrari. Da una parte essa è per eccellenza l'*aetas florens*, *optima*, *firma*, *firmata* — cfr. p. es. Tacito, *Hist.* I, 22 — dall'altra è *imbellis*: « imbellis iuventae », dice Orazio (*C.* III, 2, 15), e Tacito stesso ha la frase: « pro iuventa et errore filii veniam precor » (*Ann.* I, 58), dove è inclusa l'idea di debolezza. Anzi la gagliardia giovanile è spesso contrapposta alla senile debolezza, come in questo passo di Floro: « senectus imperii quasi reddita iuventute reviruit » (*Epit. Liv.*, *praef.*). Alla sua volta il concetto di vecchiaia è suscettibile d'uno sdoppiamento analogo a quello di « giovinezza ». Così avviene, ad esempio, che nell'ant. it. « vecchio » ricorra nel senso di grande, forte (p. es. Pulci, *Morg.* XV, 54: E dette un vecchio colpo in sul terreno; XX, 51: Tanto ch'io ebbi una vecchia paura), che la voce *jyâ*, comune allo zendo e al sanscrito, in quella lingua

---

(1) Cfr. PRELLWITZ, s. σπάθη; WALDE, s. *seco*, *arma*, *armentum*, *ars* e *Z. f. v. Spr.* XLVI, 1914, 316 segg. Per altri es., v. FALK, s. *sigd.* e MÖLLER, p. 119.

(2) MEYER, s. *trim*. — Curiose sono due accezioni derivate dell'it. *tenero*, l'una morale e l'altra materiale, pressochè opposte a quelle normali di « cedente, molle, flessibile » (in senso proprio) e « dolce, mite, affettuoso » (in senso traslato). Si vedano rispettivamente questi due luoghi: « (era) vertudioso in molte cose, se non ch'era troppo *tenero* e stizzoso » (cioè: permaloso, suscettibile, che si adira per poco — G. Villani, VIII, 41). — « Lea avea gli occhi *teneri* (cioè: cisposi), ma Rachel era formosa e di bello aspetto » (Ant. vers. del Genesi, XXIX, cit. dallo Scarabelli, s. v.). — Anche l'ingl. *tender* ha il senso di « permaloso » accanto agli altri più frequenti. Detto del vento, equivale a « trying, sharp, biting », cioè proprio l'opposto di « tenerezza ».

Digitized by Google

significhi « passare, passar oltre, diventar vecchio, consumarsi », e in questa « sopraffare, sottomettere, opprimere » (1), e che ἀδρός valga tanto « forte » quanto « maturo », mentre lo stesso *maturo* equivale a « lasso, fiacco, floscio per indebolimento o stanchezza », ma, « detto di età, anni o simile », denota l'età, o altro, « in cui l'uomo ha conseguito, o conserva, il pieno e sicuro esercizio delle sue forze e facoltà ». Così la Crusca, che illustra i due sensi con luoghi di molti autori (s. v. — E similmente *maturare* denota sia « pigliar animo e vigore, compiere, condurre a perfezione », « ridurre q. c. [p. es. il letame] a vigoria », sia « fiaccare, affievolire ». « Melius, quo vetustius » si può dire con Plinio, *N. H.* XX, 1). Questa coppia enantiosemica ne genera un'altra: quella di « tardi » e « presto ». Specialmente nel linguaggio poetico, *maturo* sta per l'uno o per l'altro. Ricorre come sinon. di « prudente, circospetto », ma un « passo maturo » è un passo rapido. Così *maturamente* si trova usato e nel senso di « lentamente » e in quello di « in fretta ».

È un esempio tipico di quella — come la chiama un semantista già citato (De La Grasserie, *Du mouvement*, ecc., 502) — « filiation des idées, qui, de degré en degré, peuvent arriver au pôle opposé ». *Maturus*, egli dice, valse prima « mattiniero » (*matutinus*), poi « maturo »; poi « riflessivo, saggio, vecchio », passando per il significato di « affrettarsi ». Il frutto mattutino o del mattino della stagione, era frutto precoce, era maturo di buon'ora, era pronto, maturo al tempo stesso; ora quello che è maturo è ordinariamente vecchio. Per tal modo, la tal cosa « giovine » venne a considerarsi e a chiamarsi « vecchia », « se plaçant — conchiude — à l'antipode sémantique ». Sia questo o no per l'appunto il cammino dell'inversione semantica, questa era già rilevata da A. Gellio (X, 11, 2-4): « Mature nunc significat « propere » et « cito », contra ipsius verbi sententiam ». E cita da Nigidio: « mature est quod neque citius est neque serius, sed medium quiddam et temperatum est... Quoniam autem id quod non segniter fiebat, *mature* fieri dicebatur, progressa plurimum verbi significatio est, et non jam, quod non segnius, sed quod festinantius fit, id fieri *mature* dicitur; quando ea, quae praeter seri temporis modum properata sunt, *immatura* verius dicantur. Illud vero Nigidianum rei atque verbi temperamentum divus Augustus duobus grœcis verbis

(1) Cfr. I. Pizzi, in *Giorn. as.* 1893, p. 213.

Digitized by Google

elegantissime exprimebat. Nam et dicere in sermonibus et scribere in epistulis solitum esse aiunt: σπεῦδε βραδέως » (1).

Per tal maniera *maturus*, in quanto significa « precoce », collima, come fu osservato (*Z. f. vergl. Spr.* XXXV, 1899, p. 235), con *immaturus*, allo stesso modo che *tempestivus* — a cui è annesso il medesimo duplice significato di *maturus* — vale anche *intempestivus*, tanto che nella locuzione *tempestiva convicia* i m. s. lo sostituiscono talvolta con esso. Lo stesso avviene in ted. di *zeitig* e *unzeitig* (Ivi, p. 236); e più altre lingue ripetono da una medesima base voci per « presto, di buon'ora » e voci per « tardi » (2).

Maturus ci riconduce all'idea di « valore », poichè il ted. *tapfer* venne al signif. attuale di « valoroso » da quello originario (aat. *tapfar*) di « gravis, gravidus », « schwer, gewichtig », voci queste che ricorrono nei testi rispettivamente come versioni o come equivalenti di *maturus*. Il concetto di pesantezza (affine a quello di lentezza (3)) ha qui dunque generato quello di valore. In altri più casi questo si sviluppa dai concetti opposti, cioè di leggerezza, rapidità, ecc. Achille è il « piè veloce », πόδας ὠκύς, il tedesco stesso ha *bold* = « rapido » e « valoroso » (ingl. *bold.*, it. *baldo*) e *geschwind* = rapido, che è il got. *swinþs* = forte, robusto (4) Ma v'ha di

---

(1) Anche qui potremmo allegare gran copia di *oxymora*, a cominciar dal plautino: id actutum diu 'st (*Amph.* I, 3). Ci limitiamo a ricordare il « lento correr » del Petrarca, due proverbi in cui è parafrasato il latin. *festina lente:* multum tardabit, quicumque nimis properabit (Werner, op. cit., p. 50); most haste, worst speed; le sentenze di P. Siro: Etiam celeritas in desiderio mora est; Est cupiditati et ipsa tarda celeritas; Mora cogitationis diligentia est; Qui properat nimium, res absolvit serius, e qualche saggio dello Shakespeare: I did give that life Which she too early and too late hath spill'd (*Lucrece*). 'Tis so very late that we May call it early by and by (*Rom. a. J.*, III, 4). Too swift arrives as tardy as too slow (Ivi, II, 6). Wilful-slow (*Somn.* I.I). That « once », I see by your good father's speed. Will come on very slowly (*Wint. T.* V, 1). To be up after midnight, and to go to bed then, is early; so that, to go to bed after midnight, is to go to bed betimes (*Tw. Night*, III, 1).

(2) Walde, s. *matuta*. Cfr. lo scherzo di parole in Plauto (*Curc.* III, 1, 10): « Qui homo mature quæsivit pecuniam, Nisi eam mature parsit, mature esurit ».

(3) Cfr. il nostro studio in *Athenaeum* genn. 1918, sui *Rapporti logici e formali*, ecc. p. 24.

(4) Pindaro (*Pit.* X, 23) parla addirittura di un « valore » o di

Digitized by Google

più: il concetto intermedio tra « pesantezza » e « valore » è quello di « stabilità, saldezza » che è espresso appunto dal mat. *tapfer* (= fest, gedrungen, voll) e che si ritrova nel ted. *fest* e ingl. *fast* (= fermo, saldo, forte). Ora questo concetto di « fermezza » induce dall'altra parte le idee di impedimento a muoversi, di immobilità, di impotenza e infine di debolezza, cioè l'opposto di « fortezza ». Così *stanco* e *stancare* procedono dal lat. *stagnare* = arrestare, saldare, fortificare, donde *stagnatus* = « firmatus, munitus ». Insomma: stato e moto son comuni al forte e al debole, al coraggioso e al timido: l'uno tien fermo al cimento, o vi corre incontro; l'altro è inchiodato sul posto dallo stesso terrore, o se la dà a gambe (1).

Accanto a *tapfer*, il ted. ha *dreist* per indicare ardimento o valore. È il lat. *tristis*, essendo il signif. fondam. quello di « acuto », che è nel gr. δριμύς (Walde, s. *tristis*). Ma in altri casi, lo stesso stato d'animo è espresso con voce denotante l'opposto di « acuto », cioè « ottuso ». L'ingl. *dull* vale appunto « ottuso » e, in senso traslato, « triste, tetro ». *Dull* si dice anche per « stupido, sciocco » (cfr. *blunt* = « sciocco » e « ottuso »), nè più nè meno di *silly* che, all'opposto, disse in origine « felice » (è il ted. *selig* = beato; cfr. ags. *gesælig* e m. ted. *sêlich* = felice; è dalla rad. di ὅλος, *salvus*, *solidus*, *solari*). Di *dull*, *blunt* e *silly* è sinon. *daft* (a. ingl. *gedaefte*). Il signif. primitivo è *decens*, donde si sviluppò quello di « mild, gentle, meek », in cui talvolta ancora si usa, e infine l'attuale di « stupid, foolish ». Ma d'altra parte colui che si adatta o si acconcia — per es. a qualche ufficio o impegno — è pure capace, abile ad esso; e questa opposta accezione fu assunta dalla forma *deft* che vale appunto, oltre che « gentile, meek », anche « apt, skilful, dexterous ». Anzi, talvolta ciascuno dei

una « virtù » dei piedi: ποδῶν ἀρετά. Per altri esempi analoghi cfr. *Z. f. vergl. Spr.* 1904, p. 577; Falk, s. *snild*. Si possono ricordare i versi dell'Ariosto (XXXIX, 9):

> Chi sia tra i vili, e chi tra i più valenti
> In un atto medesimo si vede:
> Son tutti parimenti al correr lesti,
> Ma que' corrono innanzi, e indietro questi.

(1) « ... Neque me miser commovere possum prae formidine » (Plauto, *Amph.* I, 1) « Quando un uomo corre, i Somali dicono che egli è un vile ». (L. Reinisch, *Die Somali-Sprache*, I Wien, 1900, p. 250).

Digitized by Google

due allotropi si usa nell'accezione normale dell'altro, onde si ha l'equazione: sciocco, stupido = destro, abile (1).

Un altro concetto, quello di « durezza », presenta lo stesso sviluppo in sensi opposti. Al lat. *callum* fanno capo parole che indicano insensibilità, ottusità, e altre che denotano pratica, accortezza (2). E invero la durezza esclude da una parte l'elasticità, sia fisica che mentale; dall'altra chi « dura », o è « indurito » a un lavoro, deve esserne esperto. Ed è anche notevole che da « durezza » e da « mollezza » si derivi l'idea di « doppocaggine »: noi parliamo di uomini dalla « testa dura » e dal « cervello rammollito », e in ingl. *blockhead* (letter.: testa di blocco) è sinon. di *soft head* (testa soffice). Si cfr. l'it. *tenero*, che dice anche « sciocco » (3), e ciò che addietro si disse a proposito di *melenso* (p. 775).

Ma non poche delle voci che indicano sciocchezza, deficenza mentale sono altrimenti enantiosemiche. Deficienza implica, come la parola stessa denota, e come si accennò (v. p. 768), difetto, e perciò male, sia poi nel campo dell'intelligenza o in quello della morale. Di un valente si dice che ha una buona testa, o senz'altro che è « buono » nell'arte sua (*smild* vale in dan. « klug, schlau », in norv. « gut »; e cfr. ciò che si disse, p. 772, a prop. di *böse*). Ora non è men vero che « in tutte le lingue civili, antiche e moderne, le voci significanti bontà, significano bontà e sciocchezza, uomo da bene e uomo da poco ». Così il Leopardi (4), che altrove reca come esempi: « *εὐήθης, εὐήθεια, bonitas, bonus vir, bonhomme, bonhomie, dabben uomo, dabbenaggine*, ecc. », e aggiunge: « Mi ricordo che quando io imparavo il greco, incontrandomi in quel-

(1) Per gli esempi, rimandiamo ai grandi dizionari. Un caso parallelo si ha nel nome di *Bertoldo*, per il quale cfr. *Rom. Forsch.* XXIII, 405, e nell'it. *merlo*, di cui diremo nel capitolo seguente.

(2) Cfr. H. REICHELT, in *Z. f. e. Spr.* 1914, XLVI, p. 333.

(3) L'ingl. *tender* non solo non conosce questa accezione traslata di *tenero*, col quale pure si vide che ne ha in comune più altre; ma ne conosce una affatto apposta, quella cioè di « circumspect, considerate » sviluppatasi dall'idea di delicatezza, sottigliezza mentale.

(4) *Pens.* XLVI. Cfr. CX: « È curioso a vedere che quasi tutti gli uomini che vagliano molto hanno le maniere semplici, e che quasi sempre le maniere semplici sono prese per indizio di poco valore ». E già prima aveva sentenziato JUNIUS: « Good faith and folly have so long been received for synonimous terms, that the reverse of the proposition has grown into credit, and every villain fancies himself a man of abilities ».

Digitized by Google

l'*εὐήθης*, ecc., mi trovavo sempre imbarazzato, parendomi che siffatte parole suonassero lode, e non potendomi entrare in capo ch'elle si prendessero in mala parte, come pur richiedeva il testo » (*Zibaldone*, VII, 132).

Un altro nostro grande pensatore, il Rosmini, deplorava l'uso di chiamar « buono, innocente » colui che è semplice di senno e ignorante (1). Anche più si sarebbe adontato egli, il fondatore di quello che fu detto il « sistema della verità », se avesse saputo che il ted. *albern* = sciocco, risale a un vocabolo denotante appunto « vero », anzi « tutto vero » (aat. *alawâr* = verissimus; *alawâri* = benignus), e che in persiano la voce che vale « sincerità, onestà, candore » viene anche a dire « buaggine » (2).

Gli esempi sono numerosi. Ricordiamo come tipici il già cit. ingl. *silly* = « felice, buono » e poi « stupido » (e perciò anche, usato tra l'ironico e' il compassionevole, « infelice (3); lo scozz. *saikless* = innocente e (più tardi) sciocco; l'at. *schlecht* che, insieme a « bonus » (come si vide, p. 769), disse anche « simplex, idiota, imperitus » (p. es.: ein gut slecht einfeldig man), il ted. « ein guter Kerl », e l'it. *intero* che si usa — come il lat. *integer* e il doppione *integro* — nel senso di onesto, virtuoso (p. es. Dante *Purg.* XVII, 30), ma significa anche sciocco. Così in questo passo del *Principe* (c. XV) in cui il Machiavelli descrive per via d'antitesi due personaggi: « l'uno effeminato e pusillanime, l'altro feroce ed animoso; l'uno umano, l'altro superbo; l'uno lascivo, l'altro casto; l'uno *intero*, l'altro astuto ». E « sciocco, maldestro » e simili vale questo agg. in piemontese (*antrëgh*), e in altri dialetti, quali il milanese, il cremonese, il mantovano —. Del fatto in questione vi ha un esempio persino nell'assiro: cfr. *Z. d. deutsch. Morg. Ges.* 1911, LXV, p. 565.

Inversamente all'idea di vizio si accoppia quella di ca-

(1) *Galateo dei lett.* II, 16. — È tipico questo luogo del DESTOUSCHES: « Comment avez-vous pu si bien contrefaire l'innocent ayant autant d'esprit que vous en avez? » *Fausse Agn., III, 1*).

(2) Cfr. LADY SHIEL, *Life and Manners in Persia*, p. 24. La voce è *sedâkat*.

(3) Quest'ultimo significato ha assunto il corrispondente di *silly* in più lingue (cfr. FALK, s. *salig.*). Si noti anche che in tedesco *selig* si usa per denotare il defunto, nel senso di « beato „, in quanto si speri che sia passato a vita migliore; noi, compiangendolo, lo diciamo « povero ».

Digitized by Google

pacità, accortezza, valentia, cioè bontà intellettuale. Il ted. *böse* = cattivo è anche sinon. di « fein, gelehrt » (cfr. p. 771); l'ant. fr. *reisiè* = abile, è dal lat. *vitiatus* (1), ed è logicamente continuato dalla locuzione *avoir du vice* che vale « avoir l'espit ingénieux », « être fin » (Larchey, op. cit. p. 11; Littré s. v.), come l'ant. it. *malizia*. Dino Compagni (l. I) dice che Viero de' Cerchi soleva chiamare Corso Donati « l'asino di Porta », perchè era uomo bellissimo ma di poca malizia, nè di bel parlare ».

Ma v'ha di più: dalla stessa idea di « cattivo » se ne sviluppa un'altra, che è pure in fondo opposta all'idea di abile, valente, cioè quella di « infelice ». Esse si incontrano, ad esempio, nel gr. *πονηρός* e gr. mod. *ἀτυχός*, che valgono tanto « infelice » quanto « cattivo »; nello stesso it. *cattivo* (da *captivus*, donde il fr. *chétif*, misero e l'ingl. *caitiff*, furfante), *sciagurato*, *miserabile*, e probabilmente nell'ingl. *bad* = cattivo, se questa voce d'origine controversa è veramente da riportarsi all'a. ingl. *gebǽded* = forced, oppressed (cfr. *Engl. Stud.* VI, 9; VIII, 66).

Di questa evoluzione semantica si allegarono cause storiche e culturali. Certo è, per dirla ancora col Leopardi, che « tra gli antichi felicità e bontà si stimavano per lo più o sempre congiunte, e per contrario infelicità e malvagità » (*Zibaldone*, VII, 33). Forse, v'è sotto una ragione più generale e, se possiam dire, più umana. È quella accennata dallo Joubert, allorchè osserva: « Si l'on n'y prend garde, on est porté à condamner les malheureux » (*Pensées*, p. 123).

Si tratta, a ogni modo, come in molti dei casi allegati, di quel processo che tanta parte ha nel laboratorio linguistico — se ci si passa l'espressione metaforica — cioè nel coniar parole e nel fissarne e trasmutarne il valore, che si chiama appunto la metafora.

VI. — La metafora. Generalità.

Per la metafora — già osservava il Pott, prendendo il termine nel suo più ampio significato — si differenziano concetti uguali e si equiparano concetti diversi (2). E siccome —

(1) Cfr. Tobler, *Etymologisches*, Berlin 1904, p. 16. (Rendic. Acc. di Berlino, 27 ott. 1904), che reca qualche altro esempio. Si ricordi quel che già si disse di *vezzo* (p. 769).

(2) *Metaphern*, ecc. in *Z. f. vergl. Spr.* II, 102.

Digitized by Google

come pure fu osservato — « non si può concepire una direzione verso la quale non si possa fare un traslato » (1), ne consegue che, quando quella differenzazione sia massima, si ha enantiosemia. D'altra parte la funzione della metafora nel linguaggio è importantissima, tanto che si potè sostenere ogni vocabolo essere una metatora, e il linguaggio stesso null'altro che una tropologia (2).

Vi fu chi contestò la cosa. Un nostro celebrato antropologo, trattando incidentemente « il fatto che nelle lingue, specialmente antiche, le parole inchiudono sensi perfettamente contrari », afferma: « Non v'è metonimia nè tropo che possa spiegare perchè una lingua adoperi una parola per due significati perfettamente contrari, ma bisogna supporre che nel formularsi, nell'organarsi nel cervello un'idea nuova negativa, la prima a ricorrere alla mente sia l'idea positiva, e viceversa » (3).

L'asserzione è gratuita: molti degli esempi d'enantiosemia che abbiamo per l'addietro esposti sono appunto determinati da un traslato. Ma giova indagar qui meglio l'argomento, prendendo le mosse non dalla scienza del linguaggio, ma appunto dall'antropologia.

Nell'opera *Mental education in man* (p. 283), il Romanes riferisce la seguente osservazione, che Darwin fece sopra un suo nipotino e che egli stesso comunicò allo scrittore:

« Il bambino cominciando a parlare, chiamò le anitre *conac;* poi, per un'associazione speciale, chiamò anche l'acqua *conac*. Adoperò in seguito questo termine per designare tutti gli uccelli e insetti da una parte, tutte le sostanze liquide dall'altra. Finalmente chiamò *conac* tutte le monete, perchè aveva veduto un'aquila figurata in una moneta francese ». Come fissare un limite a tali serie di associazioni, ognuna delle quali ne suggerisce alla sua volta una o più altre indefinite? Ora, le molteplici analogie che psicologi e antropologi trovano tra la mentalità infantile e quella de' popoli primitivi, ci permettono di dedurre che la ingenua fantasia di questi abbia pro-

(1) WHITNEY, op. cit. p. 82.

(2) G. GERBER, *Die Sprache als Kunst*, Bromberg, 1871, p. 381.

(3) C. LOMBROSO, *Pazzi ed anomali, Saggi*. Città di Castello, 1890, p. 167 seg. Molto ingenuamente, per non dir altro, aggiunge il Lombroso che il fenomeno enantiosemico fu considerato fino a ieri come una « accidentale bizzarria »; fino a quando cioè fisiologi e psichiatri ebbero ad additarne le cause!!

Digitized by Google

ceduto, per quanto riguarda il linguaggio, in non dissimile maniera. Un nostro grande scrittore, che già abbiamo nominato (p. 713) fra i precursori delle scienze glottologiche, toccando del vocabolario ebraico in cui, come in quelli di altri idiomi orientali, « quasi ciascuna parola ha una selva di significati, e sovente disparatissimi e lontanissimi », osserva: « Così portava la vivezza dell'immaginazione orientale, che ravvicinava cose lontanissime e trovava rapporti astrusissimi, e vedeva somiglianze e analogie fra le cose più disparate » (LEOPARDI, *Pensieri*, vol. IV, p. 5). E un arabista invoca allo stesso proposito « die zügellose Phantasie des Orientalen, sein Hang sich... an Unmöglichkeiten zu ergötzen » (1). L'osservazione è frequente presso gli orientalisti. Sulla scorta dello Scerbo già rilevammo (p. 715 n. 3) « la varietà d'interpretazioni spesso cozzanti tra loro, e anco opposte l'una all'altra » in ebraico. Dell'arabo già il Peyron rilevava la « tanta notionum secum adversantium luxuries » (2). Del mongolo nota il Puini che è difficile « per la moltiplicità di significati che può avere una parola » (3), e del giapponese il Revon: « la langue japonaise est extrèmement vague et donne souvent lieu, pour un même passage, a toutes sortes d'interprétation » (4).

Nè c'è bisogno di spingerci fino all'oriente. La serie di associazioni per cui il bambino di Darwin giunse dal concetto di anitra al concetto di medaglia non è molto diversa da quella per cui, ad esempio, dal nome di *Berta*, frequente tra le donne degli odiati oppressori longobardi, l'italiano potè cavar voci ingiuriose (*berta*, donna adultera; *bertone*, becco, uomo tradito), nomi di animali (per « scimma », « gazza » e altri), verbi come *sbertare*, *berteggiare* (= schernire), *bertonare* e *sbertonare* = (tagliar capelli, scapitozzare alberi). Si pensi a sviluppi logici sul tipo del lat. *delirare* da *lira* = solco (letteralm.: uscir dal solco), dell'it. *trovare* da *turbare* (turbar le acque per pescarvi), del rum. *aflà* (sp. *hallar*, port. *achar*) = trovare, da *afflare*, cioè « soffiare » (raggiungere col fiato > toccare), di *bramare*, forma parallela di *bramire* (esprimente in origine il grido delle belve). e di tanti altri per cui sono etimologicamente accomunate voci denotanti le idee più remote, quali *toro* e *ristorante*, *fasto*, *fastigio* e *festuca*, *taverna* e *tabernacolo* — e non si troveranno meno strani o arditi di

(1) I. GOLDHIZER, *Muhamm. Studien*, Halle 1890, pte II, p. 292.
(2) *Lexicon ling. coptice*. Torino 1835, pp. XX.
(3) *Elem. d. grammat. mongol.*, Firenze 1878, p. VIII.
(4) *Anthol. de la littér. japon.* Paris 1910, p. 4.

Digitized by Google

quello, ad esempio, per cui le voci armene che dicono « minestra » e « inchiostro » fanno capo ad una stessa radice, indicante « liquido » (1).

E vi sono metafore nelle quali uno stesso concetto viene assunto a rappresentarne altri, tra loro opposti, e viceversa.

La metafora come fonte di enantiosemia.

Qualche esempio recammo già a proposito delle idee di vita e di morte (p. 751). Aggiungeremo qui che le due contrarie idee possono essere espresse con quella di moto. La vita è movimento: ma lo è anche la morte — pure essendo l'estrema quiete — in quanto è decesso, trapasso, mutamento di condizione (2). Altro concetto che implica vita è il calore; ma anche la fredda morte si può denominare da questo, attraverso le idee di « bruciare, languire, o dissolversi per calore » (cfr. FALK, s. *sulte* e MÖLLER, p. 247): il Clausius parla anzi di una *Wärme Tod*. (3). Un altro ancora è quello di « irrigidirsi »: esso è a base della rad. del ted. *sterben*, morire, e del lat. *strenuus*, ted. *stark*, forte e *streiten*, combattere, ecc. (cfr. FALK, s. *sterk*). Dall'idea di « cadere », affine a quella di morire (cfr. il biblico: *et cecidit flos*, nonchè il morire in battaglia, ecc.), si sviluppa anche quella di nascere (p. es. ted. *fallen* = cadere, ma anche = nascere, specialmente dei bruti; sottinteso: *ex utero*; cfr. franc. *mettre bas*) e da quella di « tagliare » (onde uccidere = dar morte tagliando) si giunge all'idea di « covare, nascere, partorire, uscire alla vita », attraverso il concetto di « aprirsi un varco (dall'alvo materno, dall'uovo », ecc. cfr. FALK, s. *kiper*). E i concetti di vita e di morte hanno senso identico nello speciale uso traslato di intensivi. A esempio, nel verso del noto componimento in cui Luis de León descrive l'anima sua tormentata

Con ansias vivas y mortal cuidado

(1) Cfr. *Giorn. soc. asiat.*, XXV, 1912, p. 33 — Un altro es. è quello rilevato dal Manzoni (*Op. ined.* IV, 370): « *Fatum*, che in origine non era altro che un participio passivo del verbo *fari*, dire, parlare, e significava, per conseguenza, un effetto, venne, con la più strana e spropositata metonimia, a significare, o per dir meglio, a far le viste di significare, una causa suprema ».

(2) Per esempi germ., cfr. M. LEXER, *M. H. D. Handwb.* Liepzig 1887, s. *verandern*, e per es. semit. MÖLLER p. 117.

(3) Cfr. S. ARRHENIUS, *Il divenire dei mondi*, vers. it. Milano 1914, p. VII.

Digitized by Google

i due aggettivi potrebbero, salvo la metrica, essere sostituiti l'uno all'altro, senza che il concetto mutasse punto. Quegli che è preso da vivissimo amore noi diciamo essere innamorato morto). Nelle locuzioni ingl. *dead pull*, *d. strain*, *dead* (= morto) denota il massimo sforzo richiesto per muovere un corpo, mentre noi diciamo « forza viva » e « di viva forza ». *At dead of night* (= cuor della notte) è veramente quella parte della notte in cui essa è più intensa e vitale (1).

« La règle des oppositions — osserva un trattista sul simbolismo dei colori — est commune à la langue des couleurs ét à tous les symboles en général: elle leur attribue la signification opposée à celle qu'elles possèdent directement » (2). Ai molti esempi da lui citati aggiungeremo quello del rosso nell'antica India e in Cina rispettivamente. Per gli indiani simboleggia la morte, essendo il colore del sangue; di fiori rossi eran fatte le corone mortuarie, e di rosso vestiti i condannati (Oldenberg, op. cit. p. 182). A cagione della sua vivacità, il rosso è invece per i Cinesi il colore della gioia e dell'amore; onde *hoüngcheull*, letteralm. « rossa cosa » vale « nozze », mentre *paîcheull* = « bianca cosa » significa « funerale » (Boucher *Chinois parlé* cit. p. 35). In Grecia, tanto il nero quanto il bianco erano i colori del lutto (3). Ma anche fuori del simbolo, l'opposizione è frequente nel campo dei colori, specialmente per ciò che riguarda la significazione metaforica. Per limitarci a un solo di essi, il verde (di rosso, bianco e nero già si toccò: v. p. 783 segg.), ricorderemo l'ar. *abdar*, che designa insieme e questo colore e l'oscuro, e che perciò si presta alle applicazioni più disparate, potendosi dire sia di un albero sia d'una mula, della notte come d'una folla vista in lontananza (4).

Non abbiamo qui ancora gli estremi dell'enantiosemia; ma si hanno nell'ingl. *green*. La qualità di essere « nuovo, recente », che in tutte le lingue si associa a « verde », porta in ingl. a quella di « recentemente uscito di malattia », onde *green* si disse già la puerpera e anche — nella frase *green in earth* — il morto, e tuttora vale « putrido », parlandosi di

(1) A proposito di *dead* è a notarsi che, accanto a questo valore di intensività e assolutezza, esso ne ha un altro affatto contrario, in quanto vale come *ineffectual*, *inactive*.

(2) F. Portal, *Des couleurs symboliques*, ecc. Paris 1837, p. 32.

(3) A. De Marchi, *Gli Elleni*, p. 269.

(4) G. Meloni, *Alc. rifless. intorno alle simil. dei Sem.*, in *Giorn. d. soc. As.*, vol. XXIV, p. 179.

Digitized by Google

sostanze (p. es. della carne) la cui superficie presenti questo colore quando imputridiscono (cfr. anche *green sickness*, clorosi). Ma il verde è pure il colore della giovinezza, e perciò *green* si usa nel senso di fresco, vivace, vitale, e il sost. *greeness* è sinon. di *youthfulness*, *vigour*, *virility*.

Lo stesso è del suo corrispondente nelle lingue nordiche. Tra le applicazioni figurate del norv. *grøn* (sved. *grön*) son quelle di « bontà, utilità, favore » e simili: il verde è il colore dei prati, spiega il Falk (s. v.). Ma è anche, aggiunge, il colore del fiele, e perciò *grøn* denota anche sdegno, contrarietà, ecc. Si ricordi il shakesperiano *greeneyed monster*, la gelosia.

Ad analoghi sdoppiamenti ideologici si prestano altri colori: aggiungeremo solo l'esempio del bianco, che si trova in qualche lingua associato al nome di quella infermità, che è oscurità e tenebra. Si contestò l'etimologia *aveugle* da *alb-oculus* (1); ma non sarebbe, a ogni modo, un caso isolato (2).

Nella prima stesura del suo romanzo (*Gli Sposi Prom.* p. 39), il Manzoni faceva gridare a Fermo (Renzo), nella sua sfuriata contro don Abbondio: « Mi si è aperta la vista »; e tra parentesi aggiunge: « Un toscano avrebbe detto: non vedo più lume ». Son due opposte metafore che dicon lo stesso. Di certi discorsi e argomenti che mal si tengono e si trattano in presenza dei pusilli, diciamo che sono *scabrosi;* ma son detti anche *lubrici*, cioè lisci, sdrucciolevoli, che è il contrario di scabro. L'azione di « cucire » è opposta a quella di « tagliare »: ma dall'una e dall'altra si denomina il sarto (lat. *sutor*, franc. *tailleur*, ecc.). Le nostre nutrici « svezzano », a tempo debito, il lattante dal seno; le inglesi lo « avvezzano » (*to wean* < ags. *wenian* = avvezzare, ted. *gewöhnen*, ecc.) ad altro cibo che non sia il latte. Sono ancora due metafore contrarie, che

(1) E. Herzog, in *Z. f. rom. Ph.* XXVI, 1902, p. 733. Altri, quali il Meyer-Lübke e il Wartburg (*Die Ausdrücke*, ecc. p. 423), proposero un (*racnus est*) *ab oculis*.

(2) Per voci denotanti cecità che fanno capo rispettivamente a « bianco » o a « oscuro », cfr. Möller, pp. 183 seg. e 26. Noteremo qui che la candida neve è associata a voci indicanti sterco e orina, in quanto la neve si consideri e si nomini come secrezione delle nubi (Möller, p. 185). Così uno dei più belli tra i fenomeni celesti, le stelle filanti, a cui presso più d'un popolo si riconnettono graziose leggende (cfr. p. es. J. Grimm, *Deutsche Mythol.* 1843, p. 685), son dette in qualche lingua « deiezioni » degli dei, od « orine » delle stelle (A. Humboldt *Kosmos*. pte. I).

Digitized by Google

vengono a dire lo stesso. Se ci parlano di « acque che cadono », noi pensiamo a una cascata o alla pioggia: in inglese si può trattare di acque che diminuiscono (1). Ancora in ingl. la locuzione *in no time* vale in fretta, in un attimo: è il « senza tempo » dei nostri antichi scrittori (p. es. fra Giordano, cit. dal Fanfani, s. *tempo*: « questo lavamento adopera subito, quasi senza tempo »). Ma quando Dante chiama l'aria infernale « senza tempo tinta » (*Inf.* III, 29), vuol dire per l'appunto il contrario: perpetuamente, eternamente (2) « Sta, come torre, fermo » ha ancora Dante (*Purg.* V, 14); ma l'idea di moto è la base di « torre » in quelle voci in cui si ha l'immistione di (franc.) *tour*, *tourner* (giro, girare) col lat. *turris* (p. es. franc. *tour*, *tourelle*, dan. *taarn*, ecc. = « turris in qua per circuitum ascenditur ». Cfr. FALK, s. *taarn*). Così da una rad. indicante moto, *nu* (lat. *nuo*, ecc.) si venne in più lingue a esprimere un'azione di stato, qual è quella di « dormire » attraverso i concetti di oscillare, dondolare e sonnecchiare (3). E a « dormire » si venne attraverso « scuotere, cullare, addormentare », mentre lo stesso « scuotere » conduce direttamente al contrario « svegliare » (FALK, s. *huske*).

La rugiada è per i nostri poeti simbolo di ricreamento e di conforto (basti per tutti l'esempio manzoniano: « Come rugiada al cespite...»): presso i poeti giapponesi essa è associata all'idea di dolore, perchè ricorda le lagrime (4). E « ricrearsi », « divertirsi » si esprime in più lingue coll'immagine di « accorciare il tempo » (ted. *Kurzweile*, *sich kurzweilen*, ecc. cfr. *Langeweile*, noia; scozz. *to short*, divertire; *shortsome*, divertente; cfr. *longsome*, noioso; ingl. *merry*,

(1) Ecco un recentissimo esempio. Un collaboratore dell'americano *Century* (marzo 1918, p. 651) scrive, a proposito della nostra ritirata sal Piave: « To meet this second shock on the Tagliamento was not possible. The river itself quickly became, as the rain stopped and the waters fell, too easily traversable an obstacle to be worth fortifying ». La traduzione letterale — « il fiume divenne troppo facilmente traversabile, perchè la pioggia cessò e le acque caddero » — sarebbe un controsenso.

(2) Un terzo valore del traslato stesso è nel cin. *pou-chéu* = pas temps, pas à temps fixé, de temps en temps, par intervalles. Tra i controsensi appunto lo registra il WIEGER, *Langue écrite*, p. 38.

(3) Cfr. il cit. nostro studio in *Athenaeum*. p. 33, n. 2. MÖLLER op. cit. p. 175.

(4) Cfr. ASTON, l. III, c. 3. — Nell'idioma d'una tribù americana, essa è detta « orina delle stelle ».

Digitized by Google

mirth: v. WALDE, s. *murcus*); ma in altre coll'opposta immagine di « indugiare, trattenere » (it. *trattenimento;* got. *latjan*, at. *lezjan*, *lezen:* mt. *letzen* = trattenere, impedire: ma al rifless. = ricrearsi, dilettarsi) (1). Con due contrari traslati esprime l'ingl. il concetto di lavoro intenso: *to moil* (lat. *mollis*, franc. *mouiller*, ecc. = ammollare, > bagnare >, > sudare, > lavorare intensamente) e *to work hard* (*hard* = duro, ted. *hart*, ecc.). In linguaggio metaforico, *lavar la testa*, *dare una lavata di testa* vale rimproverare. In spagn. l'immagine ha un'applicazione al tutto contraria: *alabar* = lodare è probabilmente derivato da una forma dialett. *labar* = lavare; *lavar la cara* dice « adulare », un *lavacaras* è un adulatore (2).

La foresta, in quanto consta d'una moltitudine di alberi, è spesso usata come immagine di pluralità, copia, abbondanza, da Cicerone che parla di « magna exemplorum silva » a Verlaine che d'una chioma femminile dice che « spaventerebbe una foresta »; ma in quanto è luogo solingo e disabitato, denota anche solitudine (uomo, luogo selvatico, e simili). Chi non abbia famigliarità colla letteratura indiana, quando legge di questa o di quella persona a cui « si rizzano i peli », pensa a Dante che appunto si sentì « arricciar li peli Per la paura » dei diavoli (*Inf.* XXIII, 19); invece quel fatto fisiologico è normalmente ricordato come segno di intenso piacere, e in particolare del piacere prodotto dall'azione amorosa. Pure in sanscrito *prèta* è il defunto, letteralmente « colui che è partito »; ma vale anche « fantasma ». Il francese, all'opposto chiama questo « le revenant », cioè quello che ritorna. Presso gli antichi indiani la colomba, sia per il color bruno delle penne, sia per il grido lamentoso, è uccello di sventura, di morte (3); la letteratura moderna ne ha fatto, per la sua grande prolificità — « lascivious turtles », dice lo Shakespeare (*Merry W.* II, 1, 82) — il simbolo dell'amore e della vita.

(1) Con queste voci vanno il got. *lats* e l'ags. *lat*, che dicono « pigro » (cfr. lat. *lassus*). Ma lo stesso concetto è espresso anche dal ted. *faul*, ags. *fūl*, ingl. *foul*, che valgono marcio, cattivo, ripugnante. Così all'idea di pigrizia si giunge dagli opposti concetti: di piacere e di dispiacere.

(2) Cfr. *Z. f. rom. Ph.* 1907, p. 279.

(3) Cfr. O. SCHRADER, *Sprach.* II, 2, p. 141. La colomba figura anche sulle tombe romane, forse, argomenta il DE MARCHI (*Le ant. epigr. di Milano*, Milano 1917, p. 108), perchè si associava alla quiete del sepolcro.

Digitized by Google

Per la stessa ragione, presso gli antichi egizi l'avoltoio era l'emblema della maternità e designava ideograficamente il concetto di « direzione, difesa » (1): da noi indica la rapina e la strage. Presso uno stesso popolo anzi, il giapponese, un altro uccello, il cuculo, adombra le due opposte cose: da una parte è salutato come il nunzio della vita de' campi, perchè appare quando si riprende il lavoro delle risaie; dall'altra il suo canto triste è augurio di morte (2). Gli antichi egizii raffiguravano nella penna di struzzo la giustizia (forse in base alla credenza che le penne di questo uccello fossero tutte eguali) (3); noi, con traslato quasi opposto, abbiam fatto della penna l'immagine dell'incostanza. È stata spesso allegata come una stranezza del costume giapponese di paragonare un uomo all'orso (4); ma non sembra più strano di qualche similitudine, pur tanto ammirata, che ricorre nei poemi omerici. Due valorosi che portano il cadavere d'un eroe sono assomigliati nell'Iliade (c. XVII) a « due muli di robusta lena »: e nello stesso poema (c. XI) si paragona Aiace, costretto a ritirarsi davanti alla turba dei nemici, ad un asino che, trovato a mangiare in un campo di biade, è preso a legnate da uno stuolo di fanciulli. (Qui non vale la ragione, invocata per altri casi analoghi, essere l'asino un animale mistico (5)). Per questa parte almeno, i canti di Ossian sono davvero omerici. Il valorosissimo Fingal si avanza alla pugna « come il cervo del deserto » (6). « Scimmia » e « scimiottare » sono termini improbativi; ma il cin. *ts'ièn*, che dall'accezione primitiva di « sollevarsi arrampicandosi » è passato a quella di « innalzarsi, progredire, avanzare », è rappresentato da un carattere che consta di una testa e quattro mani, ispirato appunto dalla

(1) Cfr. CHAMPOLLION, *Gramm. égypt.* Paris 1836, p. 359. Nella religione zenda lo sparviero è annoverato tra le « creature del bene », e rappresenta talvolta Ormazd, perchè l'uccello di preda che piomba con volo potente è immagine del dio che si muove nel lampo (DARMESTETER, *Ormazd et Ahriman*, Paris 1877 p. 286).

(2) BEVON, op. cit. pp. 259, 436.

(3) E. CLODD, *Hist. of the Alphabet*, c. VI; CHAMPOLLION, l. cit. Pure in egizio, il segno rappresentante lo scroto vale prezzo, ricompensa, valore, perchè ha la forma di borsa (E. DE BOUGÉ, *Chrestom. égypt.* Paris 1867, p. 74). Non occore ricordare il concetto dispregiativo che le lingue moderne associano a questa parte del corpo.

(4) I. BIRD, *Unbeaten tracks in Japan*. London 1880. II, p. 97.

(5) L. CERRATO, *Le Odi di Pindaro*, Sestri P., 1918 p. 430.

(6) La similitudine è ripetuta in almeno due luoghi: *Carric-Thura* e *Carthon*.

Digitized by Google

scimmia (1). Anche nell'ant. it., del resto, il nome di questo animale era giunto, per altra via, allo stesso significato. Il Capocchio di Dante si vanta d'essere stato « di natura buona scimmia » (*Inf.* XXIX, 139). Fil. Villani, nella vita di Giotto, lo esalta come « scimia della natura », e in quella di Coluccio Salutati scrive che costui « nel testo della prosa ha già acquistato tanta dignità, che meritamente si può nominare scimia di Cicerone ». Al nome per scimmia fanno capo in più parlate nomi e agg. indicanti rispettivamente grazia, bellezza, furberia, e bruttezza, sciocchezza. Lo stesso è avvenuto del gatto: non soltanto il suo nome è stato assunto a designare la sua preda abituale, cioè il topo, e viceversa — al modo stesso con cui in più idiomi si confondono, e talvolta s'identificano, i nomi dei birbanti e quelli che dan loro la caccia (2) — ma ha dato anche più vocaboli denotanti gli una tristezza, gli altri allegria (3).

Già dicemmo (p. 766) di *monna* = scimmia, di *madonna* e anche di *manza* (forma abbreviata di *amanza*, donde forse venne *smanceria*, attraverso a *smanziere*, uomo galante) che, per curiosa coincidenza, è voce identica a quella che è succedanea di « vacca » (4). « Ove va' tu, manza mia cara? » dice ser Giovanni da Prato (nella novella omonima di Gentile Sermini) alla sua donna Baldina; e nel dialogo tra Amore e Madonna di Lapo Gianni, Amore chiede « mercede alla sua manza ». Ma in arabo una stessa voce dice effettivamente tanto « donna » quanto « vacca » (cfr. Möller op. cit. p. 95, s. *gu-n-*), come il sanscr. *ragâ* significa la « femmina dell'elefante e del toro » e l'« amata », e l'Ascoli vi ricondusse il lat. *uxor*, moglie 5).

(1) Wieger *Rudiments*, p. 168.

(2) A. Vitu, *Le jargon du XVe siècle*, Paris 1884. p. 447. Scambi analoghi sono frequenti. L'it. ant. usa *prigioniere* nel senso di "carceriere"; *parrocchiano* per "parroco", ecc.

(3) L. Sainéan, *La création métaphorique en franç. et en roman*, ecc. Halle 1905 (*Beihefte z. Z. f. rom. Ph.* I, pp. 20, 77, 92).

(4) Pag. 766, nota. Il Fanfani metteva insieme *manza*, femminile di *manzo*, e *manza*, amorosa, di che lo riprendeva il Flechia (*Arch. Glott.* II, p. 361). — A proposito di donna e di animali, è noto che essa è sovente, nella letteratura rabbinica, paragonata al pesce, perchè questo è molto prolifico. (Cfr. *Rev. des étud. juiv.* 1 genn. 1910, p. 39). D'altra parte noi diciamo: « muto come un pesce », e la donna è più loquace dell'uomo.

(5) *Z. f. vergl. Lit. gesch.* XIII. 157 seg. — È pure dell' Ascoli l'osservazione a proposito di *sampiâ* dei dial. grigioni per « campanella delle vacche ». « Son campanelli armoniosi quelli degli armenti

Digitized by Google

La voce stessa per « vacca », a cui va annesso un senso oltraggioso tra noi, suona presso più popoli antichi e moderni altissima lode e pregio insigne. « « *U ba gnuol diang!* » = siete figli d'una vacca, è il complimento più sviscerato che possano fare gli Scilluk — ci informa un missionario, collaboratore della *Nigrizia* (genn. 1910, p. 16), — *diang* (vacca) è il titolo più onorifico che si dà alla regina ». Un'altro (ivi, febbr. 1914, p. 25) riferendo l'entrata trionfale fatta da lui e da' suoi compagni in un villaggio dell'Uganda, narra che fu accolto col grido *diang! diang! diang!*: « quel nome — aggiunge — non si dà che ai grandi benefattori ». L'esaltazione della vacca è uno dei motivi più frequenti nella letteratura sacra e profana dell'India antica. « Eccelsa tra i quadrupedi è la vacca » (*Mahāb.* I., vers. PAVOLINI, p. 33); si parla di « vacche della legge »; le preghiere sono spesso adombrate sotto lo stesso nome, la dea Çri « ha eletto la sua dimora nello sterco delle vacche » (ivi, XIII, p. 238); più altre dee o son vacche, o esitano tra la forma di vacca e quella di femmina, e i loro figli son detti « figli della vacca » (OLDENBERG, op. cit. p. 60); la madre di Rāma è seguita da lui « come una vacca affettuosa dal suo vitello » (*Rāmāy.*, vers. GORRESIO, I, 244); quando lo vede ritornare essa si rallegra « per grande affetto, come in vedere il giovenco di cui stava in pena s'allegra la vacca » (ivi I, 191).

Nell'ant. e mod. italiano, un *merlo* è un balordo, un sempliciotto; in franc., all'opposto, *un fin merle* si dice di « un homme adroit, drôle, fin », ed è anzi termine di paragone per indicare scaltrezza: « rusé comme un merle ». Questo significato ricorre anzi in qualche dial. italiano, come nel genovese, che chiama *merlo* un « uomo furbo, accorto ». — « « *El se un merlòto* » = non si lascia ingannare facilmente » Così G. Bonelli (1), il quale osserva: « I merli sono astutissimi, e dalla vista molto acuta, l'opposto di quello che significa negli altri dialetti e in italiano. E sarebbe certo interessante spiegare come mai il nome di cotale uccello abbia potuto, così a torto, venire assunto quale sinonimo di minchione, e come, in pari

svizzeri. Tuttavolta, abbiamo una distanza davvero epigrammatica tra « la dolce sinfonia di paradiso » che suona sì devota (*Par.* XXI, 59-60) e questa che viene dai battagli, per le pigre scosse del collo delle mucche! » (*Arch. Glott.* XIV, p. 346).

(1) *I nomi degli uccelli*, ecc., in *St. di fil. rom.* IX, p. 444.

Digitized by Google

tempo, siasi, quasi nella sola Genova, conservato il valore che ben gli spetta ».

Pare, aggiunge il Bonelli, che anche a Siena e in qualche altra località toscana, *merlo* sia sinonimo « di persona furba ». F. Angiolini (*Vocab. Milan.* Torino 1897, s. v.) ha infatti: « Noi lo diciamo ad un uomo sciocco, semplicione, babbeo, mentre i Toscani lo dicono di persona assai maliziosa e furba ». Anzi in qualche parlata si ritrovano le due opposte accezioni, l'una accanto all'altra. « *Merlo* — dice C. Zalli nel suo *Dizion. Piemontese* (Carmagnola 1830, s. v.) = accorto, astuto, *callidus*, *sagax*, *cautus*.... Vale anche il contrario: baggeo, minchione, melenso, balordo ». E V. di Sant'Albino (*Gran Diz. Piem.-Ital.*, Torino 1859, s. v.): « *Merlo:* dicesi talvolta in senso ironico ad uomo scaltrito, accorto... Si dice altresì in significato affatto opposto, e vale merlotto, babbione, alocco, baggiano ». Il senso ironico sarebbe invece, secondo il Bonelli (l. cit. p. 454), nella seconda e più comune accezione: « sarebbe — dice — un esempio di più di quelle tante esagerazioni che per ironia significano l'opposto di quanto dicono (come ad es. vali un Perù, sei un Raffaello) ».

Non credo che si tratti qui d'ironia: molto probabilmente, come mi suggerisce l'illustre prof. Guarnerio, occorrerebbe anche tener conto dell'antica e diffusa tradizione popolare della merla, ricordata anche da Dante (*Purg.* XIII, 123): indagine certo interessante, ma che ci dilungherebbe troppo dal nostro argomento. Il Littré (s. v.) così spiega la locuzione: « fin merle »: « locution qui vient de la défiance qui a le merle des pièges et des chasseurs ». Un riscontro al merlo è l'upupa, che è a volta a volta considerata come uccello sciocco, e « famoso di intelligenza e sagacia », e che avrebbe dato al franc. (*huppe*) la voce *dupe* (1).

« Lavorare come un cane », diciamo noi; l'inglese oltre a questa immagine (to work like a dog), ha quella opposta: *as idle as a dog* = ozioso come un cane. Una « voce da cane » è per noi il peggio che si possa dire d'un cantante; ma *chien* nel gergo parigino indica, o indicò fino a pochi anni fa, « feu, flaire artistique ou littéraire ». Così il Larchey (op. cit. s. v.), che allega questo passo d'uno scrittore *boulevardier*: « X.

(1) Vitu, op. cit. p. 259. Altre etim. proposte per *dupe* sono: *doubler*, il lat. *duplicitas* e il ted. *Dieb.* All'oca che, come il merlo, serve a denotare uno sciocco, si attribuiva dagli antichi « sapientiæ intellectus », secondo ci informa Plinio (*N. H.* X, 26).

Digitized by Google

disait de M.lle Honorin qu'elle a du chien dans la voix — Du chien, fit Z., c'est trop peu dire.... c'est une meute!».

A proposito di questo animale, G. Meloni dopo aver notato che i poeti arabi, quando descrivono una notte di freddo, ricordano i cani che guaiscono, allega il franc. «froid de chiens» e l'it. «freddo da cani», e aggiunge: «Non pare che i cani siano sempre gl' animali più coraggiosi dinanzi al freddo» (1). Al che si potrebbe osservare essere i cani delle regioni iperboree, al freddo resistentissimi; ma forse è qui in giuoco la duplice funzione logica, che già abbiamo illustrata, del verbo *soffrire*, Un «freddo da cani» può essere tanto un freddo a cui solo i cani posson reggere, quanto un freddo al quale i cani soccombono.

Caldo e freddo, fuoco e acqua.

E veniamo appunto al freddo e al suo contrario, e alle coppie affini «acqua e fuoco», «bagnare e bruciare», ecc. Una voce sinonimica di freddo (sebbene da tutt'altra radice) è *fresco*. Noi l'applichiamo al pane appena uscito dal forno, cioè proprio quando è caldo; Dante chiama «arsura fresca» le falde di fuoco che piovono su certi dannati (*Inf.* XIV, 42), e «fresca» (fresh) è sempre in ingl. l'acqua dolce, anche se bollente. E parliamo di «rinfreschi» e di «rinfrescare» lo stomaco (l'it. ant. diceva anzi «refrigerare») (2); ma diciamo anche, nello stesso caso, con opposta metafora, «rifocillare», che è del lat. *focillare* = riscaldare; e in più idiomi il pasto si denomina da voci indicanti «freddo» e «caldo» rispettivamente, a seconda che la metonimia si faccia dal bere o dal mangiare (3). Invero l'azione di ravvivare, ricreare può essere compiuta e dal caldo e dal freddo, e ripete perciò il suo nome da questo o da quello. Più vocaboli che la designano fanno capo a voci indicanti «spruzzare, inumidire» (4), mentre il gr. *lairo* = tepefacio, calefacio, vale anche «ristorare» e si dice perciò anche delle erbe che sono bagnate e ricreate dalla pioggia o dalla rugiada. Si aggiunga l'it. *scal-*

(1) *Alcune similitudini*, ecc. in *Giorn. soc. asiat.*, XXIII, 1910, p. 264.

(2) Nei *Fioretti di S. Francesco* (ediz. di Firenze, 1860, p. 309) si parla di certi frati famelici che vengono «refrigerati e confortati» dai loro confratelli.

(3) V. esempi presso HERZOG, op. cit., pp. 39, 71, 97.

(4) Cfr. *Z. f. vergl. Spr.* XIX, p. 245.

Digitized by Google

μανα (affine a *καίω* = ardeo, *καῦμα* = calor, aestus) che vale propriamente « raffreddamento », poi « malattia cagionata dal raffreddarsi subito dopo essersi riscaldato », e, per traslato, « affaccendamento caloroso »; mentre « pigliar la sc. » e « scalmanare » dicono senza più « affocarsi » (1).

Con altro traslato, ci avviene di dire e di scrivere: « se dura questo caldo, stiamo freschi! » Uno stilista contemporaneo cita questa frase tra le « goffaggini », come le chiama, « che non è raro cogliere ne' discorsi, anche di persone abbastanza istruite » (2). Piuttosto, sarebbe da osservare che questa immagine metaforica dello « star freschi » è equivalente per il senso a quella presa dalla contraria azione di « bruciare » o « scottare ». « Che a Parigi si paghi un sorbetto 32 soldi e mezzo di Milano — scrive il Raiberti — è cosa che nel suo gelo scotta » (3).

Simili incontri si hanno in altre lingue. L'inglese chiama una speciale pesca del salmone, fatta di notte alla luce delle torce, « ardere l'acqua » (4); il verbo *to bask*, oltre al significato di « bagnarsi » che è proprio di *to bath* a cui è affine (in qualche dialetto, il partic. sostant. vale addirittura « a drenching in a heavy shower » (5)), ha anche quello di « esporsi al caldo, soleggiarsi », specialmente nella frase *to bask in the sun*; *to chill* gelare, è usato in più parti dell'isola nel senso di « intiepidire » (6). *To bask* ricorda la duplice

(1) Cfr. PIERI, in *Misc. ling. in onore di G. Ascoli*, Torino, 1901.

(2) A. DE' GUARINONI, *Insegnam. prat. della letter. it.* Milano, 1907, p. 45. Ecco gli altri es. da lui recati: « Questa *pioggia* mi *secca*. È un buon uomo, ma ha un *debole* molto *forte* pel vino. *Aspettatemi*: vengo *subito* ».

(3) *Il viaggio d'un ignorante*, Milano 1857, p. 22. — Probabilmente il medico-poeta non sapeva ciò che riferisce G. E. LEWES: « Nella China si usa *cuocere* il gelato: si inforna rinchiuso in una crosta di finissima pasticceria; la crosta è presto cotta, si mangia così questa caldissima e il gelato freddissimo » (*Fisiologia*, Firenze 1873, vol. I, p. 362).

(4) *Burning the water*. Cfr. LOCKHART, *Vita di W. Scott*, IV.

(5) *The Vocabulary of East Anglia by* R. FORBY, London, 1830, s. v.

(6) J. WRIGHT, *The Engl. Dialect Dict.*, s. v. « To take off extreme coldness from any sort of beverage by placing it near the fire in frosty weather ». P. es.: « Do you like your beer being chilled? » (FORBY op. cit. s. v.). Cfr. il sicil. *sciammarári* = « infondere nella acqua la biancheria sporca per farne la prima lavatura », che si vuol derivato da una voce araba per « sole », perchè al sole si espone poi la biancheria. (Cfr. D'ALEPPO, s. v.)

Digitized by Google

denominazione che nel gergo soldatesco francese ha la zuppa: « la bouillante » e « la mouillante »: mentre la bottiglia è « la chandelle » (LARCHEY, s. v.); *allumé* si chiama chi è vicino a quello stato d'ubriachezza da noi detto « fracido » e *suage*, *faire suer* son detti per « assassino », « assassinare », con metafora opposta a quella che è nel nostro « freddare ».

Ma in ben altri modi il linguaggio « mescola — per usar la frase enniana — il caldo al freddo » (1). Fu da tempo illustrata la somiglianza anzi, in qualche caso, l'identità di etimi indicanti « freddo » e « gelo », « caldo » e « fuoco » rispettivamente. Già il Pott (2) derivava l'aat. *frost*, *friusan* (ted. *frieren*, ingl. *to freeze*, gelare, ecc.) dalla rad. sanscr. *prush*, *plush* = bruciare, a cui pure si connettono lat. *fax*, *facula*, *prurigo*, gr. πυρσός, πυῤῥός *rutilus* e πῦρ = fuoco. Affine alla rad. che ha dato *caleo*, *calidus* ecc. è quella donde provennero una serie di voci indicanti « freddo, inverno, brina » e simili. Basti ricordare ted. *kalt*, ingl. *cold* (< *gelidus*) e l'it. *caldo* (3). Qualche glottologo considera anzi come derivati da un'identica rad. l'ol. *hal* gelo, il lit. *szalù* gelare, e il lat. *caleo*, l'ags. *halôjan* ardere e il lit. *szilti* riscaldarsi (FALK, s. *haalke*). Un riscontro si ha nell'ags. *swelan* = bruciare lentamente, accanto al dan. *sval* = fresco (e in ant. dan. = freddo, significato che *sval* ha tuttora nel norveg. dialett. [FALK, s. *sval*)]. Similmente, per le serie *frost* e *prurigo* si propose una rad. (**preus*) coi due signif. contrari di « gelare » e « bruciare », a cui farebbero capo più voci indogerm. aventi o l'uno o l'altro di essi (WALDE, s. *pruina*), giacchè l'azione del freddo è molto simile ad un'arsione: « le froid flétrit les fleurs et les brûle comme le feu ».(4)

---

(1) « Frigori miscet calorem atque humori aritudinem » (*Reliquiae*, Lipsiae 1854, p. 167). La seconda parte della frase enniana fu già da noi illustrata (p. 773 seg.).

(2) *Z. f. vergl. Spr.* XIV, p. 455.

(3) WALDE, s. *caleo* — Non è dunque del tutto infondata l'etimologia popolare che è implicita nella locuzione volgare: « fa un caldo tedesco » o « da tedeschi » per: « fa freddo » (Cfr. in proposito H. SCHUCHARDT, *Slawo-Deutsches*, ecc. Gratz 1884, p. 88). Un riscontro curioso al nostro « caldo » di fronte al ted. « *kalt* » è il giapp. *kang* che ha i due opposti significati ed è dato da L. LANGLÈ tra le voci sinonime, cioè di scrittura diversa, ma di pronuncia identica (nella Introduz. alla vers. franc. dei *Voyages de* C. P. THUNBERG, Paris 1796, vol. III, p. 383).

(4) G. SAND. *Lélia*, I, 29.

Digitized by Google

Tale somiglianza — di cui la natura offre esempi ovvii — già era stata notata ed espressa dagli antichi. « Riarse dalle nevi più non fanno bella mostra di sè le ninfee », è detto nel Rāmāyana (vers. Gorresio, II, p. 42); e altrove: « fu arsa la città sì come è adusta dalle brine un'aiuola di fior di loto » (III, 65). Il gr. *καίνειν*, *'αποκαίνειν*, il lat. *urere*, *adurere* sono spesso usati parlandosi di freddo, neve e ghiaccio: *ἡ χιὼν καιὲν .... τὰς ῥῖνας* (Arist., *Meteor.*); *ἄνεμος .... ἀποκαίων πάντα καὶ πηγνὺς τοὺς ἀνθρώπους* (Senof. *Anab.* IV. 5). pernoctant venatores in nive, in montibus uri se patiuntur (Cicer., *Tusc*, II. 47). Schythae continuis frigoribus uruntur (Justin, II. 2). Urebant montana nives (Luc., IV, 52). Nix uret aristas (Avien., *Arat.* 1810). Ne hiems sola glacies ureret (Min. Fel., *Octav.*, 17). E ancora: frigus urit — torret frigore hiems — pecora frigore torrida — adusta nivibus — ustus ab assiduo frigore Pontus, ecc.

I nostri contadini dicono che il gelo e la brina « bruciano » i germogli, e questa specie di adustione chiamano « incotto » (= cotto. Cfr. *Il Nuovo Carena*, *Dizion. Metod.* p. 692); *brûlure* è detta in franc. una malattia delle piante provocata o dal sole ardente o dal gelo (1); il rus. *kolët'* e lo sved. *svide* valgono « indurirsi » o « bruciare » sia sotto l'azione del freddo che sotto quella del calore (già dell'ambra notava Plinio, *N. H.* XXXVII. 11: « densatur rigore vel tepore »), e gli alpinisti conoscono quella che i tedeschi chiamano *kalte Verbrennung* (letter. arsura fredda; cfr. lo sved. *braendkulde* e il ted. *der kalte Brand* = cancrena). È una sensazione analoga a quella che or non è molto un fisiologo illustrava, chiamandola, con voce nuova, *Hitzeempfindung*, letter. « sensazione di scottatura », ma che egli dimostrava doversi all'eccitazione contemporanea degli organi del caldo e degli organi del freddo. Questi ultimi cominciano a venire eccitati coll'aumento graduale della temperatura dello stimolo metallico, tanto che gli riuscì di ottenere, come le chiama, « sensazioni paradosse di freddo » a 36,5° (2). Sono poi note le analogie che presentano gli effetti fisiologici e morbosi del freddo intenso e dell'intenso calore, sul quale argomento si ha un'intera letteratura, a cominciare dalla dissertazione di S. C. Titius: *De frigoris extremi in corpus humanum effectibus, caloris summi admodum analogis*, Vitembergœ 1795.

Un altro fatto, pure evidente, la cui osservazione deve

(1) *Rev. de dialectol. rom.* IV 1912, p. 81. — Appunto un poeta francese dice: « Le froid devient plus ardent » (Béranger, *Hiver*).

(2) S. Abrutzi, in *Bericht üb. d.* VI *Kongress f. experim. Psychol.*, Leipzig, pte I, 1914.

Digitized by Google

aver contribuito ad accomunare nominandole le due opposte sensazioni, è quello rilevato già da Plinio: «(oleo) naturam tepefacere corpus, et contra algores munire; eidemque fervores capitis refrigerare». (*N. H.* XV, 5), e che il buon senso popolare ha formulato nella sentenza: «quel che ripara il freddo, ripara il caldo». E a far sì che all'uomo primitivo apparisse l'uno quale effetto dell'altro, saranno concorsi certi fenomeni che solo la scienza moderna doveva spiegare, sul tipo di quello per cui, in certe grotte, l'acqua gela soltanto d'estate e il ghiaccio si fonde coll'avvicinarsi dell'inverno (1).

Altrettanto si dica dell'acqua e del fuoco. Nella *Vie d'hôtel* del Gréville, essendo scoppiato un incendio a Vichy, un bello spirito esclama: «Ils sont donc venus à bout de mettre le feu quelque part? Dans une ville d'eau? C'est paradoxal!». Ora si pensi quanto dovesse colpire la mente dei nostri antichissimi progenitori lo spettacolo del fulmine che si sprigiona dalle nubi gravide di pioggia, o dei molti fenomeni naturali in cui si vede, per dirla con un verso del poeta scienziato:

L'onda dar fiamma, e la fiamma dar onda (2);

(1) Cfr. p. es. *Paradoxical phenomena in caves*, in *Quart. Journ. of Science*, Agosto 1879.

(2) Mascheroni, *L'Invito a Lesbia*. Si ricordi la meraviglia di Plinio, a proposito della calce: «mirum, aliquid, postquam arserit, accendi aqua» (*N. H.* XXXVI, 53). E il Brantôme, che è pure del sec. XVI, allo stesso proposito: «... La chaux vive, laquelle, estant arrousée d'eau, brusle estrangement» (*Mém.*, ed. di Leida 1665, p. 52). Anni or sono suscitò grande stupore nella popolazione d'Irlanda un incendio provocato... dal mare. Le onde, dopo aver lentamente sgretolato un tratto di costa rocciosa, raggiunsero il terreno contenente pirite di ferro e allume. Il calore prodotto dall'ossidazione diede luogo ad un grande incendio che durò parecchie settimane. Viene in mente ancora Plinio, II, 110: «alitur ignis ille pluviis»: e altrove: XXXI, 14:... in Indiae terris fontem esse, cuius aquae lucernae ardeant; XXXVI, 34:... mirumque, accenditur aqua, oleo restinguitur; XXXVII, 271: peculiare quidem, quod jactatae in ignem velut intermortuae extinguuntur, contra aquis perfusae exardescunt. Così le ninfe di Camoens (*Lus.* III, 56) vanno «Nas aguas accendendo fogo ardente». Il fuoco come fonte di acqua, l'acqua come fonte di calore, e simili fenomeni, sono registrati tra i «paradossi chimici» nei *Natur-Paradoxe di* Hampson-Schäffer (Leipz. u. Berl. 1908). *Ein Buch* — è detto nel sottotitolo — *zur Erklärung von Erscheinungen die mit der täglichen Erfahrung in Widerspruch zu stehen scheinen*. È appunto questo contrasto coll'esperienza giornaliera che doveva tanto più colpire la fantasia dei primi uomini.

Digitized by Google

o anche la semplice vista dello « stizzo verde ch'arso sia », (Dante, *Inf.* XIII, 40) e che da una parte avvampa, dall'altra stilla umore.

Di qui le molteplici associazioni delle due sostanze nel modo di concepire e di denominare esse e i rispettivi fenomeni presso i popoli antichi. Nelle loro costumanze, nelle cerimonie, nelle contingenze più importanti della vita, acqua e fuoco ricorrono sempre in intimo rapporto (1). L'acqua stessa che largisce i succhi fecondatori all'uomo si trasforma, in qualche narrazione, in una pioggia di fuoco (2). « Il fuoco viene dall'*ātman*, l'acqua viene dall'*ātman* », è scritto nei libri sacri dell'India (*Chānd. Up.* VII, 21, 6). E ancora: « tutte le volte che l'uomo ha caldo, suda: le acque nascono dal calore » (ivi, VI, 2, 3). La sacra ardente bevanda, il soma, è ora paragonato al fuoco, ora all'acqua, o ad un lago, o ad un fiume, e « si accende per mezzo dell'onda », cioè da se stesso (cfr. Regnaud *Rigvéda*, Paris 1900 p. 115); umido e liquido, è brillante come il cielo quando s'accende, e inumidisce il cielo stesso (ivi pp. 229, 370); lo si invoca perchè « accenda la pioggia del cielo » e « la corrente delle acque » (ivi pp. 436, 181).

I fenomeni ignei e luminosi sono spesso raffigurati come torrenti: nel l. IX del Rig Veda, ad esempio, è un continuo accomunarsi di fiumi, di nubi, di fiamme e di fuochi. A un fiume è molte volte paragonato Agni, il dio del fuoco, del quale è pur detto che « si veste del mare, anima il germe delle onde », ed anzi che è nato dall'acqua, che vi soggiorna, e senz'altro è chiamato « quello che siede sull'acqua » (3). L'atmosfera è concepita come un fuoco sacrificale, che ha per combustione il vento, per fumo le nubi, per fiamma il baleno, per carbone la folgore, mentre le faville sono la grandine (4). La folgore stessa è alternativamente chiamata « fuoco celeste » e « fuoco delle acque »; essa infatti nasce dalle nubi, e siccome

(1) " Innige Verbindung ", dice O. Schrader, *Sprachvergl.* ecc. II, 2, p. 45 seg. — Lo stesso vale per i popoli barbari. Per citare un solo esempio, in una lingua amer. il battello a vapore è tradotto con una parola che dice letteralmente: « fire on its back moving on the water » (F. Boas, *Handbook* cit., p. 50).

(2) E. Chavannes *Contes... du Tripitaka*, Paris 1910, vol II, p. 24.

(3) Oldenberg, op. cit., p. 93. — *R. V.* III, 3, 5; II, 4, 2; IV, 8, 3.

(4) F. Belloni-Filippi. *La Kāthaka-Upanisad*, Pisa 1905, p. 41.

Digitized by Google

si spegne, come ogni altro fuoco, nell'acqua, fa supporre che vi sia penetrata, e vi abbia una vita latente (1).

Perfino la maggior fonte del fuoco, il sole, non sfugge all'associazione di questo col suo contrario. Non solo i suoi raggi «bevono i succhi della terra» e sono «datori di piaceri ai mortali colla pioggia fatta scaturire all'epoca opportuna», ma esso è detto «abbruciatore di mali, e colla pioggia veloce rinfrescatore», e senz'altro «ricettacolo, origine della pioggia» (2).

Di qui ancora le frequenti similitudini in cui i due elementi, pure contrari e nimicissimi tra loro, secondo l'espressione di Pindaro, sono variamente accomunati o identificati, o, per dirla con un altro poeta greco, vengono ad accordi (3). Appunto del sole è detto ancora che «esso rapisce il cuore (dei mortali) come l'acqua dell'oceano gonfiato dalla marea», e si presenta «come acqua nelle pioggie che scendono sul mondo» (Bernheimer, pp. 34, 39); e all'opposto il mare in burrasca è descritto «fumoso e quasi ardente» (4). I cavalli di Ravano mandano faville dalle membra e goccie di lagrime dagli occhi, cosicchè «gettano fuoco ed acqua ad un tempo» (vers. Gorresio III, 396). Il fuoco attaccato dai Racsasi alla coda di Hanumat, «sta avvolto alla coda, come fosse un viluppo di ghiaccio» (ivi, III 61); Rama ora si calma «a guisa di fuoco quando cade la fiamma, come l'oceano sedati i fiotti» (ivi, I, 263), ora è «ribollente come fuoco rinchiuso sottomare» (ivi, II, 147.)

Quest'ultimo passo è tra quelli che si allegarono per sostenere che gli antichi indiani conobbero i vulcani sottomarini (ivi, II, 373; III, 467, nota). Se così fu veramente, una tale conoscenza deve aver contribuito all'associazione dei concetti di acqua e fuoco nelle credenze religiose e nel linguaggio.

I due contrari elementi convengono ancora nell'essere ambedue materie purificatrici, agenti di distruzione del peccato, per combustione o per abluzione (Oldenberg, pp. 275 segg.). Perciò accanto a *lavo*, il lat. ha *lustrum*, *lustrare* che impli-

(1) *Iri*, pp. 90, 95. «L'acqua spegne il fuoco, e il fuoco dissecca l'acqua; gli elementi che stanno ne' corpi sono differenti, eppure formano il mondo dandogli unità» (Cfr. Formichi, *Açvaghosa*, Bari 1912, p. 232).

(2) Berheimer, op. cit. pp. 13. 11, 18, 34, 40,

(3) *Ὕδωρ καπνῷ... ἀντίον* (*Nem.* 1, 24); *ξυνώμοσαν γὰρ, ὄντες ἔχθιστοι τὸ πρὶν, πῦρ καὶ θάλασσα* (Eschilo, *Agam.* 650).

(4) *Rāmā.*, vers. Gorresio III 388 — Così ribolliscono le acque dello Xante, incendiato per opera di Vulcano (*Iliade*, XXI).

Digitized by Google

cano l'idea di fuoco, e *purus*, che è affine a *πῦρ* (ted. *Feuer*, ingl. *fire*, ecc.), e l'azione di scolparsi si esprime tanto coll'immagine di « lavacro », quanto con quella di « arsione » (p. es. ted. « sich weiss [o] rein brennen »). Già si disse che l'acqua è non solo la « nera », ma anche la « bianca » anzi la « splendida » (1), e bianco è il fuoco intenso. Così noi parliamo di torrente, di spuma, di cresta d'onda, di neve « candidi », aggettivo questo che vale quanto incandescente (lat. *canus*, donde *candela*, ecc.). Ancora: l'acqua quando comincia a bollire ha un tremito alla superficie; di qui più voci affini, le une denotanti « bollore », le altre « tremito, brivido di freddo » (2). L'acqua finalmente, come il fuoco, allorchè si presenta sotto l'aspetto di cascata, o di fiumana, o di maroso, scroscia, crepita e ribolle: lo sprizzare, lo zampillare, il frangersi in gocciole dell'una è ben simile allo sfavillare e scintillare dell'altro. Il mare in burrasca doveva, nella mente dell'uomo primitivo, associarsi coll'incendio della foresta anche più vividamente che non in quella dell'uomo moderno (Cfr. p. es. B. DE SAINT PIERRE, *Paul et V.*: « les flots s'y brisaient d'écume d'un blanc éblouissant et d'étincelles de feu »; LAMARTINE, *Harm.* IV, 10: mers écumants comme un vaste incendie; ID. *Chute d'un a.*: les neiges.... en pâle et jaune écume Fumaient comme des feux que le pasteur allume »). Così, il compagno del fuoco, il fumo, è detto in più lingue con voci aventi la stessa radice di altre che denotano nebbia, pioggia minuta, e simili (FALK s. *smøge*); altrettanto avviene di vocaboli per « scintilla, scintillare » e per « piovere, scorrere, versare » rispettivamente (WALDE, s. *spargo*). Più fenomeni acquei sono designati con parole affini o identiche a quelle che descrivono fenomeni ignei, ad esempio « scintillare » e « sprizzare », « sudare » e « bollire » (FALK, s. *sprage* e *vælde*). Il lat. *aestus* vale tanto « calore » quanto « agitazione delle onde, marea » (così *aestuarium*, ecc.) (3); *puteus* è af-

(1) P. 787 — Era gran questione tra gli antichi filosofi naturali, perchè mai l'acqua apparisse ora nera, ora bianca. Cfr. K. B. HOFMANN, *Kenntnisse d. klass. Völk. v. den physik. Eigensch. d. Wassers* in *Sitzber. d. kais. Akad. d. Wiss. in Wien* 1909. II, p. 21 segg. e 69. Cfr. anche p. 43, a proposito della dottrina che additava una causa ignea per spiegare la salsedine dell'acqua.

(2) C. NIGRA, in *Arch. Glott. It.* XV, p. 290.

(3) WALDE, s. *unda* e REGNAUD in *Rev. de philol. franç.* X, p. 141. Cfr. per altri es. FRIEDMANN, s. *brinnan*, FALK s. *brand, brim* e *brænd*.

Digitized by Google

fine a *purus* e a *πῦρ*; il gr. *φρέαρ* e ted. *Brunnen*, fontana, sono affini a voci che dicono « ardere, cuocere, fermentare » (ted. *brennen*, ecc.). I ted. *Bach*, torrente, *Sod* e *Welle*, fontana (ingl. *well*, ecc.) vanno rispettivamente con *backen* cuocere e *sieden*, *wallen* bollire (*Sod* anzi dice anche « bollitura »); quest'ultimo verbo, oltre a « bollire, scrosciare », vale anche « ondeggiare » e corrisponde al lat. *aestuare*; ed *aestus maris* si rende in tedesco con voci che significano anche incendio, quali *Brand* e *Brandung*, mentre *Strahl* raggio, significa pure « getto d'acqua » (1).

Dall'italiano ricorderemo *torrente*, che è da *torreo*, (cfr. Pacuvio, cit. da Svetonio, *Rel.*: « Flammeo vapore torrens torret »); il napol. *maṡca*, massa di scorie vulcaniche, che probabilmente è da riconnettersi con voci indicanti « ghiaccio, brina, gelo », in quanto la lava, come il ghiaccio, incrosta e rinserra ciò che ha travolto nel suo corso (2); lo stesso *lava*, che si volle riportare a « lavare » e che appunto in dial. napol. si dice anche per « torrente di pioggia nelle strade »; *flemma*, uno dei quattro « umori » degli antichi — « perocchè la flemma è fredda, dice Brunetto Latini, si è di natura d'acqua » (3) — che va con lat. *flamma*, *flagro*, ecc. (donde flemmone, infiammazione, ecc.); il milan. *lüghera*, scintilla, che si dice anche per « sottile fiocco di neve », come in qualche parlata francese *flamêche*: si tratta appunto di quelli che un poeta ha chiamato « rayos de nieve » (Lope, *La Estr. de Ser.* I, 1).

Nè mancano infine esempi di voci per cui si proposero due etimologie, l'una ignea, se così possiamo dire, l'altra acquea. Così *urna* è da riportarsi o ad *urere* (perchè di terra cotta), o ad *haurire*, perchè urna chiamavano i romani anche gli orciuoli con cui attingevan l'acqua, e che poeti e artisti usavano come emblema delle divinità delle acque.

I poeti appunto d'ogni tempo si compiacciono di accoppiare le due opposte sostanze, nonchè le sensazioni e i fenomeni rispettivi, che fin dal caos sono in contrasto fra loro (Ovidio, *Met.* I, 19: frigida pugnabant calidis, humentia siccis).

---

(1) Per altri es. cfr. Falk s. *saad* e *varm*, e Möller, op cit. pp. 26 seg., 38, 196.

(2) C. Merlo, in *Rev. de Dialectol. rom.* 1909, p. 242. Anche nelle lingue nordiche, sono affini voci per « scoria di metallo » e per « crosta di ghiaccio o neve » (Falk, s. *slagg.*).

(3) *Tes.*, II, 32. E il Passavanti (*Specchio*, ed. Firenze 1856, p. 328): « quello umore che si chiama flemma, la quale è fredda e umida come l'acqua ».

Digitized by Google

Anche qui, come si vide per altri casi, la figura retorica trova la sua conferma, anzi la sua ragion d'essere, nel linguaggio e nella natura stessa delle cose. Eccone un saggio:

Il foco ov'agghiacciando io arsi — Tremo al più caldo, ardo al più freddo gelo — Di state un ghiaccio, un foco quando verna — In un punto m'agghiaccia e mi riscalda — Freddo foco — Il cor in ghiaccio e in foco (Petrarca) — Uror et heu! nostro manat ab igne liquor; Sum Nilus, sumque Etna simul (Sannazaro) — Quel caldo Che agghiaccia l'intelletto ed arde il core (Boiardo, I, 27, 45) — Per te arsi ed alsi (Bandello, II, 22) — Lo sfortunato amante, ardendo e agghiacciando, sperando e disperando, e più che mai amando (Id. II, 44) — Pensier, dicea, che il cuor m'agghiacci ed ardi — S'infiamma il ghiaccio e si congela il fuoco (Ariosto, I, 41; XLIII, 102) — Se ancor nell'acqua ir suole ascoso il fuoco (A. di Costanzo, *Son.*) — Freddo al sol, caldo alla più fredda bruma (Mich. Buonarroti, Son. *Veggio*) — Et io son tutto foco in mezzo al ghiaccio .... Di gelosia s'agghiaccia ardendo in pene (Doni, *I Marmi*, Venezia MDLII, II, p. 66-7) — Con qual arte Se temprato è dal gel, più m'arde il foco? (Tasso, *Amor.*, *Son.* CLIII) — Calda neve (= le carni di bella donna. *Id.* ivi, LXII). Presso i secentisti gli es. ricorrono a ogni passo. Basti questo, in un son. di Curzio Gonzaga: D'un ghiaccio ardente e d'un gelato foco.... Mi nodrisco e consumo a poco a poco. — Tra gli es. stranieri citeremo: Elle est froide, parce qu'elle ne l'est pas: elle est dissimulée (Ligne, in ritr. di donna, *Oeuvres*, II, p. 321) — Ce qui fut glace et nuit devient flamme et lumière (Lamartine, *Harm.* IV, 9). — Infiniti esempi ne ha il Lope: Amor tiembla de frio, Con ser elemento ardiente (*Si no vieran* III, 3) — Me hielen y me abrasen (*La desprec.* II, 6) — Sol que me abrasa con hielo (*Los pel.* I. 6) — (Mi pecho) a fuerza de hielos arde (ivi, II, 8) — Aunque me hielo, me quemo (*El perro* ecc. II, 18) — Cuando mas abrasa, se hiela (ivi. III, 4) — Dar fuego entre nieve y hielo (*Al pasar* ecc. I, 2) — Lo frio le abrasa, Lo ardiente le hiela (*La boba*. II, 6) — Me helaron y me abrasaron (*El desprecio*, III, 2) — Todo me hiela y me abrasa (*Lo Cierto*, I, 15) — En su nieve me abrasé (*Quien ama* III, 2) — Ver el hielo arder (*Las flores* I, 21) — Hidrópico soy de fuego (*La niña* II, 19) — Mientras mas se calienta, mas se enfria (*El molino* III, 8) — Pecho de fuego y yelo (ivi, III, 10) — fuego frio (*Los Locos* III, 4) — Hot ice and wondrous swarthy snow (Shakesp., *Mids. N. D.* V. 1) — (Tears that) burn like points of frozen lead (Shelley, *Misery*) — Frozen light .... cold glare .... cold light (Id. *Prince Athan.*) — Thirsty fire (Id., *Queen M.* VII) — Icy flames (Id., *Epips.*) — burning cold .... sunny frost (Id. *Prom. U.* I, IV) — Cold fires, yet with power to burn and brand (Tennyson, *Maud*, I, 18, 4) —

(*Continua*).

Digitized by Google

DI UNA NUOVA DOTTRINA

SULL'*ABDICATIO TUTELAE*

Nota del S. C. prof. Siro Solazzi

(*Adunanza del 28 novembre 1918*)

Ho già discorso in altre note dell'*abdicatio tutelae*. E assodati, a parer mio, sono i punti seguenti: 1) che l'*abdicatio* e le *excusationes* costituiscono due regimi antitetici, poichè quella importa la libertà di rifiutare la tutela e queste presuppongono l'obbligo di assumerla per chi non abbia e non faccia valere nei termini e modi stabiliti determinate cause di esonero; 2) che la validità dell'*abdicatio* era ancora ammessa al tempo di Augusto, come risulta dal papiro della collezione berlinese BGU. 1113, e conseguentemente il tutore testamentario non aveva allora bisogno di chiedere l'esenzione; 3) che le *excusationes* per la tutela testamentaria sugli impuberi esistevano da un pezzo al tempo di Ulpiano e però il *liber regularum* XI. 17, che attribuisce al tutore testamentario la facoltà dell'*abdicatio*, deve riferirsi alla tutela muliebre (1).

Due punti rimanevano oscuri: la data, a partire dalla quale il regime dell'*abdicatio* sarebbe stato soppiantato dal regime delle *excusationes*, e il modo con cui queste si sarebbero fatte valere. L'esonerabilità del tutore testamentario preesisteva al senatoconsulto, che è ricordato da Gai I. 182 ed è quindi anteriore a Marco Aurelio; ma, poichè sappiamo che prima di Marco i motivi di scusa si facevano valere mediante l'appello e tale procedimento era accessibile solo nei casi in cui il tutore fosse stato costituito o confermato per decreto, si domanda come potessero allora essere scusati i tutori testamentarii.

(1) Cfr. *L'abdicatio tutelae e BGU. 1113* nei « Rendiconti del R. Istituto Lombardo », 48, p. 985 sgg.

Digitized by Google

Il quesito, lo confessavo in altra occasione (1), mi ha tormentato lungamente. Ma, leggendo e rimeditando ancora una volta le fonti, ho veduto che le Istituzioni giustinianee e i Frammenti Vaticani ci danno la soluzione bell'e pronta.

Narra Giustiniano (1. 20. 3) che « ex his legibus — le leggi Atilia e Iulia et Titia — pupillis tutores desierunt dari, posteaquam primo consules pupillis utriusque sexus tutores ex inquisitione dare coeperunt.... nam supra scriptis legibus neque de cautione a tutoribus exigenda rem salvam pupillis fore neque de compellendis tutoribus ad tutelae administrationem quidquam cavetur ». Qui l'uso di *compellere tutores ad tutelae administrationem* è ricollegato alla giurisdizione dei consoli, ai quali il potere di dare i tutori venne attribuito da Claudio (SUETON., *Claud.* 23). E l'atto, con cui tale coazione si esplicava, è descritto dal Vat. 155. Parlando dei termini fissati da Marco per l'allegazione delle scuse, esso dichiara i tutori che non li osservino « in ea causa fore, in qua sunt, de quibus consules amplissimi decreverunt periculo suo eos cessare ». Il console, che dice « periculo tuo cessas » al tutore testamentario, il quale non assume o abbandona la gestione della tutela, gli nega, è chiaro, la facoltà di abdicare. Poichè queste comminatorie divennero una prassi costante, esse segnarono la fine dell'*abdicatio*. Naturalmente i tutori, che avevano qualche ragione plausibile per declinare la tutela, non mancarono di esporla ai consoli, affinchè questi non decretassero « periculo suo eos cessare ». Così sorsero le *excusationes* nella tutela testamentaria.

La storia dell'*abdicatio* è, in grazia delle Istituzioni giustinianee e del frammento vaticano, definitivamente tracciata. Certo questi due passi invitano ad altre ricerche. Si vorrà tentare di scoprire, magari sotto il velo degli emblemi, altre manifestazioni dell'attività dei consoli, sia in generale nel campo della tutela, sia particolarmente in tema di *abdicatio* e di *excusationes*. Dovremo chiederci se per « compellere » i tutori dativi « ad tutelae administrationem » si sia proprio atteso la creazione della giurisdizione consolare, poichè sarebbe stata davvero umiliante l'impotenza del pretore e dei tribuni della plebe, che, dando il tutore « ex lege Atilia », avessero sopportato inermi la contumacia dell'eletto. Tutti problemi,

(1) Cfr. *Tutela e postliminio* nei « Rendiconti » cit., 49, p. 643 n. 6.

Digitized by Google

questi a cui ho accennato ed altri che ne rampollano, delicati ed interessanti; ma di cui lo studio non è immediatamente necessario per la difesa della nostra dottrina sull'*abdicatio*, che sarà invece ribadita dalla critica delle teorie enunciate recentemente dal Perozzi (1).

***

È piaciuto al romanista bolognese (p. 60) di sostenere che al tempo di Ulpiano l'*abdicatio* fosse ammessa in entrambe le tutele, dei pupilli e delle donne, così ragionando. Ulp. XI. 17 scrive: « Si capite deminutus fuerit tutor testamento datus, non amittit tutelam: sed si abdicaverit se tutela, desinit esse tutor. Abdicare autem est dicere nolle se tutorem esse ». E fa un'antitesi rispetto alla stessa persona, cioè il *tutor testamento datus*. Perchè ora l'antitesi stia, occorre evidentemente che il tutore testamentario, come conserva di certo, non ostante la *capitis deminutio*, tanto la tutela dell'età che quella del sesso, così inversamente perda coll'*abdicatio* tanto l'una tutela che l'altra. Se supponiamo invece che l'*abdicatio* fosse ammessa nella tutela del sesso e non in quella dell'età, allora l'antitesi cade. In tal caso infatti v'ha un tutore, quello dell'età, che abdicando è nella stessa condizione del tutore *capite deminutus*; ed il *sed* di Ulpiano diventa perciò uno sproposito. Ulpiano, per essere in regola colla logica, avrebbe dovuto, nella supposizione fatta, scrivere così: « Si capite deminutus fuerit tutor testamento datus, non amittit tutelam: quod iuris est etiam si tutor pupillorum testamento datus abdicaverit se tutela. Sed si tutor feminarum testamento datus idem fecerit, desinit esse tutor ». Il Rudorff e sulle sue orme il Solazzi vengono a supporre niente meno che questo che Ulpiano possa avere omesso il secondo periodo!!

Il Perozzi non ha riprodotto tutto il passo di Ulpiano. Esso continua: « in iure cedere autem tutelam testamento datus non potest: nam et legitimus in iure cedere potest, abdicare se non potest ». Proseguiamo per l'ultima parte il ragionamento del nostro avversario. Ulpiano fa un'antitesi fra il *testamento datus* e il *legitimus*: quello non può compiere la *in iure cessio*, questo si. Perchè l'antitesi stia, occorre eviden-

(1) Nella memoria *Il tutore impubere*, Serie II, Tomo II, 1917-18 delle Memorie della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna.

Digitized by Google

temente che, come non può cedere la tutela nè il tutore testamentario del sesso nè quello dell'età, così inversamente la possa cedere tanto il tutore legittimo del sesso che quello dell'età. Se supponiamo invece che fosse cedibile solamente la tutela del sesso, allora l'antitesi cade. Ulpiano, per essere in regola con la logica, avrebbe dovuto, nella supposizione fatta, scrivere così: « in iure cedere autem tutelam testamento datus non potest: quod iuris est etiam in legitimo tutore pupillorum: nam et legitimus tutor feminarum in iure cedere potest ». Inoltre Ulpiano oppone l'*in iure cedere* all'*abdicare* rispetto alla stessa persona, cioé al *legitimus*. Perchè ora l'antitesi stia, occorre evidentemente che, come il tutore legittimo non può compiere l'*abdicatio* nè della tutela dell'età nè di quella del sesso, così inversamente possa compiere l'*in iure cessio* tanto dell'una che dell'altra. Altrimenti Ulpiano, per essere in regola con la logica...

Qui sento il lettore, che conosce Gai. I. 168 « pupillorum autem tutelam non est permissum cedere », impormi di smetterla con questa logica. Obbedisco. Ma il lettore amico mi dia atto che io ho ripetuto fedelmente il processo dialettico del Perozzi e non è mia la colpa, se mi ha portato ad una conclusione falsa. Il sofisma consiste nell'oblio che Ulpiano esponeva la capacità e gli effetti di atti validi, non di atti nulli; contrapponeva *capitis deminutio* valida ad *abdicatio* valida e l'*abdicatio* della *tutela pupillorum*, se, come io ritengo, era vietata e quindi nulla, restava fuori dell'antitesi.

D'accordo col Perozzi nel pensare che, data l'incompatibilità fra *abdicatio* e scuse, conviene ammettere che l'*abdicatio* del tutore fosse abolita, quando fu emanato il sc. di Gai. I. 182, dissento da lui circa l'epoca in cui questo cadrebbe. Io non posso ritenerlo anteriore a Claudio, perchè le Inst. 1. 20. 3 pongono un *terminus post quem* invalicabile. Il Perozzi, che non ha presente il luogo giustinianeo, immagina un'altra data, ricorrendo ad un argomento, la vicinanza di varie disposizioni nel medesimo testo, che il giurista dommatico può adoperare con cautela e di cui lo storico non deve mai fidarsi. Poichè Gaio accosta nella sua trattazione il sc. che permette la surroga del tutore scusato o rimosso all'altro che permette alla donna in tutela legittima di un furioso o di un muto di chiedere un tutore per la costituzione di dote e poichè quest'ultimo integra la disposizione della legge *Iulia de mar. ord.* e però deve cadere precisamente intorno all'età di Augusto, quando ancora era vivo il movimento legislativo in favore del matrimonio,

Digitized by Google

conclude il Perozzi che allo stesso tempo dobbiamo attribuire anche il sc. relativo alla scusa senatoria.

Se il Perozzi dovesse elencare le leggi relative ad una data materia e ne trovasse due successive A e B, io credo che nell'elenco collocherebbe B accanto ad A, indifferentemente che B segua A alla distanza di uno o di dieci o di cento anni, purchè fra mezzo non vi sia nessun'altra legge. Ora, se Gaio accosta il senatoconsulto del § 182 al sc. del § 180, ciò potrà importare tutt'al più che quello è più recente di questo, ma non ci dice di quanti anni sia più recente. Inoltre è ancora da dimostrare che Gaio nella sua esposizione dei senatoconsulti e delle leggi che hanno autorizzato la donna ed il pupillo a chiedere un nuovo tutore segua l'ordine cronologico. Ulpiano nel cap. XI delle *Regulae* accosta il nostro senatoconsulto (§ 23) a quelli che permettono la nomina del tutore per la donna in tutela di un assente o di un pupillo (§ 22), che Gaio ricorda invece ai §§ 173, 176, 177. I due giureconsulti citano le fonti in ordine diverso, è chiaro; ma se l'uno o l'altro siasi fedelmente attenuto all'ordine cronologico, non si sa. Potrebbe anche darsi che non l'abbia rispettato nessuno dei due.

L'altro dato, che il Perozzi reputa molto più significativo, è inconsistente come quello che abbiamo ora criticato. Sarebbe costituito dal fatto che Gaio in tutta la sua trattazione circa la tutela sembra esporre soltanto diritto pervenuto al suo tempo dalla età repubblicana e dalla primissima età imperiale.

Se le leggi che riflettono la tutela erano antiche, che poteva fare Gaio? Forse inventarne di più recenti? Se circa i *genera* delle tutele hanno disputato i *veteres*, qual meraviglia che Gaio ricordi i dissensi in proposito fra Quinto Mucio, Servio Sulpicio e Labeone? (1). Tutto ciò non mette in essere nulla per provare l'età del sc. riferito nel § 182. Quando poi il Perozzi dice che Gaio « in particolare presenta il diritto di nomina dei tutori proprio del pretore urbano colla maggioranza dei tribuni come diritto vigente, mostrando d'ignorare che codesto diritto era stato trasferito ai consoli al più tardi da Claudio e al pretore tutelare dai *divi fratres* », egli cade in varie ine-

(1) Il Perozzi non avrebbe dovuto portare questo argomento, anche perchè egli sa benissimo che Gaio cita con preferenza la letteratura più antica anzichè la più recente o contemporanea; e lo sa, perchè non può ignorare che anche questa circostanza serve alle dispute e alle fantasie sulla patria, sul domicilio e sulla vita di Gaio.

Digitized by Google

sattezze. Il diritto di nomina proprio del pretore urbano è presentato come vigente tanto da Gaio I. 185 quanto da Ulp. XI. 18, perchè tale era in realtà; Claudio e i *divi fratres* non hanno abolito la legge *Atilia*, la competenza dei consoli e del pretore tutelare coesistevano con quella del pretore urbano. Le prove di queste affermazioni, che del resto non sono nuove (1), si troveranno nel mio lavoro *L'opera dei consoli nell'evoluzione della tutela*. Non è esatto nemmeno che Gaio ignori la nuova competenza dei consoli: in I. 200 parla di curatori « qui vel a consule vel a praetore ... dantur ». All'altra osservazione del Perozzi che Gaio non « dice parola circa le *excusationes* ordinarie, certo perchè prima dello stabilimento della competenza consolare in fatto di tutela non erano fissate » rispondiamo che neanche Ulpiano ne discorre e la ragione probabilmente deve cercarsi in ciò che il trattato delle *excusationes* non si reputava necessario ed opportuno in opere di carattere istituzionale ed elementare (2).

L'argomento più caratteristico che il Perozzi mi opponga è questo; che per arrivare coll'incompatibilità fra scuse ed *abdicatio* a limitare questa alla tutela delle donne, converrebbe

(1) Sono già in LÖRS *Zur Gerichtsverfassung der Kaiserzeit* e la critica interpolazionistica e le fonti di poi scoperte (papiri) non fanno che ribadire la sua dimostrazione.

(2) La nostra spiegazione non sarebbe infirmata quanto a Gaio, neanche se per Ulpiano se ne preferisse un'altra, e cioè che il tratto relativo alle *excusationes* sia stato omesso da chi ha escerpito i *tituli ex corpore Ulpiani* per l'appendice alla *lex Romana Visigothorum*. Ciò che osserva il Perozzi o non é una spiegazione o è insufficiente. Possiamo facilmente supporre che l'antico compendio delle Istituzioni ad uso della scuola sabiniana, che secondo un'opinione assai accreditata Gaio avrebbe rielaborato, non parlasse delle *excusationes*, risalendo esso alla seconda metà del primo o al più tardi al principio del secondo secolo. Ma nulla avrebbe impedito a Gaio e ad Ulpiano, che pure attinge o direttamente o per il tramite di Gaio al medesimo autore, di aggiungere il diritto resultante dalle nuove costituzioni. E se nel nostro caso la lacuna non è stata colmata, quale può esserne stato il motivo? Ecco ciò che il Perozzi non dice e che del resto sarebbe inutile per il nostro tema. Basti fissare che il silenzio di Gaio, variamente spiegabile, é un indice equivoco ed inetto a determinare qualsiasi data. Le Istituzioni di Gaio per es. non trattano della dote, la cui importanza è senza paragone superiore a quella delle *excusationes*; ma non è venuto in testa a nessuno di ricavarne la data di nascita pel diritto dotale.

Digitized by Google

che le *excusationes* non usassero affatto nella tutela testamentaria delle donne e di ciò non v'è neppure il principio di una prova (1). Chiamo l'argomento caratteristico, perchè fa vedere quanto il pensiero del nostro contraddittore sia lontano da quello comune. Fin qui credevamo che la tutela del sesso fosse rimasta sempre un diritto e, non essendo mai divenuta un obbligo pel tutore, escludesse le *excusationes* per la contraddizione che nol consente. Ora viene il Perozzi a dirci che « scusato poteva essere *ex iusta causa* anche il tutore delle donne ». E noi non gli domanderemo dove sia il solo principio di una prova che le scuse si applicassero alla tutela muliebre. Noi lo pregheremo invece di chiarirci il concetto che egli si è formato della tutela sulle donne nell'età classica. Ammesso che sia un ufficio, che consenta le *excusationes*, chi sa quanti altri principii, non originarii e ritenuti proprii della tutela sugli impuberi, saranno estesi alla tutela del sesso e dinanzi ai nostri occhi potrebbe apparire una figura del tutto diversa da quella che ci eravamo immaginati. Allora la discussione, se non più proficua, sarà più interessante (2).

Ecco infine l'idea che il Perozzi ha dell'*abdicatio*. Il tutore testamentario ha due vie aperte per liberarsi dalla tutela. L'una, non sottoposta a veruna condizione, è l'*abdicatio*. L'altra è la scusa senatoria dopo il senatoconsulto e le scuse

(1) Un principio di prova c'è. Gai I. 182 e Ulp. XI. 23 ricordano il senatoconsulto « si tutor pupilli pupillaeve ex iusta causa fuerit excusatus », che contemplava soltanto la tutela dell'età. Il Perozzi forse ci risponderà che l'*excusatio* del sc. è la senatoria ed egli parla della scusa ordinaria. Ma noi, riservandoci di dimostrare in altra sede l'inesistenza di tale distinzione, replicheremo che non sappiamo vedere la ragione (nè il Perozzi l'ha indicata) onde sarebbe stata negata la scusa senatoria ed ammessa quella ordinaria per il tutore del sesso.

(2) Nulla, meglio che l'argomento col quale il Perozzi (p. 38) inizia la sua dimostrazione che le *excusationes* non si applicavano alla tutela legittima, lascia scorgere la distanza fra le nostre idee. « Se l'*excusatio* ordinaria fosse esistita rispetto alla tutela legittima, non sarebbero stati necessarii i provvedimenti legislativi per il caso di tutore legittimo di donne incapace ». Qui non solo si presuppone che la nomina di un tutore alla donna che deve adire l'eredità o costituirsi la dote potesse essere l'effetto dell'esonero del tutore legittimo incapace, mentre l'esonero è chiesto dal tutore e la nomina del tutore speciale dalla tutelata, in altre parole non solo si confonde l'esenzione con la destituzione o la sospensione dall'ufficio, ma si dà per provata o pacifica la scusabilità del tutore del sesso.

Digitized by Google

ordinarie, dopo che queste furono estese alla tutela testamentaria. La seconda via è sottoposta alla condizione rispettivamente che esista una *iusta causa* di scusa, od uno dei fatti elencati dal diritto come giustificanti l'esonero. La prima è la via più semplice. Tanto semplice, aggiungo io, che tutti l'avrebbero battuta, anche quelli che avessero avuto delle scuse da far valere, per non subire la noia e le spese di un processo di scusa; e noi non dovremmo trovare nemmeno un testo che a proposito della tutela testamentaria parlasse di *excusationes*, perchè queste sarebbero uscite dall'uso. Il Perozzi ha prevenuto questa obbiezione, facendo derivare dall'*abdicatio* un grave inconveniente, e cioè il biasimo a cui si espone il tutore che, onorato dal conferimento della tutela in testamento, respinge col solo dire di non voler essere tutore la nomina. Io non chiederò la prova dell'esistenza di tale inconveniente, perchè, se il Perozzi non l'adduce, deve essergli sembrata superflua. Ma dirò che l'ipotesi del Perozzi non fa molto onore al diritto romano. Questo, che poteva allargare le cause di scusa, semplificarne il procedimento, accordare, mettiamo (1), la *potioris nominatio* anche al tutore testamentario, ed escogitare molti altri mezzi, perchè nessuno fosse gravato dell'onere della tutela in condizioni che lo rendessero poco equo, non avrebbe saputo far altro che concedere al tutore un rimedio, ampissimo sì, ma tale che, anche adoperato con la migliore coscienza, esponeva al pubblico disprezzo. La vieta retorica forense non riconoscerebbe in questo bel resultato la sapienza del diritto romano!

Il Perozzi (p. 62 sgg.), per dimostrare che l'*abdicatio* era una necessità e al tutore testamentario non potevano bastare

(1) In *Tutele e Curatele*, p. 37, dove cerco il motivo che può avere indotto il diritto giustinianeo ad abolire nella tutela la *potioris nominatio*, la quale è pure mantenuta pei *munera civilia* (C. 10. 67. 1), non mi sono espresso abbastanza cautamente. Ho detto che « per la sua stessa natura » la *potioris nominatio* non poteva essere applicata ai tutori testamentarii e tanto meno ai legittimi, e perciò l'istituto, che non si prestava ad essere generalizzato, è stato soppresso. Tutto ciò è vero per il concetto romano, che nella tutela testamentaria attribuisce il massimo peso alla *patris voluntas* e non poteva pensare di graduare e regolare la fiducia del testatore. Ma alla nomina in testamento si può dare un valore diverso ed il nostro codice civile (art. 274) concede la *potioris nominatio* anche ai tutori testamentarii che non siano parenti od affini del pupillo.

Digitized by Google

le *excusationes*, ha dipinto brillantemente, come egli sa fare, la condizione del tutore. « Ogni cittadino che non avesse motivi di scusa, svegliandosi il mattino, avrebbe dovuto domandarsi con terrore, se a caso non gli sarebbe nel giorno capitata per opera di un estraneo mai da lui visto nè conosciuto la disgrazia di una tutela ». Io non mi commuovo, perchè l'ipotesi è di una singolare rarità; un padre normale non dà per tutore al figlio un estraneo mai visto nè conosciuto; cfr. D. 27 . 1 . 36 pr.; 26 . 3 . 4. E al pari di me insensibile fu l'imperatore filosofo, Marco Aurelio, quando il caso rarissimo ebbe ad avverarsi o taluno pretese che si fosse verificato. Inst. 1 . 25 . 10: « Non esse autem admittendam excusationem eius, qui hoc solo utitur, quod ignotus patri pupillorum sit, divi fratres rescripserunt »; cfr. anche D. 27 . 1 . 15 § 14, dove i compilatori hanno aggiunto ἢ τῷ μητρί. Se vuole, il Perozzi potrà stimare la decisione troppo severa, ma non potrà negare che i divi fratres erano ben lontani dall'avere le preoccupazioni da cui egli si lascia assalire. E tanto poco temevano i Romani ciò che il Perozzi paventa, che ammettevano largamente la conferma del tutore testamentario; mentre sarebbe stata consigliabile un'altra politica, se l'autonomia del testatore avesse così gravemente minacciato la tranquillità e la libertà dei cittadini. Per lo meno, se accettassimo la tesi del Perozzi, ci converrebbe ammettere ad abdicare anche il tutore confermato. Altrimenti per obbligare il tutore potrebbe più il *iudicium patris* irregolare ed imperfetto che non possa lo stesso *iudicium* regolare e perfetto.

Noi respingiamo la concezione del Perozzi. A parer nostro, la *confirmatio tutoris* presuppone l'obbligatorietà della tutela testamentaria ed esclude l'*abdicatio*. La ratifica del magistrato nel caso di *datio* irregolare produce il medesimo effetto che produceva la *datio* regolarmente ordinata nel testamento: obbligava il tutore a gerire la tutela. E a suo luogo dimostreremo che la *confirmatio* è un istituto di origine consolare, come lo è l'obbligatorietà, cioè l'abolizione dell'*abdicatio*, nella tutela testamentaria. Ancora un'obbiezione. L'*abdicatio* non esiste più nel diritto giustinianeo; ma perchè Giustiniano, o chiunque altro, l'avrebbe soppressa, se l'avesse trovata in pieno vigore e rispondente ad un vero bisogno?

Questi, che son venuto criticando, rappresentano i rifinimenti particolari, dai quali la costruzione del Perozzi dovrebbe essere abbellita e rafforzata. Ma poco servirebbero, anche se per se stessi avessero qualche valore. Fragile è l'impalcatura

Digitized by Google

centrale, che l'*abdicatio* del tutore testamentario sia divenuta una necessità quando il tutore fu costretto a fare il tutore (p. 62). Figuriamoci un legislatore che proclami contemporaneamente l'obbligo di amministrare la tutela e la facoltà di abdicare. Quel legislatore direbbe al tutore testamentario: ti comando di fare il tutore e ti permetto, se non vuoi, di non farlo. Sembra uno scherzo piuttosto insipido e sarebbe stato invece il diritto romano dell'età classica! Al confronto di questo assurdo la stessa difficoltà cronologica è lieve. L'*abdicatio* esiste già al tempo di Augusto e il sistema di *compellere tutores ad tutelae administrationem* s'inizia con la giurisdizione consolare sotto l'imperatore Claudio. Forse — lo mostrerò nel mio lavoro a cui più volte mi sono rimesso — Sabino e Cassio non conoscevano ancora il regime della tutela testamentaria obbligatoria (1).

Il Perozzi (p. 64 n. 2) ammette che l'*abdicatio* potesse aver luogo dopo che si fosse esercitata la tutela. L'argomento che allega non è troppo forte, ma l'idea è giusta. « Nè Gaio, nè Ulpiano accennano a condizioni di tempo rispetto alla facoltà di cedere la tutela. Ulpiano accosta l'*abdicatio* alla *cessio tutelae*. Conviene concludere che, come il tutore legittimo del sesso cedea la tutela quando voleva, così il testamentario abdicava quando voleva ». Il Perozzi opera volentieri con gli accostamenti, ma io temo che possano lasciarmi deluso. Per questo timore non ho approfittato dell'accostamento dell'*abdicatio* con la *cessio tutelae*: altrimenti avrei concluso che, come soltanto il tutore legittimo del sesso cedea la tutela, così soltanto il tutore testamentario del sesso abdicava. Ed ecco qua che la conclusione di un accostamento potrebbe tornare sgradita al Perozzi. Altri argomenti occorrono per sostenere che il tutore testamentario abdicava quando voleva. Abbiamo l'esempio di Canuleio nel papiro berlinese (2) e possiamo trarre le deduzioni logiche dal concetto di potere, fuori del quale l'*abdicatio* non s'intende nè si giustifica. Un potere, che non deriva da un rapporto di parentela o da altra condizione inerente alla per-

(1) Ciò desumo da D. 46 . 1 . 8 § 4 e 26 . 7 . 37 pr. Si hanno qui le ultime tracce della tutela volontaria, cioè abdicabile, del tutore testamentario. Il Perozzi (p. 55) per la tesi che l'abdicazione « è un atto di origine molto recente » invoca il suo carattere di atto non formale. Vorrei sapere di quali forme fosse rivestita la dichiarazione del magistrato che rinunciava alla carica.

(2) Cfr. *Rendiconti del R. Ist. Lombardo*, 48, p. 989.

Digitized by Google

sona, è rinunciabile; e, come sia rinunciabile, lo si rinuncia quando si vuole. Ma la logica porta in questo caso a concludere che, dove la tutela testamentaria non sia più un diritto ed un potere, ivi cessi la facoltà dell'*abdicatio*.

Che nell'epoca classica l'*abdicatio* fosse impossibile dopo avere esercitata la tutela resulta dai frammenti Vaticani 153-154.

> Qui patri pupilli promiserunt se susceпturos tutelam, non excusantur, quia est iniquum alios non esse datos.
>
> Si inmiscuit se administrationi tutor, perdit beneficium excusationis: plus enim egit, quam si promisisset; idque divi fratres Domitio Rufo rescripserunt in haec verba: Liberari tutela, quam sponte suscepisti, perperam desideras (1).

I due frammenti sono insieme legati ed emerge dal primo che essi riguardano il tutore testamentario. Non è lecito violare la promessa fatta al padre « quia est iniquum alios non esse datos », cioè perchè il padre si è fidato della promessa e non ha nel testamento nominato altri tutori. L'essersi ingerito nell'amministrazione conta più che l'aver promesso.: « plus egit, quam si promisisset ». Da questa decisione si trae un insegnamento, che non lascia, sembrami, alcuna scappatoia. Il tutore non aveva promesso nulla e non si limitava a dire semplicemente che non voleva fare il tutore, ma adduceva un motivo di scusa, che gli imperatori dichiarano irricevibile (2). L'opinione pubblica più rigida non avrebbe potuto biasimare il tutore, se, accortosi tardivamente di possedere un titolo per l'esonero, lo invocava a giustificare la sua *abdicatio*. Se l'avesse conosciuto prima, non avrebbe assunto l'amministrazione; e l'errore in cui è caduto potrebbe essere scusabilissimo. Insomma, poichè il tutore non si giova dell'*abdicatio*, è chiaro che non era più ammessa al tempo dei divi fratres. Non era ammessa dopo aver esercitata la tutela, perchè non era ammessa neanche prima di averla esercitata.

Dopo quello che ho detto della nuova dottrina, credo che potrei risparmiarle altre censure ed obbiezioni. Ne soggiungo

(1) La decisione dei divi fratres è confermata da Filippo nell'a. 245 (C. 5 . 63 . 2), ma non appare di quale specie fossero i tutori.

(2) Per il fatto dell'avvenuta gestione, non per decorrenza dei termini; i quali sono stati fissati da una costituzione di Marco (D. 26 . 7 . 1 § 1; 27 . 1 . 13 § 2), reggente, come parrebbe, da solo l'impero, mentre il rescritto è dei divi fratres.

Digitized by Google

una sola. Si legge in varii luoghi (D. 26 . 2 . 28 pr. di PAPINIAN. 4 *resp.*; 27 . 1 . 28 § 1 dello stesso 5 *resp.*; 30 . 1 . 111 di MARCIAN. 2 *inst.*; 34 . 9 . 5 § 2 di PAUL. 1 *de iure fisci*; 37 . 14 . 3 di MARCIAN. 2 *inst.*; Vat. 205 di ULP. *de off. praet. tut.*) che perde i legati lasciatigli dal testatore quegli che si scusa dalla tutela conferitagli nel medesimo testamento « quia non in plenum voluntati paret ». A forziori dovrebbe essere negata la « legati petitio » al tutore, che, senza avere motivi legittimi di scusa, si rifiuta di assumere o abbandona la tutela. I passi citati avrebbero dovuto dunque insegnare non solo che è escluso dal legato il tutore che abbia fatto valere le ragioni di esonero e che non è ammesso a farle valere chi abbia accettato il legato, ma altresì che non ha l'azione del legato il tutore che abbia abdicato e che non può più abdicare chi abbia accettato il legato. Se la dottrina del Perozzi fosse esatta, si può star certi che i testi classici avrebbero detto una cosa e l'altra. Ed i testi a noi pervenuti dovrebbero essere interpolati. Ma l'interpolazione avrebbe lasciato qualche traccia, dove invece io non ne vedo nessuna.

Digitized by Google

ERCOLE VIDARI

Commemorazione

tenuta dal M. E. Prof. L. FRANCHI

(Adunanza del 28 novembre 1918)

Cinquant'anni di bellissima fama, largamente diffusa anche fuor dei confini della patria, furono il premio già conquistato in vita da ERCOLE VIDARI al proprio indefesso lavoro e alla propria completa ininterrotta dedizione agli studi. Lui morto, il Suo nome s'innalza a simbolo, nella letteratura giuridica, di un fortunato felice momento della nostra storia; il momento in cui l'Italia, sorta a indipendenza ed unità di nazione, ben due volte in passato maestra gloriosa del diritto, si affrettava a ricomporre organicamente la propria legislazione, e prima quella parte di essa che meglio riassume, dal medio evo in poi, l'attività e le aspirazioni di nostra gente.

L'uomo fu degno in tutto di questa fama. Con singolare compiacenza, l'anima del discepolo si affisa perciò in Lui in quest'Aula, che formò con l'Università il sacrario della Sua vita; solo dolente che all'onore non siano pari le forze, e l'affetto non basti a supplir l'eloquenza; conscia d'altronde dell'alto conforto e incitamento che viene a noi tutti dal rievocare, nell'alba radiosa che corona il sogno dei veggenti e dei martiri, la memoria di un altro fra quegli Egregi, il cui primo pensiero fu sempre la Patria, e che avendo gagliardamente operato a comporla, ci affidarono morendo il còmpito di difenderla e di farla più prospera e grande.

ERCOLE VIDARI nacque in Pavia il 22 dicembre 1836 (vicinissimo era dunque a compiere l'80° anno allorchè si spense serenamente a Sanremo il 19 dicembre 1916), dall'Ing. Gaetano e da Angela Cazzani, settimo di nove figliuoli. Perduto il padre a dieci anni, spentasi indi a poco anche la madre, Egli crebbe sotto la guida e con l'aiuto amorevolissimi del maggior fratello

Digitized by Google

Giovanni, che esercitava già con successo l'avvocatura e che occupò in seguito cariche pubbliche eminenti, a cominciare da quella di Sindaco di Pavia liberata, nel 1860 (1).

Questa guida fu certamente preziosa, vitale alla Sua riuscita; e la commossa gratitudine che Egli ne serbò fino all'ultimo, basterebbe a provarlo. Ma la privazione dei genitori in età così tenera, col porLo subito dinnanzi alle difficoltà dell'esistenza, doveva spiegare sul Suo animo un'azione profonda, ed imprimervi fin d'allora quella serietà, quasi severità, verso sè stesso e verso gli altri, che più non perdette, e che traspariva fin dal Suo volto, tanto in contrasto con la mite gentilezza del cuore.

Cuore e intelletto sentivano in pari tempo altri notevoli influssi. L'adolescenza e gli studi Suoi, secondarii e superiori, seguìti con somma lode nei pubblici istituti della città, si svolgevano infatti nell'epico periodo fra il 1848 e il 1859, tutto pervaso d'ardori patriottici, rispecchiantisi in letteratura e in politica nelle alte e degne e così rappresentative figure di Manzoni e Cavour. Questi due grandi furono anche per Lui, lombardo e ben prossimo al Piemonte, di cui udiva l'incessante anelito, come i due fari onde attinse con ammirazione entusiasta le direttive della Sua cultura e del Suo amor patrio. Così, se fanciullo, il 29 marzo 1848, aveva assistito esultando all'ingresso del Re Carlo Alberto in Pavia (e la descrizione ch'Egli stesso ne fece dopo mezzo secolo è così viva da sembrare istantanea (2)), giovane formato e deciso prende senz'altro le armi contro lo straniero nella guerra d'indipendenza (3). Sette anni più tardi, nel sessantasei, già professore universitario, doveva ripetere ancora il bel gesto, arruolandosi fra i volontari garibaldini (4); gesto pensato e voluto, che completa il primo, nel sentimento di un debito verso la patria, da assolversi in qualunque tempo, con tutte le forze.

Terminata la guerra e riaperta l'Università, compiva finalmente gli esami, laureandosi in legge il 21 dicembre 1859 (5).

La Sua vocazione all'insegnamento si determinò quasi subito (6). Sopra uno spirito così eletto, il patrio illustre Ateneo, arricchito di nuove cattedre nella Facoltà giuridica dalla recente legge, doveva spiegare un'attrattiva pronta e irresistibile; non mèta, fòmite di vantaggi maggiori, ma vero sacerdozio, secondo l'espressione del giurista antico. E la tendenza fu dapprima verso il diritto pubblico. A questo parevano portarLo di preferenza, oltre una preparazione specifica, iniziata già da studente (7), anche il suo temperamento, pieno di fervido

Digitized by Google

amore per la giustizia, che è senso e sentimento prima ancora che scienza, senso vivo e vibrante negli animi ingenui.

Dopo l'incarico del diritto commerciale, tenuto nel '62-'63, mentre durava il concorso alla cattedra vacante per l'immatura morte del prof. Luigi Cettuzzi (8), ebbe dal '63 al '65 quello del diritto internazionale, che iniziò nel secondo anno con una prolusione avente per tema: *L'Italia ne' suoi rapporti internazionali* (9).

Con un rapido vigoroso esame dei recenti progressi del diritto internazionale marittimo, che nel Congresso di Parigi di otto anni prima avevano in parte ricevuto una solenne sanzione, e in connessione altresì col *Nuovo diritto europeo* del Mamiani vi si svolge il concetto che l'Italia, ricostituita sulla base del principio di nazionalità, debba a sua volta porre la propria autorità e le proprie forze a sostegno delle altre nazionalità misconosciute ed oppresse (Danimarca e Polonia erano avvenimenti di quei giorni); e ciò come primo necessario passo verso l'*alleanza delle Nazioni*, cioè verso il razionale pacifico assetto di una Umanità organizzata. Sono gli stessi concetti, che affermati allora quà e là nelle dottrine dei pubblicisti, sembravano avere ormai fatto grandi progressi nelle coscienze, e a cui la guerra attuale invoca definitive conferme.

Ma alcune frasi del giovane incaricato si direbbero uscite ora dalla penna dell'illustre professore di diritto, che presiede alle sorti della grande Confederazione americana. « I supremi « precetti di libertà e giustizia — scriveva Egli — i quali « assicurano a ciascuna nazione una vita autonoma, indipen- « dente, e fanno della famiglia europea degli Stati, non una « specie di feudale organismo, per cui taluni di essi sono co- « stretti a subire l'alto dominio e l'alta sorveglianza dei più « potenti, ma un armonico sistema di coordinazione, per cui « ciascuno sa far rispettare in sè stesso e rispettare negli « altri quell'assoluta indipendenza, che è la principale carat- « teristica di un ben ordinato sistema di rapporti internazio- « nali. » (pag. 17) « La neutralità armata del 1780..... insegnò « come si possa e si debba rintuzzare la tirannide e l'orgoglio « di coloro, che briachi della loro potenza, vorrebbero fare del « genere umano un obbediente mancipio della loro sfrenata « cupidigia » (pag. 21). « Vegliare attentamente perchè la pre- « potenza, sotto qualunque maschera, non si insinui frammezzo « ai deboli a loro detrimento; promuovere e sorreggere la « coalizione dei popoli minacciati ed oppressi, perchè invio- « lato sia mantenuto il tesoro della libertà umana » (pag. 34).

Digitized by Google

« L'alleanza delle nazioni, preconizzata dall' Abate di Saint-
« Pierre, accarezzata da Rousseau, da Kant, da Bentham, più
« che il sogno di un uomo dabbene, se non porterà in grembo
« la pace universale, avrà però in sè stessa tanta bontà e
« potenza da assicurare efficacemente un maggior rispetto a
« quei supremi canoni di giustizia e di ragione, senza il trionfo
« dei quali c'è da disperare del progresso indefinito dell'umano
« incivilimento » (pag. 52).

L'anno di poi, apertosi il regolare concorso alla cattedra, e per prendervi parte, Egli trattava in apposita monografia uno dei temi già felicemente accennati nella prolusione, quello cioè del *Rispetto della proprietà privata fra gli Stati in guerra* (10). Tema sfiorato appena dai pubblicisti anteriori, specialmente francesi e inglesi, e da Lui sviscerato in ogni sua parte, cioè nel fondamento, già formulato da Portalis, essere la guerra e altro non dover essere che un rapporto fra Stato e Stato, e nelle sue applicazioni, che considera distintamente per le singole specie di beni, compresi in essi i crediti e le contribuzioni, e in relazione al territorio nemico o al nazionale invaso. L'analisi, condotta con grande rigor logico, non potrebb'essere più efficace. Che se la guerra mondiale cui assistiamo, in cui anzi siam parte, e non minore, noi stessi, ha dato, ahimè! ancora una volta la più crudele smentita a questi postulati, facendo arretrar di secoli tutto il diritto internazionale, ciò non toglie nè scema d'una linea il merito del pensatore e dello scrittore. Del quale va specialmente notata una pagina, che, antivenendo uno dei più delicati problemi odierni, sostiene con frase energica la completa risarcibilità dei danni di guerra, anche inferti dal nemico (11).

Il tema lo appassionò tanto, da farlo tornare più riposatamente sullo scritto, che infatti ripubblicò nel 1867 (12) con ampi ritocchi, meritandosi le vive lodi di Nicola Rocco e dell'illustre Cauchy, che ne fecero oggetto di apposite comunicazioni alle Accademie di Napoli e di Parigi (13). E il giudizio sull'opera fu così favorevole, che, pur assegnandosi la cattedra a chi aveva più di Lui numerosi titoli specifici nella materia (14), Egli poteva essere proposto e nominato all'altra di diritto commerciale, resasi di nuovo vacante in quell'epoca (15), aprendosi così alla sua poderosa attività un campo anche più concreto, nel quale doveva segnare un'orma incancellabile.

L'unificazione legislativa, instaurata appunto in Italia nel 1865, aveva manifestato la decisa inferiorità del codice di com-

Digitized by Google

mercio, che era l'albertino del 1842 rimaneggiato, di fronte al sistema scientifico e ad altre leggi positive già pur provate in Italia, come l'ordinanza cambiaria del 1848 e il codice federale del 1861. Quali d'altronde fossero le condizioni degli studi commercialistici fra noi in quell'epoca, è stato più volte descritto (16). Oltrechè dell'assoluta povertà dei nostri traffici, essi risentivano ampiamente della crisi generale degli studi giuridici, dovuta in primo luogo alla importazione dei codici francesi, e quindi anche, necessariamente, della ricca e varia letteratura su di essi formatasi (17). Eccezion fatta di pochi informi più o men recenti tentativi, VIDARI trovò dunque dinanzi a sè un terreno interamente nuovo, sul quale tutto era da fare.

Egli si pose coraggiosamente all'opera, senz'altro piano prestabilito che l'impulso dello studioso (« senza indugio e senza chiasso, ogni spalla il proprio sasso porti alla gran fabbrica », amava spesso esclamare col Giusti (18)), e il proposito di non scrivere linea che non fosse il portato di un'indagine coscienziosa e diretta, tale da permettergli su ogni argomento un'opinione propria, ragionata e chiara. Subito edotto dei caratteri e delle esigenze peculiari del diritto speciale che doveva esporre, Egli sussidiò queste indagini, oltrechè con larghi richiami alle *dottrine economiche* che le informano, anche con l'efficace strumento della *legislazione comparata*, che la codificazione, rotta la tradizionale universalità del diritto romano, rende ogni dì più indispensabile, specialmente nel campo del diritto commerciale, caratteristico per la sua uniformità e pel frequente mutuarsi di istituti e di norme da paese a paese. La *Società di legislazione comparata*, di Parigi, fondata nel 1868, ebbe fin dal principio fra i suoi *corrispondenti* il VIDARI, della cui convinzione fanno fede, oltre il cenno già scrittone nel 1869, anche la comunicazione al nostro Istituto alcuni anni più tardi (19), con parole della più sentita ammirazione.

Frutto di questi studi — oltre alcune pregevoli memorie inserite nel *Politecnico* di Milano e nell'*Archivio giuridico* di Bologna (20) — fu il poderoso volume sulla *Lettera di cambio*, pubblicato nel 1869 (21), e vôlto a dimostrare, sulla base di una critica minuta e del confronto con le leggi straniere più importanti, l'urgente necessità di una riforma della nostra legge, nella quale, abbandonando l'antico e ormai quasi dovunque superato legame col cambio traiettizio, si riconoscesse anche formalmente ed in tutte le sue conseguenze il carattere autonomo dell'obbligazione, e il suo libero impiego per ogni

Digitized by Google

specie di debito pecuniario. Senza qui indugiarci particolarmente intorno al contenuto del volume, che è un'esposizione compiuta della materia anche dal punto di vista positivo, basti rilevare il coro unanime di lodi con cui esso fu accolto (22), e il largo successo avutone dall'autore. Il quale, non solo ottenne subito la promozione a professore ordinario (23), ma fu anche chiamato a far parte della Commissione per la riforma del Codice, che da poco nominata, aveva appena cominciato a funzionare (24).

Un tale ufficio, e più ancora il fatto dell'importante lavoro legislativo a cui esso si riferiva, influirono certamente sull'ulteriore atteggiamento e indirizzo dell'opera scientifica di Ercole Vidari. La quale fu necessariamente vôlta, dalla ricerca monografica, alla visione comprensiva della intera materia del Codice, e, anche fuori di esso, di tutto il campo delle dottrine commercialistiche.

La collaborazione al nuovo Codice (25), oltre e più che nella effettiva presenza in Commissione, per la quale occorrevano frequenti viaggi e lunghe permanenze alla Capitale anche durante l'anno scolastico, si concretò in osservazioni critiche, pubblicate per le stampe e anche raccolte in volumi. Tali le *Note sui principali provvedimenti chiesti dal commercio italiano e desunti dalle proposte delle camere di commercio*, scritte pel « Giornale delle leggi », di Genova, nel 1871-72 (26), gli *Studi sul progetto per la riforma del codice di commercio* pubblicati nel 1874 (27); poi il libro sui *Magazzini generali secondo la legislazione italiana e le principali leggi straniere*, pubblicato nel 1876 (28), che vi si riconduce perchè materia compresa sì nel « Progetto preliminare » ma poi dovuta tutta coordinare su queste basi nell'ultima revisione (29); infine, l'*Illustrazione compendiosa*, smaltita rapidamente in due edizioni entro il 1884 (30), guida competente utilissima, e ancora oggi da non trascurarsi nel passaggio dalla legge antica alla nuova.

Parallelamente attuavasi l'opera di elaborazione e di esposizione del sistema.

Qui, l'incentivo primo veniva naturalmente dal fatto stesso dell'insegnamento universitario professato, e svolto sempre con la più scrupolosa diligenza. Ma un altro e non minore era, come già s'è detto, nella opportunità, nella necessità anzi, di offrire ad ogni ceto di studiosi, in più ampie proporzioni e direttamente condotta sulle fonti nazionali, emancipandola da ogni pedissequa imitazione straniera, l'analisi ordinata dei principii e del contenuto di una parte così importante della legislazione positiva.

Digitized by Google

L'opera metodica, cominciata a pubblicarsi nel 1877 (31), fu compiuta in dieci anni, raggiungendo il numero di *nove* volumi di bel formato. Essa comprende tutta la materia del Codice e delle sue leggi complementari; non solo, ma altresì quella di campi affini, come i diritti d'autore e d'inventore, che venivano studiati nel libro II, *Delle cose*, sotto la categoria dei *beni incorporali*. Tutta la materia risulta appunto, oltre una *Introduzione generale* sul commercio e il diritto commerciale, distribuita in *cinque* libri, il I dedicato alle *persone* (*società* comprese), il II alle *cose*, il III ai *contratti* (con sezioni a parte per quelli di *diritto marittimo* e per la *cambiale*), il IV al *fallimento*, il V al *procedimento* e alla *prescrizione*. Ognuno dei *libri* accuratissimamente diviso in titoli, capi, sezioni e sottosezioni (articoli), con un seguito di più che ottomila numeri per tutta l'opera.

Legislazione, dottrina e giurisprudenza, nostre e straniere, furono sopra qualsiasi argomento, anche minimo, poste a larghissimo contributo in questa esposizione. La quale però non procedeva isolata, convien rilevarlo, attraverso la semplice astratta meditazione individuale; ma era altresì accompagnata da una serie numerosissima di osservazioni, pubblicate nei varii periodici forensi e riviste speciali, moltiplicatisi anche fra noi subito dopo il 1860, e parecchi dei quali si fregiavano della collaborazione del VIDARI, che di uno tra essi, il *Filangieri*, tenne anche la direzione per un breve periodo, dal 1887 al 1892.

VIDARI aveva invero una prontezza non comune nell'afferrare le singole questioni, e una facilità altrettanto rara di renderle in uno stile conciso, limpido, vivace e spontaneo, accompagnate da rilievi efficacissimi e da critiche argute. Per varii anni, dal 1870 in poi, si può dire che Egli rimase il solo, e certo fu il più autorevole annotatore della giurisprudenza commerciale fra noi. Il *Giornale delle leggi* di Genova, *La Legge* di Roma, il *Diritto commerciale* di Pisa, la *Rivista del diritto commerciale* di Milano, a non dire di altri, ebbero insieme e successivamente la maggior parte, per un complesso di ben *trecentocinquanta*, de' suoi contributi. E ciò oltre ad un cospicuo numero di *pareri* in cause importanti, non resi di pubblica ragione.

Ognuna di queste osservazioni trovava poi luogo nel *Corso*, ricchissimo di materiale giurisprudenziale; e gli serviva per completarlo, levigarlo, e come si direbbe tenerlo al corrente nelle successive edizioni, fino alla quinta ed ultima che terminò nel 1908.

Digitized by Google

Cinque edizioni, ciascuna sempre di nove volumi (32), seguitesi nello spazio del trentennio, dicono appunto di per sè stesse, eloquentemente, quanto sentito fosse il bisogno dell'opera, quanto grande e favorevole accoglienza essa ricevesse dal pubblico, e quanto efficace influsso dovesse esercitare sul medesimo. Certo, pel suo carattere prevalentemente accademico, e malgrado i pregi indiscutibili di sistemazione e di sintesi, essa poteva e doveva presentarsi qualche volta succinta nello svolgimento dei singoli temi. Ma l'Autore stesso, già adottando il nome di *Corso*, che non è una semplice reminiscenza (33), e ricordando di avere scritto (34) come il comporre *Trattati* sia « sempre cosa ardua anche pei grandi ingegni », aveva mostrato di non voler esaurire quella esigenza e d'intendere insieme tutta la diversità che può passare fra le due specie di lavori.

Anche il desiderio (fin quì d'altronde insoddisfatto per massima parte pur nella nostra posteriore letteratura) di una più ampia e diretta indagine storica; e quello, egualmente attendibile, di un più intimo sostanziale intreccio nella analisi dei rapporti specifici commerciali colle forme tipiche civilistiche cui si connettono (intreccio questo, destinato a dare risultati efficacissimi dal punto di vista costruttivo), trovano la loro naturale origine nell'indirizzo dominante, si può dir fino a ieri, nei nostri studi, a causa della recisa separazione tra le fonti del diritto civile e commerciale, attuato colla codificazione, e del distacco eccessivo dalla dottrina antica, che pur ne derivò, quasi la formula nuova si considerasse un diritto nuovo, da applicare, interpretare e svolgere ne' suoi principii. Occorse, come è noto, qualche decennio perchè la reazione si manifestasse, con il ritorno agli studi romanistici; i quali spiegano in un certo senso anche il predominio degli studi germanici di diritto nel secolo XIX, perchè ivi la forza del diritto romano come diritto vigente durò fino alla fine, giovandosi nel contempo di tutta la nuova fioritura civilistica francese (trattatisti, commentatori e annotatori), che sottoponeva ad accurato confronto e revisione.

Questa reazione andò tant'oltre, da far propugnare per breve tempo la fusione delle norme positive in un *Codice unico delle obbligazioni*. Al che obbiettò con autorità anche VIDARI, in una lettura al nostro Istituto (35), ove si difende insieme strenuamente dall'accusa di aver abusato delle figure *sui generis* nella concezione dei singoli rapporti commerciali. Chi ponga mente alla stessa singolarità dei nomi che caratterizzano

Digitized by Google

dovunque questi istituti (cito la *cambiale*, l'*assicurazione*, i *trasporti* terrestri e marittimi, e le varie forme di *società*, che or si vorrebbero perfin separare al tutto dal contratto di diritto civile), intende facilmente quanto Egli fosse anche in questo nel vero.

Certo, inoltre, la produzione e gli scambi, come tutta l'economia sociale nel suo complesso, sono durante l'epoca nostra in così continua incessante trasformazione, che non è da far maraviglia se, mutandosi rapidamente i fatti e le leggi, anche le opere degli scrittori abbisognino senza tregua di complementi e rifacimenti, e il passar della fiaccola dall'una all'altra più o men poderosa mano si riduca talvolta ad un minime istante.

Ma quali che siano per essere gli aspetti e i progressi avvenire della scienza commercialistica in Italia, Ercole Vidari rimane e rimarrà pur sempre colui, che coi suoi studi e il suo *Corso* la risollevò a nuova vita nella terra che l'avea vista nascere e nel volger dei secoli illustrata con celebri nomi. Egli fu l'assiduo tenace lavoratore, che dissodò ed approntò il campo, poi arricchito di belle culture da numerosi continuatori; quegli che richiamò su questa parte dei nuovi studi italiani l'attenzione di molti giovani, e vi impresse uno slancio poderoso non più cessato, tale — come fu scritto (36) — da far veramente onore al nostro paese e da renderlo certo che qualunque auspicatissima fioritura di officine e di emporii sia per ricondurre l'Italia all'antico splendore, troverà già la scienza apparecchiata a riceverla (37).

La figura intellettuale e morale di Ercole Vidari non è tuttavia completa, se non si considera anche un altro lato della Sua vita; cioè il lato politico, che fa bellamente riscontro allo scientifico, riproducendone e accentuandone singolarmente tutti i pregi.

Già si è accennato più sopra agli studi di diritto pubblico costituzionale e internazionale, largamente coltivati nella prima giovinezza, e all'impulso generoso con cui, studente e professore, nel '59 e nel '66, avea preso le armi per la redenzione della patria.

Precedenti siffatti non potevano essere abbandonati del tutto neppur dopo ascesa la cattedra. Troppo Egli amava questa Patria, troppo avea seguito e fatto alimento del Suo spirito i principii e le massime del libero governo rappresentativo posti da Camillo Cavour a fondamento della nuova Italia, per-

Digitized by Google

chè non dovesse accingersi a praticarne per Suo conto l'esercizio, nella parte più alta e più cònsona al Suo temperamento, non meno che al Suo grado e alla Sua cultura.

Non aspirò quindi a uffici, che richiedevano accordi e transazioni con partiti e con gruppi, a scàpito di quella indipendenza e libertà di giudizio, che gli fu cara sopra ogni altra cosa. Ma prescelse senz'altro di dirigersi alla base prima del governo popolare, cioè all'*opinione*, e all'organo suo massimo, la *pubblica stampa*. Non già, s'intende, come giornalista di professione (al che del certo la facilità e la perspicuità dello stile e la prontezza della percezione e del concetto lo avrebbero maravigliosamente servito); ma come libero e intermittente scrittore, e pel formarsi appunto di quella opinione, alla quale Egli si teneva in diritto e in dovere di cooperare, mediante l'aperta espressione del proprio sentimento, sia nella analisi delle questioni generali come nel sindacato della pubblica amministrazione.

D'indole poco comunicativa, alieno da ritrovi e adunanze, tutto anzi chiuso fra le domestiche pareti, allietate da una gentile Consorte, che amò teneramente e alla quale rivolse anche nelle ultime volontà parole di vivissimo affetto (38), si può dir che lo scrivere sugli avvenimenti politici fosse la Sua distrazione, quasi una conversazione con sè stesso. Concretato il Suo pensiero, Egli lo inviava poi subito a qualche giornale o rivista, e sempre munito della Sua firma, onde mostrare come assumesse intera la responsabilità di quanto scriveva; la responsabilità, così delle parole come delle opere, essendo appunto nel Suo concetto il complemento necessario della libertà, sia nella vita privata, sia nella pubblica.

Giornali politici in prevalenza milanesi, e periodici come l'*Idea liberale* e la *Vita internazionale*, pur di Milano, e la *Nuova Antologia*, a tacer d'altri, l'ebbero così collaboratore frequente e desiderato. Sommano anche quì, nel loro insieme, a più centinaia, chi volesse noverarli tutti, gli articoli più o meno diffusi scritti da Lui. Nei quali non è difficile scorgere una comune impronta e linea direttiva. Seguace fervido e convinto della pura dottrina liberale, ispiratagli, come s'è avvertito, da Cavour (39), tutta la Sua opera di pubblicista si svolge infatti nella costante illustrazione della medesima, prendendo occasione dai fatti più importanti della vita del paese, ch'Egli avrebbe voluto fin dagli inizi rigorosamente e rapidamente conforme a quei principii. Spirito attivo ancor più che speculativo, la difficoltà reale di attuare perfettamente un mec-

Digitized by Google

canismo dove la scelta periodica fra la generalità ognor più larga dei cittadini non impedisca l'iniziativa e la tradizione, assicurando in pari tempo le competenze e le responsabilità; di attuare cioè l'organizzazione della democrazia moderna, portato di rivoluzione non soltanto politica, ma anche sociale e morale; questa difficoltà, dico, si presentava agli occhi Suoi come principalmente connessa al buon volere degli uomini onesti, e non faceva perciò che rendere più pressante e più vivo il dovere delle classi dirigenti, cioè della borghesia liberale, di attendervi e provvedervi con instancabile ardore.

Egli stesso riassunse, come in un quadro, questi pensieri e sentimenti, nel volume pubblicato al principio del 1899 sotto il titolo appunto *La presente vita italiana politica e sociale* (40). Ove in altrettanti distinti capitoli parla di Stato e Governo, Parlamento e Principe, politica estera ed interna, sistema tributario, legislazione economica, istruzione pubblica ed educazione, ordinamento amministrativo e amministrazione della giustizia in particolare, e infine dei rapporti fra Chiesa e Stato, delicatissimi nel nostro paese, massime per chi, com'Egli, avea sempre ritenuto la religione una grande forza morale, e perciò un potente fattore anche dell'educazione nazionale (41).

Questa rassegna, condotta per ogni lato della vita del nostro Stato durante il quarantennio, allora per compiersi, di sua libera indipendente esistenza, è appunto, si può dire, una continua constatazione delle deviazioni sempre crescenti da quei sommi originari principii, che a parer Suo e di tutta la scuola erano i soli adatti, quando fossero genuinamente attuati, a stabilire l'ottimo regime politico. E la conclusione a cui giunge con la semplice formula: « ritornare allo Statuto e al rispetto suo », ne è la più solenne serena conferma.

Il libro, che Egli stesso diceva (42) « piuttosto un libro di impressioni che non di veri e propri studi », fu quasi imputato di pessimismo. Scritto a poca distanza dai fatti che turbarono nel 1898 la quiete pubblica e con questa l'animo dei sinceri patriotti, non vi è realmente in esso, sia pur manifestato con la consueta vivacità, se non il richiamo a quella che costituì in ogni tempo l'aspirazione ansiosa e sollecita del buon cittadino, cioè l'osservanza della legge, nella sua lettera e nel suo spirito. Di una rettitudine così austera, da ascriversi ad obbligo il non avere, in tanti anni di professorato, chiesto e voluto mai nessun incarico, nè dato mai alcun libero insegnamento (43), ritenendo che chi insegnasse già una disciplina non potesse con eguale competenza ed amore insegnarne an-

Digitized by Google

che un'altra (44); sincero e leale fino allo scrupolo, e così da non supporre nemmeno in altri la possibilità di nascondere o di alterare il proprio pensiero; appassionato della verità, base prima e presupposto della giustizia; nemico di quelle sottili distinzioni, che se rispondono talvolta alla realtà delle cose, servono bene spesso a mascherare la mancanza di carattere e il prevalere del tornaconto; Egli avrebbe voluto in tutti, rigorosamente, le stesse virtú, sdegnandosi se alcuno vi contravvenisse, sia pure per la necessità degli umani accomodamenti. Critica e rampogna furono pertanto ben di frequente le inspiratrici della Sua penna, cui la profondità del convincimento dava talvolta, Egli disse (45) « più punte di quante fossero strettamente necessarie ». Rampogna però, da cui traspariva, come accade in simili tempre, tutto l'amore di chi vorrebbe l'oggetto amato ognor più conforme ai propri desiderii ed intenti.

Elevato nel marzo 1904 alla dignità senatoria, consacrò anche al nuovo altissimo ufficio tutte le energie di cui si sentiva capace. Ardentemente avrebbe voluto che la Camera vitalizia acquistasse alfine quella importanza e molteplicità di funzioni che lo Statuto le assegnava, ma che nel pratico esercizio eransi venute illanguidendo, non senza grave riflesso sull'andamento dell'istituzione parlamentare. E poichè fin dal 1872 aveva scritto un'ampia e succosa memoria, intitolata appunto *Della prima Camera nei Parlamenti e del Senato nel regno d'Italia* (46), ove sosteneva con largo corredo di argomenti la necessità d'introdurre il principio elettivo nella formazione del Senato stesso, Egli trovò rispondente al proprio impulso di associarsi autorevolmente a coloro che intorno a quel tempo caldeggiavano un movimento di riforma. Questo movimento fece poi capo, come è noto, oltrechè ad articoli in giornali politici della Capitale, anche ad una serie di proposte concrete formulate da un'apposita commissione, accolte dopo una brillante discussione dalla maggioranza dell'assemblea, e destinate forse a rientrare anch'esse, in un avvenire ben prossimo, nel complesso di riforme più fondamentali di tutta la compagine del nostro Stato (47).

Di quest'epoca, o quasi, è pur la raccolta in volume delle principali fra le molte memorie scientifiche del Vidari. Raccolta promossa dalla Facoltà giuridica pavese pel 45° anno d'insegnamento dell'illustre Maestro, al quale fu offerta anche una grande medaglia d'oro in una solenne riunione che lasciò

Digitized by Google

commovente ricordo in quanti vi parteciparono. Il volume, di oltre setteceuto pagine, intitolato *Scritti varii* (48), contiene oltre quaranta articoli (molti desunti dai *Rendiconti* del nostro Istituto, ove per ciascun anno dal 1874 in poi appare infatti almeno una comunicazione del VIDARI), che toccano appunto i principali problemi dibattuti durante il cinquantennio anche nel campo sociale e politico, dimostrando la grande versatilità dell'Autore e la sua mente aperta a larghissime indagini. Tali sarebbero la questione del *divorzio* e della precedenza del *matrimonio civile*, l'altra sulle *donne avvocate*, gli *infortunii sul lavoro*, gli *scioperi*, la *legislazione sociale* nel suo complesso (presa da Lui ad argomento di un discorso inaugurale dell'Università nel 1886), la *riforma delle Università* e dei varii insegnamenti, specie giuridici, delle medesime, gli *arbitrati internazionali* e la *pace*, ch'Egli non credeva possibile fino a che vi fossero tra i popoli ingiustizie da sanare; « meglio essendo » — diceva — « la difesa del diritto con la guerra, che il trionfo della iniquità senza la guerra »; perchè « anche la guerra, ove sia giusta, risponde ad una legge di necessità; perchè giusta e doverosa è la lotta pel diritto; perchè giustizia vuole che l'offesa sia respinta e che il torto venga riparato. Che se manchino altri mezzi idonei a conseguire tali scopi all'infuori della guerra, e guerra sia. In questi casi » — concludeva — « chi non vuole la guerra vuole la sopraffazione e l'ingiustizia; e chi sacrifica i sacrosanti diritti della patria ad un vano umanitarismo, ben sarà l'amico del genere umano, ma non amico della patria; imperocchè l'umau genere non può essere che la società di tutti i popoli indipendenti e liberi » (49).

Nè con questo cessò, benchè alquanto rallentasse, la sua attività di scrittore. Nella quale non mancò neppure — a proposito di alcuni avvenimenti europei, come la Conferenza di Algesiras, l'occupazione della Bosnia, la rinnovazione della Triplice alleanza — una chiara visione del tremendo conflitto attuale e della decisiva posizione che in esso avrebbe dovuto prendere il nostro paese (50).

Tanta mole di opere, una parte notevole delle quali sopravviverà al facile oblio dell'affaccendata epoca moderna, fu certamente dovuta, oltrechè allo studio perseverante instancabile, anche ad un sistematico metodo di lavoro, rigorosamente seguito dalla prima giovinezza all'ultima età. Desto e levato per tempissimo, Egli vi dedicava l'intero mattino, non distol-

Digitized by Google

tone che dalla lezione; interrompendo poi il pomeriggio con un breve passeggio insieme alla famiglia o a qualche amico e collega, e facendo la sera cortissima. L' Università, l' Istituto, la casa fidata, i cari libri e la penna, muta testimone de' suoi pensieri, si divisero costantemente ogni Sua ora fin che le forze — e fu ben oltre — lo consentirono. Del settembre '912 è l'ultimo suo scritto giuridico, in nota a una sentenza della corte d'appello di Milano concernente la prova testimoniale; del '915, nella *Vita internazionale*, l'ultimo scritto politico « La colpa è un po' di tutti », ove, considerando le cause della guerra attuale, rimprovera alle Potenze di non aver saputo abbastanza prevedere le soverchianti mire della Germania, e preconizza il sorgere degli Stati Uniti Europei.

Cursum consummavi, fidem servavi! potè ripetere Egli pure nel separarsi, il 1° giugno 1915, pel meritatissimo riposo, dalla Cattedra tanti anni così vividamente illustrata. E in quelle parole è ancora l'uomo, che assunta la vita come un alto dovere, si conforta nel pensiero di averlo fedelmente adempiuto, e tranquillo s'inoltra sulla soglia dell'eternità.

NOTE

(1) Sull' avv. G. Vidari (1821-1894), scrittore anch'egli di cose patrie, e autore dell'opera *Frammenti cronistorici dell' agro ticinese* (2ª ed. in quattro volumi, Pavia, tip. Fusi, 1892), veggansi i discorsi pubblicati in occasione della sua morte e specialmente il cenno di Mons. Prof. R. Maiocchi, nel *Bollettino storico pavese*, anno II (1894), fasc. 1-2 (estr. di 25 pag.).

La famiglia Vidari, già nota in Pavia anche prima dell' ingegnere Gaetano (il padre di questi, Giuseppe, era nell' epoca napoleonica Presidente della Camera di commercio), possedeva nella parrocchia di S. Teodoro il caseggiato della Pusterla sulla via omonima (forse lo stesso segnato al n. 216 della via S. Pancrazio, ora Giuseppe Frank).

Dal dott. Ettore, medico-chirurgo, ultimo dei fratelli, discende il prof. Giovanni Vidari, attualmente professore di pedagogia e Rettore dell'Università di Torino, Membro del nostro Istituto.

(2) *Il 29 marzo 1818 in Pavia*. Articolo pubblicato nel giornale *Corriere ticinese* (anno XIV), mart.-merc. 29-30 marzo 1898; ripubblicato nel giornale *L'Unione*, pure di Pavia, il 4 giugno 1910 (anno IV, num. 22).

(3) Egli dovè per questo passare di nascosto il Ticino, recandosi nel territorio sardo, dove fu arruolato nel 9° reggimento di fanteria, Brigata « Regina », che ebbe parte precipua nella gloriosa battaglia

Digitized by Google

di Palestro. Molte famiglie pavesi diedero contingente generoso di giovani, e talune, non poche, perfino di tre o quattro. Cfr., oltre i giornali del tempo, anche i *Frammenti cronistorici* già citati dall'avv. Giovanni Vidari, vol. IV, pag. 503.

Ercole Vidari aveva ottenuto l'esenzione dal servizio militare austriaco pagando la relativa tassa di 1500 fiorini; v. il certificato del Municipio di Pavia, in data 28 febbraio 1857, n. 1008.

(4) Come la maggior parte dei volontarii pavesi, Vidari si arruolò nel 4° reggimento di stanza a Varese, comandato dal colonnello Cadolini. Il suo atto venne annunciato con parole di alto elogio dai giornali di Pavia (*Patriota* del 26 maggio 1866, n. 42, p. 168) e di Milano (*Pungolo* del 27, *Sole* e *Perseveranza* del 28 maggio).

(5) Nel 1859, come risulta anche dai giornali del tempo, l'Università si riaperse soltanto alla fine di gennaio, per richiudersi in maggio. Con avviso del 23 luglio, instaurato il nuovo ordine di cose, la data degli esami venne fissata in agosto e in novembre. Gli esami furono però tenuti in quell'anno ancora col sistema austriaco, vigente fino dal 1817-18. Il rituale avviso a stampa, relativo alla laurea « in ambe le leggi », indica le 48 tesi, distribuite per nove materie, sulle quali il Vidari avrebbe pubblicamente disputato.

(6) Con attestato 5 gennaio 1861, n. 19406 A, dell'Appello lombardo, egli era stato dichiarato *idoneo* all'ufficio di *Giudice*, avendo superato con esito assai buono il relativo esame quale *Praticante giudiziario* (qualità portata da un'Ordinanza austriaca 10 ottobre 1854, n. 263 del *Bollettino uff. degli atti del Governo per la Lombardia*, e mantenuta fino al nuovo ordinamento giudiziario; cfr. r. d. 13 luglio 1862, n. 700, art. 1 e 2).

Frequentò in pari tempo e successivamente lo studio dell'avvocato Francesco Beccalli, venendo poi nominato *Avvocato* con deliberazione dello stesso Appello lombardo, in data 19 febbraio 1862, n. 2967 A.

(7) Un grosso fascicolo di *appunti* attesta ancora le sue numerose ampie letture in materie di storia, di economia politica, e di diritto costituzionale, presi dal 1857 in avanti. V. altresì, nel *Monitore dei tribunali* di Milano, anno III (1862), pag. 993-994 e 1162-69, due suoi articoli polemici *Sull'estensione del diritto di grazia spettante per lo Statuto italiano alla corona.*

(8) L'insegnamento del *diritto commerciale* cominciò a Pavia, come altrove, nel 1808, cioè colla pubblicazione del codice di commercio napoleonico. E primo insegnante fu Adeodato Ressi, da Cervia, professore ordinario di economia pubblica fin dal 1800 (v. *Memorie e documenti per la storia dell'Università di Pavia e degli uomini illustri che vi insegnarono.* Parte I, *Serie dei Rettori e Professori con annotazioni.* Pavia, tip. Bizzoni, 1878; pag. 296, num. 20). — Col nuovo ordinamento degli studi, introdotto nel 1817-18 dal governo austriaco (v. *Discorsi letti nella grande aula dell'imp. regia Università di Pavia in occasione della solenne apertura dell'anno scolastico 1817-18*, ecc. ecc. Milano, dall'i. r. stamperia, 1817; pag. 25 e seg.: « *Cattedre sta-*

Digitized by Google

bilite ecc. *colla nuova riordinazione* »), soppressa la cattedra di economia pubblica, il Ressi divenne professore ordinario di *diritto mercantile austriaco spiegato sulle basi della scienza del commercio e della legislazione austriaca; diritto marittimo e di navigazione*, pubblicando per la circostanza una *Breve esposizione di alcuni principii intorno alla scienza del diritto mercantile* (Pavia, nella stamperia di P. Bizzoni successo a Bolzani, 1818; pag. 108), e vi rimase fino al 1821, quando coinvolto nei celebri processi politici fu incarcerato e morì a Venezia, martire illustre dell'indipendenza italiana (cfr. anche G. Vidari, *Frammenti cronistorici* citati, vol. IV, pag. 293).

Furono quindi *supplenti*, prima, pel 1821-22, Luigi Lanfranchi, professore ordinario di scienze politiche, poi, dal 1822 al 1824, Giuseppe Zuradelli, professore ordinario di statistica; finchè nell'agosto 1824 venne nominato nuovo professore ordinario il dott. Antonio Volpi, di Trento, che tenne la cattedra fino al 1859, senza tuttavia lasciare, per quanto consta, traccia alcuna di sè nella letteratura contemporanea del diritto commerciale (il catalogo della ricca Biblioteca universitaria pavese non registra sotto il suo nome che un *Discorso sulla vita e sulle opere del barone Carlo Antonio Martini*, pronunciato per l'apertura dell'anno scolastico 1830-31 [Milano, i. r. stamperia, 1833; pag. 70, delle quali 23 di note. Il Martini, nato nel 1726 a Revò nel Trentino, fu professore nell'Università di Vienna, maestro di diritto agli arciduchi, poi imperatori, Giuseppe e Pietro Leopoldo, e infine Presidente del tribunale supremo di giustizia, e morì nel 1800], e *Parole dette la sera del 25 febbraio 1852 nel cimitero militare di Pavia*, ecc. *per la tumulazione di Federico De Spanner*, ecc. *comandante militare della città e provincia di Pavia*. Pavia, Bizzoni, 1852). Sicchè la sua memoria non sembra sin qui raccomandata che al suo fedelissimo attaccamento al governo straniero, che accompagnò nella ritirata dalle provincie lombarde, procacciandosi la rimozione dalla cattedra per decreto 3 agosto 1859 del governatore Vigliani (questo decreto, pubblicato nel giornale ufficiale *La Lombardia*, anno I, n. 50, di mercoledì 3 agosto 1859, e riportato anche nel n. 32 della *Gazzetta di Pavia*, 6 agosto 1859, è il seguente: « Il Governatore della Lom« bardia, visti gli art. 2 e 38 del Reale Decreto 8 giugno scorso; « constando che il dott. Antonio Volpi, professore ord. di diritto com« merciale, cambiario e di navigazione e delle leggi di finanza presso « l'Università di Pavia, ha lasciato il suo posto, precorrendo la riti« rata dell'esercito austriaco; — ha decretato e decreta: Il dottor « Antonio Volpi è dispensato dall'Ufficio. Il Direttore della Facoltà « politico-legale presso l'Università di Pavia è incaricato dell'esecu« zione di questo Decreto. — Milano, dal Palazzo di Governo, il « 3 agosto 1859. Vigliani »).

Subentrò al Volpi, prima quale incaricato pel '59-'60, poi quale straordinario, dall'8 novembre 1860 in avanti, l'avv. Luigi Cettuzzi, di Venezia, stato già supplente pel diritto penale nel 1858-59 (*Memorie e documenti per la storia dell'Università di Pavia*, già citati, pa-

Digitized by Google

gina 301, num. 49), e poi morto a Milano, cinquantenne appena, l'8 ottobre 1862. Egli lasciò incompiuto un *primo* volume di *Istituzioni di diritto commerciale col confronto delle leggi vigenti nelle varie parti del Regno d'Italia* (Milano, Francesco Colombo, libraio-editore, via S. Martino, n. 3, 1862; in-8°, di pag. 391), che contiene, oltre la prefazione, una prima parte di *Generalità*, dedicata alla *nozione razionale* del dir. comm. e della sua separata esistenza, alla sua storia e alle sue fonti, e una *Parte speciale*, relativa agli *atti di commercio*, esposti nel concetto generico e nei singoli gruppi, fino al *trasporto*. L'opera è diligentissima e ricca di acute osservazioni, e si chiude a pag. 387 con una nota 15 ottobre 1863 a firma C. F. G. (Carlo Francesco Gabba?), che giustamente lo raccomanda « ai giuristi ed ai numerosi amici superstiti del compianto autore ».

Il concorso bandito nello stesso anno 1862 diede per risultato la nomina, in data 22 aprile 1863, a professore ordinario dell'avv. Stanislao Soro-Delitala, sassarese, che aveva due memorie a stampa, l'una sul *Giudizio per giurati*, l'altra sulle *Avarie* (Cagliari, tipografia Timon, 1862; rispettiv. pag. 163 e 173). Anche il Soro-Delitala morì giovanissimo, di 27 anni, a Cagliari, il 7 giugno 1865 (*Memorie e docum.* citati, pag. 303, num. 58).

A lui successe, come straordinario, il Vidari.

(9) *L'Italia nei suoi rapporti internazionali. Considerazioni esposte sotto forma di prelezione dall'avvocato* Ercole Vidari, *incaricato dell'insegnamento del diritto internazionale nella R. Università di Pavia.* Pavia, tipografia dei Fratelli Fusi, 1864, pag. 66 in-8 gr.

(10) *Del rispetto della proprietà privata dei popoli belligeranti, per l'avvocato* Ercole Vidari, *incaricato dell'insegnamento del diritto internazionale alla Università di Pavia.* Milano, coi tipi dei Fratelli Borroni, maggio 1865; pag. 245, in-8 gr.

(11) V. le pag. 62-67 (42 a 49 della 2ª edizione), e specialmente la nota a pag. 64 (46), a proposito di una sentenza 18 luglio 1864 della Corte di cassazione allora sedente in Milano.

(12) *Del rispetto della proprietà privata fra gli Stati in guerra, dell'avvocato* Ercole Vidari, *professore straordinario di diritto commerciale nella Università di Pavia.* Pavia, tipografia dei Fratelli Fusi, 1867; pag. XV-407, in-8 gr.

(13) Società reale di Napoli; rendiconto delle tornate e dei lavori dell'Accademia di scienze morali e politiche; anno settimo, quaderni di luglio a dicembre 1868, pag. 111 a 112. — Séances et travaux de l'Academie des sciences morales et politiques (Institut imperial de France); compte rendu, ecc., 26ᵉ année, cinquième série, tome onzième (LXXXI de la collection), septembre 1867, 9ᵉ livraison, pag. 461-466.

(14) Il prof. Pietro Esperson, professore straord. di filosofia del diritto nella Università di Sassari fin dal 1862. Il quale fu poi promosso ordinario nel 1872 e tenne la cattedra fino al 1894, anno in cui chiese ed ebbe il collocamento a riposo. Egli morì nella sua città natale il 10 marzo 1917, in età d'anni 84.

Digitized by Google

(15) V. la precedente nota (8), in fine.

(16) V. più recentemente il *Trattato di diritto commerciale* del VIVANTE (4ª ediz., Milano, 1914), Vol. I, *Introduzione*, pag. 34 e seg.; e ROCCO Alfredo, *La scienza del diritto privato in Italia negli ultimi cinquanta anni* (in *Rivista del diritto commerciale* ecc., vol. IX (1911), fasc. 4°, pag. 285-304). E per altre minute indicazioni, anche la mia prolusione: *Gli studi di diritto commerciale in Italia dopo la codificazione* (nello *Annuario* della R. Università di Macerata, 1885-86).

(17) Un bel quadro delle varie e ricche correnti di letteratura giuridica francese che seguirono alla codificazione protraendosi fin quasi a tutto il secolo 19°, è nel volume pubblicato dalla « Société d'études législatives » pel centenario del Codice civile (*Le Code civil* [1804-1904]; *Livre du centenaire; publié* ecc. Paris, Rousseau, 1904; 2 parti di compl. pag. I-1128). Volume che potrebbe ripetersi, benchè, naturalmente, in proporzioni e con risultati più modesti, ma sempre per noi interessanti, anche per quanto concerne la letteratura italiana.

(18) V. la prefazione alle *Note sui principali provvedimenti*, ecc. (Milano, 1872), pag. 4; e le comunicazioni al nostro Istituto: *Contro un codice unico per le obbligazioni* (anno 1892, pag. 1108 e seg; v. avanti, nota 35), e *Per il diritto commerciale... di una volta* (anno 1904, pag. 149).

(19) *La Società di legislazione comparata di Parigi:* nei *Rendiconti* dell'Istituto Lombardo, anno 1879, serie 2ª, vol. 12° fasc. 4°, pag. 184-9; riportato anche nel volume *Scritti varii* (di cui si dirà più innanzi), pag. 87-93 (« Studi giuridici »). Il cenno del 1869 è nell'« Archivio giuridico », vol. III, pag. 356-359, ove, sotto il titolo *Cronaca giuridica*, si occupa della fondazione della *Revue de droit international et de législation comparée*, avvenuta a Gand, e di quella appunto della *Société de législation comparée* di Parigi.

Cfr. inoltre la « Conclusione » (pag. 301-302) del volume sui *Principali provvedimenti*, di cui alla seguente nota (26): « In materia legislativa io poi credo per di più, che, ormai, nulla si possa fare di serio, utile e durevole, se non studiando attentamente ciò che si fece e si fa negli altri paesi. Sono sperimenti, codesti, di cui, per così dire, pagano gli altri le spese e noi godiamo i frutti. Massime in materia commerciale... »; e la prefazione allo studio sui *Magazzini generali*, pag. VII.

(20) « POLITECNICO » (4ª e 5ª serie, dirette rispettivam. da BRIOSCHI e BONFADINI. Parte letterario-scientifica; Milano, tip. Zanetti, 1866 e seg.): Vol. IV (1867; 31° della Raccolta), pag. 82-102: *Sull'abolizione dell'arresto personale* (in Francia); — Vol. V (1868; 32° della Racc.), pagine 1-29, 101-126, 317-343 (estratto di pag. 81): *Del principio di intervento e di non intervento:* — Vol. VI (1869; 33° della Racc.), pag. 46-74: *La libertà commerciale davanti al Corpo legislativo.* Questo ultimo inserito poi anche nel volume *Scritti varii*, citato, pag. 317-349.

« ARCHIVIO GIURIDICO », Vol. I (1868), pag. 210-241: *Ferdinando Galiani, Giovanni Maria Lampredi e Domenico Alberto Azuni:* —

Digitized by Google

Vol. III (1869), pag. 3-30, 129-153: *Le società commerciali secondo la legge francese del 24 luglio 1867 e la legislazione italiana.* — Entrambi compresi anche nel volume *Scritti varii*, rispettivamente a pag. 351-386 (« Studi sociali ») e 3-60 (« Studi giuridici »).

(21) Firenze, Pellas editore (forma il vol. VI della « Biblioteca delle scienze legali »); pag. XV-676, in-8.

(22) V. ad esempio la recensione di SERAFINI, nell'*Archivio giuridico*, Vol. IV (1869), pag. 464-470.

(23) Questa promozione non avvenne direttamente. Apertosi sullo scorcio del 1869 il concorso per ordinario all' Università di Torino, VIDARI vi otteneva il primo posto, riuscendo poi per sua istanza ad essere nominato invece ordinario a Pavia.

Nel dargli comunicazione del decreto, il Rettore si dichiarava « ben lieto di veder così definitivamente conservato fra noi un Docente « il quale diede già luminose prove del suo vasto sapere e del non « comune interessamento al maggior vantaggio della gioventù stu- « diosa ».

(24) La Commissione era stata costituita con decreto ministeriale 9 settembre 1869, in esecuzione del voto 16 giugno della Camera dei deputati sull'emendamento Mancini al progetto di legge per l'unificazione legislativa veneto-mantovana; ed aveva funzionato dall' ottobre per 25 tornate. VIDARI fu aggiunto, con CABELLA e CASARETTO, alla ripresa dei lavori dal 20 aprile 1870 in avanti. — *Atti della Commissione*, ecc. Firenze, stamp. reale, 1872; parte I^a^, pag. VI-IX.

(25) La preparazione del nuovo codice durò, come è noto, *tredici* anni. Dei quali *tre* (compresovi un intervallo di 18 mesi) furono spesi nella compilazione del *Progetto preliminare*, affidata alla Commissione originaria; *cinque* nella raccolta delle osservazioni e dei pareri della Magistratura, Camere di commercio, Università ecc., nella discussione in Senato della parte riguardante le società, e infine nella redazione del *Progetto definitivo*, presentato da MANCINI al Senato il 18 giugno 1877; *due* all' incirca furono di nuovo intervallo per le vicende parlamentari; *due* altri per la discussione e approvazione sommarie da parte delle Camere; l'*ultimo* (1882) pel lavoro di coordinamento, affidato a una terza commissione, e per la pubblicazione avvenuta col r. d. 31 ottobre 1882, n. 1062.

VIDARI ebbe parte in tutte le Commissioni; cioè, oltrechè nella prima, compilatrice del Progetto preliminare, anche nella seconda, costituita da MANCINI nel 1876 pel Progetto definitivo, e nella terza, di coordinamento (1882).

Le riunioni della Commissione compilatrice ebbero luogo in tre periodi, cioè dall'11 al 24 ottobre 1869, dal 20 aprile al 28 giugno 1870 (72 tornate, 20 biquotidiane, in 51 giorni; VIDARI presenziò dal 21 aprile al 14 maggio, poi dal 16 al 25 giugno), e dall'11 dicembre 1871 al 26 aprile 1872 (135 giorni, con 65 tornate effettive, a nessuna delle quali presenziò VIDARI). Gli *Atti della Commissione*, pubblicati nel 1873, portano infatti un complesso di 162 verbali per altrettante tornate.

Digitized by Google

(26) Poi riunite in volume di pag. 306; Milano, Hoepli ed. (tipografia Fusi, Pavia).

(27) Milano, Hoepli ed. (tip Fusi, Pavia); pag. 400. — Il volume considera soltanto la materia delle *società*, del *trasporto*, e delle *cambiali*, ordini in derrate e checks. La breve, incisiva, prefazione così giustifica il lavoro: « Allorquando in un paese ferve un'opera legi- « slativa di tanta importanza, come è quella della riforma delle proprie « leggi commerciali, io penso che ognuno, il quale sente appena di « avere qualche competenza in quell'ordine di cose, deve concorrere « coi proprii studii ad agevolarne l'attuazione. E a me (sebbene poca « sia codesta mia competenza), che da dieci anni per dovere d'ufficio « e per simpatia mi occupo di diritto e di leggi commerciali; a me, « dico, il silenzio, sarebbe parso quasi una diserzione. — Ecco adun- « que, il frutto de' miei studii. Che se, come dice il poeta, « il fatto « non risponde all'alta idea », prego almeno di tenermi conto del buon « volere ». — A pag. 395, il giudizio sull'opera legislativa è poi così riassunto: « Conclusione. La tiri di per sè il sagace lettore. Che se « egli desiderasse conoscere la mia, eccola brevissima: si poteva e si « doveva far meglio ».

Circa il merito precipuo di quest'opera, veggasi anche la nota a pag. XXVI della *Illustrazione compendiosa* (nota (30) qui avanti), dove è giustamente rivendicato al Conte G. B. Ridolfi, dapprima Segretario al Ministero, indi Consigliere e Primo Presidente di Corte d'appello, e autore di una pregiata traduzione e commento del libro V del Codice di commercio germanico (*Il diritto marittimo della Germania settentrionale comparato col libro 2° del Cod. di comm. del Regno d'Italia*: pag. CXXIX-269), pubblicata a Firenze, dall'editore Pellas (vol. XV della « Biblioteca delle scienze legali »).

Vidari dice: « senza tema di esagerare, quando fosse mancata l'opera di lui, il nuovo Codice non sarebbe forse mai cresciuto a maturità. Questo, che dai più si ignora, affermiamo con sincera convinzione; e valga a chiarire ancora una volta il pubblico, che gli uomini veramente serii ed utili sono anche i più modesti ». — Chiunque conosca l'importanza effettiva del *segretario* in qualsiasi radunanza o commissione, sarà senz'altro persuaso di ciò. *Relatori* sulle singole parti furono tuttavia, tra gli altri: Carnazza-Puglisi per la *cambiale*, l'on. T. Corsi per le *società*, Mancini sul *fallimento*, e Alianelli pel *diritto marittimo*. Su molti punti, anche importanti, la discussione non fu condotta di seguito, nè terminata.

(28) Milano, Hoepli; pag. VII-379.

(29) Veggansi gli *Atti* dell'ultima Commissione (Roma, tip. eredi Botta, 1885), pag. 185 e seg. — Questa Commissione, inaugurata il 23 aprile 1882, compì i suoi lavori dal 17 al 22 luglio dello stesso anno. Vidari fece parte, con Cabella, Orsini, Pasquali, Ridolfi, Serafini e Varè, anche della Sotto-commissione esecutiva e fu presente a tutte le adunanze.

Digitized by Google

(30) *Il nuovo codice di commercio compendiosamente illustrato coi motivi di esso*. Milano, Hoepli ed.; 1ª ediz. 1883; 2ª ediz. 1884; un vol. in-8, di pag. XXX-839.

(31) Milano, Hoepli editore (tipografia Ditta F. Manini).

(32) La *terza* (1888 e seg.) porta anche un volume di *Indici generali* da me composto (Milano, Hoepli, 1896; pag. 490); il quale non può tuttavia servire per le altre edizioni, a causa del variato contenuto e quindi della non corrispondenza dei singoli numeri.

Estratti dal *Corso*, per comodità di eventuali studiosi delle singole parti, sono i volumi sulle *società* (*Le società e le associazioni commerciali. Trattazione sistematica secondo il nuovo codice di commercio italiano*; Milano, Hoepli, 1889; un vol. di pag. XIV-770), la *cambiale* (*La cambiale, gli ordini in derrate e l'assegno bancario* [*chèque*]. *Esposizione sistematica del nuovo diritto cambiario italiano*; Milano, Hoepli, 1885; un vol. di pag. XIV-642), il *fallimento* (*I fallimenti. Trattazione sistematica secondo il nuovo codice di commercio italiano*; Milano, Hoepli, 1886; due parti di complessive pag. XVI-959), il *trasporto* (*Il contratto di trasporto terrestre. Trattazione sistematica secondo il diritto italiano vigente*; Milano, Hoepli, 1890; un vol. di pag. X-467), il *diritto marittimo* (*Il diritto mar. italiano esposto sistematicamente*. Milano, Hoepli, 1892; 2 parti di complessive pag. XI-1102).

Elaborazioni compendiose a parte sono il *Compendio di diritto commerciale*, pubblicato nei « Manuali Hoepli » (serie scientifica, n. 184-185) nel 1895 (pag. XI-514) e giunto nel 1910 alla 4ª edizione (pag. X-448), e l'altro volumetto sul *Mandato commerciale*, pure pubblicato nei « Manuali Hoepli » nel 1887 (pag. V-160).

(33) La quale poteva essere attinta al *Cours de droit commercial* del Pardessus, che tanta voga ed autorità ebbe in Francia dal 1814 in poi, e fu tradotto due volte in italiano.

(34) Nella prefazione alla seconda edizione del *Rispetto della proprietà privata*, già citato; nota a pag. VII.

(35) *Contro un codice unico per le obbligazioni*; nei *Rendiconti* dell'Istituto Lombardo, anno 1892, serie II, vol. XXV, fascicolo 17°, pag. 1108-23; riprodotto anche nel *Filangieri*, vol. XVII [1892], pag. 579-592, e in *Appendice* al vol. I della 5ª edizione del *Corso*, nonchè nel volume « *Scritti varii* », pag. 179-197.

(36) Nel *Filangieri*, 1917, pag. 56 (necrologia di Ercole Vidari).

(37) Questo giudizio è condiviso anche da recente autorevoli scrittori; fra i quali basti citare G. P. Chironi, che presentando all'Accademia delle scienze di Torino (*Atti* dell'Accademia, a. 1906-07, pag. 1199; riprodotto in *Studi e questioni di diritto civile*, Torino, Bocca, 1914; vol. I, pag. 94) il *Trattato* del Vivante, così si esprime: « Restaurata più che soltanto rinvigorita, la coscienza giuridica, incominciò la produzione di lavori nuovi, che non potevano peraltro non riflettere in sè i difetti, le incertezze, le disuguaglianze ch'erano mende organiche della legge rinnovata: e sotto questa luce si presenta ancora nelle sue molte edizioni l'opera di Ercole Vidari, *pur così notevole, e che*

Digitized by Google

ebbe il precipuo merito di segnare come un avviamento nuovo agli studi del diritto commerciale »; — e Alfredo Rocco, che nell'articolo *La scienza del dirito privato in Italia negli ultimi cinquant'anni* (già citato a nota 16), pag. 293, dice: « ... Ercole Vidari ... fu tra i pochissimi a studiare il diritto commerciale con metodo sistematico e con ampiezza di cultura economica e giuridica; il suo saggio sulla *cambiale*, gli scritti bibliografici e critici, e infine il vasto ed organico *Corso di diritto commerciale* iniziarono il rinascimento degli studi di diritto commerciale, che il risveglio dei nostri traffici faceva oramai sentire come una viva necessità della pratica ».

(38) La contessa Matilde Benvenuti, figlia del conte Ercole e della contessa Emilia Giorgi di Vistarino; nata nel 1852 e da Lui sposata nel 1874. A lei e ai figli da lei avuti, Lina ed Alfonso, è dedicata la 5ª edizione del *Corso*.

(39) La collaborazione all'*Idea liberale* s'iniziò con una lettera di plauso per la commemorazione di Cavour, fatta da quest'ultima. Ed ogni anno, il 6 giugno, Egli non mancava di ricordare quà e là, con parole di sommo elogio e rimpianto, l'opera del grande statista. Vedi ad es., anche *Tribuna*, 10 agosto 1910, art. di fondo, e a pag. 548-9 della *Vita internazionale*, anno XV (1912), la sua protesta per un paragone fra Crispi e Cavour.

(40) Un vol. di pag. VIII-259. Milano, 1899, Hoepli ed. (tipografia Lombardi di M. Bellinzaghi). Ma già prima, nella *Nuova Antologia*, vol. 76° (fasc. 1° agosto 1898), estr. di pag. 36: « Delle presenti condizioni d'Italia ».

(41) Veggasi: *Il sentimento religioso in Italia. Lettura tenuta all'Università di Pavia dal Professor Ercole Vidari*. Milano, E. Treves, editore, 1872; pag. 64 in-32° (nella collezione « La scienza del popolo »).

(42) Capo I, *Considerazioni generali*, pag. 1.

(43) *Il nuovo Regolamento generale universitario;* nella *Riforma sociale*, anno 1902, fasc. 10° (pag. 944-958), e *Scritti varii* cit., pag. 575 e seguenti.

(44) *Pensieri sulla riforma universitaria;* in *Rendiconti dell'Istituto Lombardo*, anno 1891, pag. 565-573; e *Scritti varii*, pag. 451 e seg.

(45) *Contro un Codice unico ecc.* cit., parole di chiusa, in *Scritti varii* cit., pag. 197.

(46) Nell'*Archivio Giuridico*, vol. X (1872), pag. 5-60; e in *Scritti varii*, pag. 619-684.

(47) Gli articoli furono principalmente nella *Tribuna* della primavera e autunno 1910 (ma v. già nella *Vita internazionale*, 1905, pag. 4-5, e 243-4). La Commissione senatoria era composta dei senatori Finali, presidente, Fortunato, segretario, Borgnini, Caetani, Pellegrini, Rossi Luigi (che presentò per conto proprio una relazione di minoranza), Severi, Villa e Arcoleo, relatore. Le due relazioni sono stampate nei *Documenti*, coi num. CII e CIII (Roma, tipografia del Senato, 1911; rispettiv. pag. 123 e 17). La discussione occupò sette

Digitized by Google

intere tornate, dal 9 al 15 febbraio 1911 (*Atti parlam.*, Legisl. XXIII, 1ª Sess., Senato, vol. VII, pag. 4521-4671). VIDARI non assistè a queste sedute, essendo in regolare congedo per motivi di famiglia.

(48) Milano, 1908; Hoepli ed., pag. X-739, e il ritratto, non felice, dell'A. La solenne riunione ebbe luogo il 16 gennaio 1908.

(49) *Scritti varii*, pag. 692 (« Il congresso per la pace in Roma ») e pag. 728-9 (« A proposito delle convenzioni per gli arbitrati internazionali »).

(50) V. nell'*Idea liberale* e nella *Vita internazionale*, rispettivamente: I. L., X (1904), num. 19 (« Intorno alla triplice »), num. 31 (« I nostri buoni alleati »); XII (1906), num. 7 (« Dopo Algesiras »: « ... ci saprebbe dire qualcuno perchè mai noi dovremmo continuare ad essere gli alleati della Germania e dell'Austria? »); — V. I., VII. (1904), pag. 170 (« Loubet in Italia »: « ... evviva tanto più sacri per tutti coloro che ebbero la gran ventura di combattere nel 1859 al fianco dell'esercito francese »); IX (1906), pag. 25 (« Dopo Algesiras »: « ... a meno che non ci sia qualcuno che cerchi a bella posta un pretesto qualunque per fare la guerra. Ma ci può essere questo qualcuno? ... Ma a quale scatenamento di odii feroci e di stragi orrende non aprirebbe la via una simile guerra?... Chi provocasse la guerra per ciò, avrebbe contro di sè l'opinione di tutto il mondo civile... E contro chi, eventualmente, combatterebbe l'Italia? Contro la Francia, contro l'amica nostra, contro quella che ci diede le vittorie del '59? Sarebbe un fratricidio »); XI (1908), pag. 462 (« L'Italia e i Balcani »), pag. 559 (« Come ne uscì l'on. Tittoni »); — XII (1909), pag. 436 (« Sulla rinnovazione della triplice alleanza »).

Quanto sapore di profezia in queste acute osservazioni!

Digitized by Google

TRAIETTORIE ORTOGONALI DI UN SISTEMA ∞^1 DI SUPERFICIE SFERICHE

Nota di C. BURALI-FORTI

(*Adunanza del* 28 *novembre* 1918)

Il punto P vari in una *linea*, r sia un numero reale funzione di P e Γ sia il sistema ∞^1 delle superficie sferiche di centro P e raggio r.

1. *La generica traiettoria ortogonale di* Γ *è descritta dal punto, funzione di* P,

$$Q = P + r\,\boldsymbol{u} \tag{1}$$

essendo $\boldsymbol{u}$ *vettore, funzione di* P, *soddisfacente ad una qualunque delle seguenti equazioni differenziali, tra loro equivalenti,*

$$\left.\begin{aligned} &r\,\boldsymbol{u} \wedge d\,\boldsymbol{u} = -\,\boldsymbol{u} \wedge d\,P && (2)\\ &r\,d\,\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u} \wedge (\boldsymbol{u} \wedge d\,P) && (2')\\ &r\,d\,\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u} \times d\,P\,.\,\boldsymbol{u} - d\,P && (2'') \end{aligned}\right\} \text{ con } \boldsymbol{u}^2 = 1$$

e per il differenziale di Q *si ha*

$$d\,Q = (d\,r + \boldsymbol{u} \times d\,P)\,\boldsymbol{u}. \tag{3}$$

Che per $\boldsymbol{u}^2 = 1$ il punto (1) appartenga alla superficie sferica generica di Γ è evidente. Affinchè Q, funzione di P, descriva una traiettoria ortogonale di Γ è necessario e basta che, oltre essere $\boldsymbol{u}^2 = 1$, $d\,Q$ sia parallelo ad $\boldsymbol{u}$; ma dalla (1), $d\,Q = d\,P + r\,d\,\boldsymbol{u} + d\,r\,.\,\boldsymbol{u}$ e si ha dunque $\boldsymbol{u} \wedge d\,Q = 0$ solamente quando $\boldsymbol{u}$ soddisfa alla (2). Operando, a sinistra, nei due membri della (2) con $\boldsymbol{u} \wedge$ e ricordando che per essere

Digitized by Google

$\boldsymbol{u}^2 = 1$ si ha $\boldsymbol{u} \times d\,\boldsymbol{u} = 0$, si ha appunto la forma (2'), dalla quale, operando ancora con $\boldsymbol{u} \wedge$, si ottiene la (2) tenendo conto che $\boldsymbol{u}^2 = 1$. Infine se nella (2') sviluppiamo il doppio prodotto vettoriale, tenendo conto che $\boldsymbol{u}^2 = 1$, si ottiene appunto la (2''), dalla quale, sempre con $\boldsymbol{u}^2 = 1$, si passa ovviamente alla forma (2').

Dalla (1), differenziando, e dalla (2''), si ha

$$d\,Q = d\,P + r\,d\,\boldsymbol{u} + d\,r\,.\,\boldsymbol{u} =$$
$$= d\,P + \boldsymbol{u} \times d\,P\,.\,\boldsymbol{u} - d\,P + d\,r\,.\,\boldsymbol{u}$$

che dimostra la (3).

Si noti che la forma (2') senza la condizione $\boldsymbol{u}^2 = 1$, dà, moltiplicando ($\times$) per $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{u} \times d\,\boldsymbol{u} = 0$, cioè $\boldsymbol{u}^2 = \text{cost}$.

La (2') esprime $d\,\boldsymbol{u}$ in funzione quadratica di $\boldsymbol{u}$ e quindi è una equazione differenziale vettoriale del tipo RICCATI.

2. In due sfere qualunque di Γ chiameremo *corrispondenti* due punti per i quali passa una stessa traiettoria ortogononale di Γ.

Se $\boldsymbol{u}_i$ è un vettore unitario soluzione di una qualunque delle equazioni differenziali (tra loro equivalenti) (2), porremo

$$(1') \qquad Q_i = P + r\,\boldsymbol{u}_i$$

e due punti qualunque Q_i, corrispondenti a due punti qualunque P della linea, sono punti corrispondenti nelle due superficie sferiche individuate dai due punti P.

La corrispondenza individuata nelle Γ dalle loro traiettorie ortogonali **conserva le circonferenze.**

Siano $\boldsymbol{u}_i$, per $i = 1, 2, 3, 4$, quattro vettori unitari soluzioni delle (2) e poniamo

$$(4) \qquad \Theta = \boldsymbol{u}_2 \times \boldsymbol{u}_3 \wedge \boldsymbol{u}_4 - \boldsymbol{u}_3 \times \boldsymbol{u}_4 \wedge \boldsymbol{u}_1 +$$
$$+ \boldsymbol{u}_4 \times \boldsymbol{u}_1 \wedge \boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1 \times \boldsymbol{u}_2 \wedge \boldsymbol{u}_3\,,$$

tenendo presente che tra i quattro vettori $\boldsymbol{u}_i$ sussiste la identità

$$(5) \qquad \boldsymbol{u}_2 \times \boldsymbol{u}_3 \wedge \boldsymbol{u}_4\,.\,\boldsymbol{u}_1 - \boldsymbol{u}_3 \times \boldsymbol{u}_4 \wedge \boldsymbol{u}_1\,.\,\boldsymbol{u}_2 +$$
$$+ \boldsymbol{u}_4 \times \boldsymbol{u}_1 \wedge \boldsymbol{u}_2\,.\,\boldsymbol{u}_3 - \boldsymbol{u}_1 \times \boldsymbol{u}_2 \wedge \boldsymbol{u}_3\,.\,\boldsymbol{u}_4 = 0\,.$$

Dalla (2'') si ha, ad es.,

$$r\,d\,\boldsymbol{u}_2 \times \boldsymbol{u}_3 \wedge \boldsymbol{u}_4 = \boldsymbol{u}_2 \times d\,P\,.\,\boldsymbol{u}_2 \times \boldsymbol{u}_3 \wedge \boldsymbol{u}_4 - \boldsymbol{u}_3 \wedge \boldsymbol{u}_4 \times d\,P$$

Digitized by Google

e altre due analoghe per rotazione degli indici 2, 3, 4; sommando si ha

$$r \cdot d(\boldsymbol{u}_2 \times \boldsymbol{u}_3 \wedge \boldsymbol{u}_4) = (\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{u}_2 + \boldsymbol{u}_3 + \boldsymbol{u}_4) \times \times dP \cdot \boldsymbol{u}_2 \times \boldsymbol{u}_3 \wedge \boldsymbol{u}_4 - (\boldsymbol{u}_2 \times \boldsymbol{u}_3 \wedge \boldsymbol{u}_4 \cdot \boldsymbol{u}_1) \times dP - - (\boldsymbol{u}_3 \wedge \boldsymbol{u}_4 + \boldsymbol{u}_4 \wedge \boldsymbol{u}_2 + \boldsymbol{u}_2 \wedge \boldsymbol{u}_3) \times dP;$$

da questa e dalle (4), (5) si ha subito

$$r\, d\Theta = (\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{u}_2 + \boldsymbol{u}_3 + \boldsymbol{u}_4) \times dP \cdot \Theta, \tag{6}$$

ovvero sotto altra forma

$$\Theta \cdot e^{-\int 1/r \cdot (\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{u}_2 + \boldsymbol{u}_3 + \boldsymbol{u}_4) \times dP} = \text{cost.} \tag{6'}$$

che stabilisce una relazione *necessaria* tra quattro integrali qualunque delle (2).

In virtù della (1') è ovvio che

$$r^3 \cdot \Theta = (Q_2 - Q_1) \times (Q_3 - Q_1) \wedge (Q_4 - Q_1) \tag{4'}$$

e quindi la condizione $\Theta = 0$ esprime che i quattro punti Q_i sono complanari, cioè, stando essi in una superficie sferica, appartengono ad una circonferenza. Ma la (6') dice che se in un punto P si ha $\Theta = 0$, si ha pure $\Theta = 0$ in tutti gli altri punti P e quindi il teorema è dimostrato.

3. *La corrispondenza individuata nelle Γ dalle loro traiettorie ortogonali* **conserva gli angoli.**

Si considerino gli integrali $\boldsymbol{u}_i$, per $i = 1, 2, 3$, e in *un* punto P siano tali (il che è sempre lecito ammettere) che gli angoli di $\boldsymbol{u}_2$, $\boldsymbol{u}_3$ con $\boldsymbol{u}_1$ siano infinitesimi. Ne segue che i numeri $\boldsymbol{u}_2 \times dP$, $\boldsymbol{u}_3 \times dP$ differiscono da $\boldsymbol{u}_1 \times dP$ per infinitesimi di ordine superiore. Per la (3) si ha

$$dQ_i = (dr + \boldsymbol{u}_i \times dP)\, \boldsymbol{u}_i ;$$

intanto i punti $Q_i + dQ_i$ delle traiettorie ortogonali corrispondenti a $P + dP$ stanno sulle rette $P\boldsymbol{u}_i$; inoltre, per l'osservazione precedente, i triangoli di vertici Q_i e $Q_i + dQ_i$ sono *simili* a meno di infinitesimi di ordine superiore. Ne segue che la corrispondenza considerata conserva gli angoli passando da una sfera alla infinitamente prossima, e quindi il teorema è dimostrato.

Digitized by Google

4. I teoremi dei nn. 2, 3 sono dovuti al DARBOUX (*), ma la dimostrazione da noi data, oltre essere indipendente da qualsiasi specie di coordinate, e quindi puramente geometrica, è anche sostanzialmente diversa da quella, indiretta, data dal DARBOUX, poichè facciamo uso *esclusivamente* della equazione differenziale che individua le traiettorie del sistema Γ. È interessante ridurre a forma assoluta la dimostrazione analitico-geometrica del DARBOUX.

Essendo f un numero reale funzione di P si consideri la linea di punto generico P_1 e il numero r_1 definiti ponendo

$$(7) \qquad d P_1 = f . d P \ , \ r_1 = f r$$

e si chiami Γ_1 il sistema ∞^1 di sfere aventi centro P_1 e raggio r_1 (**).

Se moltiplichiamo la (2') per f e teniamo conto delle posizioni (7) si ha subito

$$r_1 \, d \boldsymbol{u} = \boldsymbol{u} \wedge (\boldsymbol{u} \wedge d P_1) \qquad \text{con } \boldsymbol{u}^2 = 1$$

e, in conseguenza, confrontando con la (2'),

a) *I vettori unitari* $\boldsymbol{u}$, *integrali delle* (2), *che dànno le traiettorie ortogonali di* Γ, *dànno pure quelle di* Γ_1, *cioè per* $\boldsymbol{u}$ *sodisfacente alle* (2), *i punti*

$$Q = P + r \boldsymbol{u} \ , \ Q_1 = P_1 + r_1 \boldsymbol{u}$$

descrivono due traiettorie ortogonali, una di Γ *l'altra di* Γ_1.

Sia ora $\boldsymbol{u}$ un integrale delle (2) e vediamo se è possibile determinare f in guisa che il punto $Q_1 = P_1 + r_1 \boldsymbol{u}$ non vari col variare di P, cioè in guisa che tutte le Γ_1 passino per uno stesso punto. Dovrà essere $d Q_1 = 0$, cioè

$$0 = d P_1 + d (f r) \boldsymbol{u} + (f r) \, d \boldsymbol{u} = f d P + d (f r) \boldsymbol{u} +$$
$$+ f (\boldsymbol{u} \times d P . \boldsymbol{u} - d P) = \{ d (f r) + f . \boldsymbol{u} \times d P \} \boldsymbol{u}$$

(*) *Leçons sur les systèmes orthogonaux et les coordonnées curvilignes*, Deuxième édition complète, Gauthier. Villars, Paris, 1910.

(**) La linea P_1 ha nel punto P_1 il triedro principale parallelo (per elementi omonimi) a quello della linea P nel punto P; inoltre l'elemento di arco e i raggi di curvatura in P_1 sono i prodotti per f dell'elemento di arco e dei raggi di curvatura in P. La retta PP_1 descrive una rigata sviluppabile il cui spigolo di regresso è descritto dal punto $(P_1 - f P) / (1 - f)$, come è facile verificare, punto che è centro della omotetia tra i punti Q , Q_1 del seguente teorema *a*).

Digitized by Google

e in conseguenza

$$\frac{d(fr)}{fr} = -\frac{1}{r}\,\boldsymbol{u} \times d\,P \tag{8}$$

che determina fr, e quindi f, con una quadratura. Dunque

b) *Dato un integrale* $\boldsymbol{u}$ *delle* (2) *è possibile scegliere* f *in modo che tutte le sfere* Γ_1 *passino per uno stesso punto, e tale* f *è data dalla* (8).

Una volta stabiliti, col DARBOUX, i teoremi *a*), *b*), una trasformazione per raggi vettori reciproci col centro nel punto per il quale passano tutte le Γ_1 del sistema speciale determinato dal teorema *b*), dà molto facilmente la dimostrazione dei teoremi dei nn. 2, 3, come il lettore può constatare esaminando la citata opera di DARBOUX.

5. Si presentano numerose questioni, assai interessanti, e non facili a risolvere, che credo opportuno indicare nella speranza che possano essere ampiamente trattate, portando un notevole contributo ai metodi generali assoluti.

La equazione differenziale (2), anche sotto la sua forma generale

$$r\,d\,\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u} \wedge (\boldsymbol{u} \wedge d\,P) \tag{9}$$

senza la limitazione $\boldsymbol{u}^2 = 1$ (pur avendosi sempre $\boldsymbol{u}^2 = \text{cost.}$ necessariamente, cfr. n. 1), esprime $d\,\boldsymbol{u}$ in funzione quadratica di $\boldsymbol{u}$ e corrisponde quindi, nel campo vettoriale, al tipo analitico di RICCATI. Però la (9) non è certamente la forma più generale che esprime $d\,\boldsymbol{u}$ in funzione quadratica di $\boldsymbol{u}$ (*).

Una prima questione che si presenta è dunque questa:

(*) La equazione lineare, analitica, del primo ordine

$$\frac{dx}{dt} = p\,x + q$$

con p, q funzioni di t soltanto, ha la sua corrispondente vettoriale generale

$$\frac{d\,\boldsymbol{x}}{dt} = p\,\boldsymbol{x} + \boldsymbol{q}$$

con p numero reale e $\boldsymbol{q}$ vettore funzioni di t. Si integra facilmente, con due quadrature, come la corrispondente analitica, moltiplicandola per il fattore integrante $e^{-\int p\,dt}$.

Digitized by Google

determinare la forma più generale possibile della equazione differenziale vettoriale del tipo RICCATI *che esprime* $\mathrm{d}\boldsymbol{u}$ *in funzione quadratica di* $\boldsymbol{u}$.

Sia per tale forma generale, una volta ottenuta, sia per la forma particolare (9), interessa esaminare se: *noto un integrale* $\boldsymbol{u}_0$, *l'integrale generale si può ottenere, in funzione di* $\boldsymbol{u}_0$ *mediante due quadrature;* e, se si può ottenere, *ottenerlo sotto forma assoluta* (*). Inoltre: *noti due integrali* $\boldsymbol{u}_0$, $\boldsymbol{u}_1$ *l'integrale generale si può esprimere con una sola quadratura?* E ancora: *noti tre integrali* $\boldsymbol{u}_0$, $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$ *si può esprimere l'integrale generale senza quadrature?*

Se quest'ultimo fatto è possibile, occorre esaminare quale forma assume la nota proprietà del *birapporto* di quattro integrali della equazione analitica di RICCATI. Essa non può mantenersi invariata perchè, mentre i numeri reali formano un *sistema lineare ad una dimensione* (campo del birapporto), i vettori formano un *sistema lineare a tre dimensioni* (campo nel quale non può considerarsi il birapporto sotto la forma ordinaria (**)).

Ma vi è di più. Consideriamo una superficie σ nel cui punto generico P la normale è parallela al vettore unitario $\boldsymbol{n}$ funzione di P e consideriamo i numeri reali φ, ψ funzioni di P. Facendo uso degli operatori differenziali su σ, introdotti da P. BURGATTI e generalizzati da R. MARCOLONGO (***), si vede facimente che la omografia, su σ,

$$\varphi + \psi \cdot \boldsymbol{n} \wedge \tag{10}$$

(*) Per il tipo particolare (9) con $\boldsymbol{u}^2 = 1$, il DARBOUX (l. c.) ottiene tale risultato con coordinate immaginarie sulla sfera; ma occorre esaminare se questo è un risultato dovuto alle particolari (e *non* geometriche) coordinate, o se è un resultato assoluto.

(**) Il DARBOUX (*Leçons sur la théorie générale des surfaces*, Vol I, Chap. II, III), riduce, con i soliti immaginari, l'equazione

$$\frac{d\boldsymbol{u}}{dt} = \Omega \wedge \boldsymbol{u},$$

con Ω funzione nota (vettore) di t (p. 19), ad una equazione *analitica* del tipo RICCATI (p. 23) e in seguito (p. 32) introduce i birapporti; ma questi sono relativi alle *coordinate* (*immaginarie*) e non si vede come si traduce in *proprietà assoluta* del vettore $\boldsymbol{u}$.

(***) P. BURGATTI, *I teoremi del gradiente*,.... Mem. R. Acc. di Bologna, ser. VII. Tomo IV.

R. MARCOLONGO, *Su alcuni operatori superficiali*, Rend. R. Acc. dei Lincei, vol. XXVI, ser. 5.

Digitized by Google

soddisfacente alla condizione

$$\text{grad}_\sigma (\varphi + \psi \cdot \boldsymbol{n} \sqrt{-1}) = 0, \tag{11}$$

equivalente a $\Delta_\sigma \varphi = 0$ e $\Delta_\sigma \psi = 0$ (e che dà $(\text{grad}_\sigma \varphi)^2 = (\text{grad}_\sigma \psi)^2$, $\text{grad}_\sigma \varphi \times \text{grad}_\sigma \psi = 0$) dà, sotto forma assoluta, e indipendentemente dall'ente *analitico* $\sqrt{-1}$, ciò che comunemente chiamasi *variabile complessa su* σ. Or bene, se si tiene conto delle forme puramente analitiche e immaginarie usato dal DARBOUX, e anche dal BIANCHI (*Lezioni....*, 2ª ediz. Vol. I), si vede che la omografia (10), sodisfacente alla condizione (11), deve intervenire utilmente per la trattazione della equazione (9), almeno nel caso particolare $\boldsymbol{u}^2 = 1$. Si ha così una nuova questione interessante e la cui risoluzione deve costituire un passo importante per l'uso della omografia, assoluta, (10) sodisfacente alla (11), in tutte le questioni che attualmente si trattano con la *variabile complessa*, cioè con l'ente *non geometrico* $\sqrt{-1}$.

6. Come piccolo contributo alle questioni indicate nel n. 5, espongo una curiosa proprietà geometrica di due integrali distinti delle (2).

Per la linea descritta da P consideriamo i soliti elementi s, ϱ, τ, $\boldsymbol{t}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$ e indichiamo con gli apici le derivate fatte rispetto all'arco s della linea, del quale tutti gli elementi sono funzioni. Si ha il teorema:

a) *Se* $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$ *sono integrali distinti delle* (2) *allora la retta* $Q_1 Q_2$ (cfr. n. 2, (1')) *descrive una rigata sviluppabile; il suo spigolo di regresso è descritto dal punto*

$$R = P + r\,\boldsymbol{u}_1 + \frac{r\,(r' + \boldsymbol{u}_1 \times \boldsymbol{t})}{(\boldsymbol{u}_1 - \boldsymbol{u}_2) \times \boldsymbol{t}} \cdot (\boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1) \tag{12}$$

che sta nel piano, **indipendente dai due integrali** $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$, *condotto dal punto*

$$H = P - r\,r'\,\boldsymbol{t} \tag{13}$$

normalmente a $\boldsymbol{t}$; *per la derivata di* R *si ha*

$$R' = \frac{(r' + u_1 \times \boldsymbol{t})\,(r' + \boldsymbol{u}_1 \times \boldsymbol{t})}{(\boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1) \times \boldsymbol{t}} + \\ + r \left(\frac{r' + \boldsymbol{u}_1 \times \boldsymbol{t}}{(\boldsymbol{u}_1 - \boldsymbol{u}_2) \times \boldsymbol{t}} \right)' (\boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1). \tag{14}$$

I vettori Q'_1, Q'_2 (cfr. n. 1, (3)) sono paralleli ad $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$

Digitized by Google

e quindi il piano PQ_1Q_2 è tangente alla rigata in Q_1, Q_2 e la rigata è dunque sviluppabile.

Lo spigolo di regresso è descritto da

$$(15)\quad R = Q_1 + x(Q_2 - Q_1) = P + r\,\boldsymbol{u}_1 + x\,r\,(\boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1),$$

con x funzione tale di s che R' sia parallelo ad $\boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1$. Ora

$$R' = Q'_1 + x'(Q_2 - Q_1) + x(Q_2 - Q_1)'$$

e deve essere

$$R' \wedge (Q_2 - Q_1) = Q'_1 \wedge (Q_2 - Q_1) + x(Q_2 - Q_1)' \wedge (Q_2 - Q_1) = 0,$$

vale a dire

$$(r' + \boldsymbol{u}_1 \times \boldsymbol{t})\,\boldsymbol{u}_1 \wedge (\boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1) + x\{r'(\boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1) + \boldsymbol{u}_2 \times \boldsymbol{t}\,.\,\boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1 \times \boldsymbol{t}\,.\,\boldsymbol{u}_1\} \wedge (\boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1) = (r' + \boldsymbol{u}_1 \times \times \boldsymbol{t})\,\boldsymbol{u}_1 \wedge \boldsymbol{u}_2 + x\{\boldsymbol{u}_2 \times \boldsymbol{t} - \boldsymbol{u}_1 \times \boldsymbol{t}\}\,\boldsymbol{u}_1 \wedge \boldsymbol{u}_2 = 0$$

che dà subito

$$x(\boldsymbol{u}_1 - \boldsymbol{u}_2) \times \boldsymbol{t} = r' + \boldsymbol{u}_1 \times \boldsymbol{t}$$

dalla quale si ricava appunto l'x che sostituito nella seconda forma (15) dà la (12).

Dalla (12) si ha subito

$$(R - P) \times \boldsymbol{t} = -\,r\,r'$$

la quale prova che R sta nel piano condotto da H normalmente a $\boldsymbol{t}$.

Derivando la (12) rispetto ad s si ottiene la (14) dopo alcune riduzioni.

b) *Siano ora* $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$ *vettori unitari funzioni di* s *(non necessariamente soluzioni delle* (2)*) e per* Q_1, Q_2 *valga la posizione* (1′). *La retta* Q_1Q_2 *incontra il piano condotto da* H *normalmente a* $\boldsymbol{t}$, *in un punto* R *la cui espressione è identica alla* (12). *Se si pone*

$$(16)\qquad \begin{aligned} \boldsymbol{v}_1 &= r\,\boldsymbol{u}'_1 - \boldsymbol{u}_1 \times \boldsymbol{t}\,.\,\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{t}, \\ \boldsymbol{v}_2 &= r\,\boldsymbol{u}'_2 - \boldsymbol{u}_2 \times \boldsymbol{t}\,.\,\boldsymbol{u}_2 + \boldsymbol{t}, \end{aligned}$$

per la derivata di R *si ha*

$$(17)\qquad R' = \left\{ \frac{(r' + \boldsymbol{u}_1 \times \boldsymbol{t})(r' + \boldsymbol{u}_2 \times \boldsymbol{t})}{(\boldsymbol{u}_1 - \boldsymbol{u}_2) \times \boldsymbol{t}} + r\left(\frac{r' + \boldsymbol{u}_1 \times \boldsymbol{t}}{(\boldsymbol{u}_1 - \boldsymbol{u}_2) \times \boldsymbol{t}} \right)' \right\} (\boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1) + \frac{(r' + \boldsymbol{u}_1 \times \boldsymbol{t})\,\boldsymbol{v}_2 - (r' + \boldsymbol{u}_2 \times \boldsymbol{t})\,\boldsymbol{v}_1}{(\boldsymbol{u}_1 - \boldsymbol{u}_2) \times \boldsymbol{t}}$$

Digitized by Google

che coincide con la (14) *per* $\boldsymbol{v}_1 = 0$ *e* $\boldsymbol{v}_2 = 0$ *nel qual caso* $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$ *sono soluzioni delle* (2).

Deve essere

$$(18)\quad R = Q_1 + y\,(Q_2 - Q_1) = P + r\,\boldsymbol{u}_1 + r\,y\,(\boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1)$$

con la condizione $(R - P) \times \boldsymbol{t} = -\,r\,r'$ che sviluppata dà subito per y un valore che sostituito nella seconda forma della (18) dà appunto la (12).

Derivando la (12) nelle ipotesi ora fatte, cioè tenendo conto delle (16), si ottiene la (17) dopo alcune riduzioni.

c) Sono notevoli i due fatti indicati in a), b) e molto probabilmente possono essere utilizzati per trovare la soluzione generale delle (2) essendo noto un integrale $\boldsymbol{u}_1$.

Si può anche notare che il piano condotto per H normalmente a $\boldsymbol{t}$ inviluppa una rigata la cui generatrice generica è parallelo a $\boldsymbol{b}$, passa per

$$K = H + \varrho\,\{1 - (r\,r')'\}\,\boldsymbol{n}$$

e il suo spigolo di regresso è descritto dal punto

$$S = K - \tau\,\{(\varrho\,(1 - (r\,r')')' - r\,r'/\varrho\}\,\boldsymbol{b};$$

che per $r = cost.$ è appunto il centro $P + \varrho\,\boldsymbol{n} - \varrho'\,\tau\,\boldsymbol{b}$ della sfera osculatrice in P (*).

7. Si può soddisfare alle (2) ponendo

$$(16)\qquad \boldsymbol{u} = \cos\varphi\,\boldsymbol{t} + \operatorname{sen}\varphi\,(\cos\lambda\,\boldsymbol{n} + \operatorname{sen}\lambda\,\boldsymbol{b})$$

con significato ovvio di φ, λ, e in tal caso la equazione differenziale (2) si cambia nel sistema di equazioni differenziali (**)

$$(17)\qquad \begin{cases} \varphi' = \dfrac{\operatorname{sen}\varphi}{r} - \dfrac{\cos\lambda}{\varrho} \\ \lambda' = \dfrac{1}{\tau} + \dfrac{\operatorname{sen}\lambda}{\varrho}\cot\varphi \end{cases}$$

(*) Il calcolo si fa facilmente con le formazioni geometriche del PEANO. Posto $a = H \mid \boldsymbol{t} = P \mid \boldsymbol{t} - r\,r'\,\Omega$, si calcola a' poi aa' che è la retta

$$h = \{H + \varrho\,(1 - (r\,r')')\,\boldsymbol{n}\}\,\boldsymbol{b};$$

calcolata h' e l'intersezione (certo esistente perchè la rigata è sviluppabile) di h con h' si ha il punto S.

(**) C. BURALI-FORTI, *Rigate sviluppabili con assegnato cono direttore o con assegnata direttrice*, Atti R. Istituto Veneto, 1918.

Digitized by Google

che sono simili a quelle del BIANCHI (l. c.) ma molto più semplici poichè $\boldsymbol{u}$ è riferito alla terna $\boldsymbol{t}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$, *strettamente collegata* col sistema Γ, e non ad una terna *arbitraria* costante.

Se P è linea piana ($1/\tau = 0$) e il sistema Γ si riduce ad un sistema di circonferenze nel piano di P ($\lambda = 0$), allora la seconda delle (17) sparisce e la prima diviene

$$\varphi' = (\operatorname{sen} \varphi)/r - 1/\varrho$$

simile a quella trovata dal DARBOUX (Surfaces, Vol. I, l. c., p. 114) ma più semplice perchè φ è l'angolo che $\boldsymbol{u}$ fa con l'elemento *intrinseco* $\boldsymbol{t}$ e non con un « asse delle x » arbitrario. Si ritrova quanto ha ottenuto il DARBOUX; cambiando φ con la trasformazione $\operatorname{tg}(\varphi/2) = x$ si ottiene una equazione di RICCATI, ecc. Inoltre il centro di curvatura [cfr. n. 6, a), e, del resto, si ottiene direttamente in modo assai facile] in Q della traiettoria ortogonale, sta sulla perpendicolare condotta alla tangente in P dal punto $H = P - rr'\boldsymbol{t}$, proprietà che è ben nota per la *trattrice* ($1/\varrho = 0$, $r = \text{cost.}$) e che viene così generalizzata a curve (Q) che possono chiamarsi *trattrici generalizzate*.

Ancora per P linea piana ($1/\tau = 0$), ma Γ sistema di sfere ($\lambda \neq 0$), allora la seconda delle (17) si semplifica; ma si ha ancora un sistema di due equazioni differenziali. Se, inoltre, anche $1/\varrho = 0$ (la linea P è *retta*) allora la seconda (17) dà $\lambda = \text{cost.}$ e le traiettorie sono le linee meridiane di una superficie di rotazione avente per asse la linea P; la prima dà subito

$$\log \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \int \frac{ds}{r}$$

e per $r = \text{cost.}$ si ottengono le trattrici (*).

Peraltro non crediamo che la forma (17), anche così ridotta in grazia della introduzione degli elementi intrinseci della linea P, sia quella che più rapidamente, e in modo assoluto, possa condurre allo studio delle traiettorie di Γ, cioè allo studio delle relazioni tra gli integrali della (2).

(*) C. BURALI-FORTI, *Geometria analitico-proiettiva*, p. 97 (G. B. Petrini, Torino, 1912).

Digitized by Google

OTTOBRE 1918

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197-521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 135.117* 12h	Ponte a Sarnico M. 135.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	+ 1.26	+ 0.40	+ 1.30	+ 1.31	+ 1.03	+ 0.83	agitato
2	+ 1.18	+ 0.46	+ 1.35	+ 1.36	+ 1.07	+ 0.85	+ 1.43
3	+ 1.06	+ 0.48	+ 1.30	+ 1.38	+ 1.09	+ 0.87	+ 1.44
4	+ 0.94	+ 0.48	+ 1.24	+ 1.30	+ 1.02	+ 0.89	+ 1.44
5	+ 0.85	+ 0.48	+ 1.19	+ 1.23	+ 0.95	+ 0.93	+ 1.45
6	+ 0.73	+ 0.47	+ 1.13	+ 1.18	+ 0.91	+ 0.94	+ 1.45
7	+ 0.65	+ 0.46	+ 1.07	+ 1.14	+ 0.87	+ 0.94	+ 1.44
8	+ 0.60	+ 0.45	+ 1.02	+ 1.09	+ 0.82	+ 0.95	+ 1.44
9	+ 0.51	+ 0.44	+ 0.96	+ 1.04	+ 0.78	+ 0.92	agitato
10	+ 0.44	+ 0.43	+ 0.90	+ 1.00	+ 0.74	+ 1.00	+ 1.45
11	+ 0.38	+ 0.42	+ 0.85	+ 0.93	+ 0.68	+ 1.05	+ 1.46
12	+ 0.30	+ 0.40	+ 0.80	+ 0.87	+ 0.63	+ 1.03	+ 1.46
13	+ 0.31	+ 0.41	+ 0.75	+ 0.82	+ 0.58	+ 1.04	+ 1.47
14	+ 0.47	+ 0.45	+ 0.80	+ 0.87	+ 0.62	+ 1.06	+ 1.52
15	+ 0.67	+ 0.58	+ 0.85	+ 0.92	+ 0.66	+ 1.18	+ 1.60
16	+ 0.82	+ 0.70	+ 0.95	+ 1.00	+ 0.72	+ 1.28	+ 1.69
17	+ 0.91	+ 0.82	+ 1.05	+ 1.12	+ 0.83	+ 1.30	+ 1.72
18	+ 0.94	+ 0.87	+ 1.07	+ 1.14	+ 0.85	+ 1.40	+ 1.74
19	+ 0.92	+ 0.88	+ 1.05	+ 1.11	+ 0.83	+ 1.49	+ 1.75
20	+ 0.90	+ 0.90	+ 1.00	+ 1.06	+ 0.79	+ 1.50	+ 1.76
21	+ 0.93	+ 0.93	+ 0.95	+ 1.05	+ 0.77	+ 1.54	+ 1.76
22	+ 0.94	+ 0.93	+ 0.95	+ 1.00	+ 0.74	+ 1.56	+ 1.76
23	+ 0.92	+ 0.93	+ 0.95	+ 0.99	+ 0.73	+ 1.53	+ 1.77
24	+ 1.20	+ 0.94	+ 0.97	+ 1.00	+ 0.74	+ 1.55	+ 1.76
25	+ 1.32	+ 0.95	+ 0.96	+ 1.04	+ 0.77	+ 1.58	+ 1.76
26	+ 1.31	+ 0.95	+ 0.95	+ 1.02	+ 0.75	+ 1.59	+ 1.76
27	+ 1.27	+ 0.93	+ 0.93	+ 0.98	+ 0.72	+ 1.60	+ 1.75
28	+ 1.14	+ 0.91	+ 0.91	+ 0.95	+ 0.69	+ 1.58	+ 1.75
29	+ 1.07	+ 0.88	+ 0.88	+ 0.92	+ 0.66	+ 1.56	+ 1.75
30	+ 0.98	+ 0.85	+ 0.83	+ 0.89	+ 0.63	+ 1.53	+ 1.74
31	+ 0.89	+ 0.83	+ 0.76	+ 0.85	+ 0.60	+ 1.51	+ 1.72

(1) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Digitized by Google

NOVEMBRE 1918

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.427* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.5* 12h
1	+ 0.82	+ 0.79	+ 0.71	+ 0.82	+ 0.57	+ 1.48	+ 1.70
2	+ 0.71	+ 0.75	+ 0.67	+ 0.79	+ 0.54	+ 1.45	+ 1.69
3	+ 0.66	+ 0.72	+ 0.63	+ 0.74	+ 0.50	+ 1.42	+ 1.67
4	+ 0.62	+ 0.72	+ 0.56	+ 0.68	+ 0.45	+ 1.38	+ 1.65
5	+ 0.65	+ 0.75	+ 0.52	+ 0.62	+ 0.40	+ 1.34	+ 1.64
6	+ 0.64	+ 0.73	+ 0.50	+ 0.60	+ 0.39	+ 1.30	+ 1.62
7	+ 0.74	+ 0.76	+ 0.52	+ 0.62	+ 0.40	+ 1.15	+ 1.61
8	+ 0.80	+ 0.81	+ 0.52	+ 0.62	+ 0.40	+ 1.00	+ 1.60
9	+ 0.87	+ 0.84	+ 0.52	+ 0.62	+ 0.41	+ 0.97	+ 1.59
10	+ 0.86	+ 0.84	+ 0.50	+ 0.60	+ 0.39	+ 0.95	+ 1.58
11	+ 0.82	+ 0.83	+ 0.47	+ 0.55	+ 0.35	+ 0.93	+ 1.56
12	+ 0.79	+ 0.81	+ 0.45	+ 0.53	+ 0.33	+ 0.92	+ 1.54
13	+ 0.71	+ 0.79	+ 0.44	+ 0.50	+ 0.30	+ 0.90	+ 1.53
14	+ 0.64	+ 0.75	+ 0.43	+ 0.48	+ 0.27	+ 0.88	+ 1.52
15	+ 0.60	+ 0.73	+ 0.42	+ 0.45	+ 0.25	+ 0.87	+ 1.51
16	+ 0.55	+ 0.70	+ 0.40	+ 0.42	+ 0.18	+ 0.85	+ 1.50
17	+ 0.49	+ 0.68	+ 0.37	+ 0.40	+ 0.14	+ 0.82	+ 1.48
18	+ 0.45	+ 0.65	+ 0.35	+ 0.40	+ 0.12	+ 0.80	+ 1.47
19	+ 0.39	+ 0.63	+ 0.34	+ 0.39	+ 0.10	+ 0.80	+ 1.45
20	+ 0.34	+ 0.61	+ 0.33	+ 0.39	+ 0.10	+ 0.78	+ 1.41
21	+ 0.30	+ 0.58	+ 0.30	+ 0.35	+ 0.09	+ 0.75	+ 1.39
22	+ 0.26	+ 0.56	+ 0.27	+ 0.32	+ 0.07	+ 0.74	+ 1.38
23	+ 0.21	+ 0.53	+ 0.25	+ 0.31	+ 0.05	+ 0.72	+ 1.37
24	+ 0.18	+ 0.51	+ 0.23	+ 0.31	+ 0.05	+ 0.70	+ 1.35
25	+ 0.13	+ 0.49	+ 0.21	+ 0.29	+ 0.03	+ 0.67	+ 1.32
26	+ 0.10	+ 0.47	+ 0.20	+ 0.27	+ 0.02	+ 0.64	+ 1.31
27	+ 0.09	+ 0.46	+ 0.19	+ 0.24	− 0.01	+ 0.63	+ 1.30
28	+ 0.05	+ 0.45	+ 0.18	+ 0.22	− 0.02	+ 0.61	+ 1.28
29	+ 0.02	+ 0.44	+ 0.17	+ 0.21	− 0.03	+ 0.60	+ 1.26
30	− 0.02	+ 0.42	+ 0.16	+ 0.20	− 0.04	+ 0.57	+ 1.25

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Digitized by Google

NOVEMBRE 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	o	o	o	o	o	o	mm
1	748.1	746.9	747.4	747.5	+ 9.0	+10.4	+ 9.2	+10.6	+ 5.8	+ 8.7	—
2	46.7	45.9	46.2	46.3	9.0	11.6	9.3	12.3	5.6	9.0	—
3	45.8	45.6	47.6	46.3	10.0	11.6	10.6	11.5	7.3	9.9	gocce
4	50.3	51.3	53.4	51.7	10.9	12.4	11.8	12.5	8.7	11.0	2.4
5	55.8	55.6	56.7	56.0	12.3	14.6	13.0	15.0	9.8	12.5	0.3
6	755.2	753.5	753.9	754.2	+12.9	+15.6	+14.2	+16.3	+10.3	+13.4	1.3
7	53.4	53.3	54.2	53.6	13.3	15.9	13.4	15.9	11.5	13.5	24.0
8	54.4	54.5	55.8	54.9	12.6	13.3	13.0	13.5	10.2	12.3	10.2
9	57.8	56.9	58.1	57.6	13.4	15.2	13.0	15.8	10.3	13.1	1.8
10	59.7	58.9	59.9	59.5	12.4	16.3	12.4	16.4	9.8	12.8	—
11	757.6	755.0	755.7	756.1	+11.6	+15.0	+11.6	+15.0	+ 7.9	+11.5	—
12	53.9	51.9	52.4	52.7	10.8	14.4	11.6	14.6	8.4	11.4	—
13	53.9	53.0	54.3	53.7	10.4	13.8	10.6	14.0	7.8	10.7	—
14	55.2	53.6	55.2	54.7	7.8	8.8	7.2	9.2	5.5	7.4	—
15	53.8	53.8	55.2	54.3	6.4	7.6	4.2	8.7	2.0	5.3	—
16	755.1	753.3	753.2	753.9	+ 3.2	+ 5.4	+ 4.2	+ 6.3	— 0.2	+ 3.4	—
17	52.4	50.9	51.1	51.5	3.0	4.0	2.6	4.6	+ 0.3	2.6	0.4
18	48.3	45.1	45.7	46.4	1.3	6.3	3.4	6.5	— 1.2	2.5	—
19	48.3	47.3	49.4	48.3	3.2	8.1	5.8	8.6	— 0.9	4.2	—
20	52.7	53.4	54.6	53.5	3.6	7.3	4.0	7.6	+ 0.3	3.9	—
21	754.9	754.3	756.2	758.1	+ 3.2	+ 7.0	+ 3.8	+ 7.3	— 0.3	+ 3.5	—
22	58.6	57.0	57.2	57.6	+ 3.1	4.6	2.0	5.0	— 0.2	2.5	—
23	56.5	54.7	55.7	55.6	+ 0.4	3.4	1.2	3.5	— 2.9	0.6	—
24	52.8	50.4	50.3	51.2	+ 0.5	3.0	1.3	3.3	— 2.5	0.7	—
25	48.4	46.7	47.6	47.6	— 0.8	3.1	+ 1.6	3.2	— 2.7	0.3	—
26	749.3	749.0	749.6	749.3	+ 1.8	+ 3.8	— 0.2	+ 4.0	— 1.9	+ 0.9	0.5
27	47.7	46.0	46.6	46.8	— 0.3	1.7	+ 2.0	2.2	— 2.2	0.4	0.4
28	47.9	49.0	49.5	48.8	0.0	2.2	0.8	2.5	— 2.0	0.3	—
29	47.3	44.5	45.2	45.7	+ 1.1	2.5	1.0	3.0	— 1.1	1.0	0.3*
30	47.6	47.3	48.7	47.8	+ 1.7	2.4	0.6	+ 3.5	— 1.4	1.1	0.2*
31											
M	752.31	751.29	752.22	751.94	+ 6.26	+ 8.69	+ 6.64	+ 9.08	+ 3.40	+ 6.35	41.8

Altezza barom. mass. 759.9 g. 10 — Temperatura mass. + 16.°4 g. 10
" " min. 744.5 " 29 — " min. — 2. 9 " 23
" " media 751.94 — " media + 6. 35

Temporale il giorno 6
Nebbia i giorni 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 19, 20, 21, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30
Neve " 17, 26

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina, o rugiada disciolte.

Digitized by Google

NOVEMBRE 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M corr 9.15.21.	9h	15h	21h	M corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	7.7	7.7	8.0	7.7	89	82	92	89.3	10	8	10	S	E	CALMA	3
2	7.7	8.7	7.9	8.0	89	91	91	91.9	9	9	10	CALMA	SW	CALMA	3
3	8.3	8.7	8.6	8.4	91	89	90	91.6	10	10	10	W	NW	CALMA	2
4	9.4	9.3	9.4	9.3	96	87	91	92.9	10	10	10	E	NE	NW	4
5	9.9	11.3	10.6	10.5	93	91	95	94.6	10	3	9	SW	SW	NW	3
6	9.8	11.2	11.0	10.5	88	85	91	89.6	8	10	10	N	NE	NE	4
7	10.5	11.3	9.9	10.4	92	84	86	88.9	10	8	8	E	E	CALMA	4
8	10.4	10.9	10.6	10.5	95	95	95	96.6	10	10	10	N	E	NE	4
9	10.7	10.4	10.4	10.4	93	81	93	90.6	10	10	10	CALMA	W	W	2
10	9.4	10.1	9.7	9.6	88	73	90	85.3	3	3	2	CALMA	SW	N	2
11	9.2	9.7	9.7	9.4	90	76	95	88.4	10	3	7	CALMA	NW	W	3
12	8.7	7.4	8.7	8.2	90	60	85	79.7	7	8	8	W	CALMA	W	2
13	8.0	7.4	6.7	7.3	84	63	70	73.7	9	3	9	NE	SE	E	5
14	5.3	4.7	5.2	4.9	67	55	69	65.1	9	9	9	NE	E	E	1
15	5.1	5.2	5.0	5.0	70	67	80	73.7	9	10	4	E	E	E	7
16	4.4	4.3	4.2	4.2	76	63	67	70.1	7	9	9	NE	CALMA	NE	4
17	4.3	4.5	4.6	4.4	76	74	83	79.1	10	10	9	SE	S	SW	4
18	4.3	4.8	4.9	4.6	85	68	83	80.1	8	3	3	SW	SW	N	5
19	4.5	5.1	5.4	4.9	78	63	78	74.4	2	4	10	N	SW	CALMA	4
20	4.7	5.5	4.9	4.9	80	66	80	76.7	2	2	6	E	E	NE	4
21	4.7	5.2	4.8	4.8	81	70	80	78.2	3	5	2	N	S	N	2
22	3.5	3.8	3.8	3.6	61	59	71	64.9	7	5	4	SE	E	N	4
23	3.5	3.1	3.8	3.4	75	53	75	68.8	1	0	4	SE	NW	N	4
24	3.8	4.3	4.4	4.1	80	76	87	82.2	9	9	6	NW	CALMA	E	4
25	4.2	4.6	4.8	4.4	96	81	93	91.2	8	3	4	W	SW	E	4
26	4.8	5.0	4.4	4.6	93	83	96	91.9	10	5	10	NE	SW	W	5
27	4.4	4.9	5.1	4.7	98	94	96	97.2	10	10	10	NW	W	W	5
28	4.5	5.2	4.7	4.7	98	96	96	97.9	10	10	10	W	W	W	4
29	4.7	5.2	4.7	4.8	94	95	96	96.2	10	10	10	W	SW	NE	4
30	5.1	5.1	4.6	4.9	98	93	96	96.8	10	10	10	CALMA	W	S	4
31															
M	6.52	6.82	6.68	6.57	86.1	77.1	86.3	84.59	8.0	7.0	7.8				3.7

Tens. del vap. mass. 11.3 g. 7
" " " min. 3.1 " 23
" " " media 6.57
Umid. relativa mass. 98°/₀ g. 27,28,30
" " min. 53°/₀ " 23
" " media 84.59 °/₀

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
9	11	16	4	4	11	15	7	13

Media nebulosità relativa del mese
7,6

Digitized by Google

Adunanza del 5 Dicembre 1918.

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. P. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Buzzati, Colombo, Del Giudice, Franchi, Gobbi, Gorini, Guarnerio, Jorini, Jung, Lattes E., Murani, Oberziner, Sabbadini, Scherillo, Supino C., Taramelli T., Villa, Zuccante.

E i SS. CC.: Barassi, Bellezza, Brizi, Cisotti, De Marchi M., Gabba L., Grassi, Griffini, Pugliese, Ricchieri, Rocca, Zingarelli, Zunini.

Giustificano la loro assenza i MM. EE.: Celoria, vicepresidente, Mangiagalli, Pascal C., Tansini, Vivanti.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato.

Il presidente dà lettura di due lettere, l'una del Presidente della *Société Mathématique de France*, l'altra del socio straniero danese, Nyrop, che qui si trascrivono:

« Paris, le 25 Novembre 1918.

Monsieur le Président,

La guerre s'achève par la victoire éclatante des alliés dans le triomphe des idées pour lesquelles ils ont si longtemps et si passionnément combattu. L'union des coeurs, des volontés et des courages, la mise en commun des ressources matérielles ont définitivement ruiné la plus formidable entreprise d'hégémonie que le monde ait jamais connue.

La société mathématique de France est heureuse d'associer sa joie à votre joie et de vous exprimer ses cordiales et

Digitized by Google

chaleureuses félicitations. Elle espère fermement que les relations nouées pendant les grands jours tragiques qui viennent de s'écouler seront solides et durables; elle saisira toutes les occasions de les rendre plus étroites, entre des savants qu'animent au même degré, le culte de la science et l'amour de la Patrie.

Le Président
E. MAILLET ».

« Copenaghen, 11 nov. 1918.

Il professore Kr. Nyrop si affretta a presentare le sue vivissime e sincerissime feticitazioni. Omaggio commosso ed entusiastico di ammirazione e di riconoscenza al paese difensore della libertà e del diritto.

Gloria eterna all'Italia vittoriosa ».

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Ettore Artini riassume brevemente una sua nota, la decima della serie, « *Della forma cristallina di alcuni derivati del benzolo* ».

Il M. E. prof. Torquato Taramelli svolge in una sua nota il seguente argomento: « *La geologia e la pace* ».

L'avv. Giuseppe Pagani presenta il « *Glossario del dialetto di Borgomanero* ». Non essendo l'autore potuto intervenire all'adunanza, ne discorre brevemente il M. E. prof. Guarnerio. Lo scritto del Pagani era stato ammesso alla lettura dalla Sezione di storia e filologia.

Il dott. Vincenzo Trivelloni presenta un scritto « *Le acque d'irrigazione nel circondario di Novara* » e ne discorre. La lettura era stata ammessa dalla Sezione di scienze fisico-chimiche.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata.

È all'ordine del giorno la nomina del vice-presidente nella Classe di lettere e scienze morali e storiche per il biennio 1919-1920.

Il presidente ricorda all'Istituto l'art. 18 del Regolamento che riguarda la nomina del vice-presidente, e ne dà lettura: indi si procede alla votazione per schede segrete. Il presidente nomina due scrutatori nelle persone dei MM. EE. prof. Gobbi e prof. Taramelli. Riesce eletto a unanimità dei votanti il M. E. prof. Carlo Salvioni. L'Istituto fa plauso.

Digitized by Google

È anche all'ordine del giorno la nomina del segretario della Classe di scienze matematiche e naturali per il quadriennio 1919-1922.

La Classe a cui spetta la elezione non è in numero. L'elezione viene quindi rinviata alla successiva adunanza.

Segue nell'ordine del giorno la discussione sulle proposte di nomina di un Membro effettivo e di un Socio corrispondente nella Sezione di storia e filologia. Nessuno chiede di parlare: la votazione resta adunque stabilita per l'adunanza successiva del giorno 19 dicembre.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
G. ZUCCANTE

Digitized by Google

Adunanza del 19 Dicembre 1918

PRESIDENZA DEL SEN. PROF. P. DEL GIUDICE

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Berzolari, Celoria, Colombo, Del Giudice, Fantoli, Gobbi, Guarnerio, Jo..ini, Jung, Menozzi, Murani, Oberziner, Paladini, Pascal C., Sabbadini, Scherillo, Supino C., Tansini, Taramelli T., Villa, Vivanti, Zuccante.

E i SS. CC.: Agnelli, Arnò, Barassi, Bellezza, Bignone, Bonardi, Cisotti, Dallari, Devoto, Gabba L., Lattes A., Pugliese, Rocca, Verga, Volta, Zuretti.

Giustificano l'assenza i MM. EE.: Brugnatelli, Gabba B., Lattes E., Körner, e il S. C. Saldini.

L'adunanza è aperta alle ore 13.45.

Il presidente invita il segretario M. E. prof. Zuccante a leggere il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione che dalla famiglia del prof. Icilio Guareschi pervenne in omaggio all'Istituto l'opuscolo: Guareschi I. Riso e vitamine, Torino, 1918.

Il presidente comunica la seguente lettera di S. E. il Ministro della P. Istruzione:

« La comunicazione che codesto Illustre Istituto mi ha fatto del voto onde nella adunanza del 28 novembre scorso fu acclamato Socio Straniero il Sig. Woodrow Wilson, presidente degli Stati Uniti dell'America del Nord, è stata appresa da me con alto compiacimento. Considerate le qualità insigni dell'uomo, il suo eminente ufficio e l'eccezionale importanza del momento storico, ho ritenuto opportuno promuovere la sanzione di tale nomina nella forma solenne di un Decreto che presenterò alla firma di S. A. R. il Luogotenente Generale del Regno nella prossima udienza.

Digitized by Google

Intendo con ciò di associarmi nel modo più degno alle nobili idealità patriottiche che ispirarono il voto di codesto Istituto, e mi dò premura di assicurare la S. V. che ho trasmesso copia dell'ordine del giorno dell'assemblea dei Soci alla Presidenza del Consiglio dei Ministri ».

L'Istituto accoglie con grato animo la proposta del Ministro.

Il presidente comunica pure una lettera del M. E. prof. Salvioni, con la quale questi ringrazia l'Istituto per la sua recente nomina a vice presidente.

Il M. E. prof. C. Pascal propone che la Presidenza invii, in nome dell'Istituto, condoglianze al Collega sen. prof. Luigi Mangiagalli per la dolorosa perdita della sua consorte. La Presidenza accoglie ben volentieri la proposta del prof. Pascal, e si farà interprete presso il sen. Mangiagalli de' sentimenti di viva condoglianza dell'intiero Corpo Accademico.

Si passa indi alla lettura delle relazioni sui concorsi scaduti, come porta l'ordine del giorno.

Il S. C. prof. Carrara legge la relazione sul concorso della Fondazione Brambilla per « Un premio a chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina o qualunque processo industriale, o altro miglioramento, da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e provato ». La Commissione era composta dei MM. EE.: Jorini, Menozzi, Murani, e dei SS. CC. Arnò e Carrara relatore. La proposta della Commissione è che sia conferito il premio di 1° grado, medaglia d'oro e L. 1000, alla Società Magazzini Refrigeranti Gondrand-Mangili. L'Istituto approva.

Sul concorso della Fondazione Cagnola per un premio destinato a un lavoro di medicina, non essendo stata presentata la relazione della Commissione, l'Istituto deciderà in una prossima adunanza.

Segue la relazione del concorso della Fondazione Kramer sul tema: *Studi teorici e pratici sugli aeroplani.* La Commissione composta dei MM. EE.: Colombo, Fantoli, Murani, Paladini, Jorini (relatore), e del S. C. Giordano, conclude la sua relazione proponendo che non venga accordato il premio. L' Istituto accoglie la conclusione della Commissione.

La Commissione per una borsa di studio della Fondazione Avv. G. Borgamaneri, formata dai MM. EE.: Villa e Zuccante, e dal S. C. Rocca (relatore) propone che la borsa sia data al Sig. dott. Francesco A. Ferrari di Bologna. L'Istituto approva.

Segue nell'ordine del giorno la scelta dei temi per i nuovi concorsi. Si apre la discussione al riguardo, e risultano approvati i seguenti temi:

Digitized by Google

Premio della Fondazione Cagnola per la Fisica: « Sullo stato colloidale della materia ».

Premio della Fondazione Fossati: « Illustrare con ricerche originali, eseguite con i metodi perfezionati di tecnica, la fina organizzazione della retina negli animali superiori anche dal punto di vista dello sviluppo ».

Premio della Fondazione Borgomaneri (Letteratura e Storia): « Il movimento intellettuale patriottico trentino dalla caduta del Principato (1796) al giorno d'oggi ».

L'Istituto si raccoglie in seduta privata per la trattazione degli affari.

È all'ordine del giorno la nomina del segretario della Classe di scienze matematiche e naturali per il quadriennio 1919-1922. Si procede alla votazione e funzionano da scrutatori i MM. EE.: Artini e Jorini. Il M. E. prof. Oreste Murani raccoglie la unanimità dei suffragi, e il presidente, a sensi dell'art. 18 del Regolamento organico, ne proclama la nomina a segretario della Classe di scienze matematiche e naturali per il quadriennio 1919-1922.

Si procede alla votazione per la nomina di un membro effettivo nella Sezione di storia e filologia. Funzionano da scrutatori i MM. EE.: Vivanti e Guarnerio. Risulta eletto il professore Gaetano Capasso, e il presidente, a termini dell'art. 15 del Regolamento organico, proclama la sua nomina a membro effettivo della detta Sezione.

Si passa poi alla votazione per la nomina di un socio corrispondente nella stessa Sezione di storia e filologia. Funzionano da scrutatori pure i MM. EE.: Vivanti e Guarnerio. Risulta eletto il prof. Alessandro Sepulcri.

Il sen. Del Giudice, al termine dell'ufficio di presidente, ringrazia gli Accademici della deferenza che gli hanno sempre usato, e rivolge loro parole di vivo augurio.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
P. DEL GIUDICE

Il Segretario
O. MURANI.

Digitized by Google

IL DIALETTO DI BORGOMANERO

II.ª Nota dell'avv. GIUSEPPE PAGANI

(*Adunanza del 5 dicembre 1918*).

Glossario del dialetto di Borgomanero.

acquętta acqueruggiola. Anche veleno; *al dutur l'á daċuĝi l'acquętta*, il medico gli ha dato il veleno.

åña anitra.

anę e *nęli* (fem) anello.

ângilu angelo *l'ę mǫrtu kumę n'angilu*, è morto come un angelo.

antacǫr! diamine, per bacco.

anvântá sospeso, dicesi, di cosa, che, lanciata in alto, sia rimasta sul tetto, su di una pianta. *Al vularik*, o *la bála*, *l'ę ristá 'nvântá* il volano, o la palla, è rimasta sospesa in alto.

anżǫ (verbo) bisogna.

anżǫñu bisogno *j ǫ d'anżǫñu*; ho bisogno.

arbudriċċu albero forcuto; *fę l'arbudriċċu* far querciola.

ardrizzu malestro, *fa piǫnu d'ardrizzi*, non far più malestri.

arduppiu doppio.

argauzę rimboccare.

argǫrda fieno agostano, dicesi anche *ustǫk*.

arjåna acqua corrente per le vie del paese.

arkęttu archetto. Vedi *nęttu*.

arliquia reliquia.

arlǫċu orologio.

armacǫla bretella.

armęrsa propagine.

armülę aggiungere.

arnakęntu sbilenco.

arśǫk ragione; *ñi ca 'd l'arśǫk* rinsavire.

arżǫk quel legno o ferro ad arco, che sta sopra le ruote del baroccio: *mę i sǫk kilǫ cunt al buęli 'n sǫ l'arżǫk*, io sono in grande angustia.

arzalę ritemprare.

arżali rincalzare, *arżali 'l malgǫk*.

arżullu arzillo.

arżunżi aggiungere.

aśęi o *śęi* (fem.) aceto.

Digitized by Google

aśia recipiente.
aśiarǫ́ botticella per l'aceto.
aśnarǫ́ asinaio.
aśnik o *śnik* asino; *t'ę́ prǫ́piu 'n śnik cǫ́n la cǫ́vva* sei un asino fatto e finito; *māzaśnitti* macellaio di asini; *sartu di śnitti* sellaio.
assu asso; *assu 'dla carni* si dice di donna estremamente magra.
aukę́ altroché.
áutu alto; *autu 'd cagadú*, di alta statura.
babia superbia.
balabjüttu meschino, spiantato.
balandrǽk uomo da nulla.
balarmik terra rossa, cretacea.
bāli (escl.) mai più!
balista chi le sballa grosse.
balusítti specie di mattoni piccoli.
baña intingolo *l'è püsę́ la baña che nę́ 'l stüvá;* è più la salsa che l'arrosto; *t'ę́ ristá 'n la baña* o *a mǫ́ju*; è restato nelle peste.
banfǫ́k affanno.
banżi mettere in dosso alcun che di nuovo; *in kǫ́ja at banżissi* (o *t'ę́ banżę́) 'l capę́, i cuzui;* oggi metti (o hai messo) il cappello, i calzoni nuovi.
banżüra è l'astratto del verbo *banżí; paǧę́ banzüra*, pagare da bere per la novità.
barakik gavetta.
barba zio; *l'ę́ roba dal barba* si dice quando si vede qualcuno a far spreco di qualche cosa.
barbulé rotolo di stoppa.
barlafüśu ferravecchio fig. buona a nulla.
barlęffiu labbro, *barlifiǫ́k* chi ha il labbro grosso.
barlǫ́ka donna goffa o disattenta.
barlǫ́kku goffo, balordo.
barsáka bisaccia.
bartavęla chiacchiera, donna chiacchierona.
bašę́ja tafferia, fig. mento lungo.
bataklǽk bagagliume.
batáǧu battaglio.
bataję́ blaterare, *batajǫ́k* blaterone.
báti battere, *báti la catolica* o *batila* domandare l'elemosina; *bat brukęlla* tremare dal freddo.
bavášа bava, *bavašik* bavaglino, *bavašǫ́k* blaterone.
bę́k è *bę́n* (sost.) bene, *fę́ 'l so bę́k*, far le sue divozioni; *mę́ i vǫ́ bę́nǧi*, io gli voglio bene.
bę́l o *pári bę́l* nonno; *bę́la* o *mári bę́la* nonna.
bę́li quasi; *t'ę́ bę́li furnę́?* hai quasi finito? *l'ę́ bę́li naću*. è uomo finito; ma *bę́li c'a piǫva?* sebbene piova?
bę́libę́k in buon numero.
bęnna bigoncia.
bę́śća bestia, *nę́ 'm bę́śća* adirarsi; *cuñussi l 'mal*

Digitized by Google

ad la beśca conoscere i suoi pulli.

bikukę barcollare.

bjęla tegame grande di terra cotta.

birlingîtti fronzoli.

birulęi barolé, cercine.

biśa-bośa confusione, babilonia.

bisjęntu pungente, mordace; *furmâġu biśjęntu* formaggio che pizzica; *ọmu bisjęntu*, irascibile.

biskiziẹ̀si disgustarsi, *biskiziuśu* permaloso.

biślungọ̀k uomo alto, allampanato.

bjüttu nudo.

bọ̀ bue, *bọ̀j* buoi, *ñurântu kumẹ̀ 'm par bọ̀j*, ignorante come un paio di buoi.

bọġa letamaio.

bọ̀ġu buco; *bọśa* buca.

bọ̀ta volta; *na bọ̀ta 'n ĝẹ̀ra n'ọmu* una volta c'era un uomo; a *bọ̀ta* a cottimo.

bọ̀tu volta, *'ncu 'm bọ̀tu* ancora una volta.

bragâlé chiacchierare, gridare; *bragalọ̀k* chiassone.

bragùllu poco cotto.

brankę o *brunkę* abbrancare; *brankę ük* par *al kọ̀lu* prendere uno per il collo.

braśâ bracciata, *l'ẹ̀ na braśâ 'd roba* dicesi di donna corpulenta.

brâśu braccio; *bütẹ̀ via braśi* gesticolare parlando; *un pọ̀ prük in braśu dla mama* un po' per uno ad essere favorito.

brẹlla sterco di cavallo o di pecora.

brẹ̀viu intirizzito, *j ọ̀ 'l mầj brẹ̀vj* ho le mani intirizzite.

briñña prugna, susinna.

briñña-mandẹ̀ ük in briñña augurargli la morte (conf. mil. *bruña* camera mortuaria nel cimitero).

briọ̀la beretta.

brọ̀ brodo, *brọ̀da* sangue, broda.

brügu erica.

brulivu brodoso fig. vacuo.

brümma tosse breve.

brüsarọ̀ stiacciata di farina.

brütt e bọ̀k specie d'amaretti dell'offelleria Viganotti.

buâ bucato.

buaśa sterco di vacca.

bukutrọ̀ppu pur troppo.

buẹ̀la budello. Vedi *arśọ̀k*.

bujẹ̀k (prâ) prato del boja.

bülgira stizza; *fẹ̀ ñi la bulgira* stizzire.

bumbaśọ̀k bonario.

bumbâśu bambagia.

bunśiga furuncoletto.

buracinẹ̀la Pulcinella.

Burbanẹ̀ Borgomanero. *Burbanẹ̀ mazâ l'üśe* etc. Vedi in prefazione.

burdigọ̀k uomo sporco.

burdọ̀k rapa; *frẹ̀ġġu kumẹ̀ 'm burdọ̀k* freddo come una rapa.

bürlẹ̀ 'n vasẹ̀ rotolare una botte; *bürlẹ̀ śọ̀* cadere; *bürlẹ̀ dẹntiĝi* cadere nel tranello.

Digitized by Google

bürlǫ́k rotolo.
büśia bugia, *büśiátu* bugiardo.
bušik vitellino.
büskę́ pigliare, *t'ę́ büscáji?* le hai toccate?
büšla bussola.
büšlitti (*nę́ par*), andar il cervello a processione.
bušǫ́ molto.
büssa biscia, *büssǫ́rba* l'orbettino, *büssa scülę́ra* la testuggine.
bütalą́ trasandato.
butášu ventriglio delle bestie.
bütė buttare; *büta bǫ́k*, fa giudizio.
buvrę́ abbeverare; *buvrǫ́k* beveraggio.
bužarę́ danneggiare, rovinare.
cadę́na o *kę́na* catena.
cadinášu e *kidnášu* catenaccio.
cadriğik seggiolino, *ne šǫ́ dal cadriğik*, perdere il seggio, il potere, il comando.
calåndra uccello simile all' allodola.
calibriu equilibrio.
caližna caligine, lomb. *carisna*.
caminę́ nel senso di affrettare il passo; *camina dünca*.
cåmpu campo, *s'at scâmpi at laurarę́ 'l câmpu, s'at mǫ́ri tumę́ri e soli*. Così si dice al bue: Se campi lavorerai il campo, se muori della tua pelle faremo tomaie e suole.
camüffu mortificato.
cañá, cañaria, cañášа inezia.
cåncanę́ balbettare, *cåncanǫ́k* balbuziente.
candę́la candela, moccio; *candlik, candlǫ́k*.
canę́i canneto, quartiere popolare di Borgomanero.
canilik canarino.
canilǫ́k ciocca di capelli arricciati.
canǫ́nğu canonico.
cåntarlę́ cantarellare.
caplá cappellata, *fę́ dnę́i a caplái*, far danari a staia.
caplǫ́k cappellone, *i caplai ad marzu*, le nubi che in marzo coprono di tratto in tratto il sole.
capǫ́k cappone, torsolo di pera o di mela.
captüra (*essi in*) essere a guai col maestro, coi genitori.
capunę́ra stia, fig. prigione, *mętti ük in capunę́ra*.
cará strada selciata.
caramę́la caramella.
caramę́la (*fę la*) piagnucolare.
caramlę́ piagnucolare; *caramlǫ́k* piagnone.
carcamůğğu incubo, pesaruolo.
caritǫ́k chi ha l'abitudine di chiedere.
cárni carne; ma è *car* nei modi di cui nel capitolino sulla santassi. Invece *car-*

Digitized by Google

ni da kǫ̈lu, uomo da galera, da furca.

carnuvẹ́ carnevale, *al va 'l carnuvẹ́* gridano i ragazzi per le strade la vigilia delle ceneri.

carǫ̈ tarlo, *carolá* tarlato.

carża carreggiata; *vẹ́ssi fǫ́ 'd carża* sbagliare.

castẹ́ñña castagna; *c- bujj, rustjj, biänki, mundai* castagne bollite, arrostite, bianche, mondate.

catẹ́ cogliere; *catẹ́ fǫ́ja, üva, fiĝi* cogliere foglia, uva, fichi; *t'ẹ́ catá sǫ̈ij?* le hai toccate? *cáta sǫ̈!* ben ti sta!

cauzẹtta calza; *mẹ́za cauzẹtta* di media condizione: *al fa nẹ́ żǫ̈ 'l cauzẹtti* detto di persona noiosa.

cavǵǫ́la chiodo grosso e lungo.

cazǫ́la cibreo.

cẹ́rgášu si dice di chi è sempre rimasto al primo grado della carriera ecclesiastica.

cẹtta o *kẹtta* solletico; *fẹ́ kẹtta* far solletico.

ċapẹ́ prendere; *ċapẹ́si par i cavíj* prendersi pei capelli; *s'at nǫ́ij 'ncu 'm pó varda c'at ċápaij* se annoi ancor un po' bada che le prendi.

cinkǫ́k cinque centesimi, un soldo.

cinqui cinque; *cinc e cin dẹ́ši la cavála l'ẹ́ nǫ́sta* si dice per ischerzo stringendo la mano altrui.

ciribíra persona leggera instabile.

ciribicǫ́cula testa; *a girati la cir?* dai nelle girelle?

cirluċǫ́ sciocco scimunito.

ċǫ́ chiodo; *ċǫ́ par brǫ́ka* botta e risposta.

ċǫ́ma chioma; *fẹ́ tajẹ́ la ċoma* far tagliar i capelli.

cǫ́ capo; da *cǫ́ dal lẹ́ċċu* a capo del letto; *l'ẹ́ n faċu c'l'a nẹ́ cǫ́ nẹ́ pẹ́i* è cosa che non ha nè capo nè piedi; *al cǫ́ 'd l'aša* il bandolo della matassa; *al cǫ́ 'd la viñña* il tralcio della vite.

cǫ́ċa cotta; quel grano che si dà al mugnaio per macinare.

cǫ̈ċċu cotto part. di *cǫ́ši; l'ẹ́ cǫ̈ċċu st'ǫ́mu* è triste melanconico quest'uomo; *l'ẹ́ cǫ̈ċċu* è innamorato.

cǫ́r cuore; *largu 'd cǫ́r strẹ́nċu 'd mǽk* largo di cuore stretto di mano.

cǫ́vva coda; *nánca 'l kǽk al mina mia la cǫ́vva par nutta* ogni fatica merita premio.

cráċa la feccia che fanno l'olio, il vino.

cráċu persona piccola e grossa.

crápa testa.

crápa crepa.

cravalẹttu (*in*) a cavalluccio.

crẹ́p colpo.

crẹtta credito.

criatík funeralino.

Digitized by Google

criatüra creatura, bimbo o bimba.
crię́ litigare, sgridare *criáda* litigio, sgridata.
crispík ventaglio.
cristiœ́k o *crísċœ́k* cristiano; *i sọ́k nutta crisċœ́k da fę́ übidimi* non son capace di farmi obbedire.
crọ́ crudo.
cruášu corvo.
crúk chioccia anche *pita*.
cruę́ cadere; *quand al pummu l'ę́ marọ́ 'l crọ́va* quando la mela è matura cade; *cruę́ dal sọ́ñu* cadere dal sonno.
cruę́l il vino di prima spremuta, spillato dal tino, mentre *turċádgu* è quello spremuto dal torchio.
crúnta contro.
crúši croce. Vedi *midája*.
crustọ́k erba acidula, che si mangia di primavera.
cruatik colletto.
cružę́ cullare.
cu cute.
cü culo: *na 'sċá 'n t al cü* un calcio nel sedere; *l'ę́ kumę́ 'l cü d' la galina* è uno svescione.
cúdga cotenna.
cud l'ę́? che cosa è?
cúlma (*fę́ la*) festeggiare il finir della vendemmia.
culmüra colmezza.
cumę́ come; molto, (sempre posposto al nome); *l'ę́ bel cumę́* è molto bello.
cunkík piccola conca che sta sotto la spina della botte; *vik dal cunkik* vino non buono.
cüññu cuneo; *cüññu 'd furmáǵu* pezzo di formaggio; *insidi a cüññu* innestare a spacco.
cunšú conciatore.
cuntütcústu cionondimeno.
cupọ́k o *cupatọ́k* pugno ceffone.
cúra? quando?
curámu cuoio; *unžiǵi 'l curámu* bastonarlo.
curdarik cordajo.
curúna corona; *ži dręǵǵi la c- di ráti* sparlare di lui.
curužža coreggia.
cusa cosa: *l'ę́ na cusa!* è una faccenda!
cuś l'ę́? che cosa è? ma anche *cud l'ę́?*
cüstọ́riu custode della chiesa.
custümma abitudine, uso.
cut per *cus* davanti a voci verbali di 2.ª singolare. *cut t'ọ́i?* che vuoi? *cut t'ę́ diċċu?* che hai detto? *cut t'urissi?* che vorresti? *cut t'ọ́ fę́ǵi?* che vuoi farci?
cüviui (*in*) coccoloni.
cüžę́la puleggia.
cuzọ́k calzone.
da dañu fuor di misura.
dadarę́ didietro; *dadnâi* dinnanzi.
dadċá di qua; *dadlá* di là.
daddę́nti di dentro; *dadfọ́* di fuori.
da driċċu per bene.
dadžú dadžútti di sopra, di sotto; *cüi dadžu* sono i

Digitized by Google

borgomaneresi del nord; *cüi dadżutti* quelli che abitano al sud del paese.

dånda dondolo.

dandrę all'indietro, al contrario.

danżǫ̃ñu di bisogno: *fa danżǫ̃nu?* occorre?

da pára! ci vorebbe altro! *j ǫ da pára nütta* non ho tempo.

da pušu dopo; *dapus dišná* dopo pranzo.

darakęriu acquazzone.

darę l'ultimo.

dascundǫk di nascosco.

da sǧęz di sghembo.

da svęnzu sovente.

dę dito; *al dij* le dita: *vęssi cunt al dę pigá* non poter fare ciò che si vuole.

dę dare; *dę dęntiǧi* dargli dentro; *dę dǫssuǧi* dargli addosso; *dę fǫ* andar sulle furie; *dę męnti* dar retta; *dę zǫ̃* cadere; *dę 'n l'ǫ̃ǧu* dar nell'occhio.

dęnċu dente; *nżǫñna strupęlu stu dęnċu* bisogna decidersi; *parlę fǫ di dęnci* parlar chiaro; *l'ę na rǫ́ba c'a liga i dęnci* è cosa difficile.

dęrbia erpete.

dęssu adesso; *dęss dęssu* or ora, testè.

diau diavolo; *fę vęǧǧi al diau in t un impulla* darla da bere.

digurdę svelto, disinvolto.

diligá delegato; *diliǧik* aiutante del delegato.

di par lęi, di par lü da sola, da solo.

discüri! escl. già! figurarsi! nemmen per sogno!

discúzu scalzo.

dispięsi slacciarsi, sciogliersi.

disprišiátu dispettoso.

disviará sviato, il contrario *d'inviará* avviato.

dmęnga domenica; anche *męnga* o *męngadę*.

dnęi danari.

dǫna donna; *tręi dǫni ę 'n kœk fœk al marcá 'd Gużœk* tre donne e un cane fanno il mercato di Gozzano.

drapę pannolino in cui s'avvolgono i bimbi.

driċċa destra; *anżǫ dęǧi la driċċa* bisogna dargli la destra.

drǫ̃ tenero; *drǫ̃ kumę na ǧuncà* tenero come una giuncata.

dubbia rimboccatura del letto.

dūja doglio, vaso.

dúlzu dolce fig. sciocco.

dúnca dunque.

dúnda dove.

ęra aia.

ęrpiu erpice.

ęrtu o *jęrtu* spesso, grosso fig. zotico.

fáċa compito.

faitaria conceria; *faitę* conciare le pelli; *l'á la pęli faitá* ha fatto il callo; *faitú* conciatore.

fališšu fallace, *castęñña fališša* castagna mancata.

Digitized by Google

falǫpa. V. *fiaketta*.
fañinǫci chi è poco simpatico o val nulla.
farǧája briciola.
fáuda grembo; *faudál* grembiale.
fęl (fem.) fiele.
fęra chiasso.
fiāca vescichetta scottatura.
fiadę o *fię* fiatare o perdere il fiato.
fiakętta bozzolo incompleto.
fiarǫ spiraglio.
fićću fitto; moccio.
fidgu fegato.
fik fine; *l'a fáćula in fint ad bek* lo fece in fin di bene.
fikė ficcare; *ficca 'n látti* fatti in là.
fiǫšu figlioccio.
fitivu effettivo.
fiúra (fem.) fiore.
fiurętlu dal vik micoderma vini.
fivráša febbre speciale, che viene ai bimbi.
fivrašęntu eccitabile, che per nulla s'adira.
flęša felce.
flüra fessura.
fǫ faggio.
fǫ fuori.
fǫu fuoco.
fracadůra rottura.
fraǧa fragola.
frę fabbro ferraio.
frętla irrequieto.
frętmmu fermo.
frętnći stringere *frętnću* stretto.
frętša spicchio.
frikė: t ę bǫk da frikęgla sei buono di fargliela.
frità o *frütà* frittata.
frižę abortire (delle bestie).
frūstę forastiero.
fuašik piccola focaccia.
fufátu pauroso.
fúffa o *fiffa* paura.
fuik faina.
fuinęra trappola.
fulę ammostare.
fulšętta e *furšętta* forbici.
fundüššu fondaccio.
funžu fungo.
fūšęttu falcetto.
fūstǫk specie di scure usata dai beccai.
fuvlę focolare.
gája marra.
galåntamážu: così gridavano i ragazzi per le vie il 1.º di maggio; « calendimaggio ».
galåntaria nel senso di bellezza; *stu pęru, stu pešǧu l'è na galantaria*.
galarúa melolonta, maggiolino.
gamisę gomitolo.
gamulá tarlato.
gamūjǫk torsolo del grano turco.
ganassę ciarlare *ganassǫk* ciarlone.
garašа il tronco della vite.
gardęja gola.
gáta bruco; *fe la gáta mǫrta* far il soro.
ǧę saldo; *tęn ǧę* tien saldo.
ǧiūę ridere.
ǧiūǫk stizza.

Digitized by Google

ĝiñ̃u ridere; *murí dal ĝiñ̃u* morir dal ridere.
ginǫ́ĝu ginocchio; *in ginuĝui* ginocchioni.
giǫ́ss! giǫssumarta! gesummaria!
gipǫ́k e *gipunik* giubbone e giubboncino: *imprümma la camisa* e *pǫ́ 'l gipǫ́k* prima charitas incipit a me.
girętu o *girǫ́tu* giretto.
giue giocare.
giũk digiuno.
giuntę́ĝi rimettervi; *mę́ i giúntaĝi* io vi rimetto.
giuvarina o *lippa* gioco da ragazzi.
gǫ́bu gobbo.
gǫña Agogna, corso d'acqua che lambe tre parti del Borgo; *gǫña* si dice anche la frazione di S. Marco. *Al raritái ad Burbanę́ ik tréij: la madǫna 'd piaza, al punti 'd la gǫna* e *'l cü 'd la sura Tǫña;* le rarità di Borgomanero sono tre: la madonna di piazza, il ponte dell'Agogna etc.
gramulik quel dolce detto a Milano *navišę́lin.*
grę́ grillo.
grišša forma speciale di pan bianco.
grübię́k gocciolone.
grupę́ angosciato.
gruplę́ntu nodoso.
gudrǫ́k catrame.
gummiu gomito.
gúrdu abbondante, di bon peso.
gúzza goccia *guzik* gocciolino.
güzę́ aguzzare *güzzu* acuto.
imbuligu bellico.
immanĝę́ mettere il manico; *l'á 'mmanĝálla 'nsę́ puliđu* l'ha accomodata così bene.
impipę́su impiparsene.
impramuę́ imprestare.
imprümma prima.
inà via; *l'è maċ inà* è andato via.
inăi innanzi.
incǫ́mdu incomodo.
incūšnu (masch.) incudine.
in da l'ę́? dov'è?
infę́ importare: *cus a 'nfammu a mę́?* che me ne fa? *a 'nfammu mia nutta* non me n'importa affatto.
infilé infilare; *infilę́ĝi la ĝüǵǵa* avviarlo.
inguale uguagliare; *ingualę́ l fat sǫ́* dar fondo al suo patrimonio.
inguę́ntu unguento; *giuntę́ĝi l'inguę́ntu ę́ 'l pę́zi* rimettervi il ranno ed il sapone.
inistę́ o *insidí* innestare.
inkǫ́ǰa oggi.
inǫ́ lì; *cul inǫ́* quello lì.
insarži inserire.
in sǫ́ e 'n žǫ́ in su e in giù.
intaję́si addarsi.
intęmpę́riu tempo burrascoso.
interquirì indagare.
inviarę́si avviarsi.
inzadüra taglio.

Digitized by Google

inzę incominciare; *inzęsi* recidersi la pelle per decubito.
láci latte.
laciá siero del latte.
lambęršu straccio, *lambaršǫk* stracciona.
lāmu letame.
lavęžžu laveggio.
lęura lepre; *al va kumę na lęura.*
lęngua lingua; *l'á na lc'la tāja 'l fęru.*
lęzzari capelli lunghi.
lira: *fę la lira* piagnucolare.
lǫkku pezzo; *un lǫkku 'd cárni* un pezzo di carne.
lǫva pannocchia.
lubiǫk solaio; si dice anche *spazacá.*
lukęla chiacchiera, loquela.
lümmi lucerna.
lāmná calunnia.
lunži e *lunžidę* lunedì.
luvartís luppolo.
lüvu lupo.
ma solo.
ma nsę? soltanto così? *ma tę* solo te.
makafúlli schiaffi.
macarǫk piagnone.
macassęja purchesia, comunque.
maĝǫk gozzo; *l'ę ñǫĝĝi 'l magǫk pik* ne ebbe un gran cruccio.
maĝunę piangere sottovoce, accorarsi.
mala valigia.
maláviu ammalato.
malmariá malmaritata.
malsabadá malmesso.
malstrånšu infermiccio, cachetico, sdruscito.
malvuantęi malvolentieri, a malincuore.
mambrūca carrettone.
mañęk magnano fig. furbo, destro.
manganę randello.
mantuęla parte posteriore della camicia.
manžǫ, *manžǫla* manzo, giovenca.
mápa pannocchia.
margajǫk sornacchio.
maribęla ava.
mariüra abito di gala.
męngadę V. *dmęnga.*
męnnu sfiancato, curvo.
mętti mettere; *t'ǫ mętti tę cun lūt* vuoi confrontare te con lui? *at sę mialu, nęh, k'i ęk matǫ dęntilu!* non sai, neh, che l'han messo in prigione?
męula falce ricurva; al plur. fig. *męuli* gambe storte.
męzu mezzo; *męz ǫmu, męža cartatúccia* un ometto.
mia mica (negazione).
midája medaglia: *crušik crusǫk*, *midajk midajǫk* non avrai quello che domandi.
midęmmu medesimo; *midęmma fümma midęm tabācu* è sempre la stessa cosa.
midiĝę medicare; *tája ę midęĝa* un colpo al cerchio e l'altro alla botte.
midiĝǫk medico empirico.
miñá zia.

Digitized by Google

minę́ menare; *minę́ la rǫ́ra* mangiar a ufo.
minǫ́ja fiaccona.
minú o *mnú* menatoio.
misċürânda miscuglio, mescolanza.
missę́ suocero.
mǫ́ca smorfia, visaccio; *fę́ na mǫ́ca* far una brutta figura.
mǫ́ju (a); *l'ę́ nać a mǫ́ju*. V. *baña*.
mǫ́ta zolla, pane; *na mǫ́ta 'd bütir* un pan di burro.
muarǫ́la barbatella.
mukętta smoccolatoio; *mukęttu* moccolo.
muċċu monco, mutilo, mutilato.
mucüššu lucignolo.
müǵǵu mucchio. V. *carcamüǵǵu*.
mulšik molle, morbido.
munę́ja moneta; *al rę́šmunę́ja* il resto del carlino.
müññu sfagno.
múnži mungere; *ra munži 'l lüva* si dice a chi non è buono a nulla.
murdiá morsicatura.
murdižžu prurito.
múru muso, faccia, ceffo.
muruná contuso, livido per contusione.
mustašu faccia, viso.
mutǫ́k montone; *nę́ par mutui* scappar di casa.
ñá nidiata; *na ñá 'd pulpętti* un piatto di polpette.
narǵúlla moccio.
nariǵǫ́k moccioso.
navašǫ́k persona piccola e sgangherata.
ñavę́ ñavę́ quasi quasi.
nę́ andare.
ñę́ prendete.
nęttu netto. *Nęttu suna l'arkęttu* dicono i ragazzi a chi ha perduto tutto al gioco.
ñiffu rosso.
nigrǫ̈ ramarro.
nišolina bestiolina della famiglia del ghiro.
nivla nube; *nivlu* nuvolo.
nízzu lividore; agg. livido.
nudriǵé rigovernare.
nútta niente.
ǫ́mtu vomito.
ǫ̈́rku sciocco.
pá padre, *pa grându* nonno.
paċuę́ far qualche cosa male.
paċuik chi fa male alcunchè; guastamestiere.
pagadę́btu randello.
pajǫ́la puerpera.
pajšanę́ntu contadinesco, villano.
pǽk e *pân*, quando è prima parte di un composto, pane: *pângratà*, *pankǫ́ċċu*, *pânbiâncu*, *pammujá*, *pammę́lga*.
palivik (un) un pochino.
panęttu fazzoletto.
panǫ́ǵa cinghia della gerla o della brenta.
pára tempo; *j ǫ́ da para nutta* non ho tempo.
parangǫ́k paragone.
par dal bǫ́k per davvero.
parę́ǵǵu simile.
pari padre; *pari bę́l* avo. V. *bę́l*.
parnigarǫ́la lucciola.

Digitized by Google

paśiẹ́si acquetarsi.
pāśiu tranquillo, pacifico.
pasọ́k grosso palo.
pastrüñẹ́ pasticciare; *pastrüñọ́k* pasticcione.
patáfia scritta lunga.
patẹ́la gonnella.
pavarọ́k peperone.
pẹ́ piede, plur. *pẹ́i* piedi.
pẹ́ċċu mamma delle mucche.
pẹ́dgu lento, pigro.
pẹššа pinus picea.
pẹssu pesce.
pẹ́sta peste, stizza; *ad fẹ́ ñimi la pesta* mi fai venir la stizza.
pẹttu peto.
pẹ́ura pecora.
pẹ́śu (masc.) pece.
pẹ́žu peggio.
piaulọ́k chi ha i piedi molto grandi. V. *piọ́va*.
pibbia pioppo; *pibiarọ́* piccolo pioppo.
piga piega.
pigẹ́ piegare. V. *dė*.
pik (fem. *pina*) pieno.
pinċarọ́ grappolo d'uva che comincia a pingere.
pinik o *piśnik* piccolo.
pinullа trottola.
pinulọ́k dicesi d'uomo alto allampanato.
piọ́ġu pidocchio fig. avaro.
piọ́va piastra.
pišik piedino.
pišik pulcino.
pišọ́ e *pšọ́* zampetto; fig. citrullo, inetto, incapace.
pistarẹ́la nabisso, frugolo.
pita chioccia V. *cruk*.
pitašọ́k persona piccola e grassa.
pititti dal lūvu funghi del tuono.
plọ́k accrescitivo di *pẹ́li; impinì 'l plọ́k* mangiare.
plọ́za donnaccia.
plọ́za specie di sfogliáta.
plūrik pezzetino plur. *plūritti* ritagli di cuoio.
pọ́ja poi.
porta-kọ́vva « porta coda » deretano.
pọ́rtarüśu pattumiera.
pọ́sta (par) per celia.
pramapẹ́lla farfalla.
prẹnsẹmmu prezzemolo.
prẹ́ ventriglio.
prẹ́vi prete.
privọ́stu prevosto; libellula.
prüśmẹ́ presumere.
pšа pedata, calcio.
pu (fem.) paura.
puátu bambola.
puẹ́ potare; *puarọ́* (potatoio) falcetto.
puff debito; *pufátu* indebitato.
pūlĝẹ́ tastare brancolare. Dicesi di chi essendo basso di vista o all'oscuro, cerca qnalche cosa colle mani.
pūlśu pulce.
pulsu polso; *tačċaĝi 'l pulsu; ma mẹ́ i disi c' l' a minu 'd fẹ́vra* toccagli il polso; ma io dico che non ne ha di febbre.
pundẹ́ appoggiare.
punsura sopraffilo.
puntẹ́ spingere, appuntare.
purẹ́ššu pauroso.
pursisiọ́k processione.
pusca vino bruschetto.

Digitized by Google

puśdiśnà dopo pranzo.
putamǫ́la fiacco, senz'energia.
puti polentina.
puvri polvere.
quadistu? che ne dici?
quaživu? che ne dite?
quaǵu caglio.
quaikük, *quaikidük* qualcuno, qualcheduno.
quaicusa, *quaicuślina* qualche cosa.
quaiętu quieto.
quainę́ǧǧi? che ce n'è?
quarcę́ coprire.
quáza treccia.
quę́? che?
quę́rcu coperchio.
rabadǫ̨k baccano, disordine.
rabatę́ arrabattarsi, cadere; *l'ę́ rabatà žǫ̃* è caduto; *l'ę́ rabatà dǫ̃ssuǧi* gli è piombato addosso.
rabatǫ́k (*a*) *a rabatǫ́k dal sul* sotto la sferza del sole.
rablę́si riaversi, rimettersi.
rabüfę́ntu che fa rabbuffi, che grida. Uomo burbero.
rácula cavillo, pretesto; *stüdia mia 'd raculi* non sofisticare.
radrizzu malestro, guasto.
rámа ramo.
ramà sferzata; *na ramà 'd sǫ̃ñu* una sferzata di sonno.
rancę́ttu coltello ricurvo a mo' di falcetto.
rancüśu affanno.
rånda rasura; *randę́* scolmare.
randulina rondinella.
rånfu granchio.
rånža falce fienaia.
rasǧę́ segare; *rę́sga* sega; *rasgǫ́k* grossa sega.
rasgüšša segatura.
raspimmę́ bottino; *fę́ raspimmé* far repulisti.
raspüššu rimasuglio.
ratatüja ciarpame.
ratlę́ cavillare; da *ratę́la* cavillo.
ratüšǫ́k arruffato.
ratvulu pipistrello.
ravanik cardellino.
ravšǫ́k ravettone.
råula rovere.
reatę́l uccellino; si dice anche di bambino vivace.
rę́du (masc.) rete.
rę́ddu rigido.
rę́ffu refe.
rę́mmu remo.
rę́nti accanto.
ribę́bula scacciapensieri.
rigatę́ gareggiare per impadronirsi d'una cosa.
rišpurkik porcospino.
riva appresso; *ñi riva* appress. *tirę́ riva*, raccogliere.
riva (sost.) ciglio, sponda, riva.
rižú capo di casa, reggitore; *rižüra* massaia.
rǫ́a e *rǫ́va* ruota
rǫ̨́ćću rutto; *rućę́* ruttare.
ruętta stradetta: nome di una stradetta del Borgo.
rul rovere V. *råula*.
rulǫ́k mallo della noce.
russaǧi morbillo.
ružá acquazzone.
rüžnu arruginito.

Digitized by Google

rüżátu litigioso.
rüżę litigare.
rüżża litigio.
sa se.
śabęta pettegola, chiacchierona, trecca.
šablu sciabola; *sablǫk* chi ha le gambe storte.
sacǫǵa sacoccia.
sacuagę scuotere agitare.
sadanó se no, altrimenti.
salvádgu selvatico.
salża salice.
sambuęžu sambuco.
sanǵutì singhiozzare; *sanǵęttu* singulto.
sapa zappa.
saquaroli la varicella.
saraża razzo.
šarbutęij coccole del bianco spino.
šatará caduta sulle mani e sul ventre.
satarė sotterrare.
satarú becchino.
šatru rospo.
sautabǎncu altalena.
sautarlé saltarellare.
sbagę sbadigliare, sbadacchiare.
sbarlugę adocchiare.
sbaušu eccesso.
sbęru sbirro; *sbéra* ragazza sfacciata.
sbiavę sbiadito.
sbunga spugna.
sburi sfuggire; *l' ę sburė fǫmi d' in tal mǎi* m' è sfuggito di mano.
sburia corsa.
sburziǧę stuzzicare.
sbũšlu squattrinato.
buti saltar fuori, scoppiare.
ścà calcio. V. *pša*.
scája scaglia, lisca.
scáñu scanno.
scanżęli balaustrata del presbitero.
ścankę spezzare.
ścapé rompere.
scaršiñǎa cispa; *scarširentu* cisposo.
scartǫššu cartoccio.
scartũšę malgǫk togliere dal cartoccio il grano turco.
scartũšǫk cartoccio del grano turco.
scásu (-s-sordo) compatto.
scassu (*l' é ñǫ̃*) ha perduto la primitiva abilità.
scǫ̃vva scopa.
scrićǫ̃ scrittarello.
scrǫšla gruccia.
scũlaša dar del culo per terra.
scũlatę fallire; *scũlatǫk* (sost.) fallito.
scümlardu schifiltoso.
scümma schiuma.
scũpę scalpello.
scupla ceffone.
scũriatu scudiscio.
scusa (*in*) in grembo.
ścutę spezzare.
sę sì.
sębucù sebbene.
sǫǵǵa secchio.
sę́i sete.
šę́i (fem.) aceto.
šeppu ceppo.
šęrċu cerchio.
šęsta cesta.
šęsta cresta.
sgaratá rauco.
sgarblę graffiare.

Digitized by Google

sgarfiñę graffiare.
sĝęz (da) di sbieco.
sgǫ̊ scure.
sgręšu greggio, rozzo.
sguazę bagnare.
sgülĝę sdrucciolare; *sgülgarǫ́la* sdrucciolo.
sgürik piccola scure, accetta.
sgurñę sbeffeggiare, far i visacci.
sidázu staccio.
šikę cercare; *šicalu* cercalo.
šivęra gerla; *šivrǫ̊* gerletto; *šivrǫ́k* gerlo grande.
skišętta. V. *fiaęętta.*
skižža scheggia.
slizzigu sdrucciolevole.
śmię assomigliare; *mę́ smę́jami* a me sembra.
śmǫ́rbiu brioso.
śmǫ̊rtu smorto; *smurtüššu* lividastro.
śnik asino.
sǫ̊ e *žǫ̊* su e giù.
šǫ ciò, coso.
sǫ́ca gonnella.
sǫ̊ñu sonno e sogno.
spatüššu chiasso.
spázu (masc.) quanto uno può misurare a braccia larghe.
spęĝu specchio.
splę spelare; *splęsi* scottarsi.
spüá spüęęęu tale quale.
spuantá spaventato; *spuvęntu* spavento.
spursłęntu sporco.
squarę cadere, *squará* fig. malandato di salute.
srua siero.
stånga stanga.
stångǫ́k uomo avaro.
stantivu rancido.
staułęra legno conficcato nel timone del baroccio: saliscendi in legno, che chiude l'uscio.
stęla stella; legna da ardere in scheggie.
stęntè! (escl.) bella cosa! bell'affare!
stię stigliare.
stǫ̊ngu stomaco.
stǫ̊rtu storto.
stǫržua contorsione storcimento.
strabauzę trabalzare.
strasuá trasudato.
straviĝa è chi, passata l'ora del sonno, non può addormentarsi.
strękęu stretto.
strǫ̊lgu astrologo; uomo stravagante.
strugę scuotere; *dęĝi na strugà* percuoterlo.
strułĝę astrologare fantasticare.
stükik damerino.
stungarǫ̊ empiastro da mettersi sullo stomaco (*stǫngu*): fig. *i dágati 'n stungarǫ̊* ti do un pugno sullo stomaco.
suátu scudiscio sovatto.
sůbię zufolare; *sůbia!* cippilimerli!
sübiǫ̊ fischietto.
sübtu e *sättu* subito.
süę e *süré* asciugare; *al süra piǫ̊ i ǫ̊ĝi* ne sentirà continuo dolore.
šümma cima.

Digitized by Google

šummia scimmia.
šümšu cimice.
šüpę́ stoppare; *šüppabǫ̈́gi.*
süppa zuppa; fig. lungaggine; *süpadú* seccatore.
sura sopra.
sürbia pompa idraulica, sifone; fig. beone.
sutta sotto; *sut sura* sottosopra, press'a poco.
śvaržla sferzata, vergata.
svicc sveglio, svelto.
tabalǫ̈́riu balordo, babbeo.
tacá accanto, presso,
tacáda scorpacciata.
tacaré randello.
tafiáda odore improvviso; parola mortificante.
talǫ́k giuoco che si fa colle carte da tresette.
tamburnu tamburro.
tåmpa camera del pozzo nero.
tananǽk, *sta carni la sa da tananǽk* incomincia a puzzare.
tanavę́ sciocco, balordo.
tanę́bra tabella, crepitacolo; fig. donna ciarliera, chiassona.
tápa scheggia; *taplík* piccola scheggia.
tapę́la parlantina; chiacchierone.
taplę́ chiacchierare.
tapülę́ triturare colla mezzaluna.
tapülǫ́k specialità culinaria del paese, consistente in carne d'asino o di cavallo triturata e cotta con pepe.
tarę̣ffu malaticcio, cagionevole.
tartifla e *tartifula* patata.
tartiflǫ́k chi ha un brutto faccione, balordo.
tassę́ mordere, masticare.
tassǫ́k chi vuol mordere e si lascia corrompere.
taulę̣tta teletta.
tę́ċċu tetto.
tę́ċċu part. pass. del verbo *tǫ́* togliere.
tę́ja filamento della canape. V. *stię́*.
tę̣ñamę́nti rimprovero.
tę́nċu tinto.
tę́ñña tigna; uomo avaro.
tę̣ppa zolla.
tę̣rmu termine; *piàntę́ 'n tę̣rmu* far le occorrenze sue.
tę́viu tiepido.
tindǫ́k tendone; *l'a žǫ̈́ 'l tindǫ́k* è imbronciato.
tiñę́ntu, *tiñǫ́k* avaro.
tinžik tintore.
tirabütta cassetto del tavolo.
tǫ́ togliere, prendere.
tǫ̈́ tuo, tuoi: *al tǫ̈́ mātu, i tǫ̈́ matái; i tǫ̈́j* i tuoi.
tǫ̈́sĝu tossico.
tǫvva tua.
traśę́ guastare.
trę́sǫ̈́ recere, vomitare.
trę̣spiu trespolo fig. impacciato.
trǫ̈́ĝu trogolo.
trüssę́ cozzare.
tsú tessitore.
tü ecco; *tü killu, tu kilúlu tülállu* eccolo qui, eccolo là

Digitized by Google

tulalę́la gocciolone.
tumę́tta formella da abbruciare.
tuñik bę́l e pulǫ́ña bę́la Tonino bello e Apollonia bella. Sono due quadri caratteristici, rappresentanti, l'uno una testa d'uomo, l'altro una testa di donna, sostenute dai rispettivi scheletri. Si espongono per le 40 ore sulla porta della parrocchiale.
tupiátu balordo.
turbiu torbido.
tüsüré chiudere.
tüssa tosse; *tüssi* tossire.
tzura disopra.
uái o *vai* mai più, è indifferente, è inutile.
uę́i lá? chi è lá?
uflátu offelliere.
ümdu umido.
unǵa ugna; *unǵa dal dragu* arcobaleno.
urę́ǵǵa orecchio.
urkiǵaria sciocchezza, stupidaggine.
urkiǵǫ́k, *urkǫ́k* scioccone V. *ǫ́rku*.
uśę́ uccello; *l'üślášu*, dicevasi un uccellaccio di ferro, colla testa di drago, che si portava in processione per le Rogazioni, in memoria di una bestiaccia, che, secondo la tradizione, aveva una volta distrutto le messi.
uśi voce.
üsmę́ fiutare, odorare.
ustǫ́k agostano. V. *argǫ́rda*.
ustu codesto, *üšci* codesti, costoro.
vaċę́ guardare.
vaċarǫ́ feritoia per guardare.
vāja scommessa.
vál vaglio; *da vāl in curbę́la* di palo in frasca.
vantulár ventilabro.
vanzę́ avanzare, *-v-fǫ́* pender fuori.
vanzüššu rimasuglio.
vardę́ guardare; *varda bęntu* guardati bene.
vargǫ́ña vergogna.
varí guarire.
varnaja mangime invernale.
varǫ́la buttero del vaiuolo.
vasę́ botte.
vaśivę́ vuotare; *vaśivu* vuoto; fig. che non ha sale in zucca.
vęĝǧi vedere; part. pass. *vüstu*.
vę́ǵa vecchia: *fę́ la vę́ǵa* far il luminello; *baśę́ 'l cü 'd la vę́ǵa* si dice a chi visita un luogo la prima volta.
vę́ǵu vecchio; *vę́ǵu kumé Dan* vecchio come Adamo.
vęllá vela, banderuola.
vę́ndri venerdì.
vęršu guercio.
vialà la via; *fǫ́raria* all'infuori, per dippiù.
viarà sfuggita.
viášа grosso ramo di vite.
virìna uomo o donna instabile, banderuola.
vistę́ vestito.
vistę́ armadio.
vǫ́ju vuoto.

Digitized by Google

vrissę́ aprire; *vrissa cul üssu* apri quell'uscio.
vuantę́i volentieri.
vularík volano.
vurę́i volere.
vuśę́ vociare sgridare; *t ę́ vusà dręĝĝi?* l'hai sgridato?
vuśi voce. V. *uśi*.
vutę́ e *vultę́* voltare; *vúta śa kilǫ́* dice il boaro al bue.
zadę́su fra poco; lomb. *dęsadę́s*.
záfa ferita, lacerazione.
zampalǫ́k chi calpesta sbadatamente ciò che non deve o inciampa in qualche cosa.
żânca ferro ricurvo; fig. gamba storta.
zandál zendado.
zandalina panneggiamento con cui s'adornano le vie del paese in occasione di festa speciale.
zapǫ́ttu pozzanghera.
zaquę́ oggetto, regalo.
żartę́ guastare, sciupare.
żę́ma gemma.
żę́ndru genero.
zę́vru bigoncino, mastello.
żi dire.
żibę́bula (*üva*) zibibbo.
żibǽk paesano.
żifrǫ́k grossa cifra; fig. chi ha gambe contorte come una cifra; sciancato.
zilà (masc.) cielo della bocca, calotta cranica.
zingra zingara; fig. si dice a ragazza arruffata o mal in arnese, e a ragazza vivace e spiritosa.
žǫ́ giù; *bürlę́* o *rabatę́ žǫ́* cadere.
żǫ́bia o *żǫ́biadę́* giovedì.
żobiáśa giovedì grasso.
zǫ́cla pianella di legno.
zǫ́ppu zoppo.
żübiǽk balordo.
zuclátu zoccolaio; *l'ha 'n stǫ́ngu da zuclátu* si dice a chi ha uno stomaco a tutta prova, perchè, in altri tempi, il zoccolaio si metteva sullo stomaco un apparecchio, al quale appoggiava il legno da convertire in zoccolo attirando su di esso e contro di sè il ferro tagliente occorrente alla bisogna.
zufrę́ e *zufriĝę́* insolforare.
zufriĝu zolfo.
zufru zolfo. V. *zufrigu*.
zuję́ la spuśa comprar le gioie per la sposa.
żümę́ e *zumę́la* gemello e gemella.
żuvnu giovane.
żuu giogo.

Digitized by Google

TESTI IN DIALETTO BORGOMANERESE

I. Versioni.

Fra le molte versioni dialettali della Parabola del Figliuol prodigo, offerte da Bernardino Biondelli nella sua opera sui Dialetti gallo-italici, come saggio dei vari dialetti lombardi, si trova anche quella in dialetto di Borgomanero, dovuta, già lo si disse nella Prefazione, al borgomanerese Nicolò Eustacchio Cattaneo. Presso Ant. Rusconi (*I parlari del Novarese e di Lomellina*, pag. 5) ricompare, senza quasi nessuna variante, questa stessa versione del Cattaneo, ma vi reca la firma di un signor Rossignoli.

Io ho pensato di riprodurla qui tal quale e colla ortografia stessa usata dall'autore, rilevandone però in nota le inesattezze e gli errori, che, a parer mio, vi si incontrano, non senza suggerire quelle varianti, che a me sembrano più convenienti.

A. La parabola del figliuol prodigo

secondo il testo del Biondelli.

Al gh'era na volta un omu e l'iva du mattai (1); *E 'l piü* (2) *žuvnu du cùsči l'á dič unsè a sö pari: Pari, dèmi* (3)

---

(1) Il testo italiano dice semplicemente: *un uomo aveva due figli.* Si doveva perciò scrivere: *n'ọmu l'iva dü matái* (non *mattai*).

(2) *Piü* non c'è nel nostro dialetto. *Püsẹ* o *piö*. *Custu l'ẹ püsẹ bẹl;* questo è più bello. *I pọs piọ dẹĝla*, non posso più reggere.

(3) Si doveva scrivere: *dẹmmi: dẹmi* è l'infinito: *darmi.*

Digitized by Google

'l me tocu ch'a venmi: e lü l'à sparté foghí la roba. Da la pǽ tempu, ust (1) *matu l'a tirà riva tut cul ch' l' iva tucaghi* (2) *e l'e nac via a stimma* (3) *luntan, e l'a mangià 'l fat sö cun al* (4) *svaldrini. E quand l'a biö 'nguaiâ tut cussi* (5) *l'è gnöghi* (6) *na gran carestía* (7) *'n tu cul paisu e lü l'á smanzà a véi da 'bsögnu. E l'è nač inà e l'è tacassi tacà n'omu du cü siti là ch l'à mandàlu* (8) *a vardè i puršei in t la sö campagna. E l'iva vòja d'ampinì* (9) *la panša dal giandi ch'i mangiavu i nimài; ma nzun* (10) *davagu. Quand l'a biö tirà cà 'l có l'a dič unsé tra d lü: quanci sarvitui a cà d mè pari i án pan* (11) *fin ch'i volu e mé chilò i crapi d 'la famí. I levaró* (12) *sö e i naró ca d me pari e i diroghi* (13) *O pari, i ǫ́ ofandö* (14) *al Signor e vü; In merti piö da vèss ciamà vöst fiö; tignémi* (15) *cumè un* (16) *di vṓst sarvitui. Al leva* (17) *sö e 'l va da sṓ pari. L'era n cù luntàn* (18) *che sö pari l'à vústulu, e l à santössi a pianži 'l cor, e l'è nàciughi 'ncontra, l'à ciapàlu* (19) *'n tal cölu, e l'à basâ sölu* (20). *E 'l fiö l'à diciughi* (21): *Pari i ó offesü* (22) *al*

---

(1) Si doveva dire: *ụs mātu.* Ma il testo italiano ripete: *il figliuolo più giovane; al mátu püsę́ žuvnu.*

(2) Il testo italiano dice *e raccolta ogni cosa.* Ad ogni modo si doveva scrivere *tucáĝĝhi.*

(3) *a stimma* vorrebbe dire *a casaccio;* ma questa parola nell'italiano manca. Ad ogni modo *luntåk* non *luntan.*

(4) Doveva dire *cunt al.*

(5) Doveva dire *cúsi* non *cussi.*

(6) *gnǫ́gghi* non *gnöghi.*

(7) *caristia* non *carestia.*

(8) *mandállu* non *mandàlu.*

(9) *da'mpiní* non *d'ampinì.*

(10) *Nzük* non *nzun.*

(11) *i œk pœk* non *i an pan.*

(12) *i livaró sǫ́* non *levaró.*

(13) Non *diroghi,* ma *i dżarǫ́gghi* o semplicemente *i żarǫ́gghi.*

(14) Non *offandö* ma *ufandǫ̈.*

(15) *tignèmmi* deve dirsi e non *tignémi.*

(16) *ük* ẹ non *un.*

(17) *liva sö* e non *leva sö.*

(18) *luntǽk* non *luntan.*

(19) *ciapàllu* non *ciapalu.*

(20) *sǫ́llu* non *sölu.*

(21) Non *diciughi* ma *diččiughi.*

(22) Non *offésu* ma *ufẹśu.*

Digitized by Google

Signor, e vü, i n merti piö da vèss ciamâ vöst fiö. Alora al pari la diciu (1) *ai sö sarvitui. Prästu, purté ša la piü* (2) *bela casacca* (3) *e mattè* (4) *sögla; matteghi 'n di* (5) *'n aneli e cauzèlu* (6); *E nè tò sübtu 'n bel vidé, mazzèlu* (7) *mangiuma e fuma* (8) *na racconchiglia; Parchè ust mè mattu* (9) *l'era mörtu, e l'è risuscità: l'era persu e i ò truvàlu. E i an smanzà la šavaròtta. Al prümmu di dü mattai* (10) *l'era fó 'n t un campu; e 'n t al gni cà, quand l'è stač a riva, l'à santö ch'i sunavu, e ch'i cantavu. L'à ciamâ un* (11) *di sarvitui, e l'à dumandàghi* (12), *cud l'era sta roba; E cul sarvitù l'a dič unséghi* (13). *L'è gnö cà vöst fradè, e vöst pari l'á fač mazzé* (14) *'n vidè bel grassu, par al güstu da veghilu* (15) *san e salvu. L'è gnöghi* (16) *la futta, e l'uriva guanca nè 'n cà. E inóra l'é gnö fò sö pari, è l'à smanza a préghèlu* (17) *da nè dénti. Ma lü, rispondenti, l'a dič a sö pari: Ecu, inn* (18) *tanč agni ch'i sèrvivi, e i ó mai disübidévvi 'n bottu* (19), *e vu i* (20) *mai gnanca dàciumi 'n cravicchi, ch'i podiss* (21) *stè légru cun i mè* (22) *amisi. Ma da-*

---

(1) *diččiu* e non *diciu*.

(2) non *piü* ma *püsę́*.

(3) *Casacca* non è del dialetto di Borgomanero. Piuttosto *sǵiachę́, sǵacętta, śǵachitik, marsina, marsinik*. Meglio sarebbe: *al vistę́ püsę́ bę́l;* l'abito più bello.

(4) *maté sǫ́glu* non *matté sǫ́glu*.

(5) *matę́gghi 'n dé* non *matteghi 'n di*.

(6) *cauzę́llu̧* non *cauzèlu* che sarebbe l'infinito.

(7) *mazèllu* non *mazzelu*, che sarebbe l'infinito.

(8) *mangiumma e fumma* e non *mangiuma e fuma*.

(9) *mátu* e non *mattu*.

(10) *matái* non *mattai*.

(11) *ük* non *un*.

(12) *dumandágghi* non *dumandághi*.

(13) *unsę́gghi* non *unsèghi*.

(14) Non *mazzè* ma *mázę́*.

(15) Non *veghilu* ma *vęgghilu̧*.

(16) Non *gnöghi* ma *gnǫ́gghi*.

(17) *prighęlu* non *preghelu*.

(18) *ik* non *inn*.

(19) Non *bottu;* ma *bǫ́tu*.

(20) *i mai* meglio: *I ę́ mai*.

(21) *podissí*.

(22) Non *cun i me*, ma *cunt i mę́*.

Digitized by Google

pussu (1) *ch'l'è gnö ca stũ ch'à mangià tũt cussi* (2) *cun al plandi* (3), *i mazzâ* (4) *'n vidè du cũ 'n grassâ. Ma lũ l'à diè unsẽghi* (5): *abba pu nutta; tè t'è 'l mè carõ* (6) *e tũt cul ch'i ó l'è tũt cuss* (7) *tö. Ma a 'n 's pudiva parò fe d mancu da stè legri e fè 'n* (8) *bel disnè, parchè tõ fradé l'era mörtu e l'è risüscitâ, l'èra persu e l'è stač truvâ.*

***

A questa versione del Cattaneo, da me chiosata, mi si conceda di farne seguire una da me stesso ammannita.

'N ọmu l'jva dũ matái. Cul pũsẹ žúvnu l'á diċċu 'nsẹ a sọ́ pári: Pá dẹmmi la mẹ párti (o *'l mẹ tóku*) *c'a vẹñmi; ẹ lũ l'á spartẹ́ fọ́ĝi la rọ́ba. Da lá 'mpọ al mátu pũsẹ žúvnu l'á tirá rẹ́nti* (oppure *riva*) *tũtcũsi ẹ l'ẹ nāċu kisá 'n dúnda e l'á mangássi 'l fat sọ́ cunt al plándi. E quand l'á biọ́ 'ngualá tũt cũsi, l'ẹ ñọ́ĝĝi na grân caristia in cul pajšu ẹ lũ l'á mânzá a vẹi dà bsọ́ñu. E l'ẹ naċ iná ẹ l'ẹ takâ drẹ́ssi a 'n ọmu dũ cũi siti lá c'l'á mandá fọlu a cũrẹ i purśẹi in la sọ́ campáña. E ñivaĝi la vọia da 'mpinì 'l plọk cunt al ĝándi ki mángiavu i purśẹi, ma 'nzük davaĝu. Quând l'ẹ ñọ́ cá dl'arśọk l'a diċċ únsẹ tra d'lu: quânci sarvitui a cá d'mẹ pari i œk pœk fin ki vọlu! ẹ mẹ kilọ́'nsẹ i crapi d la fámi. I livarò sọ́ ẹ i narọ cá d me pari ẹ i žarọ́ĝĝi: pá, mẹ i ọ́ ufandọ́ 'l Siñur ẹ vũ. Mẹ i mẹrti piọ́ da vẹs ċama vọ́st fiọ́: tiñẹ́ kilọmmi dúnca kumẹ́ ük di vọ́st sarvitui. L'ẹ livá sọ́ ẹ l'ẹ ñọ́ da sọ́ pari: ma l'ẹra 'ncú luntâk da la cá, ke 'l sọ́ pari l'iva ĝá vüstulu. Lũ l'a santọ́ssi a piânži 'l cọr, l'ẹ náċuĝi 'n crunta, l'á bũtaĝĝi 'l braši al kọ́lu ẹ l'á basá sọ́llu. E 'l fiọ́ l'á diċċuĝi: pari, mẹ i ọ́ ufandọ́ 'l Siñur ẹ vũ ẹ i mẹrti prọ́piu piọ́ da vẹss ċamá vọ́st fiọ́. Ma 'l pari l'á diċċu ai sọ́ sarvitui: Purtẹ́ ša 'l vistẹ́ pũsẹ́ bẹ́l ẹ matẹ́ sọ́glu, matẹ́ĝĝi ânca na nẹ́li 'n sọ́ 'l dẹ́ ẹ cauzẹ́llu c'a va*

(1) *dapussu* è sbagliato: si deve dire: *dapušu.*

(2) Non *tũt cussi*; ma *tũt cusi.*

(3) Non *cun al plandi*; ma *cun t al plándi.*

(4) Non *i mazzâ*; ma *i ẹ mazâ.*

(5) *unsẹgghi* non *unsẽghi.*

(6) *carõ* vuol dire il Beniamino, il prediletto e va bene; ma il testo italiano dice solo *tu sei sempre meco.*

(7) Non *cuss*, ma *cus.*

(8) Non *fe 'n bẹ́l disnè;* ma *fẹ 'm bẹ́l disnẹ́.*

Digitized by Google

fǫ̇ĝi i pẹ́i dal scarpi. E minẹ́ ša süttu (o anche *sübtu*) *'m bẹ́l vidẹ́ ẹ mazẹ́llu ẹ fumma na bẹ́la ricunchiglia. Parchẹ́ stu mẹ́ mātu l'ẹ́ra mǭ́rtu ẹ l'ẹ́ risüšità, l'ẹ́ra pẹ́rsu ẹ i úmma truvállu. E i æk månzá a fẹ́ na grān ligría. Al prümmu da sti dü matái l'ẹ́ra fǫ́ 'n t'un cåmpu ẹ, 'n t al ñi ca, 'l santiva ki sunaru ẹ ki baláru. E inura l'á čamá ük di sarvitui ẹ l'á dumåndaĝĝi cud l'ẹ́ c'l'ẹ́ra tüt cul burdẹ́l. E cul sarvitú l'á diččú 'nsẹ́ĝĝi: l'ẹ́ ñǭ́ ca vǭ́st fradẹ́ e vǭ́st pári l'á fat mazẹ́ 'n vidẹ́ grāsu par la cuntintẹzza d'avẹ́i vüstulū sæk ẹ salvu. Ma lü l'ẹ́ 'mbischiziássi* (oppure *l'ẹ́ ñǭ́ rabiá* o *ẹ́ ñǭ́ĝĝi la pẹ́sta, la futta, 'l futǫ́k*) *ẹ l'uriva ñånca nẹ́ 'n ca, sikẹ́ l'á biǭ́ da ñi fǫ́ sǭ́ pari a prighẹ́lu da nẹ́ dẹ́nti. E 'l mátu l'á rispundǫ́ĝĝi 'nsẹ́ a sǭ́ pari: ẹ́cu, l'ẹ́ gá na fila d'añi kẹ́ mẹ́ i sarvissavi ẹ í ó mai diśübidẹ́vvi 'm bótu ẹ vü i ẹ́ mai rigalámmi ñånca 'n cravík da stẹ́ sǭ́ lẹ́gru insẹmma ai mẹ́ amiśi. Ma dẹ́ssu c'l'ẹ́ nǭ́ ca ustu c'l'á månĝá tüt cusi cunt al plǫ́zi, i ẹ́ mazá 'n vidẹ́ dü cü 'ngrasá. E lü l'á diččˇ 'unsẹ́ĝĝi: ó car al mẹ́ mátu, tẹ́ tẹ́ sempri staču cum mẹ́ ẹ tüt cullu c'l'ẹ́ mẹ́ l'ẹ́ 'nca tǭ́. Ma dẹ́ssu 'nzǫ́ñava bẹ́k fẹ́ fẹ́sta ẹ stẹ́ sǭ́, lẹ́gri, parchẹ́ tǭ́ fradé l'ẹ́ra mǭ́rtu ẹ l'ẹ́ risüšitá, l'ẹ́ra pẹ́rsu ẹ l'ẹ́ stat truvá.*

B. **Favole di Fedro** tradotte da G. Pagani.

Al cruášu e la vúlpi (Il corvo e la volpe).

Na bǫ́ta 'n cruášu l'á purtà via 'm bẹ́l cüññu 'd furmáĝu e pǭ́ja l'ẹ́ vulá sǭ́, 'n šümma d'una piånta, par månĝẹ́slu. Na vulpi, c'l'iva vüstulu, l'ẹ́ nat drẹ́ĝĝi bil bẹ́l, e, cunt una flẹ́ma tütta sǫ́vva, l'á månza diĝi: oh! cum ik mái bẹ́li 'l tǫ́v pẹnni, o cruašu! kẹ parsunal! ke mustašu! Sẹ́ tẹ́ t'issi ånca l'uśi 'nsẹ́ bẹ́la, tẹ́ 't sarissi 'l rẹ́ d'iüšẹ́i. E lü, l'urkiĝǫ́n, al vrissa 'l bẹ́cu par cåntẹ́, ẹ, 'ntåntu, 'l furmaĝu l'ẹ́ načuĝi 'n tẹ́ra e la vulpi l'á spisiĝá a bucunẹ́slu. Unsẹ́ cul ǭ́rku du cul cruášu l'á capẹ́ kẹ la vulpi l'iva cujunállu.

Un šavatik c'l'ẹ́ divantá dutur.

(Il ciabattino diventato medico).

Un trẹspiu d'un šavatik, c'l'era náču 'm malǫ́ra, parkẹ́ ñånca bǫ́k da fẹ́ tacui, l'ẹ́ matǭ́ssi a fẹ́ 'l dutur in t un pajšu 'n dúnda ĝ'era 'nzük ca cuñusivalu, e là 'l vẹndiva na midzína, c'a sẹnti lü, l'ẹ́ra 'n grån cuntravilẹ́k bǫ́k par tüččˇi mái, e 'l fava dnẹ́i a caplái. Un bẹ́l dẹ́, al Re du cul pajšu

Digitized by Google

l'ę̀ ñǫ̈ malaviu kumę̀ ę l'á biǫ̈ da framę̀si 'n lę̀ċċu. Inura l'ę̀ ñǫ̈ĝĝi 'm mę̀nti da mandę̀ ċamę̀ cul dutur, ę, quánd l'ę stat lá, l'á fat purtę̀si na carafa d'acqua; l'á mętǫ̈ dę̀ntiĝi 'l sǫ̈ cuntravilę̀k ę l'á fat mustra d'arżunżiĝi m' pǫ̀ 'd tǫ̈sĝu, pǫja l'á urdinaĝĝi da fę̀nu 'm bę̀l fiá. Maginę̀vvi la pu c'l'á biǫ̈ cul ǫ̀mu. L'ę̀ ñǫ̈ śmǫ̈rtu kumę̀ na šę̀ra, ę l'á furnę̀ par cunfisę̀ kę lü l'ę̀ra mia 'n dutur, ma 'n šavatik. A pę̀na c'l'á pudǫ̈ ñi fǫ̀ dal lę̀ċċu, 'l Re l'á tirá ríra tütta la żę̀nti dal pajśu ę l'á diċċúnsę̀ĝĝi: 'nżǫ̀ña propiu dżi kę viüauci i sę̀ māti par dal bǫ̀k si mętę̀ la vǫ̀sta tę̀sta in t al mâi du st'ǫ̀mu c'l'ę̀ ñânca bǫ̀k da fę̀ 'm pär scárpi par i vǫ̈st pę̀i.

La musca e l'ǫ̀mu c'l'á la tę̀sta plá.

(La mosca e il calvo).

Na musca l'iva murdǫ̈ la testa biütta d'un ǫ̀mu platà. Lü l'á bę̀k bęn šicá da ċapę̀la, ma 'nveci l'ę̀ daċusi na trę̀menda sǵafă 'n sǫ̈ la crapa. E la musca, ĝiñánti, l'á diċċuĝi: Tę̀ t'urissi mazę̀ 'm biśtiǫ̈ piśnik kumę̀ mę̀ parkę̀ i ǫ̀ śpunżǫ̈tti 'm palivík la pę̀li: cud l'ę̀ c'at farissiti mai tę̀ a tę̀ ki t ę̀ ufęndǫ̈tti l'arduppiu? E l'ǫ̀mu l'á rispundǫ̈ĝĝi 'nsę̀: Bę̀n par mę̀ l'ę̀ prę̀stu faċu a dismántiĝę̀ k'i sǫ̀k daċumi di par mę̀, parkę̀ i sǫ̀ ch'ivi nutta l'intinziǫ̈k da fę̀mi mal. Ma tę̀, rimalik spuršlę̀ntu e cativu, c'at šiši 'nsę̀ vuantę̀i al sángui 'd l'ǫ̀mu, i urissi schišę̀ti sębuku i sissi da patì 'nca 'm mal püsę̀ grǫ̈ssu. — Cun custu as vǫ̀ fę̀ vę̀ĝĝi c'as pǫ̈ bę̀n pardunę̀ a ki fa 'l mal sęnza savę̀ilu, ma 'nzǫ̀ña sę̀mpri castigę̀ 'nvę̀ci cüi k'i fǫ̀k a pǫ̀sta a fę̀ 'l mal.

C. **Versione di Giuseppe Pagani della Novella 9.ª d. giorn. I.ª del Decamerone.**

L'iva 'ncu ñánca furnę̀ Laurik da cüntę̀ la sǫ̈ nuvę̀la kę, sęnza fę̀ żīslu, Lisętta l'ę̀ sautá sǫ̈ par cüntę̀ la sǫ̈vva, ę, tütta cuntę̀nta, (o ligriuśa) l'á mánzá a parlę̀ 'n sta mǫ̀da. Cari 'l mę̀i dǫ̀ni, a cápita da śvę̀nzŭ ke cullu c'as pǫ̀ nútta utę̀ñi nę̀ cunt al buni nę̀ cunt al cativi, as pǫ̀ 'nvę̀ci vę̀ilu tânti bǫ̀ti cunt una parǫ̀la diċċa a posta, o, maĝára, ñǫ̈ fǫ̈ sęnza pinsę̀ĝi (o sęnza pinsamę̀ntu). Vüiauci i ę̀ gá sęntǫ̈ żilu dę̀s-dę̀ssu da Laurik, ma mę̀ i ǫ̀ crędǫ̈ ben faċu da fę̀ vę̀ĝĝavlu, 'mpręssa 'm pręssa 'ncu 'm bǫ̀tu 'nca mę̀, parkę̀ 'l fa mai dāñu turnę̀ 'mprę̀ndi la midęmma rǫ̀ba püsę̀ d'un bǫ̀tu, sębuċú 'l mę̀stru al stęnta parlę̀.

Digitized by Google

I ę́ dúnca da savę́i, c'al tę́mpu dal prüm Rę́ ad l'iśula 'd Cipru, dapuśu kę Gufrę́du l'á biǫ̈ cunquistà la Tę́ra Sånta, na bę́la dunętta dl'a Guascǫña, c'l'era naća 'm piligrináǵu fik al sipulcru dal nǫ̈st Sinũr, in tal turnę́ 'ndrę́, l'ę́ framassi a Cipru, ę là l'ę́ 'ncuntrassi cun trę́ o quattru pǫ́ču 'd bǫ́k k'i ǽk ufęndǫ̈lla, sikę́, léi tütta piånžulę́nta, l'ę́ra ñǫ̈ĝĝi 'm mę́nti da ricuri al Rę́. Ma i ǽk virtę́lla c'la bütára via 'l sǫ̈ tę́mpu e la sǫ̈ fadiĝa, parkę́ 'l Rę́ l'ę́ra 'n criśćǽk da bęk bǫ́k nútta da castiĝę́ cüi ch'insültavu la žę́nti, ę, par di piǫ̈, l'ę́ra 'n ǫ́mu 'nsę́ purę́ššu, c'al mandava žǫ̈, sęnza fiadę́, tütti 'l balusai ch'i favuĝi ę tütt al parulaši ch'i živuĝi, ę́, 'nsę́, aña bǫ́ta c'ük l'iva sǫ̈gla cün lü, al sfugávasi a fę́ĝnu da tütt'al rázi (o da tućć i culur). Quånd l'á vüstu culla dǫna kę́ da vindikę́si an ĝę́ra ñånca da pínśę́ĝi, l'ę́ ñǫ̈ĝĝi 'm mę́nti da murtifikę́lu cul putamǫ́la du cul Rę́, ę, pianžę́nti, l'ę́ priśęntassi a lü ę l'á dićću 'nseĝĝi: « Mę́ i sǫ́k nutta ñǫ̈ kilǫ́ (o ša), parnåi a vü šuría, par živi da « vindikę́ l'ufę́ša ch'i ǽk faćumi; mę́ i urissi numá priĝę́vi da « mustrę́mi in kę́ mǫ́da i fę́ vü a måndę́ zǫ̈ culli, k'i ǽk dić- « ćumi k'i fǽk a vü, par pudi 'mprę́ndi kum'i ǫ́ da fę́ 'nca « mę́ a supurtę́ la mę́ja, kę́, crędę́mlu, bę́n vuantę́i i rigalaris- « sivla a vü k'i ę́ 'l spali larĝi ę buni da purtę́ 'nca culla ». Al Rę́ c'l'ę́ra staću findę́ssu kumę́ 'ndurmantá, l'ę́ disriĝassi: l'á mànzá a vindikę́ l'ufę́ša fácá a culla dǫ́na, e pǫ̈ja, dupu d'inura, l'á mai tarlasá piǫ̈ da castiĝę́ tüćći cüi ki ufędivu l'unur 'dla sǫ̈ curúna.

D. Il racconto di Fra Galdino nel 3.° cap. dei Promessi Sposi tradotto da G. Pagani.

Al miráclu dal nuśi.

I ę́ mai sęntǫ̈ parlę́ du cul miraclu dal nuśi süćidǫ̈ tånć üñi fa in cul nǫ̈st cunvę́ntu dla Rumaña?

Mę́ nǫ́ par dal bǫ́k: cüntę́ 'mpǫ́ sǫ̈llu.

I ę́ dúnca da savę́i kę́ 'n cul cunventu ĝę́raĝi un nǫ̈st frá c'l'ę́ra 'n såntu ę l'iva nǫ́mi frá Macáriu. Un dę́ d'invę́rnu, in t' al passę́ par na stradętta in t'un cämpu d'un nǫ̈st benefatur, bunǫ́mu 'nca lü, l'á vüstu stu benefatur a rę́nt'a 'n grån nuśu, ę quátru pajsåi cunt al sápi par ária, ki śmànzávu a discauzę́ la piånta par męttiĝi 'l radíśi al sul. — Ma cud l'ę́ ki fę́ĝĝi a cülla pǫ́vra piånta i nǫ́? l'á dumandá 'l fra Macáriu — Ah! s'al sissi! l'ę́ añi ę añi c'la vǫ́ piǫ̈ fę́ nuśi; e mę́ i faĝinu lę́ñña. — « Lasę́ stę́la » la dićću 'l fra: « i ę́ da savę́i, kę

Digitized by Google

st' ànu, l' á da ʃę püsę nuśi kę fǫjj, — Cul benefatùr, c' al siva ki l ę c' l' ęra l' ǫmu c' l' iva diċċu cùlla parǫla, l' a spisiĝà ži ai sǫ̃ ǫimi ki bùtássu sǫ̃ 'ncura la tęra 'n sǫ̃ 'l radiši e pǫja l' á càmá 'ndrę 'l frá, c' al siguitava nę 'nn'i par la sǫ̃ strá, e l' á diċċu 'nsęĝĝi: — « frá Macáriu, la mità dal racóltu la sarà par al cunvęntu ». — L' á fat prestu a cŭri l' uši kę frá Macáriu l' iva fáċu cúlla prufizía ę tùċċi i curivu a vaċę dǫ̃ssu a cul nušu. E 'nsę l ę staċu. In prümavęra fiuri par dišprę̀šiu, ę, quând l' ę ñǫ̃ 'l sǫ̃ tęmpu, nuši par dispręšiu. Cul bǫk benefatùr l' a biǫ̃ nútta la cunsulaziǫk da pudęi argǫj cul nuši, parkę 'mprümma dal racǫltu l' ęra nāċu 'm paradišu. Ma 'l miráclu l' ę stat püse grându 'ncurà. Cul brav ǫmu l' iva lasá 'ndrę 'm mátu d' un auta stŭmpa. Sikę dúnca quând al frá širkǫtu l' ę nát lá par scǫdi la mitá c' a tucávaĝi al cunvęntu, lü l' á fat capi ke lü 'n ziva 'd nutta ę l' á biǫ̃ la sfazadaria da rispúndi c' l' iva mai sentǫ̃ dži kę i frái capüšitti i füssu bui da fę nuši. Bęk i urę savęi cud l' ę k' ę sücidǫ̃ĝĝi? Un bęl dę (sentę 'm pǫ̃ custa) cul pǫcu 'd bǫk l' iva 'nvidá a ka sǫvva quaicük di sǫ̃ amisi dla midémma stŭmpa, e, intàntu ki mângiávu e ki bivivu, l' ę metǫ̃ssi a cüntę sǫ̃ĝĝi la stǫria dal nùšu ę ai frai al ĝiñava drę̀ĝĝi. A cüi žuvnúi ęra ñę̀ĝĝi la vǫja da vę̀ĝĝilu cul grân müĝĝiu 'd nuši; e lü 'l mina sǫjj 'n t al granę. Ma sentę: al vrissa l' ŭssu, al va vęrsu 'l kantǫk in duva cul grân müĝĝu l' ęra stat matǫ̃ e 'n tántu c' al diša vardę, al varda 'nca lü, e 'l vę̀ĝĝa.... kę rǫba! Un bęl müĝĝu 'd ʃǫj sękki 'd nusu. L' ę staċu 'm bęl išempiu custu? E 'l cunvęntu 'nvęci da pęrdiĝi l' a vadañàĝĝi, parkę, dupu na cŭsa parę̀ĝĝa, la šęrca dal nuši l' á rendǫ̃ 'nsę tantu ke 'm benefatur l' á biǫ̃ cumpasiǫk dal pǫvru frá širkǫtu ę l' á riĝalá 'n šnik al cunvęntu c' al jutassi a purtę ca 'l nuši. E as fáva tántu da cul ǫ̃liu, kę tucc' i puvritti i ñivu a tǫ̃ tŭt cullu k' ivu d' anžǫ̃nu, parkę nüiauci i summa kumę 'l mar, c' al ričęva l' acqua da tutt' al parti ę 'l turna distribŭila a tŭċċ' i fümmi.

II. Componimenti originali.

a) **Inter pocula** (Sonetto del prof. can. Vercelli).

Dübitę piǫ̃nnu; l' innucenza l' ę̀ĝĝi;
I umma bivǫ̃lla, ma birǫ̃lla a cretta.
L' imbrǫjju l' ę truvę̀la, ma, s' i stę̀ĝĝi,
Mę i truvarǫ̃lla e i truvarǫ̃lla nę̀tta.

Digitized by Google

Tirimi fọra mẹ; mẹ i sọ́k na plẹtta
Diśilu ċaru ẹ tüċċ 'i crẹdarẹ́ĝĝi;
E a custu ẹ a cullu ẹ a st' autu la bulẹtta
Sü la camiśa sübtu i truvareĝĝi.
Sọ̈ sẹ́ti dünca, cinqui si tajẹ́nnu,
Rẹ́stu sti dü, ẹ vardẹ́ggi kẹ dü śọ́i!
L'ȧntarẹ́ĝu! śikẹ́nnu pür, śikẹ́nnu!
Ma tra sti dü ki l'ẹ́ 'l püsẹ́ nuzentu?
Summa 'n caĝĝi.... fẹ́ quẹ́nnu 'd paragọ́i?
Basta c'al veña 'ncu 'l biċeramẹ́ntu.

28 Dicembre 1875.

b) **Per la prima messa di Don Bernardino Balsari,**

prima Dottore in medicina.

Brindisi recitato il 15 Agosto 1879 da Giuseppe Zapelloni.

La nọ́sta lẹ́ngua, kumẹ tüċċ 'i sœ́k
L'ẹ́ mẹ́ju kẹ́ 'l Latík ẹ kẹ 'l Tuscœ́k.
Mẹ́ par sta lẹ́nĝua i ọ́ 'nsẹ́ caudu 'l prẹ́,
Kẹ par stüdiẹ́la ẹ ñi a 'mbuni 'l vasẹ́,
I sẹ́nt sẹ́mpri tirẹ́mi al mẹ́ pajśu
C'l'á 'm bẹ́l parlẹ́ 'm parlẹ́ da paradiśu.
Dúnca par gọ́di 'l tẹ́mpu, ẹ par la sẹ́i
Dal bẹ́l parọ́li giüsti, 'n tal Canẹ́i (1)
Sọ̈n naċu a fẹ́ 'n girọ́tu sta matik;
E lá 'n t al vultu dal ĝọ̈bu 'd Quazik, (2)
I vȧĝ tütta faná ñi ka Mẹnĝẹtta.
« Oh! Cmá, cuś i ọ́ mai vüstu 'n t la ruvẹtta!»
« Cud l'ẹ́ ki ẹ́ vüstu?... żẹ́ sọ̈ prẹstu: « Ohimẹ́ia!»
Lẹ́stu l'a rispundọ̈ la Cma Tadẹ́ia:
« Al Duturik Balsar l'ẹ́ nacc 'a prẹ́vi!....
« Oh! custa 'nzük l'avris daċumla da bẹ́vi,
« S'ijs nütta vüstu a nẹ́lu par la strá
« A żi la mẹssa nọva. Oh! kẹ picá!
« A vẹĝĝi 'm bẹ́l żurnọ́tu ẹ 'nsẹ́ 'd talẹ́ntu
« A pẹ́rdi 'l sọ́ giüdiziu 'n t un mumẹ́ntu.

(1) Canei. È uno dei quartieri di Borgomanero.

(2) Oltre a questo vi erano altri due gobbi famosi: *Al gọ̈bu d' la Rulla, e 'l gọ̈bu 'd Lucalẹ́.*

Digitized by Google

Diċċi s parǫ́li, s'iiss vüstu la Cmá
A sautę́ sǭ́: « Vü i sę́ bassa 'd zilá
« Cara Męngętta, vü i 'ntęndę́vru nútta
« Dai cuppi 'n sǭ́; vü i fę́ ñimi la futta
« Numá sęntì parlę́vi...: taśę́ inǫ́
« C'l'ę́ nutta da Cristiǵk cul parlę́ inǫ́.
« Dúnca San Bartlamę́, c'a 'l mǎnca mai
« D' fę́ tànti grazii, al lassa i sǭ́ matāi
« Nę́ 'nsę́ da mal?... l'ę́ 'n'ǭ́rku, a sęntì vü:
« Dúnca 'l Siñur l'ę́ nutta 'l padrǫ́k lü?»
Cul ċ'l á diċċu la cmá l'ę́ fǫ́rs mia vę́ra?
L'á nutta 'rsǫ́k d' pinsę́la a sta manę́ra?
Ciapumma dúnca sempri par nǭ́st bę́k
Da la grán Pruridę́nza cul c'a vę́k:
Sbauzúmma mai la vuluntá divina...
.... E par cumǎndu 'd la Surà Cichina,
Birumma tüċċi 'n sęmma 'ncu ĝuzik
A la salüti dal nǭ́st Barnardik

c) **Brindisi detto dal Dottor Francesco Vercelli nel Settembre 1880**

al banchetto dato in onore

dell'On. Ingegnere Cavaliere Professore Giovanni Curioni

Deputato di Borgomanero.

Dę́ ša ki auzúmmalu
E ki vuiúmmalu
Un biċċirik
Du stu bǫ́k vik,
Să ki birúmma
E i fistiǵúmma
Al Dipütà
Ki è numiná
Par stu paišu,
Mę́ bǫ́k amišu,
Anzi amišǫ́k,
Giuran Cüriǫ́k.
Lü l'ę́ 'ngiñę́r,
L'ę́ cavalię́r,
Męstru a Türik,
Al Valèntik,
L'á buna testa
Cušę́nza unę́sta.
Püsę́ d'insę́
Cuś i vurę́?
Nü i vęgarumma
C'ànca là a Rumma
Quǎnd al narà
Fę́ 'l dipütà,
C'l'ę́ nútta 'n šǫ́
Da vutę́ fǫ́,
Fę́si mànzik
Par al quattrik.
Dúnca birúmma
E fistiǵùmma
Al Dipütà,
Ki ę́ numinà
Par stu paišu,
C'l'ę́ 'm bǫ́n amišu,
Anzi amišǫ́k.
Viva Cüriǫ́k!

Digitized by Google

c) **Nella occasione delle auspicate nozze della signorina Agnese Molli col Signor Pasquale Venditti.** Versi del Signor Dott. Francesco Vercelli.

I' ǫ́ kilǫ́ 'n šǫ́...
L'ę́ 'm magǫ́k nǫ́,
L'ę́ 'm magǫ́k sę́,
I sǫ́llu mę́?
Pę́nsę́ĝi sǫ̃́
Kę́ tę́ t vę́ 'n žǫ̃́,
Fik da 'd lá 'd Rumma,
Ki passarumma
Bę́k bušǫ́ mę́ši,
Mę́ cara Neši,
Sęnza truvę́si
Sęnza parlę́si,
Pę́nsę́ĝi dę́nti
C'l'ę́ 'nsę́, mę́ i sę́nti
Immaĝunę́mi
Sę́nti tramę́mi
La vuší e 'l fià.
Brütta ǵurnà!...
Sfuĝa 'l magǫ́k
Cambiumma tǫ́k.
Giuván 'd la viñña
Al piänža e 'l ĝiñña,
Giññi 'nca mé:
Sę́nta 'l parké.

Sę́; tę́ 't vę́ via
Par tänči mia;
Ma 't fę́ la strá
Bę́n kumpañá
Cum Pasqualik
Bę́l suldarík
C'l'á l brašu bǫ́k
E cǫ́r da liǫ́k;
Vïaǵa püra,
Tę́ t'ę́ sičüra,
Lü 'l vę́nti a drę́
E nǫ̃́c 'ę dę́.
L'ę́ tǫ̃́; tę́nĝę́llu
Adę́ss kï t'ę́llu.
Nará pǫ̃́ 'n dę́
Quänd at dirę́:
Pasqual! Pasqual!
Sę́ntimi mal.
Ma ñę́nti pura
L'ę́ 'n šǫ́ d'un ura.
Cud l'ę́, cud l'ę́
Tütt stu šñaulę́?
Inĝi i nǫ́v mę́ši
Viva la Nę́ši.

d) **Per le fauste nozze della Signorina Adelina Agudio Carpani da Borgomanero col Signor Geometra Michele Peroni da Maggiora.** Brindisi del Dott. F. Vercelli.

Si sę́ cuntę́nti,
Mę́ cara žę́nti,
I' avrissi 'n šǫ́
Da tiré fǫ́.
L'ę́ 'n šǫ́ pišnik,
L'ę́ 'm biglitik
Cúñ dǫ́r rimętti
Pulídi e nętti

Parkę́ i birúmma
Parkę́ 'i šbraǵúmma,
Cun tütta l'uši,
Evviva i spuši!
Viva la spúša
Brava ę graziúsa
Anzi i dirǫ́tti
Brava dǫ́v bǫ́tti.

Digitized by Google

Braru 'nca tę,
Mę car Mikę:
T' ę 'm Mażurik
Dal širvęl fik.
Fàndu 'l suldà
Tę t' ę girà
L' Italia 'n sǫ̃
L' Italia 'n žǫ̃
E t' ę mai vüstu
Mati 'd tǫ̃ ĝüstu.
Ma a Burbanę,
Cǫ̃čču 'nca te,
T' ė bęk truvālla
Ed mini cálla.
Tę fürtünà!...
Staĝĝi tacà
E tę̃na ĝęlla,
Dęssu ki tęlla:
Narà pǫ̃ 'n dę,
Creddalu a mę,
C' un bęl maščǫtu,
Tütt' in t un bǫtu,
Al šñaularà
In la tǫ̃ cà.

Dunca birümma
Dunca šbraĝümma
Cun tütta l' usi,
Erviva i Spusi.

e) **Per le fauste nozze della Signorina Gina Gattico da Borgomanero col Signor Avv. Felice Magistrini di Maggiore.** Brindisi del Dott. F. VERCELLI.

Dę ša k' i auzümmalu,
Sa k' i birümmalu
Un aut ĝuzik
Du stu bǫk vik,
C' al raĝa žǫ̃
Par bütę 'nsǫ̃
Una sol' uši:
Evviva i spuši.
Viva la Gina
Brava ę carina
Bęla ę graziosa
Kumę na roša
Graziosa ę bęla
Kumę na stęla.
Tę, Magistrik,
T' ę 'n ĝüstu fik;
T' ę sapiǫ̃ fę
A nęĝi drę...
L' ę tǫrva; t' ęlla
E 't tę̃i ĝęlla.
Tę fürtünà!
Staĝĝi tacà
Staĝĝi cüšę,
E t' vâĝarę
Che, senza spęši,
Dęnti 'd nǫv' męši,
Sę mę indǫvini,
T' avrę dǫr Gini,
O, męju ncò,
Męju bušo,
In la tǫ̃ cà
A šñaularà
Un matalik,
E 'n aut bambik
Prestu kumę
Al ñarà drę:
E 'm pǫ̃ par bǫtu...
Fik a dišdǫtu...
Aš vâĝarà
S' i ǫ̃ 'nduvinà.

Digitized by Google

Intântu auzúmmalu,
E ki bivúmmalu
Un aut guzik
Du stu bǫ́k vik.

C'al vâĝa žǫ́
Par bütę́ sǫ́
Una sol uši:
Evviva i spuši!

26 Aprile 1882.

Digitized by Google

LA GEOLOGIA E LA PACE

Nota del M. E. Prof. TORQUATO TARAMELLI

(*Adunanza del 5 dicembre* 1918)

In varie pubblicazioni ho seguito le vicende della nostra guerra dal punto di vista della geologia, in quanto questa disciplina esamina e spiega le condizioni orografiche dei paesi dove si è combattuto; le quali condizioni ebbero così alta influenza nell'aumentare le difficoltà ed i pericoli superati dal valore dei nostri soldati e dall'abilità dei condottieri. Ho dimostrato altresì come queste condizioni ebbero grande parte nel determinare quella funesta invasione del nemico, che poi arrestata e respinta si convertì per esso in una rotta quale la storia non ricorda e tale che determinò la caduta dell'impero degli Asburgo.

Ora che le vittorie degli Alleati hanno costretto il nemico a chiedere l'armistizio ed a subirne le condizioni, ora che la pace è per essere conclusa, mantenendomi nello stesso punto di vista, voglio considerare quali sieno le ragioni geologiche di quel confine, che possa nel miglior modo assicurare che questa pace perduri. Questo confine deve essere tale da permettere che nel volgere del tempo gli immancabili addattamenti, che sempre avvennero nelle regioni di nazionalità miste, possano condurre a quell'armonia, di cui ci diedero già esempio gli Allobrogi nel Piemonte, le sparse colonie tedesche nel gruppo del Rosa, nel Veneto e nel Friuli e gli Slavi abitanti una porzione di quest'ultima provincia.

I confini naturali hanno essenzialmente una ragione geologica e se il loro valore prevalente al carattere etnico fu accettato per l'Alto Adige, è logico che altrettanto lo sia per le Alpi Giulie e Dinariche; al più potendosi per giusti patti sta-

Digitized by Google

bilire sino a dove convenga estendere questo confine nella Dalmazia meridionale, per appagare i giusti desideri degli stati slavi ora realmente esistenti.

È assai interessante l'osservare come il confine alpino si sia stabilito per un complicato e progressivo ampliamento dei bacini idrografici nel versante meridionale della catena, la quale presenta quivi il più forte pendio. Ricorderò alcuni dei numerosi casi di cattura, per i quali si avverò l'acquisto di correnti, che prima andavano verso altri mari. Tali sono: per la valle dell'Adda, il confluente la Mera rispetto all'alto bacino dell'Inn; le origini dell'Adige rispetto al passo di Reschen e dell'Isarco per la valle della Wipp; la valle della Rienz, rispetto alla sella di Toblaco; il tratto superiore della valle del Fella, rispetto alla sella di Saitnitz; il passo d'Idria, in rapporto colle acque prima defluenti nella depressione di Lubiana. Nè soltanto l'idrografia superficiale ubbidiva a questa legge della progressiva estensione dei bacini del versante adriatico; poichè anche l'idrografia sotterranea, nella regione dove questa presenta i più mirabili particolari, richiamata dai più ampi suoi canali, che muovevano verso al mare, si manteneva in relazione coll'Adriatico e pure nelle tenebre seguiva il destino delle acque superficiali senza smarrire la sua via. Valgano gli esempi del Timavo e della Foiba di Pisino, di cui ho fatto cenno in altra lettura in quest'aula stessa. Ne consegue che i confini naturali stabiliti dai partiacque rappresentano il risultato di un lungo lavorio delle forze naturali attraverso quel periodo di emersione, che si può concepire sicuramente iniziato al principio del pliocene.

Siccome i primi abitatori delle regioni alpine si stabilirono sui due versanti e poi nel corso dei secoli, in un senso o nell'altro, accaddero espansioni dei popoli abitanti le regioni meno elevate, ne consegue la impossibilità che il confine naturale possa nettamente separare due schiatte senza lasciar luogo a quelle *regioni grigie* di nazionalità mista, nelle quali conviene che la popolazione immigrata si addatti al dominio della nazione invasa; in particolare quando questa possiede un incontrastata superiorità di cultura e di progresso civile.

Per quanto riguarda la Dalmazia e l'Istria colle annesse isole del Quarnero, compresa Veglia, concorre la geologia nel dimostrare nel modo più evidente la spettanza di quella regione al bacino padano; tanto che furono gli stessi geologi austriaci a distinguere col nome di *Dinaridi* le montagne, che

Digitized by Google

si stendono dalla valle della Dora Baltea alla valle dell'Isonzo, a sud di una linea che dall'alta Valtellina passa per Merano alla origine della valle della Gail ed ai dintorni di Pontebba, limitando a sud un nucleo molto antico rappresentato dalle Alpi Carniche centrali. L'origine dell'Adriatico su entrambe le sue sponde rappresenta un fenomeno unico e stringe queste sponde in una unità geologica ed orografica, che poi si è riflessa necessariamente in una unità di cultura.

Questa unità geologica, assai meglio che dal concetto delle *Dinaridi*, è dimostrata dal fatto che lungo la costa occidentale dell'Adriatico ed a breve distanza dalla spiaggia troviamo quelli stessi terreni secondari, che affiorano nell'Istria e nella Dalmazia, smembrati nei lembi degli Euganei, del M. Conero e delle Puglie per l'insinuazione di ampie estensioni di terreni terziari recenti. La sommersione, che ha ridotto ad arcipelago la costa dalmata allo scorcio del periodo quaternario, fu meno pronunciata per la costa occidentale, dove questi terreni terziari recenti si presentano più estesi; ma dal punto di vista stratigrafico si tratta della stessa conca, la quale si completa con quel fascio di curve, che attraversa la depressione padana e la decompone in varie porzioni, sulle quali si stese il manto uniforme dei terreni alluvionali, secondo il concetto chiaramente enunciato da oltre un mezzo secolo dal geologo italiano Giuseppe Scarabelli.

Se noi consideriamo che ancora durante il periodo quaternario queste alluvioni padane si estesero nella parte settentrionale del bacino adriatico tanto da formare tra il Veneto ed il Quarnero una terra emersa, che poi fu infranta da movimenti di suolo accaduti prima dell'ultimo periodo glaciale, come ho cercato di dimostrare trattando della sabbia di Sansego, di Arbe e di Lissa, questa connessione della sponda orientale coll'occidentale appare ancora più manifesta. Ma anche se noi ci limitiamo a considerare l'orografia attuale e la sola sponda istrio-dalmatica, chi mai potrà negare una unità geologica e orografica, la quale è così nettamente dimostrata dall'andamento delle pieghe e quindi delle valli, dei rilievi e delle isole? La stessa altimetrica, per la Dalmazia supera raramente un migliaio di metri, mentre nell'altipiano più a levante tocca i 1913 m. al M. Troglaw nella Bosnia e i 1763 al M. Santo in Croazia e segna così un distacco assai marcato tra le due regioni, combinandosi anche con una notevole diversità delle condizioni meteoriche; poichè nella Dalmazia

Digitized by Google

presso alla costa, dove questa è più lontana dal partiacque, la quantità annua di pioggie tocca appena i 750 mm., a Ragusa si calcola in 1500 mm. e al M. Ovcen, sopra le Bocche di Cattaro, v'è la straordinaria precipitazione annua di 4600 mm.. La flora nettamente mediterranea nella Dalmazia contrasta in modo saliente colla flora pontica della Croazia e della Bosnia-Erzegovina.

La stessa fauna, in particolare per i molluschi terrestri, presenta molte analogie colle faune dell'Appennino centrale e della Puglia.

Senza volere dedurre da queste analogie una prova di una antica continuità di terra emersa tra la Dalmazia ed il Gargano, poichè sembra dimostrato che tra le due regioni sorgessero invece delle isole più vaste che le attuali, troviamo però in questa analogia una nuova conferma di quella unità geografica, che insieme agli argomenti storici e di cultura persuade a mantenere nello stesso dominio politico tutte le popolazioni che ivi hanno dimora.

Non mi estendo a trattare delle ragioni militari, le quali concorrono a dimostrare che la difesa dell'Adriatico esige assolutamente che ne sia dominata da noi tutta la costa orientale; poiché questo argomento é stato nel miglior modo esaminato e discusso da scrittori competenti. Soltanto dirò che se non vi fosse altro argomento per attribuire all'Italia il dominio esclusivo della Dalmazia, questo argomento dovrebbe bastare presso gli Alleati; poichè vi sono terre italiane in dominio della Francia e dell'Inghilterra pel solo motivo militare, sulle quali con ferma lealtà l'Italia non eleva alcuna aspirazione.

Se la pace imminente deve eliminare per quanto è possibile i motivi di futuri contrasti, per le stesse ragioni, per le quali ora l'Italia acquisterebbe l'Alto Adige, la valle superiore del Fella, l'alto bacino dell'Isonzo, il territorio di Trieste e l'Istria, non si può negare che a noi spetti il dominio della Dalmazia, che venne così a lungo e con tanta pertinacia conquistato da Roma e poi con altrettanta costanza a più riprese raggiunto dalla repubblica di Venezia; sempre con grande vantaggio di quella regione, che fu prospera soltanto sotto la protezione di questi due sapienti governi. Le giuste rivendicazioni dell'Italia, oltrechè dimostrate da studi coscienziosi di nostri valenti scrittori, quali il prof. Giotto Dainelli, gli Ammiragli G. Roncagli e Thaon di Revel, il Generale Perrucchetti,

Digitized by Google

furono riconosciute ed ampiamente sostenute dal cittadino americano Whitney Warren; d'onde io traggo argomento a sperare che anche il Presidente Wilson ponga mente a ciò, che lo Stoppani chiamava la *santità del linguaggio*. Il mare Adriatico, trae il nome da una città etrusca, fu detto *mare nostrum* dai Romani, che lo liberarono dai pirati, si chiamò anche Golfo di Venezia; giammai mare ungherese, nè croato, nè turco, nè tedesco.

Digitized by Google

SULLA COMPOSIZIONE DELLE ACQUE D'IRRIGAZIONE NELL'ALTA ITALIA

LE ACQUE DI IRRIGAZIONE NEL CIRCONDARIO DI NOVARA

Nota del Dott. VINCENZO TRIVELLONI

(*Adunanza del 5 dicembre* 1918)

Questa nota sulle acque di irrigazione del circondario di Novara si collega ad uno studio da tempo intrapreso in questo Laboratorio (1), che mira ad avere una monografia, per quanto è possibile completa, delle principali acque di irrigazione in Italia.

Nelle precedenti occasioni furono messi in rilievo i motivi che rendono utile una esatta conoscenza delle acque di irrigazione, sia perchè essa integra i dati che dall'esame chimico dei terreni ci vengono forniti, sia perchè ci dà spesso ragione delle modificazioni che le acque di irrigazione sono in grado di introdurre nei terreni medesimi.

La scelta e la raccolta dei campioni furono affidate all'Ufficio Agrario della Provincia di Novara, al quale, a nome del Laboratorio, esprimo i più vivi ringraziamenti.

Anche per questa nuova ricerca furono prelevate tre serie di campioni, sempre nelle medesime località: la prima serie d'estate (1ª decad. del luglio 1916); la seconda in stagione intermedia (3ª decade del marzo 1917); la terza nell'inverno (3ª decade del febbraio 1918).

A questo punto è bene avvertire che il prelevamento della terza serie doveva farsi nel pieno dell'inverno: ma, per la

(1) Prof. A. MENOZZI, *Rend. Istit. Lombardo*, anno 1893.

Prof. A. MENOZZI, dott. A. DE-VECCHI, *Rend. Istit. Lombardo* anno 1916.

Digitized by Google

scarsità di personale, lo si potè eseguire solo ad inverno assai inoltrato.

Di più, mentre l'inverno 1916-17 fu rigido e prolungato, quello 1917-18 fu assai mite: tutto questo ha fatto sì che le due serie, invernale e primaverile, si accostino molto per quanto riguarda la temperatura che le acque presentavano all'atto della raccolta dei campioni. Il che tuttavia infirma in piccola parte le conclusioni che dai dati si possono trarre.

Le acque prese in esame sono in sostanza acque derivate dal Po e dalla Sesia, ove se ne tolgano due: quelle dei torrenti Terdoppio e Agogna.

Anche per queste acque valgono molte delle osservazioni fatte già dal prof. Menozzi e dal dott. De-Vecchi (1) a proposito delle acque di irrigazione del circ. di Vercelli, con le quali, del resto, hanno spesso comunanza di origini: notevoli escursioni nel valore del residuo a seconda della stagione in cui i prelevamenti vennero fatti; minor carica di sali e più costante composizione delle acque della Sesia in confronto con quelle del can. Cavour.

Per alcune delle acque prese in esame, oltre le ragioni solite delle variazioni nella carica salina (ragioni consistenti sopratutto nella mancanza di laghi e quindi di grandi regolatori), vi ha anche quella che, in alcuni periodi, alle acque di qualche canale vengono ad aggiungersi quelle di un altro canale. Ad es.: il cavo Dassi che deriva indirettamente dalla Sesia, ma può ricevere acque dal can. Cavour.

Anche in queste acque del Novarese i sali in soluzione sono principalmente costituiti da bicarbonati di calcio e di magnesio, e da solfati: i cloruri vi si trovano in piccola quantità, e in piccolissime dosi i nitrati e i sali di sodio e potassio.

Nella tabella che segue sono raccolti i risultati dell'analisi chimica, disposti ed espressi nel modo consueto.

In essa sono indicati anche il luogo e l'epoca del prelevamento dei campioni.

Dal Laboratorio di Chim. Agraria della R. Scuola Sup. d'Agric. di Milano, 28 giugno 1918.

(1) l. c.

Digitized by Google

Data del prelevamento	Torrente TERDOPPIO (Ponte sulla strada per Pernate)			Roggia « La MORA » (Cascina dei Frati Carmelitana)			Cavo DASSI (Ponte sulla strada oltre Cesto)		
	5-7-16 ore 11 5	21-3-17 ore 9.30	23-2-18 ore —	6-7-16 ore 17	21-3-17 ore 10.45	27-2-18 ore —	6-7-16 ore 17.30	21-3-17 ore 11.15	27-2-18 ore —
Temperatura atmosferica	—	5°	12°	—	10	8°	—	8°	11°
» dell'acqua . .	18° 5	6° 5	10°	16°	8°	7°	16° 5	9° 5	12°
	limpida con picc. deposito	limpida con picc. deposito	limpida con picc. deposito	limpida con piccoliss. deposito	limpida senza deposito	limpida con leggero deposito	limpida con piccoliss. deposito	limpida con piccoliss. deposito	limpida con picc. deposito
Residuo a 100° - gr. per lit.	0.0612	0.0814	0.2090	0.0530	0.0700	0.0700	0.0600	0.0760	0.0680
» ' 180°	0.0610	0.0760	0.2050	0.0526	0.0640	0.0680	0.0592	0.0690	0.0640
» fuoco	0.0552	0.0694	0.1780	0.0440	0.0610	0.0590	0.0460	0.0614	0.0520
Ossigeno	0.0075	0.0095	0.0103	0.0078	0.0090	0.0082	0.0080	0.0120	0.0095
Anidride carbonica libera e semicombinata .	0.0241	0.0348	0.0634	0.0202	0.0386	0.0373	0.0182	0.0386	0.0245
» carbon.-combinata	0.0143	0.0143	0.0353	0.0100	0.0120	0.0117	0.0120	0.0120	0.0110
» nitrica	—	0.0015	0.0015	—	0.0020	0.0010	—	0.0020	0.0010
» silicica	tracce	0.0020	0.0050	0.0020	0.0026	0.0024	tracce	0.0010	0.0010
» solforica	0.0140	0.0131	0.0329	0.0125	0.0100	0.0070	0.0140	0.0104	0.0075
Cloro	0.0035	0.0020	0.0044	0.0030	0.0015	tracce	0.0030	0.0020	tracce
Ossido di calcio	0.0136	0.0155	0.0488	0.0115	0.0130	0.0130	0.0115	0.0130	0.0110
» magnesio . . .	0.0055	0.0058	0.0144	0.0029	0.0050	0.0042	0.0046	0.0050	0.0033
» potassio . . .	0.0010	0.0011	0.0017	0.0007	0.0010	0.0005	tracce	0.0010	tracce
» sodio	0.0035	0.0040	0.0040	0.0020	0.0030	0.0020	»	0.0025	»

Digitized by Google

Data del prelevamento	Torrente AGOGNA (Ponte sulla strada per Varallo-Sesia)			Cavo MONTEBELLO (Ponte verso S. Nazzaro Sesia)			Roggia BIRAGA (Prima dell'incrocio con la Busca)		
	6-7-16 ore 19	21-3-17 ore 13.45	27-2-18 ore —	7-7-16 ore 10	23-3-17 ore 11	26-2-18 ore —	7-7-16 ore 11 30	23-3-17 ore 12.15	26-2-18 ore —
Temperatura atmosferica .	—	9° 5	11°	—	6°	17°	—	6°	14°
» dell'acqua . .	21°	9°	12°	18° 5	7° 5	11°	18°	8°	11°
	limpida con leggero deposito	limpida con discreto deposito	limpida con leggero deposito	limpida con picc. deposito	limpida con deposito	limpida con deposito	limpida con picc. deposito	limpida con deposito	limpida con notevole deposito
Residuo a 100° - gr. per lit.	0.0620	0.0734	0.1086	0.1328	0.2046	0.3040	0.1144	0.1054	0.2950
» 180°	0.0500	0.0666	0.1056	0.1184	0.1830	0.2860	0.1080	0.0986	0.2710
» fuoco	0.0440	0.0540	0.0836	0.1112	0.1590	0.2670	0.0970	0.0852	0.2280
Ossigeno	0.0085	0.0102	0.0014	0.0089	0.0020	0.0066	0.0072	0.0067	0.0052
Anidride carbonica libera e semicombinata .	0.0216	0.0414	0.0464	0.0470	0.0783	0.0790	0.0447	0.0547	0.0891
» carbon.-combinata	0.0120	0.0135	0.0227	0.0275	0.0495	0.0550	0.0250	0.0200	0.0550
» nitrica	—	0.0015	0.0010	—	0.0020	0.0010	—	0.0010	0.0015
» silicica	tracce	0.0020	0.0008	0.0025	0.0010	0.0110	0.0050	0,0030	0.0080
» solforica	0.0100	0.0095	0.0116	0.0260	0.0240	0.0565	0.0180	0.0130	0.0496
Cloro	tracce	tracce	0.0026	0.0060	0.0040	0.0043	0.0065	tracce	0.0052
Ossido di calcio	0.0164	0.0150	0.0240	0.0320	0.0480	0.0840	0.0300	0.0220	0.0746
» magnesio . . .	0.0030	0.0040	0.0079	0.0080	0.0140	0.0224	0.0081	0.0074	0.0192
» potassio . . .	tracce	tracce	tracce	0.0011	0.0022	0.0026	0.0015	0.0010	0.0018
» sodio	»	»	»	0.0040	0.0080	0.0088	0.0085	0.0030	0.0035

Digitized by Google

Data del prelevamento	(Dopo l'incrocio con la Biraga) 7-7-16 ore 11.45	23-3-17 ore 12.30	26-2-18 ore —	(Alla Cascinetta - lungo la strada per S. Pietro Mosezzo) 7-7-16 ore 12.45	28-3-17 ore 15.15	26-2-18 ore —	Canale CAVOUR (Casello N. 19 del Canale) 16-8-16 ore 16.30	28-3-17 ore 17.20	25-2-18 ore —
Temperatura atmosferica .	—	6°	11°	—	14°	10°	—	9°	11°
» dell'acqua . .	18°	7° 5	11°	18° 5	12°	11°	21°	12°	10°
	limpida con picc. deposito	limpida con deposito	limpida con picc. deposito	limpida con discreto deposito	limpida con deposito	limpida con deposito	torbida	limpida con deposito	limpida con deposito
Residuo a 100° - gr. per lit.	0.1096	0.1060	0.3014	0.1224	0.1068	0.2070	0.1970	0.1420	0.2940
» 180°	0.1068	0.0910	0.2764	0.1148	0.0930	0.2020	0.1850	0.1320	0.2820
» fuoco	0.0956	0.0730	0.2564	0.1124	0.0834	0.1755	0.1580	0.1102	0.2420
Ossigeno	0.0080	0.0100	0.0064	0.0087	0.0120	0.0097	0.0082	0.0150	0.0050
Anidride carbonica libera e semicombinata .	0.0454	0.0407	0.0762	0.0324	0.0341	0.0660	0.0790	0.0486	0.0754
» carbon.-combinata	0.0240	0.0200	0.0555	0.0270	0.0220	0.0363	0.0660	0.0320	0.0555
» nitrica	—	0.0020	0.0010	—	tracce	0.0020	—	0.0015	0.0025
» silicica	0.0080	0.0045	0.0120	0.0092	0.0040	0.0040	0.0050	0.0045	0.0090
» solforica	0.0168	0.0160	0.0513	0.0228	0.0200	0.0340	0.0180	0.0210	0.0466
Cloro	0.0063	0.0060	0.0052	0.0070	0.0055	0.0052	0.0055	0.0060	0.0052
Ossido di calcio	0.0280	0.0220	0.0810	0.0340	0.0204	0.0510	0.0540	0.0280	0.0820
» magnesio . . .	0.0088	0.0060	0.0210	0.0080	0.0060	0.0158	0.0220	0.0090	0.0237
» potassio . . .	0.0011	0.0009	0.0026	0.0030	0.0020	0.0025	0.0022	0.0020	0.0023
» sodio	0.0032	0.0020	0.0076	0.0055	0.0040	0.0045	0.0050	0.0035	0.0050

Digitized by Google

Data del prelevamento	Diramatore Q. SELLA (all'idrometro segnalatore dopo la presa del Can. Cavour)		
	7-7-16 ore 17	28-3-17 ore 17.30	25-2-18 ore —
Temperatura atmosferica	—	9°	10°
» dell'acqua	19° 5	12°	10°
	limpida con piccolo deposito	limpida con deposito	leggerm. opalesc. con deposito
Residuo a 100° - gr. per lit.	0.1488	0.1204	0.3040
» 180°	0.1440	0.1134	0.2900
» fuoco	0.1408	0.1055	0.2740
Ossigeno	0.0080	0.0180	0.0062
Anidride carbonica libera e semicombinata	0.0400	0.0417	0.0971
» carb.-combinata	0.0340	0.0280	0.0683
» nitrica	—	0.0015	0.0020
» silicica	0.0052	0.0030	0.0080
» solforica	0.0304	0.0187	0.0567
Cloro	0.0065	0.0050	0.0062
Ossido di calcio	0.0384	0.0290	0.0840
» magnesio	0.0103	0.0072	0.0240
» potassio	0.0016	0.0017	0.0024

Digitized by Google

DELLA FORMA CRISTALLINA

di

ALCUNI DERIVATI DEL BENZOLO

Nota 10ª

del M. E. Ettore Artini

(*Adunanza del 5 Dicembre 1918*)

I.

Nitro-di-jodo-benzolo $C_6H_3.NO_2.J.J.$ (1) (2) (4)

P. fus. = 101°.

Si ottiene per nitrazione diretta del meta-di-jodo-benzolo, insieme al corrispondente di-nitro-di-jodo-benzolo 1.3.4.6; oppure dalla nitro-di-jodo-anilina 1.2.4.5 (p. fus. = 149°), per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di idrogeno, passando per il diazocomposto.

Sistema rombico, cl. bipiramidale rombica:

$$a : b : c = 0.6575 : 1 : 0.3835.$$

Forme osservate:

{100} , {010} , {001} , {110} , {120} , {111}.

I cristalli, ottenuti per lenta evaporazione da soluzione in etere acetico, sono prismatici, allungati secondo l'asse verticale, e, di solito, un poco appiattiti secondo {100}. Da miscela di etere acetico e acido acetico si ottengono più spesso lunghi aghi, terminati alle estremità dalla sola faccia di base. Le facce, brillanti e abbastanza piane, si prestano bene alla misura goniometrica. Dei due prismi, più sviluppato e costantemente presente è {120}; più ristrette, o mancanti affatto, le facce di {110}.

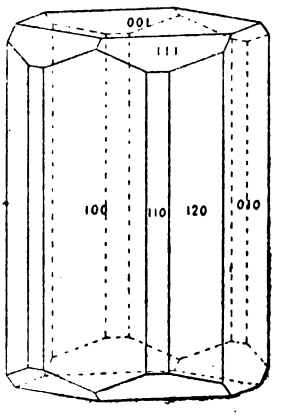


Fig. 1.

Digitized by Google

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(100) . (120)	17	52°.37′ – 52°.59′	52°.45′	*
(111) . (001)	15	34.41 — 35.00	34.55	*
(120) . (010)	20	36.56 – 37.40	37.14	37°.15′
(110) . (010)	2	56.35 — 57.11	56.53	56.40
(111) . (1$\bar{1}$1)	9	36.34 — 36.45	36.40	36.39
(111) . ($\bar{1}$11)	9	56.56 — 57.20	57.6	57.9
(111) . (100)	10	61.11 — 61.45	61.26	61.26
(111) . (010)	16	71.28 — 71.47	71.44	71.40
(111) . (110)	1	—	55.4	55.5
(111) . (120)	5	57.14 — 57.18	57.15	57.20

Sfaldatura molto imperfetta secondo {001}.

Il piano degli A. O. è parallelo a {100}. La bisettrice acuta, negativa, è normale a {001}. L'angolo degli A. O. è molto piccolo; la dispersione degli A. O. fortissima: $\varrho < v$.

Colore giallo citrino intenso. Pleocroismo sensibile: **a** = giallo paglierino; **b** = giallo citrino intenso; **c** = giallo citrino un poco più chiaro. Assorbimento: **b** > **c** ≫ **a**.

P. sp. = 2.836
P. M. = 374.874
V. = 132.18.

χ = 5.3017
ψ = 8.0630
ω = 3.0922

Questa sostanza appare essere stata già misurata da G. La Valle (1); ma non esistendo corrispondenza tra i suoi dati ed i miei, devo ritenere che il corpo da lui studiato sia tutt'altro. I dati esposti dal La Valle sono infatti i seguenti:

(1) G. La Valle. — *Studio cristallografico di alcuni corpi della serie aromatica, preparati dal prof. Körner.* — Memorie R. Acc. dei Lincei. S. III. Vol. IV, p. 43.

Digitized by Google

« Sistema rombico : »

« $a : b : c = 0.6473 : 1 : 0.4582$ »

		mis.	calc.	
«	$(011) . (0\bar{1}1)$ =	$49°14'$	*	»
«	$(110) . (1\bar{1}0)$ =	65.50	*	»
«	$(011) . (110)$ =	76.55	$76°55'$	»

« Sfaldatura facile secondo {110}. »

Così morfologicamente come fisicamente mi pare dunque esclusa la identità dei due composti, non ostante una certa rassomiglianza nel valore a : b; l'angolo (110) . (1$\bar{1}$0) calcolato dalle mie costanti ha infatti il valore = 66°.40'; ma per l'angolo (011) . (0$\bar{1}$1), nella sostanza da me studiata, si calcola il valore 41°.58'.

Quello da me studiato, che è sicuramente il nitro-di-jodo-benzolo 1 . 2 . 4, è, come vedremo, isodimorfo coll'omologo nitro-di-bromo-benzolo; ma la forma stabile (rombica) del primo corrisponde ad una fase metastabile dell'altro; nè sono riuscito ad ottenere dal di-jodo-composto, allo stato puro, cristalli della fase metastabile corrispondente alla stabile (triclina) del nitro-di-bromo-derivato. Ho variato solventi e temperatura, ma senza altro risultato che mutare un poco l'abito cristallino, ottenendo cristalli molto meno perfetti di quelli avuti da etere acetico. Ho anche provato a riscaldare lentamente in una stufetta, sotto il microscopio, alcune lamine di sfaldatura della sostanza, per vedere se subiva per questa via una trasformazione; ma il risultato fu negativo: a circa 100°-101° le lamine fondono lentamente, senza aver subito alcuna trasformazione riconoscibile. Per raffreddamento, dalla massa pura si ottengono poi, con sensibile ritardo, dovuto evidentemente ad un fenomeno di soprafusione, aggregati di cristalli prismatici, con tutte le proprietà di quelli rombici da me sopra descritti.

II.

Nitro-di-bromo-benzolo $C_6 H_3 . \underset{(1)}{NO_2} . \underset{(2)}{Br} . \underset{(4)}{Br}$.

P. fus. = 61.6°.

Ottenuto per nitrazione diretta del meta-di-bromo-benzolo, oppure sostituendo il gruppo amidico con un atomo di idrogeno nella nitro-di-bromo-anilina 1 . 2 . 4 . 5 (p. fus. = 114.2°), pas-

Digitized by Google

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(100) . (120)	17	52°.37′ - 52°.59′	52°.45′	*
(111) . (001)	15	34.41 — 35.00	34.55	*
(120) . (010)	20	36.56 — 37.40	37.14	37°.15′
(110) . (010)	2	56.35 — 57.11	56.53	56.40
(111) . (1$\bar{1}$1)	9	36.34 — 36.45	36.40	36.39
(111) . ($\bar{1}$11)	9	56.56 — 57.20	57.6	57.9
(111) . (100)	10	61.11 — 61.45	61.26	61.26
(111) . (010)	16	71.28 — 71.47	71.44	71.40
(111) . (110)	1	—	55.4	55.5
(111) . (120)	5	57.14 — 57.18	57.15	57.20

Sfaldatura molto imperfetta secondo {001}.

Il piano degli A. O. è parallelo a {100}. La bisettrice acuta, negativa, è normale a {001}. L'angolo degli A. O. è molto piccolo; la dispersione degli A. O. fortissima: $\varrho < v$.

Colore giallo citrino intenso. Pleocroismo sensibile: **a** = giallo paglierino; **b** = giallo citrino intenso; **c** = giallo citrino un poco più chiaro. Assorbimento: **b** > **c** ≫ **a**.

P. sp. = 2.836
P. M. = 374.874
V. = 132.18.

χ = 5.3017
ψ = 8.0630
ω = 3.0922

Questa sostanza appare essere stata già misurata da G. La Valle (1); ma non esistendo corrispondenza tra i suoi dati ed i miei, devo ritenere che il corpo da lui studiato sia tutt'altro. I dati esposti dal La Valle sono infatti i seguenti:

(1) G. La Valle. — *Studio cristallografico di alcuni corpi della serie aromatica, preparati dal prof. Körner.* — Memorie R. Acc. dei Lincei. S. III. Vol. IV, p. 43.

Digitized by Google

« Sistema rombico: »

« $a : b : c = 0.6473 : 1 : 0.4582$ »

		mis.	calc.	
«	$(011) . (0\bar{1}1)$ =	$49^{\circ}14'$	*	»
«	$(110) . (1\bar{1}0)$ =	65.50	*	»
«	$(011) . (110)$ =	76.55	$76^{\circ}55'$	»

« Sfaldatura facile secondo {110}. »

Così morfologicamente come fisicamente mi pare dunque esclusa la identità dei due composti, non ostante una certa rassomiglianza nel valore a : b; l'angolo $(110) . (1\bar{1}0)$ calcolato dalle mie costanti ha infatti il valore $= 66°.40'$; ma per l'angolo $(011) . (0\bar{1}1)$, nella sostanza da me studiata, si calcola il valore $41°.58'$.

Quello da me studiato, che è sicuramente il nitro-di-jodo-benzolo 1 . 2 . 4, è, come vedremo, isodimorfo coll'omologo nitro-di-bromo-benzolo; ma la forma stabile (rombica) del primo corrisponde ad una fase metastabile dell'altro; nè sono riuscito ad ottenere dal di-jodo-composto, allo stato puro, cristalli della fase metastabile corrispondente alla stabile (triclina) del nitro-di-bromo-derivato. Ho variato solventi e temperatura, ma senza altro risultato che mutare un poco l'abito cristallino, ottenendo cristalli molto meno perfetti di quelli avuti da etere acetico. Ho anche provato a riscaldare lentamente in una stufetta, sotto il microscopio, alcune lamine di sfaldatura della sostanza, per vedere se subiva per questa via una trasformazione; ma il risultato fu negativo: a circa 100°-101° le lamine fondono lentamente, senza aver subito alcuna trasformazione riconoscibile. Per raffreddamento, dalla massa pura si ottengono poi, con sensibile ritardo, dovuto evidentemente ad un fenomeno di soprafusione, aggregati di cristalli prismatici, con tutte le proprietà di quelli rombici da me sopra descritti.

II.

Nitro-di-bromo-benzolo $C_6 H_3 . \underset{(1)}{NO_2} . \underset{(2)}{Br} . \underset{(4)}{Br}$.

P. fus. = 61.6°.

Ottenuto per nitrazione diretta del meta-di-bromo-benzolo, oppure sostituendo il gruppo amidico con un atomo di idrogeno nella nitro-di-bromo-anilina 1 . 2 . 4 . 5 (p. fus. = 114.2°), pas-

Digitized by Google

sando per il diazocomposto; o anche sostituendo il gruppo NH_2 con un atomo di bromo nella nitro - bromo - anilina 1 . 4 . 6 (p. fus. = 151.4°).

Questo composto è polimorfo: oltre alla modificazione triclina, più stabile, e facile da ottenersi (α), ho constatato l'esistenza di un'altra modificazione, metastabile, probabilmente monoclina (β), isomorfa col nitro-di-cloro-benzolo omologo. La sostanza può inoltre cristallizzare, come miscela isomorfa, nella forma rombica del nitro-di-jodo-derivato prima descritto. Riservandomi di parlare più tardi delle cristallizzazioni di miscela, descrivo qui le due modificazioni nelle quali si presenta la sostanza allo stato di purezza.

Modificazione α, stabile.

Sistema triclino, cl. pinacoidale:

$$\alpha = 82^{\circ}.2\acute{1}$$
$$\beta = 113.48$$
$$\gamma = 92.28$$

$$a : b : c = 1.1310 : 1 : 0.7602.$$

Forme osservate:

$$\{100\}, \{010\}, \{001\}, \{110\}, \{1\bar{1}0\}, \{0\bar{1}1\}, \{\bar{1}\bar{1}1\}, \{\bar{1}\bar{1}2\}.$$

I cristalli migliori, che sono quelli avuti da miscela di etere acetico con poche gocce di acido acetico, hanno abito prismatico tozzo; qualche volta sono un poco allungati secondo l'asse verticale, spesso alquanto appiattiti o tabulari, per prevalente sviluppo di $\{100\}$ (fig. 2). Le facce di $\{1\bar{1}0\}$ sono ordinariamente più ampie che quelle di $\{110\}$; molto sviluppata $\{001\}$; un poco meno $\{\bar{1}\bar{1}1\}$, e anche più ristretta $\{0\bar{1}1\}$; la $\{\bar{1}\bar{1}2\}$, sempre piccolissima, fu osservata in due soli cristalli. Le facce di tutte le forme sono abbastanza brillanti, e si prestano bene alla misura goniometrica; talvolta però i cristalli, e specialmente quelli avuti per rapida evaporazione, sono scheletriformi, e allora le facce si presentano rotte e tramoggiate.

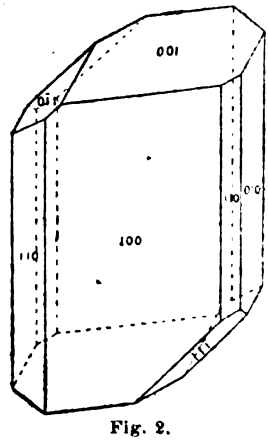


Fig. 2.

Digitized by Google

Spigoli misurati	Angoli osservati			Agoli calcolati	Calcol. Groth e Bodewig
	N.	Limiti	Medie		
(100).(1$\bar{1}$0)	10	45°.49′ — 45°.55′	45°.53′	*	*45°.45′
(1$\bar{1}$0).(0$\bar{1}$0)	9	43.11 — 43.30	43.26	*	*43.16
(100).(001)	7	66.14 — 66.25	66.19	*	*66.32
(010).(001)	5	97.14 — 97.21	97.17	*	*97.12
(0$\bar{1}$1).(0$\bar{1}$0)	5	50.13 — 50.24	50.19	*	—
(100).(0$\bar{1}$0)	1	—	89.18	89°.19′	—
(100).(110)	11	46.25 — 46.52	46.36	46.36	46.47(1)
(110).(010)	10	43.51 — 44.19	44.8	44.5	44.12(2)
(110).(001)	6	79.1 — 79.20	79.14	79.12	—
(1$\bar{1}$0).(001)	2	68.27 — 68.31	68.29	68.27	—
(0$\bar{1}$1).(001)	5	32.18 — 32.28	32.23	32.24	—
(0$\bar{1}$1).(100)	6	71.19 — 71.36	71.27	71.27	—
(0$\bar{1}$1).(1$\bar{1}$0)	4	47.20 — 47.34	47.26	47.23	—
($\bar{1}\bar{1}$1).($\bar{1}$00)	6	77.47 — 78.9	78.1	78.8	77.32(3)
($\bar{1}\bar{1}$1).(0$\bar{1}$0)	3	49.12 — 49.21	49.16	49.15	*49.3
($\bar{1}\bar{1}$1).(001)	6	48.53 — 49.5	48.59	48.55	49.40(4)
($\bar{1}\bar{1}$1).($\bar{1}\bar{1}$0)	6	51.36 — 51.54	51.46	51.53	—
($\bar{1}\bar{1}$1).(0$\bar{1}$1)	6	30.25 — 30.38	30.32	30.25	—
($\bar{1}\bar{1}$2).($\bar{1}$00)	1	—	93.58	94.3	—
($\bar{1}\bar{1}$2).(001)	2	27.16 — 27.43	27.29	27.20	—
($\bar{1}\bar{1}$2).($\bar{1}$10)	2	112.9 — 112.15	112.12	112.15	—
($\bar{1}\bar{1}$2).(0$\bar{1}$1)	2	20.6 — 20.11	20.8	20.23	—
($\bar{1}\bar{1}$2).($\bar{1}\bar{1}$1)	2	21.15 — 21.40	21.27	21.35	—

Sfaldatura distinta non osservata.

(1) Non 46°.18′, come erroneamente calcolato dagli Aut.
(2) Non 44°.27′, come erroneamente calcolato dagli Aut.
(3) Non 78°.41′, come erroneamente calcolato dagli Aut.
(4) Non 48°.00′, come erroneamente calcolato dagli Aut.

Digitized by Google

Sulla faccia (100) una direzione di estinzione fa circa 36° con lo spigolo [100 . 001], nell'angolo piano acuto [100 . 001]. . [100 . 010].

Colore giallo paglierino chiaro. Pleocroismo sensibile: sulla faccia (100) alla direzione di estinzione sopra precisata corrisponde un colore giallo paglierino distinto; alla direzione normale, posta nell'angolo ottuso corrispondente, una tinta paglierina estremamente pallida, appena sensibile.

Questa modificazione, scaldata al microscopio nella solita stufetta, fonde tranquillamente, a circa 61°, senza aver prima subìto alcuna sensibile trasformazione; il fenomeno della soprafusione è, durante il raffreddamento, anche più evidente che per il nitro-di-jodo-derivato.

P. sp. = 2.340
P. M. = 280.874
V = 120.03

$\chi = 6.0620$
$\psi = 5.3596$
$\omega = 4.0742$

Questa fase triclina del nitro-di-bromo-benzolo 1 . 2 . 4 fu già altre volte oggetto di ricerche cristallografiche. La prima determinazione fu fatta da Groth e Bodewig (1); l'orientazione di questi Autori non differisce da quella da me adottata se non per lo scambio di {100} con {010}, in modo che alla forma $\{1\bar{1}1\}$ spetti il simbolo {111}. Dai loro dati angolari, riportati nella mia tabella con asterisco, si calcolano le costanti:

$$a : b : c = 0.8847 : 1 : 0.6886 \text{ (2)}$$

$$\alpha = 66°28'$$
$$\beta = 97.25$$
$$\gamma = 92.4$$

Il rapporto parametrico corretto, e trasformato secondo la mia orientazione, risulta dunque:

$$a : b : c = 1.1304 : 1 : 0.7784;$$

la differenza piuttosto forte nel valore del rapporto $\frac{c}{b}$ deriva

(1) Victor Meyer. — *Ueber die isomeren Dibrombenzole.* — Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft. VII. 1874, pag. 1560.

(2) Non 0.8870 : 1 : 1.6960, come, in parte per errore di calcolo, in parte probabilmente per errore di stampa, è dato dagli Aut.

Digitized by Google

dal fatto che nei cristalli avuti da Groth e Bodewig le facce di {111} erano estremamente piccole e non permettevano che misure approssimative.

Recentemente la sostanza fu ristudiata da Jaeger (1); disgraziatamente però questo Autore, lungi dal perfezionare i risultati dei precedenti osservatori, diede della sostanza una determinazione così grossolanamente errata da costituire oggetto di stupefazione.

Riporto qui integralmente i suoi dati, a documentazione della mia affermazione:

« $a : b : c = 1.1307 : 1 : 1.1698$ »

« $A = 97^{\circ}.13' \, {}^1/_2$ $\quad \alpha = 97.36$ »
« $B = 113.30 \, {}^1/_2$ $\quad \beta = 113.37$ »
« $C = 90.38 \, {}_1/_2$ $\quad \gamma = 87.33$ »

« Forme osservate: »

« {100}, {010}, {001}, {1$\bar{1}$0}, {1$\bar{1}$1}. »

			mis.	calc.	
«	(100) . (010)	=	$89^{\circ}.21' \, {}^1/_2$	*	»
«	(100) . (001)	=	66.29 $^1/_2$	*	»
«	(010) . (001)	=	82.46 $^1/_2$	*	»
«	(1$\bar{1}$0) . (100)	=	46.36	*	»
«	(001) . (1$\bar{1}$1)	=	48.42	*	»
«	(1$\bar{1}$1) . (1$\bar{1}$0)	=	51.43 circa	$52^{\circ}.1'$	»
«	(001) . ($\bar{1}$10)	=	100.29 »	100.43	»

Come il lettore vede, l'Aut., « per rendere più evidenti le analogie con gli altri derivati triclini della serie » ha scambiato tra di loro gli assi x e y, come ho fatto io pure; ma nel far ciò ha confuso l'angolo β acuto con l'ottuso, dando il simbolo {1$\bar{1}$1} alla {$\bar{1}\bar{1}$1}, senza accorgersi che le sue facce insistono sullo spigolo acuto ($\bar{1}$00) . (001), e non sull'ottuso (100) . (001). Ne è derivato tutto un complesso di errori, dei quali non riesco a comprendere come l'Aut. abbia potuto non accorgersi (come, del resto, non s'è accorto degli errori di

(1) F. Jaeger. — *Ueber einen neuen Fall von Formanalogie und Mischbarkeit bei stellungsisomeren Benzolabkömmlingen, und über die Krystallformen der sechs möglichen Nitrodibrombenzole.* — Zeitschrift für Krystallographie, XLII, 1907, pag. 440.

Digitized by Google

stampa e di calcolo dei suoi predecessori); infatti i due soli angoli di controllo da lui esposti sono in contraddizione tra loro e con le costanti: evidentemente, se $(001).(1\bar{1}1) = 48°.42'$, e $(1\bar{1}1).(1\bar{1}0) = 52°.1'$, l'angolo $(001).(\bar{1}10)$, deve essere $= 79°.17'$, e non $= 100°.43'$! Naturalmente, la forma $\{1\bar{1}0\}$ di Jaeger corrisponde alla $\{110\}$ della orientazione corretta (1).

Modificazione β, metastabile.

Questa modificazione del nitro-di-bromo-benzolo 1 . 2 . 4 si ottiene con discreta frequenza da soluzioni in acido acetico puro, specialmente per raffreddamento, naturalmente evitando con cura la presenza di germi della fase triclina. La fase β si presenta in forma di lunghi prismi esilissimi, non terminati da facce cristalline distinte; limpidi e brillanti, questi aghi, appena estratti dalla soluzione ed asciugati si appannano, diventando rapidamente opachi, per trasformazione in un aggregato di granuli cristallini della fase α. Anche spontaneamente, se si abbandonino per qualche tempo dopo formati entro la soluzione madre, ma specialmente se si smuovano o si tocchino, essi subiscono la stessa trasformazione; al loro posto si ottengono poi, per accrescimento, lunghe serie di piccoli cristallini della fase triclina, le quali mantengono l'allineamento originario, presentandosi dentellate come una seghetta.

Per questo motivo non m'è stato possibile determinare nè le proprietà ottiche nè il p. sp. di questa fase metastabile; anche alla misura goniometrica i cristallini così trasformati si prestano assai poco, le facce perdendo molto di lucentezza

(1) Ed è con risultati di questa precisione che si fanno poi confronti, e si architettano disquisizioni teoriche di grande interesse! Vorrei che questo esempio servisse a coloro i quali ritengono che lo studio cristallografico delle sostanze artificiali sia una specie di *materia vile*, da lasciare ai principianti, e da trattarsi con disinvoltura. La disinvoltura non è, per vero, mancata mai, in questa materia, anche a taluni gravi studiosi d'oltr'Alpe, come già il Negri ebbe a dimostrare con le sue pazienti verifiche; ma si pensi che queste ultime vertono solo sui calcoli, tenendo necessariamente per buone le osservazioni degli Autori. Chi sa quanti più gravi e più perniciosi errori sono stati commessi in quel campo, certo non difficile, ma delicato, ch'è la ricerca del grado di simmetria di una sostanza nuova, e del suo polimorfismo!

Digitized by Google

e di perfezione; si aggiunga che i prismetti sono, anche originariamente, fortemente striati, e le immagini, multiple, offrono poche garanzie di attendibilità.

La simmetria geometrica appare rombica; ma molto probabilmente è invece soltanto pseudo-rombica, come con l'aiuto delle proprietà ottiche si può stabilire per il nitro-di-cloro e il nitro-bromo-cloro-benzolo corrispondenti (1).

Riferisco qui i risultati delle migliori osservazioni, fatte sopra un cristallino relativamente buono:

$$\frac{c}{a} = 0.802$$

Forme osservate (ipotesi rombica):

{001} , {101} , {201}.

	n.	mis. limiti	mis. media	calc.
(101) . (001)	4	38°.18′ — 38°.56′	38°.44′	*
(101) . (20$\bar{1}$)	4	19.9 — 19.57	19.36	19°.20′
(201) . (20$\bar{1}$)	2	63.48 — 63.52	63.50	63.53

Allungamento marcatissimo secondo l'asse y.

III.

Nitro-di-cloro-benzolo $C_6 H_3 . \underset{(1)}{NO_2} . \underset{(2)}{Cl} . \underset{(4)}{Cl}$.

P. fus. = 33°.

Si ottiene per nitrazione diretta del meta-di-cloro-benzolo; oppure dalla nitro-di-cloro-anilina 1 . 2 . 4 . 5 (p. fus = 108°) per sostituzione del gruppo NH_2 con un atomo di idrogeno; od anche dalla nitro-cloro-anilina 1 . 4 . 6 (p. fus. = 124°-125°) per sostituzione del gruppo NH_2 con Cl.

(1) JAEGER, nella sopra citata memoria, per altri isomeri della serie, trova notevole la poca analogia di forma cristallina tra bromo- e cloro-derivati corrispondenti; il caso è frequente, e comune è pure osservarlo tra bromo- e jodo-derivati; ma in generale la discrepanza è solo apparente, dipendendo da isodimorfismo; vedremo che questo si verifica appunto anche nel caso dei derivati 1 . 2 . 4 della serie da me studiata in questa nota.

Digitized by Google

Vani sono riusciti i tentativi per ottenere, dai più vari solventi, cristalli ben formati, e terminati da facce distinte, di questa sostanza. Da miscela di etere acetico ed acido acetico si ottengono lunghi prismi aciculari, non terminati distintamente, con facce striatissime.

L'esame delle proprietà ottiche, delle quali diremo poi, porta a ritenerli monoclini, allungati secondo l'asse di simmetria binaria; ma goniometricamente i cristalli sono perfettamente pseudorombici, almeno per quanto è possibile concludere dalle misure, assai imperfette, così che non è possibile rilevare una differenza tra gli ottanti. Adottando perciò forzatamente la orientazione rombica, si ha:

$$\frac{c}{a} = 0.835$$

Forme osservate:

$$\{001\}, \{101\}, \{201\}.$$

	n.	mis. limiti	mis. media	calc.
(001) . (101)	10	39°15′ — 40°16′	39°51′	*
(101) . (201)	5	19.11 — 19.25	19.18	19.14
(201) . (20$\bar{1}$)	3	60.39 — 62.45	61.29	61.51

I cristalli, alla temperatura ordinaria, sono piuttosto teneri e plastici, nè si possono maneggiare con troppa facilità perchè, specialmente d'estate, facilmente fondono tra le dita. Con un rasoio, dando un colpetto secco, è però abbastanza facile ottenere delle laminette trasversali all'allungamento; queste mostrano una struttura geminata polisintetica, a lamelle alternanti, parallelamente alla base {001}. La bisettrice acuta, negativa, sembra esattamente parallela all'asse y, cioè normale alla laminetta, quando questa riesca tagliata bene.

La normale ottica per la luce di Na fa circa 6° colla traccia del piano di base; ossia, nelle sezioni trasversali, l'angolo di estinzione fra due lamelle adiacenti è di circa 12°, per la luce gialla. L'estinzione degli aghetti, posti a giacere su qualunque faccia parallela all'allungamento, è sempre parallela all'allungamento stesso, e negativa.

La geminazione non è un fenomeno di deformazione omogenea, che si produca all'atto del taglio delle laminette; in laminette adiacenti, tagliate da uno stesso prisma, il numero

Digitized by Google

e lo spessore delle lamelle di geminazione sono gli stessi, anche cambiando la faccia d'applicazione della lama tagliente.

Queste proprietà permettono, come sopra ho detto, di riferire la sostanza al sistema monoclino, con allungamento parallelo all'asse di simmetria, e piani degli assi ottici normali al P. S.

Evidentissima è la stretta analogia morfologica tra questi aghi e la fase β del nitro-di-bromo-benzolo dianzi descritto: le forme sono le stesse, l'abito è identico, e i valori degli angoli omologhi e della costante potuta determinare sono vicinissimi, come si osserva tra sostanze isomorfe. Credo dunque di poter affermare che i due composti sono isodimorfi, la fase stabile dell' uno corrispondendo ad una fase metastabile dell'altro.

Riscaldando nella stufetta applicata al tavolino del microscopio sia prismetti sottili, sia laminette tagliate normalmente ai prismi più grossi, questi fondono senza aver subito alcuna trasformazione riconoscibile; al raffreddamento si osserva il fenomeno di soprafusione evidente e marcatissimo.

P. sp. = 1.702
P. M. = 191.954
V. = 112.78

IV.

Nitro-jodo-bromo-benzolo $C_6 H_3 . \underset{(1)}{NO_2} . \underset{(2)}{J} . \underset{(4)}{Br}$

P. fus. = 83.5°.

Ottenuto dalla nitro-bromo-anilina 1.4.6 (p. fus. = 151.4°), per sostituzione del gruppo NH_2 con un atomo di jodio, passando per il diazocomposto.

Sistema triclino, cl. pinacoidale:

$$\alpha = 82.3^{\circ}$$
$$\beta = 113.57$$
$$\gamma = 92.32$$

$$a : b : c = 1.1297 : 1 : 0.7924.$$

Forme osservate:

$\{100\}$, $\{010\}$, $\{001\}$, $\{110\}$, $\{1\bar{1}0\}$, $\{3\bar{1}0\}$, $\{0\bar{1}1\}$, $\{\bar{1}\bar{1}1\}$.

Digitized by Google

I cristalli, sia quelli ottenuti da miscela di etere e alcool etilico, sia quelli da etere acetico, sono tozzamente prismatici, per lo più sensibilmente appiattiti secondo {100} (fig. 3). Le facce di {1$\bar{1}$0} sono costantemente presenti, e più ampie di quelle di {110}, le quali possono anche mancare totalmente; la {001} è sempre ampia e brillante; un poco più ristretta la {$\bar{1}\bar{1}$1}; anche più limitato è lo sviluppo della {0$\bar{1}$1}, che può anche mancare del tutto. Rare e ristrette le facce di {3$\bar{1}$0}. Tutte le forme hanno facce piane e brillanti, che si prestano bene alla ricerca goniometrica.

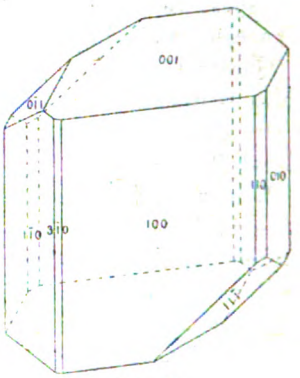


Fig. 3

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(100) . (1$\bar{1}$0)	9	45°.42′ — 45°.54′	45°.48′	*
(1$\bar{1}$0) . (0$\bar{1}$0)	9	43.23 — 43.35	43.27	*
(100) . (001)	8	66.6 — 66.19	66.10	*
(010) . (001)	8	97.31 — 97.39	97.34	*
($\bar{1}\bar{1}$1) . (001)	7	50.9 — 50.25	50.17	*
(100) . (110)	5	46.31 — 46.43	46.38	46°.35′
(110) . (010)	5	44.6 — 44.13	44.9	44.10
(100) . (010)	4	90.34 — 90.49	90·43	90.45
(3$\bar{1}$0) . (100)	2	19.1 — 19.4	19.2 $^1/_2$	19.5
(3$\bar{1}$0) . (1$\bar{1}$0)	1	—	26.43	26.43
(110) . (001)	2	79.17 — 79.20	79.18 $^1/_2$	79.17
(0$\bar{1}$1) . (0$\bar{1}$0)	2	49.4 — 49.13	49.8 $^1/_2$	49.10
(0$\bar{1}$1) . (001)	2	33.15 — 33.26	33.20 $^1/_2$	33.16
(0$\bar{1}$1) . (100)	2	71.29 — 71.34	71.31	71.36
($\bar{1}\bar{1}$1) . ($\bar{1}$00)	7	77.9 — 77.21	77.15	77.14
($\bar{1}\bar{1}$1) . (0$\bar{1}$0)	7	48.18 — 48.25	48.21	48.20
($\bar{1}\bar{1}$1) . ($\bar{1}\bar{1}$0)	3	50.23 — 50.34	50.29	50.26
($\bar{1}\bar{1}$1) . (0$\bar{1}$1)	2	31.4 — 31.15	31.10	31.10

Sfaldatura distinta non osservata.

Digitized by Google

Sulla faccia (100) una direzione di estinzione fa circa 39° con lo spigolo [100 . 001], nell'angolo piano acuto [100 . 001]. . [100 . 010].

Colore giallo citrino vivo. Pleocroismo piuttosto forte: su (100) alla direzione di estinzione sopra indicata corrisponde un colore giallo citrino intenso; alla normale, contenuta nell'angolo piano ottuso corrispondente, una tinta giallo-paglierina.

Tentativi di cristallizzazione da diversi solventi, fatti anche su portaoggetti al microscopio, non hanno permesso di constatare un polimorfismo della sostanza; la fase che si ottiene è sempre la triclina qui sopra descritta.

Evidentissimo è l'isomorfismo con la fase a, stabile, del corrispondente nitro-di-bromo-benzolo.

P. sp. = 2.595
P. M. = 327.874
V = 126.35

$\chi = 6.0809$
$\psi = 5.3827$
$\omega = 4.2651$

V.

Nitro-bromo-jodo-benzolo $C_6 H_3 . \underset{(1)}{NO_2} . \underset{(2)}{Br} . \underset{(4)}{J}$.

P. fus. = 76°.

Ottenuto dalla nitro-bromo-anilina 1 . 2 . 4 (p. fus. = 172°) per sostituzione del gruppo NH_2 con un atomo di jodio, passando per il diazocomposto.

Sistema triclino, cl. pinacoidale:

$a = 82°\,45'$
$\beta = 109.15$
$\gamma = 93.45$

$a : b : c = 1.1005 : 1 : 0.7160$

Forme osservate:

$\{100\}$, $\{010\}$, $\{001\}$, $\{110\}$, $\{1\bar{1}0\}$, $\{3\bar{1}0\}$, $\{0\bar{1}1\}$, $\{1\bar{1}1\}$, $\{\bar{1}\bar{1}2\}$.

Digitized by Google

I cristalli, ottenuti da alcool, oppure da etere acetico, hanno abito prismatico tozzo (fig. 4); le forme più sviluppate sono {100} e {1$\bar{1}$0}; secondo l'una o l'altra di queste i cristalli sono anzi spesso sensibilmente appiattiti. Anche la base è ampia; meno sviluppate sono le facce di {$\bar{1}\bar{1}$1} e {110}; anche meno quelle di {0$\bar{1}$1}, la quale manca non di rado; rare e subordinate le facce di {$\bar{1}\bar{1}$2} e di {3$\bar{1}$0}. Tutte si prestano bene alle misure goniometriche.

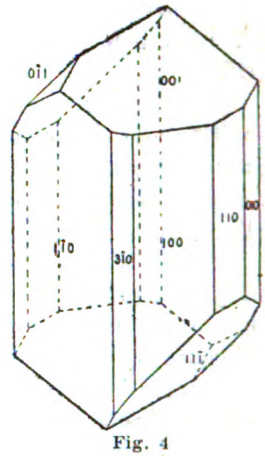


Fig. 4

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(100) . (110)	7	45°.28′ — 45°.37′	45°.34′	*
(110) . (010)	7	42.51 — 43.9	42.59	*
(100) . (001)	6	70.52 — 71.15	71.3	*
(010) . (001)	6	96.15 — 96.29	96.23	*
($\bar{1}\bar{1}$1) . ($\bar{1}\bar{1}$0)	6	50.44 — 50.56	50.50	*
(100) . (1$\bar{1}$0)	10	46.53 — 47.4	47.00	47°.5′
(1$\bar{1}$0) . (0$\bar{1}$0)	10	44.16 — 44.39	44.27	44.22
(100) . (010)	3	88 37 — 88.47	88.43	88.33
(3$\bar{1}$0) . (100)	2	19.14 — 19.34	19.24	19.24
(3$\bar{1}$0) . (1$\bar{1}$0)	1	—	27.43	27.41
(110) . (001)	7	81.43 — 82.00	81.50	81.50
(1$\bar{1}$0) . (001)	1	—	72.4	72.2
(0$\bar{1}$1) . (0$\bar{1}$0)	2	51.31 — 51.32	51.31 $^1/_2$	51.34
(0$\bar{1}$1) . (001)	2	31.58 — 31.59	31.58 $^1/_2$	32.3
(0$\bar{1}$1) . (100)	2	75.55 — 76.00	75.57 $_1/_2$	75.58
(0$\bar{1}$1) . (1$\bar{1}$0)	1	—	51.18	51.19
($\bar{1}\bar{1}$1) . ($\bar{1}$00)	4	74.25 — 74.44	74.33	74.35 $^1/_2$

Digitized by Google

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
$(\bar{1}\bar{1}1) . (0\bar{1}0)$	4	50°.51′ — 51°.1′	50°.56′	50°.55′
$(\bar{1}\bar{1}1) . (001)$	5	47.3 — 47.23	47.16	47.20
$(\bar{1}\bar{1}1) . (1\bar{1}0)$	1	—	74.4	73.58 1/2
$(\bar{1}\bar{1}1) . (0\bar{1}1)$	2	29.27 — 29.38	29.32	29.26
$(\bar{1}\bar{1}2) . (001)$	1	—	26.55	26.43
$(\bar{1}\bar{1}2) . (\bar{1}\bar{1}1)$	1	—	20.26	20.37

Sfaldatura distinta non osservata.

Sulla faccia (100) una direzione di estinzione fa circa 36° con lo spigolo [100 . 001], nell'angolo piano acuto [100 . 001] . . [100 . 010].

Colore giallo citrino piuttosto pallido. Pleocroismo distinto; sulla (100) alla direzione di estinzione sopra ricordata corrisponde una tinta giallo-citrina; alla normale, contenuta nel corrispondente angolo ottuso, una tinta giallo-paglierina chiara.

Prove di cristallizzazione fatte da diversi solventi non mi permisero di constatare un polimorfismo della sostanza.

Questo composto è evidentemente isomorfo col precedente, e con la fase triclina del nitro-di-bromo-benzolo.

P. sp. = 2.576
P. M. = 327.874
V. = 127.28

χ = 6.1264
ψ = 5.5670
ω = 3.9862

VI.

Nitro-jodo-cloro-benzolo $C_6 H_3 . \underset{(1)}{NO_2} . \underset{(2)}{J} . \underset{(4)}{Cl}$

P. fus. = 63.4°.

Ottenuto partendo dalla nitro-cloro-anilina 1.4.6 (p. fus. = = 124-125°) per sostituzione del gruppo NH_2 con un atomo di jodio, passando attraverso al diazocomposto.

Digitized by Google

Sistema triclino, cl. pinacoidale:

$$a = 82^{\circ}49'\,{}^{1}/_{2}$$
$$\beta = 114.10$$
$$\gamma = 91.58$$

$$a : b : c = 1.1309 : 1 : 0.7911.$$

Forme osservate:

{100} , {010} , {001} , {110} , {1$\bar{1}$0} , {0$\bar{1}$1} , {$\bar{1}$01} , {$\bar{1}\bar{1}$1}.

I cristalli, ottenuti sia da alcool sia da etere acetico, presentano abito prismatico (fig. 5); qualche volta sono tabulari secondo {100}, altra volta invece secondo {1$\bar{1}$0}. Le forme più sviluppate sono: {100} , {1$\bar{1}$0} , {001} e {010}; subordinate {110} e {$\bar{1}\bar{1}$1}; anche più ristrette, e talora mancanti, quelle di {0$\bar{1}$1}; la {$\bar{1}$01} fu osservata sopra un solo cristallo. Nella maggior parte dei casi le facce si prestano bene alle misure goniometriche.

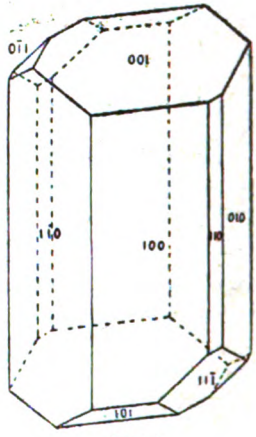


Fig. 5

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(100) . (1$\bar{1}$0)	8	45°24' — 45°48'	45°34'	*
(1$\bar{1}$0) . (0$\bar{1}$0)	8	43.10 — 43.29	43.22	*
(100) . (001)	5	65.47 — 66.2	65.53	*
(010) . (001)	5	96.51 — 97.7	96.59	*
($\bar{1}\bar{1}$1) . (001)	5	50.24 — 50.29	50.26	*
(100) . (010)	3	91.2 — 91.4	91.3	91°4'
(100) . (110)	5	46.28 — 46.48	46.36	46.40 ${}^{1}/_{2}$
(110) . (010)	5	44.23 — 44.37	44.27	44.23 ${}^{1}/_{2}$
(110) . (001)	3	78.38 — 78.53	78.44	78.37

Digitized by Google

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(1$\bar{1}$0) . (001)	3	68°.28′ — 68°.31′	68°.29′	68°.26′½
(0$\bar{1}$1) . (001)	4	33.19 — 33.26	33.23	33.23
(0$\bar{1}$1) . (0$\bar{1}$0)	4	49.35 — 49.40	49.36	49.38
(0$\bar{1}$1) . (100)	4	70.57 — 71.17	71.6	71.6
(0$\bar{1}$1) . (1$\bar{1}$0)	3	46.42 — 46.48	46.46	46.46
($\bar{1}$01) . ($\bar{1}$00)	1	—	72.30	72.36
($\bar{1}$01) . (001)	1	—	41.38	41.31
($\bar{1}$01) . (010)	1	—	96.23	96.31
($\bar{1}$01) . ($\bar{1}$10)	1	—	82.34	82.52
($\bar{1}$01) . (0$\bar{1}$1)	1	—	50.24	50.22
($\bar{1}\bar{1}$1) . ($\bar{1}$00)	4	77.15 — 77.34	77.22	77.32
($\bar{1}\bar{1}$1) . (0$\bar{1}$0)	5	48.51 — 48.56	48.54	48.50
($\bar{1}\bar{1}$1) . ($\bar{1}$10)	4	50.41 — 50.53	50.50	50.57
($\bar{1}\bar{1}$1) . (0$\bar{1}$1)	4	31.23 — 31.28	31.25	31.22
($\bar{1}\bar{1}$1) . ($\bar{1}$01)	1	—	34.39	34.39

Sfaldatura distinta non osservata.

Sulla faccia (100) una direzione di estinzione fa circa 39° con lo spigolo [100 . 001], nell'angolo piano acuto [100 . 001] . . [100 . 010].

Colore giallo citrino vivo. Pleocroismo assai distinto: sulla (100) alla direzione di estinzione sopra precisata corrisponde un colore giallo citrino vivo; alla direzione normale, posta nell'angolo piano ottuso corrispondente, una tinta giallo-paglierina.

Da varie cristallizzazioni ottenni sempre questa fase triclina, senza poter constatare un polimorfismo della sostanza.

Anche questo composto è chiaramente isomorfo coi due precedenti, e con la fase triclina del corrispondente nitro-dibromo-benzolo.

Digitized by Google

P. sp. = 2.322
P. M. = 283.414
V. = 122.06

χ = 6.0186
ψ = 5.3220
ω = 4.2104

VII.

Nitro-cloro-jodo-benzolo $C_6 H_3 . \underset{(1)}{NO_2} . \underset{(2)}{Cl} . \underset{(1)}{J}$.

P. fus. = 60°.

Ottenuto dalla nitro-cloro-anilina 1 . 2 . 4 (p. fus. = 157°), per sostituzione del gruppo NH_2 con jodio, passando per il diazocomposto.

Sistema triclino, cl. pinacoidale:

a = 84°.00'
β = 108.19
γ = 92.54

a : b : c = 1.1099 : 1 : 0.6802.

Forme osservate:

{100}, {010}, {001}, {110}, {1$\bar{1}$0}, {3$\bar{1}$0}, {0$\bar{1}$1}, {$\bar{1}\bar{1}$1}.

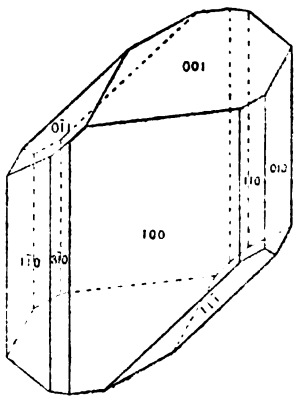


Fig. 6

I cristalli (fig. 6), avuti da alcool e da etere acetico, presentano di solito un abito tozzamente prismatico, spesso più o meno distintamente tabulare secondo {100}; questa e la {001} sono le forme a più ampio sviluppo; seguono le {1$\bar{1}$0} e {010}; più ristrette sono le facce di {110} e {$\bar{1}\bar{1}$1}; ristrettissime, e spesso mancanti affatto, quelle di {0$\bar{1}$1} e {3$\bar{1}$0}. Tutte le facce si prestano bene alla misura goniometrica.

Digitized by Google

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(100) . (110)	8	45°.58′ — 46°.11′	46°.5′	*
(110) . (010)	8	42.45 — 42.55	42.50	*
(100) . (001)	7	71.43 — 72.5	71.53	*
(010) . (001)	4	95.14 — 95.28	95.22	*
($\bar{1}\bar{1}$1) . (001)	4	45.29 — 45.38	45.34	*
(100) . (0$\bar{1}$0)	1	—	90.56	91°.5′
(100) . (1$\bar{1}$0)	7	47.5 — 47.23	47.13	47.14
(1$\bar{1}$0) . (0$\bar{1}$0)	7	43.41 — 44.2	43.50	43.51
(3$\bar{1}$0) . (100)	3	19.30 — 19.42	19.35	19.34
(110) . (001)	4	81.35 — 81.52	81.41	81.43
(1$\bar{1}$0) . (001)	3	73.21 — 73.30	73.26	73.30
(0$\bar{1}$1) . (001)	1	—	31.14	31.16
(0$\bar{1}$1) . (0$\bar{1}$0)	1	—	53.17	53.22
(0$\bar{1}$1) . ($\bar{1}$00)	1	—	75.43	76.4
($\bar{1}\bar{1}$1) . ($\bar{1}$00)	3	75.1 — 75.21	75.12	75.30
($\bar{1}\bar{1}$1) . (0$\bar{1}$0)	3	52.46 — 52.49	52.47	52.49
($\bar{1}\bar{1}$1) . ($\bar{1}$10)	4	52.32 — 52.43	52.38	52.43
($\bar{1}\bar{1}$1) . (0$\bar{1}$1)	1	—	28.40	28.26

Sfaldatura distinta non osservata.

Sulla faccia (100) una direzione di estinzione fa circa 31° con lo spigolo [100 . 001], nell'angolo piano acuto [100 . 001] . . [100 . 010].

Colore giallo paglierino. Pleocroismo sensibile: sulla (100), alla sopra precisata direzione di estinzione corrisponde un colore giallo paglierino, passante a giallo citrino chiaro; alla direzione normale, posta nel corrispondente angolo ottuso, un colore giallo paglierino chiarissimo, appena sensibile.

Nemmeno da questa sostanza, nelle varie cristallizzazioni, ebbi manifestazioni riconoscibili di polimorfismo.

Come le precedenti, essa è isomorfa con la fase triclina del nitro-di-bromo-benzolo.

Digitized by Google

P. sp. = 2.279
P. M. = 283.414
V. = 124.36

$\chi = 6.2023$
$\psi = 5.5879$
$\omega = 3.8010$

VIII.

Nitro-bromo-cloro-benzolo $C_6 H_3 . \underset{(1)}{NO_2} . \underset{(2)}{Br} . \underset{(4)}{Cl}$.

P. fus. = 49.5°.

Si ottiene dalla nitro-cloro-anilina 1 . 4 . 6 (p. fus. = 124°-125°), per sostituzione del gruppo NH_2 con un atomo di Br; oppure dalla nitro-bromo-cloro-anilina 1.2.4 . 5 (p. fus. = 111°) per sostituzione del gruppo amidico con un atomo di idrogeno; in entrambi i casi passando per il diazocomposto.

Di questa sostanza non sono riuscito ad ottenere cristalli ben terminati, che permettessero una completa determinazione delle costanti. Da miscele di etere acetico ed acido acetico ho solo potuto avere dei prismetti allungati, od aghiformi, a facce molto striate, e perfettamente simili a quelli già descritti per il nitro-di-cloro-derivato; come questi ultimi, essi hanno simmetria rombica per ciò che riguarda le proprietà morfologiche (s'intende in quanto si possa affermare, data la poca precisione delle misure), ma otticamente si rivelano monoclini.

$$\frac{a}{c} = 0.825$$

Forme osservate:

{100}, {001}, {101}, {201}.

	n.	mis. limiti	mis. media	calc.
(001) . (101)	8	39°.2′ — 39°.49′	39°.31′	*
(101) . (201)	8	18.40 — 19.47	19.21	19°.16′
(201) . (100)	4	31.6 — 31.9	31.7	31.13

L'abito è prismatico-aciculare, con fortissimo allungamento secondo l'asse y.

Mediante una lama di rasoio, con un colpetto brusco, si ottengono facilmente laminette abbastanza ben tagliate, nor-

Digitized by Google

malmente all'allungamento. Come nel di-cloro-derivato, anche qui si osserva costantemente una geminazione polisintetica a lamelle alternanti, parallele alla {001}. I piani degli A. O. sono normali al P. S., che si suppone normale a y, cioè all'allungamento; la bisettrice acuta, negativa, coincide con l'asse y; l'angolo degli A. O. è molto piccolo; la dispersione degli A. O. è assai forte: $\varrho < v$. Le bisettrici ottuse e le normali ottiche per i diversi colori sono molto sensibilmente disperse nel P. S.; la normale ottica per la luce di Na fa circa $12\frac{1}{2}$ con la traccia del piano di geminazione, ossia di {001}; la inclinazione è un poco più forte per il rosso, un poco minore per l'azzurro. Sulle facce parallele all'asse y l'estinzione negativa è sempre rigorosamente parallela all'allungamento. Anche per questo composto credo di poter escludere in modo assoluto che la geminazione sia un fenomeno di deformazione dovuto all'azione meccanica esercitata nell'atto del taglio.

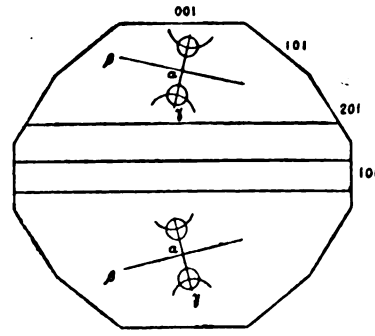


Fig. 7

Le proprietà sopra descritte provano, mi pare, all'evidenza che la sostanza è monoclina, con allungamento parallelo all'asse binario; essa è certamente isomorfa col nitro-di-cloro-benzolo prima descritto, e quasi certamente anche con la fase β del nitro-di-bromo-benzolo corrispondente.

Questa fase del nitro-bromo-cloro-benzolo è l'unica che io sia riuscito ad ottenere dalla sostanza pura, ed è stabilissima: alcune laminette geminate riscaldate in una stufetta sul tavolino del microscopio si conservarono perfettamente inalterate fino alla fusione; anche negli ultimi residui delle lamelle immersi entro la massa fusa, la geminazione si è mantenuta intatta e distinta.

Al raffreddamento, s'intende entro la stufetta, cioè fuori del contatto con germi cristallini, si osserva il solito marcatissimo fenomeno di soprafusione.

P. sp. = 2.034
P. M. = 236.414
V. = 116.23

Digitized by Google

IX.

Cristalli di miscela di $C_6H_3 . NO_2 . J . J$ (1) (2) (4) con $C_6H_3 . NO_2 . Br . Br$ (1) (2) (4)

Se appaiono abbastanza manifeste le relazioni di isodimorfismo del nitro-di-bromo-benzolo 1 . 2 . 4 da una parte, col nitro-di-cloro- e col nitro-bromo-cloro-derivato dall'altra, altrettanto non si può dire per ciò che riguarda il confronto tra il nitro-di-jodo- e il nitro-di-bromo-benzolo.

Per chiarire questo punto, ho proceduto alla cristallizzazione di miscele delle due sostanze, prese in quantità equimolecolari, cioè proporzionali ai rispettivi pesi molecolari; come solvente ho adottato, dopo qualche prova, l'etere acetico, con aggiunta di poche gocce di acido acetico, per diminuirne la eccessiva tensione di vapore. I risultati sono stati assai fortunati, e tali da provare in modo indubbio l'isodimorfismo delle due sostanze.

Dalla soluzione si ottengono sempre cristalli di miscela più ricchi del composto meno solubile, cioè del nitro-di-jodo-derivato; ma questi cristalli, secondo le circostanze, possono spettare o ad una fase rombica, isomorfa col nitro-di-jodo-benzolo, o ad una fase triclina, isomorfa con la modificazione α del nitro-di-bromo-derivato corrispondente; questi ultimi cristalli sono metastabili, anche alla temperatura ordinaria, e riscaldati poi si trasformano con grande rapidità in aggregati della fase rombica.

I cristalli rombici si ottengono facilmente per lentissima evaporazione, specie quando si parta da soluzione non satura. Con poco minore facilità si ha invece l'altra fase, triclina, per raffreddamento di soluzioni leggermente soprassature. Si intende bene che le osservazioni vennero fatte sempre sui prismi cristalli deposti dalla soluzione avente la composizione sopra detta, cioè contenente egual numero di grammi-molecole delle due sostanze, trascurando completamente la soluzione residua, notevolmente arricchita del corpo più solubile.

Digitized by Google

a. — *Fase rombica*

P. fus. = 90°-91°
P. sp. = 2.723

Sistema rombico:

$$a : b = 0.658 : 1.$$

Forme osservate:

{010} , {001} , {120}.

	n.	mis. limiti	mis. media	calc.
(010) . (120)	4	36° 56' — 37.35	37.14	*
(120) . ($\bar{1}$20)	3	105.4 — 105.21	105.10	105° 32'

Prismetti sottilissimi, aghiformi, terminati dalla sola base, molto allungati secondo l'asse verticale, per lo più sensibilmente assottigliati, per convergenza delle facce prismatiche (non delle pinacoidali!) verso l'estremità libera.

Sfaldatura imperfetta, ma distinta, secondo la base. Da questa faccia emerge, pare normalmente, la bisettrice acuta degli A. O., negativa. Piano degli A. O. parallelo a {100}; angolo degli A. O. piccolo; dispersione fortissima: $\varrho < v$.

Qualche volta, come spesso accade nei cristalli di miscela, il contegno ottico è anomalo; sulla base, a nicols incrociati, il campo si presenta diviso in 4 settori, segnati da linee grossolanamente parallele alle due diagonali, e con estinzione non perfettamente contemporanea; i P. A. O. possono arrivar a fare tra loro, in due settori adiacenti, un angolo molto sensibile, fino a 12°.

Colore giallo citrino vivo, come quello del nitro-di-jodobenzolo. Pleocroismo abbastanza forte: **a** = giallo paglierino chiaro; **b** = giallo citrino vivo; **c** = giallo citrino più chiaro. Assorbimento: **b** > **c** > **a**.

Riscaldati nella stufetta applicata al tavolino del microscopio, i cristalli fondono tra 90° e 91°, senza subire alcuna sensibile modificazione.

β. — *Fase triclina.*

P. fus. = 90° circa
P. sp. = 2.712

Digitized by Google

Questi due valori provano che la composizione della miscela è molto poco diversa da quella costituente i cristalli rombici sopra descritti, e che in entrambe deve prevaler fortemente il nitro-di-jodo-benzolo (p. fus. = 101°; p. sp. = 2.836) sul nitro-di-bromo-derivato (p. fus. = 61.6°; p. sp. = 2.340).

Sistema triclino, cl. pinacoidale:

$$a = 82.6^{0}$$
$$\beta = 112.20$$
$$\gamma = 92.57.$$

$$a : b : c = 1.111 : 1 : 0.764$$

Forme osservate:

$\{100\}$, $\{010\}$, $\{001\}$, $\{110\}$, $\{1\bar{1}0\}$, $\{\bar{1}\bar{1}1\}$.

I cristalli, tabulari secondo $\{100\}$ (fig. 8), hanno facce piuttosto scabre, spesso rotte od ondulate, così da prestarsi molto meno bene delle sostanze pure alla misura goniometrica; i risultati di questa presentano tuttavia un grado di attendibilità più che sufficiente per un confronto.

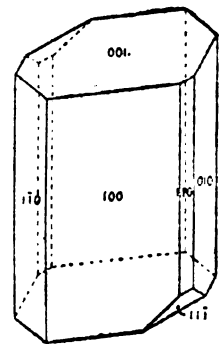


Fig. 8

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(100) . (1$\bar{1}$0)	6	45°.29′ — 46°.39′	46°.1′	*
(1$\bar{1}$0) . (0$\bar{1}$0)	6	43.23 — 44.19	43.56	*
(100) . (001)	4	67.38 — 68.5	67.51	*
(0$\bar{1}$0) . (001)	5	82.30 — 82.53	82.40	*
($\bar{1}\bar{1}$1) . (001)	6	48.55 — 49.33	49.18	*
(110) . (010)	1	—	44.00	43°.59′
(100) . (010)	5	89.29 — 90.11	89.45	90.3
1$\bar{1}$0) . (001)	2	69.9 — 69.51	69.30	69.18
($\bar{1}\bar{1}$1) . ($\bar{1}$00)	2	75.50 — 76.2	75 56	76.12
($\bar{1}\bar{1}$1) . (0$\bar{1}$0)	3	48.56 — 49.15	49.2	49.12
($\bar{1}\bar{1}$1) . ($\bar{1}\bar{1}$0)	1	—	50.15	50.29
$\bar{1}\bar{1}$1) . (1$\bar{1}$0)	1	—	72.23	72.16

Sfaldatura distinta non osservata.

Digitized by Google

Sulla (100) una direzione di estinzione fa un angolo di circa 35° con lo spigolo [100 . 001], nell'angolo piano acuto [100 . 001] . [100 . 010].

Colore giallo citrino vivo. Pleocroismo forte; sulla faccia (100) alla direzione di estinzione sopra precisata corrisponde un colore giallo citrino carico; alla normale, posta nell'angolo ottuso corrispondente, una tinta giallo-paglierina chiarissima.

I cristalli, abbandonati a sè stessi fuori della soluzione madre, si intorbidano lentissimamente, trasformandosi in un aggregato di individui della fase rombica, che già alla temperatura ordinaria è la più stabile. Riscaldando lentamente nella stufetta, sul tavolino del microscopio, alcuni cristallini limpidi, appena estratti dalla soluzione, si osserva la stessa trasformazione, ma rapidissima, appena la temperatura ha superato 50°-55°. A 90° questi cristalli paramorfosati fondono, e per raffreddamento danno poi, con lieve ritardo dovuto a sopra-fusione, un aggregato di prismetti della fase rombica.

Da quanto sopra fu esposto risulta, mi pare, in modo evidentissimo l'isodimorfismo del nitro-di-jodo-benzolo 1 . 2 . 4 col nitro-di-bromo-derivato corrispondente.

X.

Miscele di $C_6H_3 . \underset{(1)}{NO_2} . \underset{(2)}{Br} . \underset{(4)}{Br}$ **. con** $C_6H_3 . \underset{(1)}{NO_2} . \underset{(2)}{Cl} . \underset{(4)}{Cl}$.

L'isodimorfismo dei due composti risulta già abbastanza chiaro dal confronto morfologico fatto più indietro. Ma per confermarlo ho creduto non del tutto inutile ricorrere anche qui a cristallizzazione di miscele, in quantità equimolecolari, nel solito solvente, dato da etere acetico, con aggiunta di qualche goccia di acido acetico.

I cristalli di miscela che si formano presentano talora la forma triclina della fase *a* del nitro-di-bromo-benzolo, talora la forma aciculare monoclina pseudorombica del nitro-di-cloro-benzolo; alla temperatura ordinaria non ho osservato sensibile differenza di stabilità fra le due fasi, che sembrano formarsi con eguale facilità, senza che sia riuscito a trovare quali condizioni favoriscano la formazione dell'una o dell'altra.

Digitized by Google

I cristalli sono sempre molto imperfetti, e suscettibili solo di misure approssimative.

I più distinti sono quelli della fase triclina, isomorfa con il nitro-di-bromo-benzolo *a* puro; vi osservai le forme {100}, {010}, {001}, {110}, {1$\bar{1}$0}, {$\bar{1}\bar{1}$1}; le misure angolari presentano però oscillazioni di 2°-3°, causa la estrema imperfezione delle facce, e la costante molteplicità delle immagini. Il p. sp., su buoni frammenti limpidi, fu trovato = 2.185, cioè intermedio tra quelli dei due composti puri, ma, com'era da attendere, più vicino a quello del corpo meno solubile, cioè del nitro-di-bromo-benzolo, il quale evidentemente deve prevalere fortemente nella miscela. Scaldati nella stufetta, sul tavolino del microscopio, questi cristalli di miscela triclini fondono, senza prima subire alcuna riconoscibile trasformazione, a circa 50°-51°. Anche questo dato conferma che si tratta di cristalli di miscela ricchi del corpo meno solubile. Per raffreddamento della massa fusa si ottengono invece ciuffi di aghi che mi sembrano spettare alla fase monoclina pseudorombica.

XI.

Miscele di $C_6H_3 . \underset{(1)}{NO_2} . \underset{(2)}{J} . \underset{(4)}{J}$ con $C_6H_3 . \underset{(1)}{NO_2} . \underset{(2)}{Cl} . \underset{(4)}{Cl}$.

Anche qui sperimentai sopra miscele di quantità equimolecolari dei due composti, sciolte in etere acetico con aggiunta di poco acido acetico.

I cristalli che si formano hanno sempre la forma e l'aspetto di quelli rombici del primo composto, e sembrano essere formati in grandissima prevalenza dal medesimo, con piccolissime quantità dell'altro. I prismi, formati dalla combinazione

{010}, {001}, {120},

assottigliati per convergenza delle facce verso l'estremità libera, sono infatti rombici:

$$a : b = 0.656 : 1$$

	n.	mis. limiti	mis. media	calc.
(010) . (120)	11	36°.44′ — 37°.42′	37°.20′	*
(120) . ($\bar{1}$20)	6	105.4 — 105.37	105.17	105°.20

Digitized by Google

P. sp. = 2.695. P. fus. = 96°-97°. Il valore del p. sp. sembrerebbe accennare ad una miscela contenente quantità molto scarsa, ma pur sensibile, del nitro-di-cloro-derivato; mentre il p. fus. raggiunge quasi il valore di quello del nitro-di-jodo puro. Probabilmente durante il lento riscaldamento nella stufetta, dai sottili aghi si libera la massima parte del di-cloro-derivato, la cui tensione di vapore è fortissima anche alla temperatura ordinaria, così che al momento della fusione non resta che il di-jodo- quasi puro.

Queste osservazioni possono essere completate con saggi di cristallizzazione di gocce della stessa soluzione sopra un portaoggetti: si vedono formare prima rapidamente dei prismetti gialli della fase rombica; il residuo amorfo, abbondante, sciropposo, toccato con un germe del nitro-di-cloro-benzolo, cristallizza poi in ciuffi di aghetti incolori, del tipo di quelli dello stesso composto puro. È questo il comportamento tipico di due sostanze a miscibilità limitata, che danno cristalli delle due specie.

***

Riassumendo, le sostanze di questa serie si dividono in tre gruppi:

A. *Rombico* :	$C_6H_3.NO_2.J.J.$	(fase stabile)
	$C_6H_3.NO_2.Br.Br.$	(in miscela con J_2)
B. *Triclino* :	$C_6H_3.NO_2.J.J.$	(fase metast. misc. col Br_2)
	$C_6H_3.NO_2.Br.Br.$	(fase *a*)
	$C_6H_3.NO_2.Cl.Cl.$	(in miscela col Br_2)
	$C_6H_3.NO_2.J.Br.$	
	$C_6H_3.NO_2.Br.J.$	
	$C_6H_3.NO_2.J.Cl.$	
	$C_6H_3.NO_2.Cl.J.$	
C. *Monoclino*:	$C_6H_3.NO_2.Br.Br.$	(fase β)
(pseudoromb.)	$C_6H_3.NO_2.Br.Cl.$	
	$C_6H_3.NO_2.Cl.Cl.$	

Il legame fra i tre gruppi è dato dal nitro-di-bromo-benzolo, del quale è dimostrato l'isodimorfismo da una parte con il nitro-di-jodo-benzolo, e dall'altra con il nitro-di-cloro-derivato corrispondente.

Il gruppo isomorfo più notevole è il triclino; tralasciando le miscele, i dati riguardanti le cinque sostanze pure sono riassunti nella seguente tabella:

Digitized by Google

	P. sp.	V.	α	β	γ	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	χ	ψ	ω
Nitro - di - bromo - benzolo	2.340	120.03	82°.21′	113°.48′	92°.28′	1.131	0.760	6.062	5.360	4.074
Nitro-jodo-bromo-benzolo	2.595	126.35	82.3	113.57	92.32	1.130	0.792	6.081	5.383	4.265
Nitro-bromo-jodo-benzolo	2.576	127.28	82.45	109.15	93.45	1.100	0.716	6.126	5.567	3.986
Nitro-jodo-cloro-benzolo	2.322	122.06	82.50	114.10	91.58	1.131	0.791	6.019	5.322	4.210
Nitro-cloro-jodo-benzolo	2.279	124.36	84.00	108.19	92.54	1.110	0.680	6.202	5.588	3.801

Digitized by Google

È notevole che la sostituzione di un atomo di J a uno di Br nel posto (2), cioè in posizione *orto* rispetto al nitrogruppo, determina una modificazione molto poco sensibile nella forma cristallina, mentre la stessa sostituzione nel posto (4), cioè in posizione *para* rispetto al nitrogruppo, produce un mutamento fortissimo nel valore di alcune costanti.

Si potrebbe altresì osservare come esistano rassomiglianze abbastanza strette da una parte fra il nitro-jodo-bromo- e il nitro-jodo-cloro-benzolo, e dall'altra fra il nitro-bromo-jodo- e il nitro-cloro-jodo-benzolo; le differenze sono invece molto più forti tra i due primi e gli ultimi due.

Digitized by Google

RELAZIONI SUI CONCORSI A PREMI

CONCORSO AL PREMIO DELLA FONDAZIONE BRAMBILLA

(*Commissari:* MM. EE. JORINI, MENOZZI, MURANI, e SS. CC. ARNÒ, CARRARA, *relatore*).

Il concorso al premio Brambilla, sebbene raccolga anche quest'anno concorrenti degni di considerazione e importanti nuove industrie, si presenta in condizioni di tempo e di circostanze che rendono particolarmente arduo e difficile un giudizio.

È ben noto che il premio deve essere conferito a chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina o processo industriale od altro miglioramento dal quale la popolazione tragga un vantaggio reale e provato.

Come si vede le condizioni fondamentali per il conferimento del premio sono la novità per la Lombardia e l'utile alla popolazione.

Ora, se per constatare la novità la Commissione ha sempre modo di raccogliere dati e informazioni che riescono solitamente a stabilirla in modo irrefutabile, per quanto riguarda l'utile alla popolazione Lombarda — quando manchi, come avviene nel massimo numero dei casi, una documentazione di specifiche e dirette benemerenze — la Commissione è costretta a formarsi un criterio di giudizio indagando sopra l'utile indiretto, ma pur reale, che la nuova invenzione o la nuova industria può aver arrecato al paese, per la sua estenzione ed importanza e per lo sviluppo delle sue applicazioni. Tenendo presenti insieme tutti quei vantaggi di ordine economico, nazionale o sociale, che per essa possono esserne derivati alla popolazione o ad una notevole parte di essa.

Ne risulta così una massima, adottata da quasi tutte le Commissioni incaricate di giudicare questo concorso, la quale pone come condizione necessaria per riconoscere questo utile indiretto alla popolazione, che si tratti di una invenzione o di una industria di vitalità sicuramente affermata ed indiscussa nel presente e nel prossimo avvenire.

Digitized by Google

Si comprende perciò come questo criterio di giudizio, specie per quanto riguarda il prossimo avvenire delle industrie in genere, sia nel momento attuale assai difficile ad applicarsi.

L'anno nel quale noi raccogliamo gli attuali concorrenti si chiude con l'aprile 1918 e gli elementi per giudicare della prosperità avvenire delle industrie che si sono presentate al concorso si basano naturalmente sopra i risultati più recenti, cioè quelli ottenuti nel periodo più fortunoso o agitato della nostra guerra.

La vittoria raggiunta in questi ultimi mesi, l'armistizio, la pace imminente, creano senza dubbio una condizione di fatto ben diversa, che può alterare anche profondamente i risultati fino ad ora conseguiti.

Una crisi difficile o laboriosa si apre con la pace a tutte le industrie, essa sarà probabilmente più acuta di quella attraversata agli inizi della guerra; sarà una crisi di adattamento e di assetto nella quale riapparirà la concorrenza nazionale e forestiera fin qui limitata o soppressa e le nostre industrie dovranno lottare aspramente per vivere e svilupparsi.

Troppi elementi mancano oggi per prevedere quale sforzo sarà loro richiesto per adattarsi a queste nuove condizioni, nè è possibile avere un'idea attualmente quali industrie potranno vivere come sono attualmente e quali dovranno trasformarsi o modificarsi.

Noi abbiamo fiducia che questa crisi generale sarà per il nostro paese soltanto una crisi di sviluppo e che superate le incertezze sulle conseguenze della pace, trasformate o adattate opportunamente quelle industrie non più rispondenti alle nuove necessità, avremo nel complesso un rapido e intenso progresso generale di tutte le nostre attività industriali, le quali troveranno nella patria ingrandita e gloriosa una tutrice che ne proteggerà i nuovi passi e ne spingerà le rinnovate possenti energie.

Ma se ciò è una ragionevole e giustificata speranza per il complesso delle industrie nazionali nel dopo-guerra, si impone nell'esame attuale dei casi singoli una certa prudenza e cautela; perciò la Commissione è stata guidata quest'anno da un criterio più rigido del consueto; criterio che ritenne doveroso di seguire dato il momento che attraversiamo.

Digitized by Google

I concorrenti sono:

1. *Società dei Magazzini Refrigeranti e del ghiaccio artificiale Gondrand-Mangili*, di Milano, per aver introdotto in Lombardia la conservazione delle carni congelate, del pesce, delle uova, della selvaggina, ecc.
2. *Mauro ing. Francesco*, di Milano, per aver studiato e risolto il problema della congelazione di animali di mattazione locale.
3. *Dahò Emilio*, di Milano, per la sua prima fabbrica italiana di prodotti alimentari dietetici.
4. *Pestalozza ing. Paolo*, di Milano, per i suoi elettrolizzatori per applicazioni industriali.
5. *Restelli Amedeo*, per la *Ditta G. Restelli e Figlio*, di Milano, per aver sviluppato in Italia la lavorazione dei cristalli.
6. *Curti Ernesto*, di Milano, per le sue macchine aerodinamiche.
7. *Bordoni Oreste*, di Milano, per il suo Stabilimento Soffieria Lombarda.

Società Anonima dei Magazzini refrigeranti e del ghiaccio artificiale Gondrand-Mangili, Milano

Concorre questa società al premio Brambilla per aver introdotto in Lombardia la conservazione delle carni congelate, del pesce, della selvaggina, delle uova, ecc.

Le varie applicazioni del freddo, prodotto per via artificiale, nel commercio, nelle industrie e nell'agricoltura esercitavano nella vita moderna un azione di grande valore economico. Con esse si rese possibile il trasporto transoceanico, e la lunga conservazione in emporii, di grandi ammassi di derrate alimentari delle quali la più importante è quella delle carni bovine, suine ed ovine.

Milano deve alla illuminata audacia industriale del compianto senatore Mangili e del comm. Gondrand l'impianto dei grandiosi magazzini refrigeranti di via Palermo e di Taliedo, con un complesso di celle capaci di ben 57000 Q.li di carne congelata.

L'uso di questo prodotto alimentare fu dapprima in Italia ristretto all'esercito e con diffidenza si estese alla popolazione civile. Le condizioni speciali create dalla guerra, determinarono un enorme impulso all'importazione delle carni congelate

Digitized by Google

e per il loro deposito e conservazione la Società Gondrand-Mangili seppe provvedere colla trasformazione di celle già adibite a ghiacciaie e con nuovi fabbricati.

Per dare un'idea adeguata del movimento di merci in tali magazzini basta ricordare che dal Giugno 1915 al Giugno 1916 l'afflusso di carni congelate nelle celle fu di quintali 379344, quantità corrispondente a 160000 capi bovini, per un valore di circa 75 milioni di lire.

Le macchine frigorifere sono ad ammoniaca e la refrigerazione delle celle avviene per espansione diretta del gas ammoniaca nei serpentini collocati in ciascuna di esse.

Nella sua visita ai due impianti della Società la Commissione ebbe campo di rilevare ed apprezzare i processi razionali adattati per lo stivaggio, la ventilazione, e il graduale disgelo delle carni senza provocarne l'essicamento.

Malgrado il voluminoso ammasso di materie organiche di facile decomposizione ed il grande sviluppo di tubi percorsi dall'ammoniaca non venne fatto di constatare cattive esalazioni per fermentazioni putride o per fughe di gas nelle giunzioni dei tubi.

La Commissione concorde nel rilevare che i *Magazzini refrigeranti della Società Gondrand-Mangili*, per l'eccezionale loro sviluppo, per la razionale loro organizzazione, costituiscono una novità per la Lombardia e risultano di somma utilità per il paese, ha l'onore di proporre all'Istituto l'assegnazione alla detta Società di un premio Brambilla di 1° grado.

Mauro Prof. Ing. Francesco

Il titolo per il quale concorre al premio Brambilla è « per « aver studiato e risolto il problema della congelazione di « animali di mattazione locale, nonchè per il suo processo di « scongelazione razionale delle carni d'importazione extra- « oceanica ».

Fu nella sua qualità di consulente tecnico dei frigoriferi della Società Anonima Gondrand-Mangili che ebbe l'opportunità di applicare i processi da lui consigliati per conseguire la congelazione e la scongelazione delle carni, senza pregiudizio della perfetta conservazione dei tessuti, e senza alterazione delle loro qualità organolettiche.

Specialista approfondito nelle tecnologie relative alla produzione ed alle varie applicazioni pratiche del freddo artificiale, l'ing. Mauro seppe organizzare con pieno successo, mercè

Digitized by Google

procedimenti basati su criteri scientifici, l'ingente lavoro necessario per provvedere nel miglior modo possibile al fabbisogno dell'esercito e della popolazione civile della nostra città; fabbisogno che ebbe a raggiungere la cifra di 350 capi di bestiame al giorno.

Relativamente a questo concorrente deve la Commissione rilevare la massima seguita nei concorsi Brambilla che coll'assegnazione di un premio al titolare esercente di una industria di cui viene riconosciuta la novità dei processi e l'utilità per la Lombardia si viene implicitamente a rimeritare tutti quelli che cooperano a darle vita ed efficace sviluppo.

Perciò colla premiazione della Società Anonima Gondrand-Mangili, la Commissione è lieta di riconoscere e di attestare pure il valido contributo di scienza e di tecnica portato dall'ing. Mauro negli impianti e nell'esercizio dei grandiosi frigoriferi della Società per la quale fu proposto il premio.

Dahò Emilio

Dahò Emilio di Milano, concorre per la fondazione della prima fabbrica italiana di prodotti alimentari speciali e dietetici.

Il sig. Emilio Dahò seppe con tenacia e costanza dar vita fra noi ad una iudustria molto fiorente all'estero, dando impulso al consumo di un prodotto utile specialmente ai bambini ed agli ammalati.

Si tratta di farine derivate da cereali e legumi diversi quali l'orzo, l'avena, il riso, i piselli, ecc.

Questi materiali, alcuni anche dopo una preliminare e limitata fermentazione diastasica, subiscono speciali trattamenti che ne eliminano le impurezze e gli involucri membranacei che rivestono il seme, dopo di che vengono sottoposti ad una razionale macinazione e se ne ottengono farine le quali pur contenendo tutti gli elementi amidacei ed azotati dei semi sono molto piú facilmente digeribili e assimilabili anche dagli stomachi deboli o debilitati.

Queste farine alimentari sono assai usate all'estero anche nel normale consumo ed è solo da relativamente pochi anni che incominciano a trovare consumatori anche fra noi, e l'incremento continuo della produzione del sig. Dahò dimostra che questo consumo è in via di continuo accrescimento.

L'industria incominciata modestamente ebbe nel periodo della guerra un notevole impulso, tanto che nel Settembre dello

Digitized by Google

scorso anno essa si è ingrandita in un locale vicino a Lambrate occupante un'area di 7000 mq.

La Commissione pur congratulandosi col sig. Dahò per la sua attività e intraprendenza non ritiene che la sua industria abbia ancora raggiunto quello sviluppo e quella importanza che la renda meritevole del premio.

Pestalozza Ing. Paolo

L'ing. Paolo Pestalozza concorre al premio per la costruzione, il montaggio e l'avviamento di apparecchi per la produzione di soluzioni di ipoclorito di sodio, ottenute per l'elettrolisi di soluzioni di sal marino o direttamente dall'acqua del mare.

Veramente il suo merito principale è quello di aver largamente diffuso fra industriali lombardi un apparecchio elettrolitico che con poche modificazioni è quello descritto nei brevetti Schuckert.

Con questa sua diffusione l'ing. Pestalozza ha contribuito ad alleviare la grande deficenza di cloro verificatosi nel periodo della nostra guerra.

Quando la produzione di questo metalloide era completamente assorbita o quasi da usi bellici quali: i gas asfissianti, i clorobenzoli per la produzione di esplosivi, ecc.; le industrie che candeggiano i tessuti, le fibre tessili e la carta, e che utilizzano l'ipoclorito di calcio e di sodio come disinfettante, si videro spesso mancare questo necessario reattivo imbiancante e subirono una crisi che in qualche caso minacciò la sospensione delle lavorazioni in corso.

Fu in questo periodo che l'uso di elettrolizzatori permise in diversi casi di far fronte alle difficoltà, sostituendo il prodotto dell'elettrolisi diretta delle soluzioni di sal marino all'ipoclorito di calcio e di sodio ordinariamente usato per questo scopo.

Sebbene si avessero anche prima diversi altri tipi di elettrolizzatori e vi fossero industriali già attrezzati per questa produzione, è senza dubbio merito dell'ing. Pestalozza l'aver dato notevole impulso alla costruzione di questi tipi i quali sono certamente fra i migliori conosciuti ciò che non è stato privo di una certa utilità per diverse industrie.

Soltanto va osservato: ora che la guerra è finita e che il cloro non viene più assorbito dagli usi bellici, avremo senza dubbio una crisi di superproduzione di cloro da parte delle

Digitized by Google

industrie che preparano la soda elettrolitica. Questa crisi è, si può dire, già in corso e malgrado alcuni innegabili vantaggi del liquido di imbianchimento, ottenuto per elettrolisi diretta, è assai probabile che la costruzione degli apparecchi elettrolitici per questo scopo si limiti assai. Cosicchè l'industria attuale dovrà necessariamente in gran parte trasformarsi e adattarsi alle nuove condizioni che saranno create sul mercato dalla prossima pace.

La Commissione anche per queste considerazioni, pur facendo un elogio alle iniziative dell'ing. Pestalozza, non può proporlo per il premio.

Amedeo Restelli di Milano.

Il sig. Amedeo Restelli della Ditta G. Restelli e Figlio concorre per aver sviluppato in Italia la lavorazione dei vetri e dei cristalli. La Ditta sorta nel 1906 produce lenti condensatrici per proiezioni fisse e cinematografiche, specchi sferici per fari e segnalazioni ottiche, specchi per apparecchi chirurgici, prismi e schermi colorati, ecc. Ma più largamente la Ditta produce lenti per occhiali comuni.

Una lavorazione nella quale si utilizza come materia prima gli scarti ed i residui della manifattura vetraria di S. Gobain, questi vengono in apposito forno curvati e stampati a caldo con risparmio di materiale e di tempo in confronto del vecchio metodo di lavorazione a sabbia ottenendosi così un relativo buon mercato nei prodotti.

Indubbiamente va tributato encomio alla Ditta Restelli per il continuo e costante incremento dato alla sua azienda per le lavorazioni sempre più difficili intraprese; ma la Commissione, nelle circostanze attuali, non può ancora riconoscere nella industria del sig. A. Restelli quel carattere di utilità generale che è una delle condizioni per il conferimento del premio.

Curti Ernesto di Milano.

Il sig. Curti concorre al premio per le sue macchine aerodinamiche, cioè per l'identico titolo per il quale nel 1917, dietro deliberazione dell'Istituto, gli fu conferito insieme colla Ditta costruttrice Angelo Passoni un premio Brambilla, premio che il sig. Curti ha poi rifiutato.

La Commissione non crede che si possa ritornare sopra una deliberazione dell'Istituto, nè premiare due volte per lo stesso titolo.

Digitized by Google

Bordoni Oreste di Milano

Il sig. Oreste Bordoni della Ditta Soffieria Lombarda concorre per aver iniziato e sviluppato nel suo stabilimento la fabbricazione dei termometri clinici ed industriali.

È questa una industria della quale nei laboratori, nelle cliniche, nell'industria è assai sentito il bisogno perchè questo articolo veniva quasi completamente importato dall'estero.

Nel periodo della guerra mancando questa importazione il nostro mercato ne sarebbe rimasto sprovvisto senza l'iniziativa del sig. O. Bordoni.

La lavorazione si serve di tubi di vetro importati dall'Inghilterra ed è affidata ad un personale abile ed esperto il quale pur troppo è esposto ad un pericolo di mercurialismo che bisogna assolutamente eliminare.

L'industria del sig. Bordoni è certamente degna di vivo encomio, essa si occupa di una produzione molto delicata nella quale la cura dei particolari e dei dettagli ha grande importanza se si vuol mantenere la produzione nazionale all'altezza di quella straniera.

Siamo però soltanto agli inizi di una industria specializzata del genere, inizi senza dubbio assai ben avviati e promettenti. La Commissione pur facendo, per l'avvenire dell'industria, i più vivi auguri non può ancora riconoscere in essa quel carattere di utilità generale che esigono le disposizioni del concorso.

Riassumendo adunque la Commissione propone per questo anno l'assegnazione di un'unico premio di I° grado; medaglia d'oro e L. 1000 alla Ditta:

Società dei Magazzini Refrigeranti e del Ghiaccio Artificiale Gondrand-Mangili

Letta ed approvata nell' adunanza del 19 Dicembre 1918.

Venne assegnato un premio di 1° grado, medaglia d' oro e L. 1000 alla suddetta ditta.

Digitized by Google

CONCORSO AL PREMIO DELLA FONDAZIONE KRAMER

(*Commissari*: MM. EE. COLOMBO, FANTOLI, MURANI, PALADINI e SS. CC. GIORDANO, M. E. JORINI, *relatore*).

Tema: **Studî teorici e pratici sugli aeroplani.**

Si ebbe un solo concorrente con un lavoro manoscritto dal titolo « *Per una più grande conquista dell'aria* » e contraddistinto col motto « *Perfer et obdura* ».

La proposta che viene fatta dall'autore in questa memoria, consiste nell'applicazione all'aeroplano di un apparecchio atto a meglio utilizzare l'energia propulsiva dell'elica, che in parte va perduta per la deficiente reazione opposta dall'aria.

L'apparecchio consisterebbe in un condotto imbutiforme d'invito e di accompagnamento della colonna d'aria aspirata e sospinta dall'elica nel suo moto rotatorio. Per gli effetti di reazione dovuti al movimento dell'aria nel condotto si conseguirebbe un incremento del rendimento meccanico della propulsione.

Le investigazioni teoriche esposte dall'autore, non si possono ritenere esaurienti della questione, e, in qualche punto, persuasive: gli esempi citati per confermare il fenomeno di reazione nell'efflusso di acqua o di gas, sono in condizioni troppo diverse da quelle del caso studiato; la parte tecnico-costruttiva e quella sperimentale sono affatto dimenticate.

Riguardo alla novità della proposta è da rammentare che disposizioni analoghe furono introdotte nei molinelli idrometrici per aumentarne la sensibilità, e nei propulsori ad elica per la navigazione su fiumi e su canali. Per varii motivi la pratica non ebbe a sanzionare l'efficacia di tale provvedimento, sicchè esso cadde in disuso. Nella trattazione teorica manca ogni accenno a quei risultati sperimentali, che pur riferendosi a moto di liquidi anzichè di aria, metterebbero in dubbio la validità dell'ipotesi che siano equivalenti i due fenomeni aerodinamici dell'elica a punto fisso in un flusso d'aria, e quello dell'elica in traslazione e rotazione nell'aria.

Così pure la memoria, mirando ad uno scopo applicativo, doveva precisare le forme geometriche dei condotti di guida, ed indagare se mai l'aggiunta di queste nuove superficie, nella

Digitized by Google

compagine dell'aeroplano, non avesse a creare al moto di esso tali nuove resistenze da paralizzare il guadagno sperato dallo sfruttamento della detta forza di reazione.

La Commissione, pur constatando nella memoria presentata varii pregi per l'erudita elaborazione, e per il lodevole sforzo di contribuire al progresso dell'aviazione cercandone i mezzi negli insegnamenti della scienza, non è di avviso che si faccia luogo all'assegnamento del premio Kramer.

Letta ed approvata nell'adunanza del 19 dicembre 1918. Non venne conferito il premio.

CONCORSO ALLA BORSA DI STUDIO DELLA FONDAZIONE Avv. G. BORGOMANERI

(*Commissari:* MM. EE. Villa, Zuccante e S. C. Rocca, *relatore*).

Alla borsa della fondazione Borgomaneri v'è un solo concorrente, il giovane dott. Francesco A. Ferrari, che presenta due lavori, incompiuti l'uno e l'altro, d'indole religiosa; una monografia sul pensiero di S. Paolo, che colla relativa bibliografia abbraccia quattro dei cinque fascicoli presentati, ed una introduzione filosofica alla storia delle religioni.

La prima, che ha per titolo « *La filosofia religiosa della salute di Paolo apostolo* », comincia con poche pagine di introduzione, alle quali fanno seguito otto note sulla natura delle epistole paoline e sui diversi indirizzi degli studi su S. Paolo; introduzione e note che hanno carattere provvisorio e che saranno a suo tempo sostituite da un ben più vasto lavoro di introduzione, del quale l'autore traccia fin d'ora il piano nella *Bibliografia paolina* contenuta nel fascicolo 4°.

Alla *Introduzione* segue una *Premessa alla prima parte*, che tratta dell'amore in quanto esso è il centro e la sintesi di tutta la nuova religione svolta dottrinariamente da S. Paolo. La definizione « Dio è amore » risale a S. Giovanni evangelista, non a S. Paolo; ma essa è la premessa e la conclusione di tutto il sistema paolino, e nasce, come crede l'autore, dal concepire Dio come padre dell'umanità. Ora questo concetto si affaccia, più o meno evidente, in molte intuizioni religiose; per cui egli si fa ad esaminare la paternità divina nel *Totemismo*, la paternità metafisica dei Semiti ed il concetto di Dio

Digitized by Google

padre nella religione giudaica, per giungere alla conclusione che il Cristianesimo approfondì il concetto della paternità divina, segnandone i gradi: paternità assoluta nei rapporti col divin Figlio; paternità di adozione, mediante il Figlio divino, dell'uomo; paternità universale su tutto il mondo.

Nel capitolo secondo, sempre della premessa alla prima parte, l'autore svolge il concetto del Verbo Eterno, fondamento del Cristianesimo, quindi della dottrina di S. Paolo; e innanzitutto, nella nota *B* intitolata *Il mondo verso Cristo*, dimostra come la Cristologia si riattacchi alle correnti del pensiero religioso che la precedettero: alla corrente ellenistica, la quale con la dottrina del λόγος arriva alla trascendenza di Dio ed al concetto di un mediatore tra Dio e l'uomo; al *Parsismo*, che pure ha qualche punto di contatto col concetto fondamentale del Cristianesimo; alla corrente giudaica, che afferma la trascendenza di Jahweh e col concetto della *Sapienza* si avvicina da una parte al λόγος greco, dall'altra al Verbo Eterno del Cristianesimo. Vediamo così il pensiero antico confluire per diverse vie verso un'idea, che rappresenta un generale bisogno dell'umanità nell'appressarsi dell'era cristiana. È il pensiero umano, osserva l'autore, che da lungo tempo camminava verso il Cristo.

Qui egli prende in esame particolarmente la dottrina di S. Paolo sul Verbo divino; dottrina che acquista una singolare importanza non appena si rifletta che S. Paolo è, si può dire, contemporaneo di Cristo.

La trattazione però rimane sospesa prima che sia finito il capitolo II. A questo dovrà seguire il capitolo III, *Figliolanza ed amore nell'umanità*; il IV, *I sospiri della natura*; il V, *Dio in tutto*; poi una nota *C* dal titolo: *Dall'Armonia di Pitagora a l'Ἀγάπη di Paolo*; in fine un *Riepilogo della Premessa alla parte I.*

Dopo questa lacuna si entra nella prima parte, nella quale l'autore prende a studiare la natura dell'uomo irredento, la sua morale e la sua storia secondo le dottrine di S. Paolo. Argomento che in parte non è stato ancora oggetto di studio speciale, e ch'egli svolge esaminando nel primo capitolo le dottrine dell'Apostolo intorno all'uomo irredento considerato dal lato psicologico e somatologico; nel secondo, dal lato morale; nel terzo, dal punto di vista storico, partendo dal peccato originale, passando poi alla promessa di redenzione e fermandosi quindi alla legge giudaica: i tre momenti precedenti la pienezza dei tempi e la redenzione.

Digitized by Google

Con questa trattazione si chiude la parte prima del lavoro. Non sappiamo quante parti sono destinate a succedere a questa prima, come non possiamo misurare l'ampiezza della lacuna riscontrata nella Premessa alla prima parte: ma anche così incompiuta e frammentaria, la monografia ci si presenta come un lavoro importante e degno d'encomio, per la conoscenza dell'argomento di cui dà prova l'autore, per la grande erudizione e per la serietà della trattazione, non ostante una certa esuberanza giovanile, che deriva dall'entusiasmo col quale l'autore si accinge all'opera sua e dalla sua confidenza nelle proprie forze.

L'altra opera, contenuta nel fascicolo 5°, ha per titolo: *La religione, espressione storica della reazione dello spirito alla situazione umana nella realtà*; ed è, come dice il sottotitolo, una *Introduzione filosofica alla storia delle religioni.*

Premesse poche pagine sulle *Ragioni* e sui *limiti di una orientazione generale* in fatto di religione, egli esamina nel primo capitolo il problema filosofico-religioso, il quale si risolve in una lotta dello spirito contro la realtà delle cose, e nel trionfo dello spirito su la realtà stessa. « Questo il nocciolo costitutivo del problema religioso, che è insieme il problema più arduo; bisogno non passeggiero, fenomeno non morboso, ma quesito irreprimibile, che nasce con la vita e resta nella morte; che fa dell'uomo non più un incosciente parassita del globo, ma un cittadino dell'universo, la cui piccola vita assorge a valore assoluto, col conformarsi amorosamente al principio vitale del tutto, nel collegarsi in eterno legame con l'infinito ».

Nei due capitoli che seguono l'autore studia *La Religione della natura* e *La Religione della bellezza.* La prima, quella a cui assorge l'uomo dal suo stato primitivo in lotta con tutto ciò che esiste intorno a lui, pericolante nella realtà delle cose, condannato ad una vita piena di ansie, in cui sono in giuoco tutti i suoi interessi vitali: religione che mira alla conservazione dell'uomo nella realtà. La seconda, invece, è quella alla quale arriva specialmente il mondo ellenico, la cui estrinsecazione estetico-religiosa è studiata profondamente nel terzo capitolo, dove si incontrano pagine molto interessanti.

Tanto nella religione della natura, quanto in quella della bellezza, l'autore riscontra un aspetto trinitario ed unitario, che prelude a concezioni religiose molto più alte e perfette. Così pure dalla religione della natura, egli osserva come si assurga alla *Scienza della Natura*, che è l'elemento duraturo

Digitized by Google

ed il prodotto effettivo di questa religione primitiva, destinata a cadere per le progredite condizioni dello spirito umano; nello stesso modo che dalla religione della bellezza si arriva all'*Arte*. Questo tratta l'autore in quattro note, due delle quali, *A* e *B*, chiudono il secondo capitolo, e due altre, *C* e *D*, il terzo.

A questi seguiranno tre altri capitoli, che sono annunziati come in preparazione: il IV, *La religione della morale;* il V, *Le religioni negative;* il VI, *La religione dello spirito.*

Questo il piano dell'opera, il quale, diciamolo subito, colla sua teoria di ascensioni umane a cognizioni religiose sempre più alte, sempre più perfette, ha poderose attrattive e ci addita un progresso indefinito. Poichè, per quanto perfetta ci possa sembrare la *religione dello spirito*, nulla ci impedisce di pensare ad altre ascensioni, quando piacesse a Dio di rivelare all'uomo altre armonie, altri raggi di quel sole che scende dall'alto ed invita l'uomo a distaccarsi sempre più dalla terra, donde mosse i primi incerti suoi passi; ascensioni nelle quali va sempre acquistando nuovi elementi duraturi e segnanti una perfezione umana sempre maggiore.

Ma a questo non arriva l'autore; per ora egli si ferma alle prime due tappe di questa ascensione: alla religione della natura ed alla religione della bellezza. Io non so se tutti i suoi ragionamenti saranno accettati; non so neanche se sarà ammessa come indiscutibile la guida che egli segue in questo orientamento. Ma l'opera è certamente geniale, e quando, condotta a termine, sia coordinata in ogni sua parte e ritoccata qua e là nell'esposizione, che ora l'autore stesso riconosce « di forma provvisoria e non ancora rigorosamente razionale », riuscirà certamente gradita agli studiosi di scienze filosofiche in genere e a quelli di problemi religiosi in ispecie.

Pertanto la Commissione, pienamente convinta che le due opere prese in esame sono degne di lode e di incoraggiamento, è d'avviso che l'Istituto debba assegnare al dott. Francesco A. Ferrari la borsa di L. 2000 dalla Fondazione Borgomaneri.

Letta ed approvata nell'adunanza del 19 dicembre 1918.

Venne conferita la borsa di L. 2000 della fondazione avv. G. Borgomaneri al dott. Francesco A. Ferrari.

Digitized by Google

DICEMBRE 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	751.7	751.7	754.1	752.5	— 0.4	+ 1.0	— 0.2	+ 1.2	— 2.3	— 0.4	0.3*
2	55.7	54.7	54.8	55.1	— 1.2	0.0	— 0.6	0.2	— 4.1	— 1.4	—
3	54.4	53.0	52.9	53.4	— 2.2	+ 0.2	— 0.3	0.4	— 4.2	— 1.6	—
4	50.3	49.5	51.8	50.5	— 1.6	+ 4.4	+ 2.3	5.0	— 3.7	+ 0.5	0.4*
5	53.1	52.4	53.3	52 9	+ 0.6	+ 8.5	+ 4.8	9.3	— 3.9	+ 2.7	—
6	752.1	749.8	749.6	750.5	+ 1.6	+ 6.6	+ 3.6	+ 6.8	— 0.9	+ 2.8	—
7	50.0	49.7	49.9	49.9	2.7	7.0	5.6	7.4	— 0.3	3.8	0.2*
8	49.3	49.4	49.6	49.4	5.2	6.9	6.2	7.0	+ 3.2	5.4	1.2
9	53.1	53.2	54.1	53.5	4.2	5.1	4.8	5.6	+ 1.9	4.1	—
10	55.0	54.7	55.4	55.0	2.9	5.5	5.1	5.7	+ 0.3	3.5	0.9
11	755.5	753.3	751.8	753.5	+ 3.6	+ 5.2	+ 4.6	+ 5.8	+ 0.8	+ 3.7	—
12	52.5	53.5	54.3	53.4	4.4	5.8	4.4	6.0	2.5	4.3	0.9
13	50.2	47.6	51.0	49.6	1.6	9.7	5.0	9.8	0.2	4.2	—
14	57.1	58.2	60.4	58.6	4.7	5.2	5.0	5.5	2.3	4.4	0.4
15	61.3	60.1	59.6	60.3	3.9	4.9	3.9	5.0	1.9	3.7	—
16	756.9	753.9	753.5	754.8	+ 1.6	+ 3.0	+ 3.0	+ 3.3	— 0.7	+ 1.8	0.4*
17	51.7	49.7	49.7	50.4	3.3	5.0	4.4	5.5	+ 0.1	3.3	0.5*
18	52.0	51.1	49.6	50.9	3.4	4.0	3.8	4.4	+ 0.2	2.9	—
19	41.8	37.2	36.2	38.4	2.8	4.5	2.8	4.7	+ 0.8	2.8	—
20	37.6	36.8	38.7	37.7	1.2	7.8	4.6	8.0	— 1.2	3.1	0.2*
21	744.9	747.4	748.6	747.0	+ 5.8	+10.3	+ 5.8	+10.7	+ 0.6	+ 5.7	—
22	46.6	46.3	47.5	46.8	3.6	4.6	2.8	5.5	+ 0.6	3.1	—
23	46.5	43.9	42.5	44.3	2.1	3.8	3.4	4.2	— 0.7	2.3	—
24	42.9	42.6	42.2	42.6	3.6	4.6	4.4	4.8	— 0.9	3.0	5.3
25	42.7	46.0	46.0	44.9	3.9	3.5	3.5	5.0	+ 2.3	3.7	—
26	749.3	749.7	750.9	749.9	+ 3.6	+ 6.4	+ 2.6	+ 6.4	+ 0.3	+ 3.2	—
27	51.8	50.6	50.5	51.0	0.4	5.4	2.0	4.8	— 2.5	1.2	—
28	49.6	48.0	47.2	48.3	0.5	4.2	2.2	4.5	— 1.8	1.3	—
29	47.2	46.6	47.1	46.9	0.8	3.8	4.0	4.3	— 1.8	1.8	—
30	46.7	44.8	44.4	45.3	4.1	5.0	4.4	5.5	— 2.8	2.8	0.7
31	40.5	39.2	40.3	40.0	+ 4.4	+ 4.3	+ 4.0	+ 5.4	+ 2.2	+ 4.0	14.7
	750.00	749.18	749.60	749.59	+2.42	+5.04	+3.61	+5.41	+0.37	+2.77	25.9

Altezza barom. mass. 761.3 mm g. 15 — Temperatura mass. + 10°.7 g. 21
" " min. 736.2 " 19 " min. + 4°.2 " 3
" " media 749.59 " media + 2°.77

Nebbia il giorno 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,24,25,28,29,30,31.

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o
ia, o rugiada disciolte.

Digitized by Google

DICEMBRE 1918

TEMPO MEDIO CIVILE DI MILANO

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media in km. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	4.3	4.7	4.4	4.4	96	96	98	97.7	10	10	10	W	CALMA	NW	3
2	4.0	4.4	4.2	4.1	96	96	96	97.0	10	10	10	CALMA	CALMA	SW	2
3	3.8	4.5	4.5	4.2	98	96	98	98.3	10	10	10	W	SW	SW	4
4	3.9	4.7	4.7	4.3	96	74	87	86.7	5	8	5	CALMA	CALMA	W	4
5	4.2	4.7	5.0	4.6	88	57	77	75.0	2	2	4	W	W	NE	3
6	4.6	5.7	5.3	5.1	89	78	90	86.7	2	7	3	W	W	CALMA	3
7	5.1	6.0	6.2	5.7	91	79	91	88.0	9	9	10	CALMA	SE	NE	1
8	6.5	6.9	6.8	6.6	98	93	94	96.0	10	10	10	NW	W	W	2
9	6.0	6.2	6.2	6.0	97	94	97	97.0	10	10	10	NW	CALMA	NE	3
10	5.4	6.2	6.3	6.0	95	92	95	95.0	10	10	10	CALMA	SW	W	3
11	5.7	6.2	6.1	5.9	97	94	97	96.8	10	10	10	NW	SW	W	3
12	6.1	6.4	6.0	6.1	97	92	95	95.5	10	10	10	W	E	W	4
13	5.0	6.3	6.3	5.8	96	70	97	88.5	10	7	10	NW	NW	E	2
14	6.1	6.2	6.1	6.1	95	94	94	95.1	10	10	10	E	N	W	3
15	6.0	6.2	6.0	6.0	98	95	98	97.8	10	10	10	NW	NW	NW	4
16	5.0	5.5	5.5	5.3	96	97	97	97.4	10	10	10	NW	CALMA	NW	4
17	5.6	6.1	6.0	5.8	97	94	95	96.1	10	10	10	W	SE	CALMA	2
18	5.7	5.9	5.6	5.7	97	97	93	96.5	10	10	10	E	W	SE	3
19	5.4	5.9	5.4	5.5	97	93	97	96.5	10	4	7	SW	SW	W	2
20	4.5	4.5	4.0	4.2	91	57	62	70.8	3	3	0	SW	W	NW	2
21	3.2	2.2	2.7	2.6	47	24	38	37.0	1	0	4	NW	N	N	1
22	3.4	4.9	4.8	4.4	57	77	86	74.0	10	8	4	CALMA	CALMA	W	2
23	4.8	5.2	5.2	5.0	89	87	90	89.4	5	10	10	NW	W	NW	3
24	5.5	5.7	5.7	5.6	93	90	90	91.7	10	10	10	E	NE	E	4
25	5.9	5.6	6.0	5.7	97	95	95	96.4	10	10	2	SW	NW	NW	2
26	4.0	3.5	4.0	3.8	67	48	72	63.0	9	4	3	N	NW	N	1
27	3.5	4.0	4.0	3.7	75	60	75	70.7	2	0	1	NE	W	W	4
28	3.7	4.7	4.2	4.2	79	75	79	78.4	9	10	5	W	CALMA	NW	2
29	4.2	4.8	5.1	4.6	87	80	83	84.0	5	9	10	E	CALMA	NE	2
30	4.9	6.0	5.7	5.5	80	92	90	88.0	10	10	10	W	CALMA	E	2
31	5.9	5.9	5.7	5.8	93	95	93	94.4	10	10	10	CALMA	SW	W	2
M	4.90	5.34	5.28	5.11	89.3	82.6	88.4	87.59	8.1	8.1	7.7				4..

Ten. del vap. mass. 6.9 g. 8
" " " min. 2.2 " 21
" " " media 5.11
Umid. mass. 98 % g. 1, 3, 8, 15
" min. 24 % " 21
" media 87.59 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
5	6	8	3	0	10	25	19	17

Media nebulosità relativa del mese 8.0

Digitized by Google

DICEMBRE 1918

Giorni	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como (1)			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.50* 12h	Ponte Tresa M. 272.10* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.403* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 185.147* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.55* 12h
1	— 0.02	+ 0.42	+ 0.16	+ 0.19	— 0.05	+ 0.54	+ 1.24
2	— 0.04	+ 0.39	+ 0.15	+ 0.18	— 0.06	+ 0.51	+ 1.23
3	— 0.06	+ 0.37	+ 0.13	+ 0.17	— 0.07	+ 0.49	+ 1.21
4	— 0.10	+ 0.35	+ 0.11	+ 0.16	— 0.09	+ 0.47	+ 1.20
5	— 0.11	+ 0.34	+ 0.10	+ 0.15	— 0.11	+ 0.45	+ 1.18
6	— 0.12	+ 0.33	+ 0.08	+ 0.14	— 0.14	+ 0.44	+ 1.17
7	— 0.14	+ 0.32	+ 0.07	+ 0.13	— 0.16	+ 0.42	+ 1.15
8	— 0.15	+ 0.31	+ 0.05	+ 0.12	— 0.17	+ 0.39	+ 1.13
9	— 0.17	+ 0.30	+ 0.05	+ 0.10	— 0.18	+ 0.36	+ 1.11
10	— 0.19	+ 0.29	+ 0.04	+ 0.09	— 0.18	+ 0.35	+ 1.10
11	— 0.20	+ 0.28	+ 0.02	+ 0.08	— 0.19	+ 0.32	+ 1.10
12	— 0.22	+ 0.27	+ 0.01	+ 0.07	— 0.20	+ 0.31	+ 1.09
13	— 0.23	+ 0.26	+ 0.00	+ 0.06	— 0.20	+ 0.30	+ 1.06
14	— 0.24	+ 0.25	— 0.02	+ 0.05	— 0.21	+ 0.30	+ 1.05
15	— 0.24	+ 0.24	— 0.01	+ 0.05	— 0.22	+ 0.28	+ 1.04
16	— 0.26	+ 0.23	— 0.03	+ 0.04	— 0.23	+ 0.25	+ 1.03
17	— 0.27	+ 0.22	— 0.02	+ 0.04	— 0.23	+ 0.24	+ 1.01
18	— 0.27	+ 0.21	— 0.00	+ 0.03	— 0.23	+ 0.21	+ 1.00
19	— 0.30	+ 0.21	— 0.00	+ 0.03	— 0.23	+ 0.18	+ 1.00
20	— 0.30	+ 0.20	+ 0.02	+ 0.03	— 0.24	+ 0.17	+ 0.99
21	— 0.31	+ 0.19	— 0.00	+ 0.03	— 0.25	+ 0.17	+ 0.97
22	— 0.31	+ 0.18	— 0.01	+ 0.03	— 0.26	+ 0.16	+ 0.95
23	— 0.31	+ 0.17	— 0.02	+ 0.03	— 0.27	+ 0.14	+ 0.94
24	— 0.34	+ 0.17	— 0.02	+ 0.02	— 0.28	+ 0.12	+ 0.94
25	— 0.34	+ 0.16	— 0.03	+ 0.02	— 0.29	+ 0.10	+ 0.94
26	— 0.35	+ 0.15	— 0.05	+ 0.01	— 0.29	+ 0.10	+ 0.93
27	— 0.37	+ 0.15	— 0.05	+ 0.00	— 0.30	+ 0.08	+ 0.92
28	— 0.38	+ 0.14	— 0.06	— 0.01	— 0.30	+ 0.07	+ 0.91
29	— 0.40	+ 0.13	— 0.06	— 0.02	— 0.31	+ 0.07	+ 0.90
30	— 0.40	+ 0.12	— 0.05	— 0.03	— 0.31	+ 0.07	+ 0.90
31	— 0.39	+ 0.14	— 0.05	— 0.02	— 0.30	+ 0.06	+ 0.90

(1) Le altezze idrometriche risentono l'influenza delle opere di sbarramento provvisorio eseguite nell'alveo dell'Adda, a Lecco, dalla Società Edison per creare un invaso del lago di Como.

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Digitized by Google

Digitized by Google

INDICE DEGLI ATTI

Adunanze dell'Istituto. 1 solenne, 5, 185, 188, 191, 305, 308, 310, 312, 417, 419, 421, 426, 549, 551, 673, 729, 793, 913, 916.

Amministrazione. Preventivo dell'Istituto 1918-19, 550.

— Consuntivo dell'Istituto 1916-1917, 553.

— Legato di mons. A. Ceruti, 422, 428.

— Riduzione delle pubblicazioni, 795.

— Contributo delle Fondazioni amministrate dall' Istituto per provvedere alle maggiori spese delle pubblicazioni, 795.

— Sospensione del premio dell'Istituto, 795.

Arazzi di Raffaello asportati dagli austriaci da Mantova, 7, 186, 679.

Concorsi a premi (*Temi*):

— R. Istituto Lombardo, 11, 795, 918.

— Su argomenti in relazione alla guerra ed alle sue conseguenze immediate, 659.

Concorsi a premi (*Nomine*):

— Commissioni esaminatrici concorsi scaduti, 186, 311, 313.

— Commissione per lo studio dei problemi del dopo-guerra, 550, 554.

— Concorso della Fondazione C. Golgi, 553.

Concorsi a premi (*Risultati*):

— R. Istituto Lombardo per il 1918, 8.

— Brambilla, 917, 990.

— Cagnola: *terapia sperimentale*, 917.

— idem: *miasmi e contagi*, 7.

— Ciani, 187.

— Kramer, 917, 998.

— Borgomaneri, 917, 999.

Decessi

— Pascal A., 188.

— Ceruti A., 422.

— Forlanini C., 427.

— Gorra E., 676.

— Fraccaroli G., 676, 677.

— Formenti C., 676.

— Todaro I., 676.

— Dini U., 676.

Discorso inaugurale. Designazione dell'oratore del discorso inaugurale 1919, 550.

Lavori dell' Istituto. Rendiconto dei lavori delle due Classi nel 1917. Zuccante G., 25, Murani O., 37.

Nomine

— Vicepresidente, 914.

— Segretario Cl. scienze, 915, 918.

— Membri effettivi, 306, 309, 311, 795, 918.

— Membri non residenti, 795.

— Soci corrispondenti, 418, 420, 425, 429, 550, 795, 918.

Digitized by Google

— Socio straniero Wilson, 731, 793, 916.
— Censori per il 1918, 186.
— Conservatori della biblioteca per il triennio 1918-20, 190.
— Commissioni esam. concorsi scaduti, 186, 311, 313.
— Commissione per lo studio dei problemi del dopo-guerra, 550.
Omaggi pervenuti all'Istituto, 5, 185, 188, 189, 191, 305, 308, 310, 312, 419, 421, 549, 551, 673, 729, 916.
Ordine del giorno, per difendere l'italianità di Fiume e dell'altra sponda dell'Adriatico, 794, 917.
Passaggio a Membro non residente. Luzio A., 795.
Pensione accademica.
— Sabbadini R., 428.
— Artini E., 429.
Presentazione di libri.
— Corpus scriptorum latinorum paravianum, 6.
— Anuari de l'Institut d'estudis catalans, 189.
— Le odi di Pindaro, testo, versione e commento di L. Cerrato, 396.
— Elementi di pedagogia, 421.
— Manuale di fonologia romanza. 426.
— Liber notitiae sanctorum Mediolani, 552.
— Oxyrhynchus papyri, 729.
Problemi di studio per il dopoguerra 420, 423, 428, 554.

INDICE DEGLI AUTORI

Arnò Riccardo. Sulla generazione di oscillazioni elettromagnetiche direttamente ricavate da correnti alternate trifasi ordinarie industriali, 509.
Artini Ettore. Della forma cristallina di alcuni derivati del benzolo. X, 961.
Barassi Lodovico. Verso la rinascenza dell'idealismo giuridico, 259.
Bellezza Paolo. Note di enantiosemia, 811.
Berzolari Luigi. Le configurazioni $(10_6, 15_4)$ di punti e piani. 243.
— Sul significato geometrico di alcune identità lineari tra quadrati di forme algebriche, 431.
Bonardi Edoardo. Il filacogeno pneumonico di Schafer-Wright nella cura della polmonite, 806.
Brusoni Amalia. Sopra una interessante trasformazione del granito del giacimento ofiolitico di Zebedassi, 168.
Brusotti Luigi. Discriminanti e fasci nella topologia proiettiva del piano, 367.
— Esistono fasci di curve piane d'ordine n a punti-base e centri critici tutti reali, 612.
Burali-Forti Cesare. Traiettorie ortogonali di un sistema ∞^1 di superficie sferiche, 899.
Buzzati G. C. Italiani senza saperlo, italiani senza volerlo, 557.
Cacciamali G. B. Una falda di

Digitized by Google

sovrascorrimento a S. Pellegrino, 329.

Caldonazzo Bruto. Sulla fusione di vene liquide, 317.

— Sulla contrazione di vene liquide che si fondono, 350.

Carrara Giacomo. Relazione sul concorso Brambilla 1918: *nuova industria in Lombardia*, 917, 990.

Cisotti Umberto. Sulle onde superficiali progressive di tipo permanente, 85.

— Una formula generale relativa a moti permanenti di liquidi pesanti e sue applicazioni, 360.

— Sopra alcune relazioni integrali relative a funzioni di variabile complessa e a funzioni armoniche, 796.

Coletti Francesco. La classificazione statistica per età dei professori ordinari e straordinari delle Regie Università e dei Regi Istituti superiori, 513.

Del Giudice Pasquale. Cenno necrologico di mons. A. Ceruti, 422.

— Cenno necrologico del sen. Carlo Forlanini, 427.

— Parole pronunciate in occasione della festa nazionale degli Stati Uniti d'America, 552.

— Parole pronunciate nel riprendere le adunanze dopo le vacanze, 674.

Del Re Alfonso. Hamiltoniani e gradienti particolari nell' analisi ad *n* dimensioni di Grassmann, 154.

Eava Domenico. Alfonso II d'Este raccoglitore di codici greci, 481.

Franchi Luigi. Ercole Vidari, commemorazione, 876.

Gabba Bassano. A proposito di due ricorrenze anniversarie. Il 25° anniversario della *Rerum novarum*, 64.

Garbaldi Francesco. Sulle ridotte d' una frazione continua di Halphen, 523.

Golgi Camillo. Carlo Forlanini, commemorazione, 654.

Gorini Costantino. Nuovo contributo alla sterilizzazione industriale del latte, 134.

— Francesco Ardissone, commemorazione, 455.

— Per la conservazione dei foraggi con fermenti selezionati, 699.

Groppali Alessandro. I principi generali del diritto e l' interpretazione della legge, 95.

Guarnerio Pier Enea. Le « Launeddas » sarde, 209.

Iorini Antonio F., Relazione sul concorso Kramer: *studi teorici e pratici sugli aeropl.*, 917, 998.

Lattes Elia. Istituzione di un premio Wilson, 794.

Laura Ernesto. Sopra i potenziali generalizzati di Helmholtz, 644, 712.

Maillet E. Invia a nome della Société mathématique de France felicitazioni per l' ottenuta vittoria, 913.

Mercati Giovanni. Una lettera negletta di Manuele Crisolora al Salutati e un'altra datata male, 227.

Monti Rina. Intorno alle formazioni endocellulari del connettivo dei crostacei, 193.

Digitized by Google

Nyrop K. Invia felicitazioni per l'ottenuta vittoria, 914.

Oberziner Giovanni. Parole pronunciate per acclamare alla vittoria italiana, 675.

Osservatorio (r.) astronomico di Brera. Osservazioni meteorol. fatte nella r. Specola di Brera, 410, 665, 725, 790, 911, 1003.

Pagani Giuseppe. Il dialetto di Borgomanero, 602, 919.

Pascal Carlo. Cenno necrologico del prof. G. Fraccaroli, 677.

Porro Francesco. Sulla stabilità dei sistemi secondarii perturbati dal Sole, 619.

Ranzoli Cesare. Il valore dell'« istante » nella dottrina aristotelica del tempo. 778.

Rocca Luigi. Relazione sul concorso alla borsa di studio della Fondazione avv. G. Borgomaneri, 917, 999.

Rotondi G. La *manumissio* del *servus communis* nel diritto romano classico, 465.

Sabbadini Remigio. Distico latino a Trieste e Trento, 675.

Salvioni Carlo. Cenno necrologico del prof. E. Gorra, 676.

— Ordine del giorno per difendere l'italianità di Fiume e dell'altra sponda dell'Adriatico, 794, 917.

Serini Rocco. Deformazioni longitudinali e trasversali di un corpo elastico omogeneo ed isotropo, 177, 340.

Sibirani Filippo. Sulle radiali delle curve gobbe, 119.

— Sulla estrazione della radice funzionale n-esima di una data funzione, 271.

Solari Arturo. Nomi greci nelle iscrizioni latine dell'Etruria, 141.

Solazzi Siro. « *Ius liberorum* » e alfabetismo, 586.

— Di una nuova dottrina sull'*abdicatio tutelae*, 864.

Sormani Giuseppe. Statistica e geografia medica della mortalità per tumori maligni in Italia ed in Francia, 570.

— Sull'aumentata mortalità per tumori maligni, e sulla ricerca delle probabili cause, 625.

Spoerri Teofilo. Il dialetto della Valsesia, 391, 683, 732.

Supino Camillo. Costo economico e costo finanziario della guerra, 388.

Supino Felice. Mortalità di carpe affette da ciclochetiasi, 314.

Taramelli Torquato. Sul modo di rappresentare il paesaggio geologico con esempi presi nell'Appennino, nelle Prealpi bergamasche e nel Friuli, 235.

— Sull'antico decorso del Brenta rispetto al Piave, 501.

— Per la geologia del colle Montello, 598.

— Una proposta riguardo al M. Grappa, 680.

— La geologia e la pace, 950.

Trivelloni Vincenzo. Le acque d'irrigazione nel circondario di Novara, 955.

Uffici (r. r.) del Genio Civile di Como, Bergamo e Brescia. Osservazioni limnimetriche giornaliere, 304, 416, 547, 662, 724, 792, 909, 1006.

Veneroni Emilio. Sulle corrispon-

Digitized by Google

denze piane simmetriche [22] della classe uno, 374.
— Principali tipi di corrispondenze piane simmetriche [22] della classe uno, 753.
Verga Ettore. Un caso di coscienza di Filippo Maria Visconti, 161.
Vivanti Anna. Ricerche sulla secrezione renale nel triton cristatus, 296.
Vivanti Giulio. La matematica e il mondo reale, 49.

INDICE DELLE MATERIE

Aeroplani. Relazione sul concorso Kramer: *studi teorici e pratici sugli aeroplani*. A. F. Jorini, 917, 998.
Alfabetismo. « Ius liberorum » e alfabetismo. S. Solazzi, 586.
Alfonso II d'Este. Alfonso II d'Este raccoglitore di codici greci. D. Fava, 481.
Analisi. Sulla estrazione della radice funzionale n-esima di una data fuzione. F. Sibirani, 271.
— Sulle ridotte d'una frazione continua di Halphen, F. Gerbaldi, 523.
— Sopra alcune relazioni integrali relative a funzioni di variabile complessa e a funzioni armoniche. U. Cisotti, 796.
Appennino. Sul modo di rappresentare il paesaggio geologico con esempi presi nell'Appennino, nelle Prealpi bergamasche e nel Friuli. T. Taramelli. 235.
Ardissone F. Francesco Ardissone, commemorazione. G. Gorini, 455.
Astronomia. Sulla stabilità dei sistemi secondari perturbati dal sole. F. Porro, 619.
Benzolo. Della forma cristallina di alcuni derivati del benzolo, X. E. Artini, 961.
Borgomanero. Il dialetto di Borgomanero. G. Pagani, 602, 919.
Brambilla (Concorso). Relazione sul concorso Brambilla 1918: *nuova industria in Lombardia*. G. Carrara, 917, 990.
Brenta. Sull'antico decorso del Brenta rispetto al Piave. T. Taramelli, 501.
Cagnola (Concorso). Contributo sperimentale alle indagini di terapia sperimentale, 917.
Carpe. Mortalità di carpe affette da ciclochetiasi. F. Supino, 314.
Ceruti A. Cenno necrologico di mons. A. Ceruti. P. Del Giudice, 422.
Cittadinanza. Italiani senza saperlo, italiani senza volerlo. G. C. Buzzati, 557.
Codici greci. Alfonso II d'Este raccoglitore di codici greci. D. Fava, 481.
Crisolora M. Una lettera negletta di Manuele Crisolora al Salutati e un'altra datata male. G. Mercati, 227.
Crostacei. Intorno alle formazioni endocellulari del connettivo dei crostacei. R. Monti, 193.

Digitized by Google

Dalmazia. Ordine del giorno per difendere l'italianità di Fiume e dell'altra sponda dell'Adriatico. C. Salvioni, 794, 917.

Dialetti. Il dialetto della Valsesia. T. Spoerri, 391, 683, 732.

— Il dialetto di Borgomanero. G. Pagani, 602, 919.

Diritto. I principî generali del diritto e l'interpretazione della legge. A. Groppali, 95.

— Verso la rinascenza dell'idealismo giuridico. L. Barassi, 259.

— La *manumissio* del *servus communis* nel diritto romano classico. G. Rotondi, 465.

— « *Ius liberorum* » e alfabetismo. S. Solazzi, 586.

— Di una nuova dottrina sull'*abdicatio tutelae*. S. Solazzi, 864.

Economia. Costo economico e costo finanziario della guerra. C. Supino, 388.

Economia sociale. A proposito di due ricorrenze anniversarie. Il 25. anniversario della *Rerum novarum*. B. Gabba, 64.

Enantiosemia. Note di enantiosemia. P. Bellezza, 811.

Epigrafia. Nomi greci nelle iscrizioni latine dell'Etruria. A. Solari, 141.

Filacogeni. Il filacogeno pneumonico di Schafer-Wright nella cura della polmonite. E. Bonardi, 806.

Filosofia. Il valore dell'« istante » nella dottrina aristotelica del tempo. C. Ranzoli, 778.

— Relazione sul concorso alla borsa di studio della Fondazione avv. G. Borgomaneri. L. Rocca, 917, 999.

Fisica matematica. Deformazioni longitudinali e trasversali di un corpo elastico omogeneo ed isotropo. R. Serini, 177, 340.

— Sopra i potenziali generalizzati di Helmholtz. E. Laura, 644, 712.

Fiume. Ordine del giorno per difendere l'italianità di Fiume e dell'altra sponda dell'Adriatico. C. Salvioni. 794, 917.

Foraggi. Per la conservazione dei foraggi con fermenti selezionati. C. Gorini, 699.

Forlanini C. Cenno necrologico del sen. Carlo Forlanini. P. Del Giudice, 427.

— Carlo Forlanini, commemorazione. C. Golgi, 654.

Fraccaroli G. Cenno necrologico del prof. G. Fraccaroli. C. Pascal, 677.

Friuli. Sul modo di rappresentare il paesaggio geologico con esempi presi nell'Appennino, nelle Prealpi bergamasche e nel Friuli. T. Taramelli, 235.

Geologia. Sul modo di rappresentare il paesaggio geologico con esempi presi nell'Appennino, nelle Prealpi bergamasche e nel Friuli. T. Taramelli, 235.

— Una falda di sovrascorrimento a S. Pellegrino. G. B. Cacciamali, 329.

— Sull'antico decorso del Brenta rispetto al Piave. T. Taramelli, 501.

— Per la geologia del colle Montello. T. Taramelli, 598.

Digitized by Google

— Una proposta riguardo al M. Grappa. T. Taramelli, 680.
— La geologia e la pace. T. Taramelli, 950.
Geometria. Sulle radiali delle curve gobbe. F. Sibirani, 119.
— Hamiltoniani e gradienti particolari nell'analisi ad n dimensioni di Grassmann. A. Del Re, 154.
— Le configurazioni $(10_3, 15_4)$ di punti e piani. L. Berzolari, 243.
— Discriminanti e fasci nella topologia proiettiva del piano. L. Brusotti, 367.
— Sulle corrispondenze piane simmetriche [22] della classe uno. E. Veneroni, 374.
— Sul significato geometrico di alcune identità lineari tra quadrati di forme algebriche. L. Berzolari, 431.
— Esistono fasci di curve piane d'ordine n a punti-base e centri critici tutti reali. L. Brusotti, 612.
— Principali tipi di corrispondenze piane simmetriche [22] della classe uno. E. Veneroni, 753.
— Traiettorie ortogonali di un sistema ∞^1 di superficie sferiche. C. Burali-Forti, 899.
Gorra E. Cenno necrologico del prof. E. Gorra. C. Salvioni, 676.
Grappa (Monte). Una proposta riguardo al M. Grappa. T. Taramelli, 680.
Guerra. Verso la rinascenza dell'idealismo giuridico. L. Barassi, 259.
— Costo economico e costo finanziario della guerra. C. Supino, 388,
Idrodinamica. Sulle onde superficiali progressive di tipo permanente. U. Cisotti, 85.
— Sulla fusione di vene liquide. B. Caldonazzo, 317.
— Sulla contrazione di vene liquide che si fondono. B. Caldonazzo, 350.
— Una formola generale relativa a moti permanenti di liquidi pesanti e sue applicazioni. U. Cisotti, 360.
Industria. Relazione sul concorso Brambilla 1918: *nuova industria in Lombardia* G. Carrara, 917, 990.
Irrigazione. Le acque d'irrigazione nel circondario di Novara. V. Trivelloni, 955.
Italianità. Italiani senza saperlo, italiani senza volerlo. G. C. Buzzati, 557.
Kramer (Concorso). Relazione sul concorso Kramer: *studi teorici e pratici sugli aeroplani*. A. F. Jorini, 917, 998.
Laghi lombardi. Osservazioni limnimetriche, 304, 416, 547, 662, 724, 792, 909, 1006.
Latte. Nuovo contributo alla sterilizzazione industriale del latte. C. Gorini, 134.
Launeddas. Le « launeddas » sarde. P. E. Guarnerio, 209.
Leone XIII. A proposito di due ricorrenze anniversarie. Il 25. anniversario della *Rerum novarum*. B. Gabba, 64.
Limnologia. Osservazioni limnimetriche giornaliere, 304, 416, 547, 662, 724, 792, 909, 1006.

Digitized by Google

Lombardia. Relazione sul concorso Brambilla 1918: *nuova industria in Lombardia*. G. Carrara, 917, 990.

Matematica. La matematica e il mondo reale. G. Vivanti, 49.

Meteorologia. Osservazioni meteorologiche fatte nella r. Specola di Brera, 410, 665, 725, 790, 911, 1003.

Milano: meteorologia. Osservazioni meteorologiche fatte nella r. Specola di Brera, 410, 665, 725, 790, 911, 1003.

Mineralogia. Sopra una interessante trasformazione del granito del giacimento ofiolitico di Zebedassi. A. Brusoni, 168.

Montello. Per la geologia del colle Montello. T. Taramelli, 598.

Novara. Le acque d'irrigazione nel circondario di Novara. V. Trivelloni, 955.

Piave. Sull'antico decorso del Brenta rispetto al Piave. T. Taramelli, 501.

Polmonite. Il filacogeno pneumonico di Schafer-Wright nella cura della polmonite. E. Bonardi, 803.

Prealpi bergamasche. Sul modo di rappresentare il paesaggio geologico con esempi presi nell'Appennino, nelle Prealpi bergamasche e nel Friuli. T. Taramelli, 235.

Professori. La classificazione statistica per età dei professori ordinari e straordinari delle Regie Università e dei Regi Istituti superiori. F. Coletti, 513.

Radiotelegrafia. Sulla generazione di oscillazioni elettromagnetiche direttamente ricavate da correnti alternate trifasi ordinarie industriali. R. Arnò, 509.

Religione. Relazione sul concorso alla borsa di studio della Fondazione avv. G. Borgomaneri. L. Rocca, 917, 999.

Reni. Ricerche sulla secrezione renale nel triton cristatus. A. Vivanti, 296.

San Pellegrino. Una falda di sovrascorrimento a S. Pellegrino. G. B. Cacciamali, 329.

Sardegna. Le « launeddas » sarde. P. E. Guarnerio, 209.

Sole. Sulla stabilità dei sistemi secondarii perturbati dal Sole. F. Porro, 619.

Statistica. La classificazione statistica per età dei professori ordinarî e straordinarî delle Regie Università e dei Regi Istituti superiori. F. Coletti, 513.

— Statistica e geografia medica della mortalità per tumori maligni in Italia ed in Francia, G. Sormani. 570.

— Sull'aumentata mortalità per tumori maligni, e sulla ricerca delle probabili cause. G. Sormani, 625.

Tumori. Statistica e geografia medica della mortalità per tumori maligni in Italia ed in Francia. G. Sormani, 570.

— Sull'aumentata mortalità per tumori maligni, e sulla ricerca delle probabili cause. G. Sormani, 625.

Valsesia. Il dialetto della Valsesia. T. Spoerri, 391, 683, 732.

Digitized by Google

Vidari E. Ercole Vidari, commemorazione. L. Franchi, 876.

Visconti Filippo Maria. Un caso di coscienza di Filippo Maria Visconti. 1446. E. Verga, 161.

Wilson (Premio). Istituzione di un premio Wilson. E. Lattes, 794.

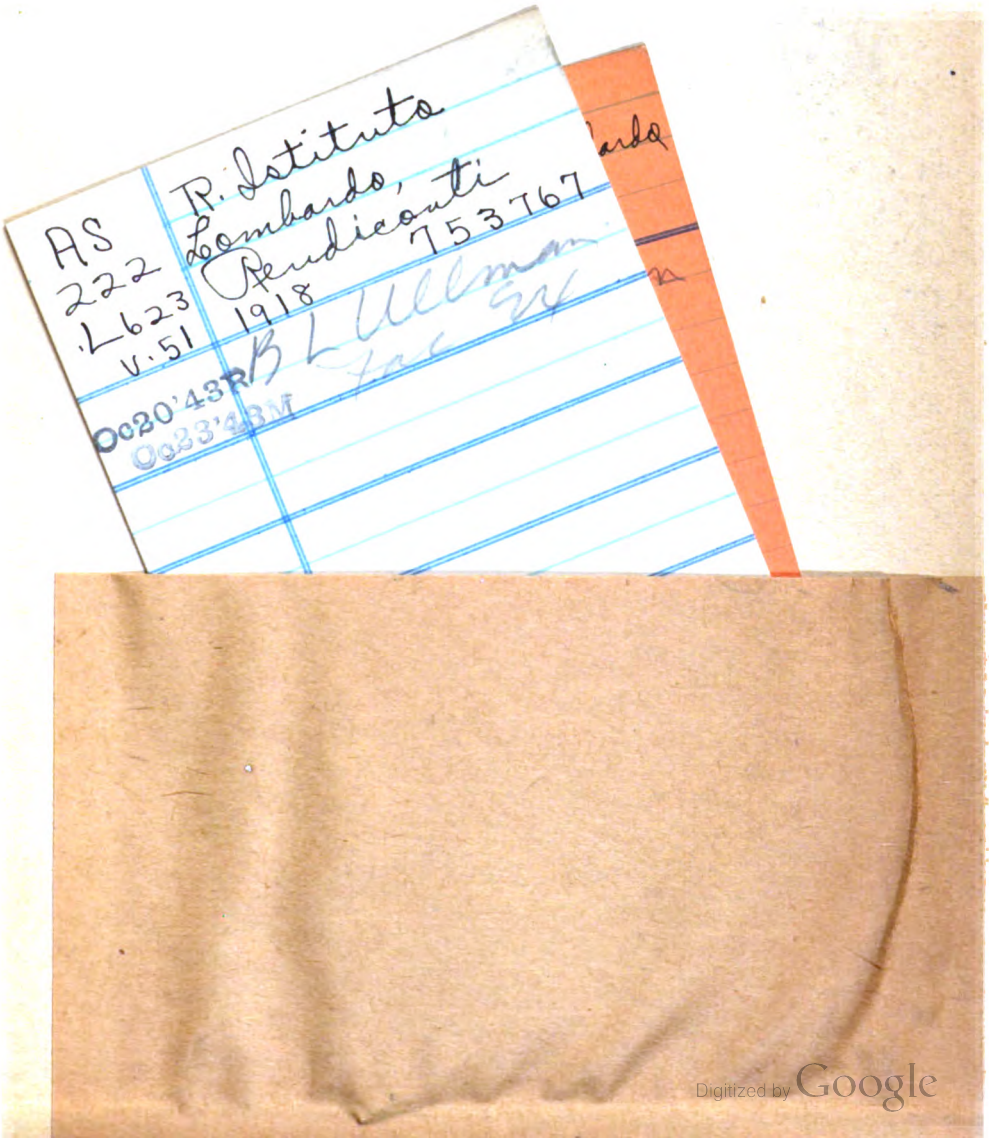
Zebedassi. Sopra una interessante trasformazione del granito del giacimento ofiolitico di Zebedassi. A. Brusoni, 168.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



AS
222
.L623
v.51

R. Istituto
Lombardo,
Rendiconti
1918 753767

B L Ullman
Fac Ex

Oc20'43R
Oc23'43M

Digitized by Google

UNIVERSITY OF CHICAGO
095 231 353

Digitized by Google